



Semnan University

# Journal of Modeling in Engineering

Journal homepage: <https://modelling.semnan.ac.ir/>

ISSN: 2783-2538



## Research Article

# Torque Optimization in Synchronous Reluctance Motors Using Response Surface Methodology

Farhad Rezaee-Alam <sup>a,\*</sup>, Abbas Nazari-Marashi <sup>b</sup>

<sup>a</sup> Department of Electrical Engineering, Faculty of Engineering, Lorestan University, Khorramabad, Iran

<sup>b</sup> Electrical Machine Research Group, ACECR, Khajeh Nasir Toosi University of Technology Branch, Tehran, Iran

## PAPER INFO

### Paper history:

Received: 2024-09-27

Revised: 2025-05-16

Accepted: 2025-05-31

### Keywords:

Synchronous Reluctance Motor (SynRM);  
Response Surface Methodology (RSM);  
Flux Barrier (FB);  
Torque.

## ABSTRACT

One of the main challenges in electromagnetic design of synchronous reluctance motors (SynRMs) is to improve the quality of produced electromagnetic torque. In this paper, a new technique is presented for rotor optimization of SynRMs with the configuration of transversally laminated anisotropic (TLA) based on the response surface methodology (RSM) to reduce the torque ripple while maintaining the average value of produced electromagnetic torque. In this method, the radial position and thickness in the middle region of rotor flux barriers (FBs) with hyperbolic shape are optimized to achieve the minimum torque ripple and maximized average torque. To this end, two rotor topologies including 3 and 4 FBs per pole are considered for the analyzed SynRM. The optimization process is then started for each topology through designing the experiments in predefined space by using the RSM and conducting them by using the finite element method (FEM). The analysis of response surface design is then done through constructing the polynomial regression for objective functions to study the effect of parameters on the torque ripple and the average torque. The optimal results which are very sensitive to geometry variations show a significant reduction in torque ripple without decreasing the average torque.

DOI: <https://doi.org/10.22075/jme.2025.35451.2736>

© 2026 Published by Semnan University Press.

This is an open access article under the CC-BY 4.0 license. (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

\* Corresponding author.

E-mail address: [rezaee.fa@lu.ac.ir](mailto:rezaee.fa@lu.ac.ir)

## How to cite this article:

F. Rezaee-Alam and A. Nazari-Marashi, "Torque Optimization in Synchronous Reluctance Motors Using Response Surface Methodology," Journal of Modeling in Engineering, 24 84 (2025): 59-70, doi: 10.22075/jme.2025.35451.2736

## بهینه‌سازی گشتاور در موتورهای سنکرون رلوکتانسی با استفاده از روش سطح پاسخ

فرهاد رضائی علم<sup>۱\*</sup>، عباس نظری مراشی<sup>۲</sup>

اطلاعات مقاله	چکیده
دریافت مقاله: ۱۴۰۳/۰۷/۰۶	یکی از چالش‌های اصلی در طراحی الکترومغناطیسی موتورهای سنکرون رلوکتانسی (SynRM)، بهبود مشخصه گشتاور الکترومغناطیسی تولید شده است. در این مقاله، یک روش جدید برای بهینه‌سازی رتور در SynRM ها با ساختار ناهمسان متورق شده به صورت مورب بر پایه روش سطح پاسخ (RSM) به منظور کاهش نوسانات (ریپل) گشتاور با حفظ گشتاور متوسط ارائه می‌شود. در این روش، به منظور کاهش ریپل گشتاور و افزایش گشتاور متوسط در SynRM، موقعیت شعاعی و ضخامت موانع شار مغناطیسی (FB) رتور که دارای فرم هذلولی هستند در ناحیه وسط شان به عنوان متغیر بهینه‌سازی در نظر گرفته می‌شوند. بدین منظور، دو توپولوژی برای رتور از SynRM آنالیز شده به ترتیب شامل 3 FB و 4 در هر قطب در نظر گرفته می‌شود. برای هر توپولوژی از رتور، فرآیند بهینه‌سازی از طریق طراحی آزمایشات در فضاهای از پیش تعریف شده برای متغیرهای بهینه‌سازی با استفاده از RSM و اجرای آنها با استفاده از روش اجزای محدود (FEM) شروع می‌شود. به منظور بررسی تاثیر پارامترها روی گشتاور الکترومغناطیسی و پیدا کردن نقاط بهینه، آنالیز نتایج حاصل از طراحی آزمایشات با روش RSM از طریق ایجاد رگرسیون چند جمله‌ای برای توابع هدف انجام می‌شود. نتایج بهینه که خیلی حساس به تغییرات هندسی FB ها نیز هستند، کاهش چشمگیر در ریپل گشتاور بدون کاهش مقدار متوسط گشتاور را نشان می‌دهد.
بازنگری مقاله: ۱۴۰۴/۰۲/۲۶	
پذیرش مقاله: ۱۴۰۴/۰۳/۱۰	
<b>واژگان کلیدی:</b> موتور سنکرون رلوکتانسی، روش سطح پاسخ، موانع شار، گشتاور.	

DOI: <https://doi.org/10.22075/jme.2025.35451.2736>

© 2026 Published by Semnan University Press.

This is an open access article under the CC-BY 4.0 license. (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

## ۱- مقدمه

ها از طرق ایجاد موانع شار مغناطیسی (FB) در رتور تولید می‌شود [۱-۴]. شکل و ابعاد FB های رتور تاثیر محسوسی در مقدار میانگین و نوسانات گشتاور الکترومغناطیسی تولیدی دارند [۳-۶]. شکل هندسی FB ها می‌تواند فقط شامل خطوط مستقیم [۷]، خطوط قوسی (به شکل دایره‌ای [۸]، هلالی [۹]، هذلولی [۱۰])، و یا ترکیب خطوط مستقیم و قوسی [۱۱] باشد. در واقع هدف از طراحی FB ها با شکل‌های مختلف، پیدا کردن مسیر بهینه برای خطوط شار مغناطیسی در هسته رتور است. تاکنون کارهای

در سال‌های اخیر، موتورهای سنکرون رلوکتانسی (SynRM) به خاطر داشتن یک ساختار ساده در رتور، تلفات کم رتور، و چگالی توان بالا به عنوان یک رقیب و جایگزین جدی برای موتورهای القایی مطرح شده‌اند [۲۱]. به همین دلیل، امروزه طراحی بهینه SynRM ها از اهمیت بالایی برخوردار است [۴۳]. ساختار رتور، روش آنالیز و بهینه‌سازی نقش مهمی در رسیدن به طرح بهینه برای SynRM ها ایفا می‌کنند. گشتاور رلوکتانسی در SynRM

\* پست الکترونیک نویسنده مسئول: rezaee.fa@lu.ac.ir

۱. دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه لرستان، خرم‌آباد، ایران

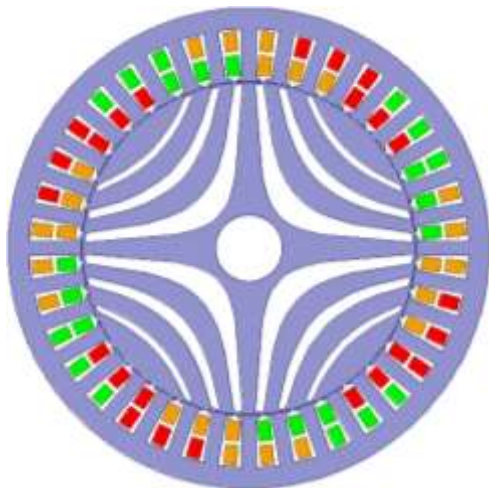
۲. گروه پژوهشی ماشین‌های الکتریکی، جهاد دانشگاهی، شاخه دانشگاه خواجه نصیر طوسی، تهران، ایران

استناد به این مقاله:

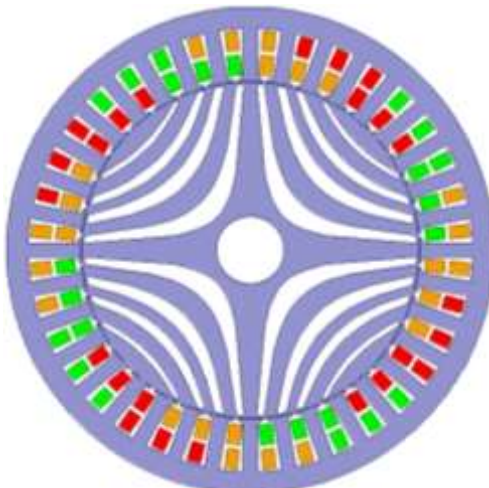
فرهاد رضائی علم و عباس نظری مراشی، "بهینه‌سازی گشتاور در موتورهای سنکرون رلوکتانسی با استفاده از روش سطح پاسخ"، مدل سازی در مهندسی، ۸۴ (۲۰۲۴): ۱-۵۹.

doi: 10.22075/jme.2025.35451.2736

نتایج گرفته شده از این مقاله نیز در بخش ۵ ارائه می‌شوند.



الف- توپولوژی با 3 FB در هر قطب از رتور



ب- توپولوژی با 4 FB در هر قطب از رتور

شکل ۱- SynRM های آنالیز شده

جدول ۱- پارامترهای موتور آنالیز شده

توان نامی	۱۳/۵ اسب بخار
ولتاژ نامی	۴۰۰ ولت
طول محوری	۱۵۰ میلیمتر
قطر داخلی استاتور	۲۵۰ میلیمتر
طول فاصله هوایی	۰/۵ میلیمتر
تعداد شیار استاتور	۳۶ شیار
عرض دهانه شیار	۳ میلیمتر
نوع سیم‌بندی	دو لایه با گام کسری به اندازه دو گام شیار
تعداد دور هر کلاف	۲۰ دور

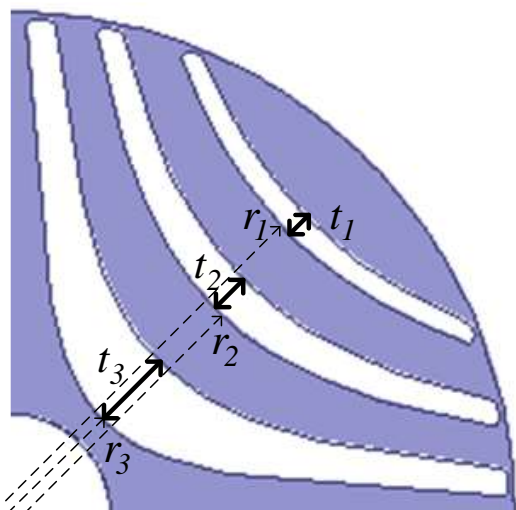
مختلفی برای پیدا کردن شکل بهینه برای FB های رتور در SynRM ها انجام شده است. در [۱۲]، شکل هندسی FB های دایره‌ای شکل به روش تحلیلی طراحی شده است. نتیجه کلی که از بررسی کارهای گذشته حاصل شده است حاکی از این است که FB ها با شکل هذلولی تاثیر بهتری از نظر کیفیت مشخصه گشتاور تولیدی در SynRM ها دارند [۱۳و۴].

روش‌هایی که برای ارزیابی عملکرد SynRM ها استفاده می‌شود به دو دسته کلی تحلیلی و عددی دسته‌بندی می‌شوند. با توجه به هندسه پیچیده رتور، روش اجزاء محدود (FEM) دقیق‌ترین روش برای مدلسازی و آنالیز عملکرد SynRM ها است [۴، ۱۳-۱۴]. با توجه به زمانبر بودن FEM، روش‌های تحلیلی شامل روش نگاشت همدیس، نظریه تابع سیم‌پیچی و روش ناحیه‌بندی نیز برای آنالیز الکترومغناطیسی SynRM ها معرفی شده‌اند [۹، ۱۵-۱۸]. در هر حال، این روش‌های تحلیلی علی‌رغم داشتن سرعت بالاتر، در مدلسازی دقیق FB های رتور و اثر اشباع مغناطیسی خیلی موثر نبوده‌اند.

کاهش ریبیل گشتاور و حفظ گشتاور متوسط تولیدی، دو هدف اصلی در طراحی بهینه SynRM ها هستند. در مرجع [۷]، ادعا شده است که رسیدن به این دو هدف کاملاً از هم مستقل هستند، و به همین خاطر فرآیند بهینه‌سازی برای این دو هدف کاملاً مستقل از هم انجام شده است. در [۱۹]، از چند روش بهینه‌سازی به صورت دو مرحله‌ای، ابتدا در یک بازه وسیع‌تر و در مرحله دوم در یک بازه کوچکتر، برای رسیدن به طرح بهینه برای یک SynRM استفاده شده است.

در این مقاله، برای دو توپولوژی از یک SynRM نوعی به ترتیب شامل 3 FB و 4 FB در هر قطب از رتور، فرآیند بهینه‌سازی رتور با هدف کاهش نوسانات گشتاور و حفظ گشتاور متوسط تولیدی به صورت همزمان با استفاده از روش سطح پاسخ (RSM) انجام می‌شود. موقعیت شعاعی و ضخامت FB های هذلولی شکل در ناحیه وسط به عنوان پارامترهای بهینه‌سازی در نظر گرفته می‌شوند و مقادیر تابع هدف با استفاده از FEM محاسبه می‌شوند. ساختار مقاله به شرح زیر معرفی می‌گردد:

SynRM آنالیز شده در بخش ۲ معرفی می‌شود. روش بهینه‌سازی استفاده شده در بخش ۳ معرفی می‌شود. فرآیند بهینه‌سازی با استفاده از RSM در بخش ۴ ارائه می‌شود.



شکل ۲- پارامترهای بهینه سازی رتور

### ۴- فرآیند بهینه‌سازی

در این مقاله، هدف، استفاده از RSM به منظور کاهش ریبیل گشتاور تولیدی و حفظ گشتاور متوسط به صورت همزمان است. توابع هدف را به صورت کلی زیر برای هر دو توپولوژی رتور می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} T_{ave} = f(r_1, r_2, r_3, t_1, t_2, t_3) \\ T_{ripple} = g(r_1, r_2, r_3, t_1, t_2, t_3) \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} T_{ave} = f(r_1, r_2, r_3, r_4, t_1, t_2, t_3, t_4) \\ T_{ripple} = g(r_1, r_2, r_3, r_4, t_1, t_2, t_3, t_4) \end{cases} \quad (5)$$

پارامترهای بهینه‌سازی که عبارتند از موقعیت شعاعی و ضخامت FB ها در ناحیه میانی‌شان در شکل (۲) برای توپولوژی رتور با 3 FB در هر قطب مشاهده می‌شوند. حدود متغیرها برای هر دو توپولوژی رتور به ترتیب در (۶) و (۷) بیان می‌شوند:

$$\begin{cases} 95 \leq r_1 \leq 105 \\ 65 \leq r_2 \leq 75 \\ 30 \leq r_3 \leq 40 \\ 5 \leq t_1 \leq 8 \\ 8 \leq t_2 \leq 15 \\ 15 \leq t_3 \leq 25 \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} 105 \leq r_1 \leq 110 \\ 85 \leq r_2 \leq 90 \\ 65 \leq r_3 \leq 70 \\ 32 \leq r_4 \leq 36 \\ 3 \leq t_1 \leq 6 \\ 6 \leq t_2 \leq 9 \\ 9 \leq t_3 \leq 13 \\ 15 \leq t_4 \leq 20 \end{cases} \quad (7)$$

### ۲- معرفی موتور آنالیز شده

موتور آنالیز شده در این مقاله یک SynRM با ۲ توپولوژی برای رتور به ترتیب شامل 3 FB و 4 FB هذلولی شکل در هر قطب از رتور است. همان طور که در شکل (۱) مشاهده می‌شود، فازهای سیم‌بندی استاتور با رنگ‌های مختلف از هم متمایز شده‌اند. پارامترهای اصلی SynRM آنالیز شده در جدول ۱ معرفی شده‌اند.

در این مقاله، عملکرد SynRM آنالیز شده تحت شرایطی که موقعیت اولیه رتور مشابه شکل (۱) باشد و با تحریک فازهای سیم‌بندی استاتور با جریان‌های زیر، بررسی می‌شود.

$$\begin{cases} I_A(t) = 45\sqrt{2} \sin\left(100\pi t + \left(65 \frac{\pi}{180}\right)\right) \\ I_B(t) = 45\sqrt{2} \sin\left(100\pi t - \left(55 \frac{\pi}{180}\right)\right) \\ I_C(t) = 45\sqrt{2} \sin\left(100\pi t + \left(185 \frac{\pi}{180}\right)\right) \end{cases} \quad (1)$$

### ۳- روش سطح پاسخ (RSM)

روش سطح پاسخ (RSM) یک روش آماری و ریاضیاتی است که با هدف بهینه‌سازی، برای پیش‌بینی و مدلسازی یک یا چند تابع هدف بر حسب متغیرهای مسئله استفاده می‌شود [۲۰]. سطح پاسخ را می‌توان به صورت کلی زیر بیان نمود:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_k) \quad (2)$$

در رابطه بالا، \$k\$ تعداد متغیرهای بهینه‌سازی است. برای شروع فرآیند بهینه‌سازی، لازم است که یک تابع تقریبی مناسب برای تابع هدف بر حسب متغیرهای بهینه‌سازی پیدا شود. معمولاً یک چندجمله‌ای مرتبه دوم کامل مشابه (۳) برای بیان این تابع تقریبی استفاده می‌شود.

$$y = b_0 + \sum b_i x_i + \sum b_{ii} x_{ii}^2 + \sum b_{ij} x_i x_j \quad (3)$$

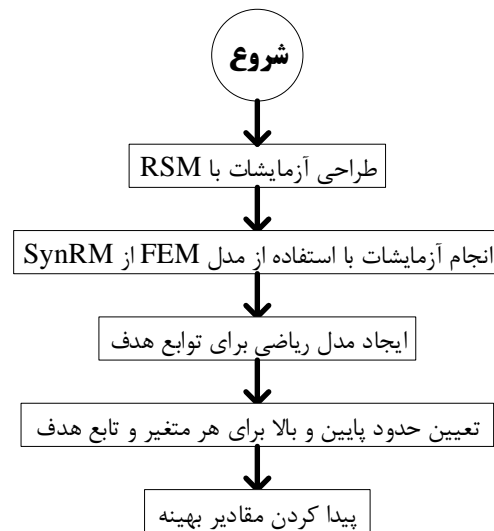
که یک چند جمله ای کامل درجه دوم مشابه (۳) است، مقادیر t-test و p-value که میزان حساسیت توابع هدف به پارامترها را نشان می‌دهند در جداول ۲ و ۳ ارائه می‌شوند. لازم به ذکر است که ترم‌های کم اهمیت از معادله رگرسیون در جداول ۲ و ۳ نشان داده نمی‌شوند.

جدول ۳- نتایج آماری برای ریپل گشتاور در SynRM با 3 FB در هر قطب

ترم	ضریب	t-test	p-value
ثابت	۴۱۸۰۳۲	۲۷۳/۷۴۲	۰
$r_1$	-۳۶۸۵/۵	۳/۶۴۵	۰/۰۰۱
$t_1$	-۲۹۰/۶	-۰/۲۷۴	۰/۷۸۶
$r_2$	-۵۴۹۸/۲	۱۸/۳۰۳	۰
$t_2$	-۲۹/۸	۵/۰۵۶	۰
$r_3$	-۱۱۴۸/۲	۱۴/۵۵۴	۰
$t_3$	-۱۹۳۵/۲	۳/۲۲۴	۰/۰۰۴
$r_1^2$	۱۲/۸	۶/۴۸۸	۰
$t_1^2$	۶/۱	۰/۷۷۸	۰/۴۴۴
$r_2^2$	۱۸/۲	۹/۲۲۸	۰
$t_2^2$	۴/۳	۰/۵۵۳	۰/۵۸۵
$r_3^2$	۹/۶	۴/۹۰۴	۰
$t_3^2$	۱۹/۲	۲/۴۳۴	۰/۰۲۲
$r_1 * t_1$	۸/۸	۱/۶۴۵	۰/۱۱۳
$r_1 * r_2$	۲۰/۵	۷/۶۲۹	۰
$r_1 * t_2$	۱/۱	۰/۲۰۵	۰/۸۳۹
$r_1 * r_3$	-۷/۲	-۲/۶۹۱	۰/۰۱۳
$r_1 * t_3$	-۶	-۱/۱۱۹	۰/۲۷۴
$t_1 * r_2$	-۴/۷	-۰/۸۸۶	۰/۳۸۴
$t_1 * t_2$	-۸/۶	-۰/۸۰۵	۰/۴۲۸
$t_1 * r_3$	-۴/۲	-۰/۷۸۷	۰/۴۳۸
$t_1 * t_3$	-۳/۷	-۰/۳۵	۰/۷۲۹
$r_2 * t_2$	-۳	-۰/۵۶۹	۰/۵۷۴
$r_2 * r_3$	۱۵/۶	۵/۸۱۳	۰
$r_2 * t_3$	۲۱	۳/۹۱۲	۰/۰۰۱
$t_2 * r_3$	۰/۲	۰/۰۴۱	۰/۹۶۷
$t_2 * t_3$	۵/۱	۰/۴۷۷	۰/۶۳۸
$r_3 * t_3$	۶	۱/۱۱۶	۰/۲۷۵
$R^2 = 97.2\%$		$R^2(adj) = 94.1\%$	

شاخص t-test در جداول ۲ و ۳ تاثیر پارامترهای بهینه‌سازی روی توابع هدف گشتاور متوسط و ریپل گشتاور را نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود ترم

از RSM به منظور مقایسه حساسیت پارامترها و پیدا کردن مقدار بهینه برای آنها استفاده می‌شود. به منظور انجام فرآیند بهینه‌سازی برای هر دو توپولوژی از رتور، آزمایشات لازم با استفاده از نرم‌افزار MINITAB طراحی شده و سپس با استفاده از FEM با کمک نرم‌افزار MAXWELL انجام خواهند شد. فلوجارت فرآیند بهینه‌سازی با استفاده از RSM در شکل (۳) مشاهده می‌شود.



شکل ۳- فلوجارت بهینه‌سازی

جدول ۲- نتایج آماری برای گشتاور متوسط در SynRM با 3 FB در هر قطب

ترم	ضریب	t-test	p-value
ثابت	-۶۰۰/۱	۱۲۰۱۹۷/۶۴	۰
$r_1$	-۹/۵	-۱۹/۸۳۳	۰
$t_1$	-۱۷/۳	۲۱۵/۵۷۳	۰
$r_2$	۳۱/۹	۶۱/۵۳۸	۰
$t_2$	۸/۶	۱۷۰/۸۷	۰
$r_3$	۲/۱	۱۹/۵۵۳	۰
$t_3$	-۳/۹	۵۹/۹۲۹	۰
$r_2^2$	-۰/۲	-۶/۲۰۹	۰
$r_3^2$	-۰/۱	-۲/۸۶۳	۰/۰۰۸
$r_1 * t_1$	۰/۳	۳/۱۵۲	۰/۰۰۴
$r_1 * t_2$	۰/۱۳	۱/۴۰۲	۰/۱۷۳
$t_1 * r_2$	-۰/۱	-۱/۲۲۴	۰/۲۳۲
$r_2 * t_2$	-۰/۲	-۲/۵۹۲	۰/۰۱۶
$r_3 * t_3$	۰/۱۳	۱/۴۹۸	۰/۱۴۷
$R^2 = 100\%$		$R^2(adj) = 99.9\%$	

در خصوص توپولوژی رتور با 3 FB در هر قطب از رتور، نتایج آماری حاصل از RSM شامل ضرائب معادله رگرسیون

۰/۷۰۷	۰/۳۷۹	۰/۰۰۴	$r_2 * r_4$
۰/۲۲۱	-۱/۲۴۱	-۰/۰۳	$t_2 * r_3$
۰/۳۸۴	-۰/۱۸۷۹	-۰/۰۴	$t_2 * t_3$
۰/۹۴۳	-۰/۰۷۲	-۰/۰۰۳	$t_2 * t_4$
۰/۷۶۲	-۰/۳۰۴	-۰/۰۰۷	$t_2 * r_4$
۰/۰۶۳	۱/۹۰۶	۰/۰۴۵	$r_3 * t_3$
۰/۷۳۷	-۰/۳۳۸	-۰/۰۲	$t_3 * t_4$
۰/۶۸۲	-۰/۴۱۲	-۰/۰۱	$t_3 * r_4$
۰/۳۹۹	۰/۱۸۵۲	۰/۰۲	$r_3 * t_4$
۰/۲۶۲	۱/۱۳۵	۰/۰۱	$r_3 * r_4$
۰/۳۱۶	-۱/۰۱۴	-۰/۰۲	$r_4 * t_4$
$R^2 = 99.5\%$		$R^2(adj) = 99\%$	

جدول ۵- نتایج آماری برای گشتاور ریبیل در SynRM با 4 در FB در هر قطب

p-value	t-test	ضریب	ترم
۰	۲۱/۸۴	۵۱۳۹۴/۴	ثابت
۰/۰۰۶	-۲/۸۹۶	-۲۹۵/۳	$r_1$
۰/۹۹۵	-۰/۰۰۶	-۶۴/۳	$t_1$
۰	۵/۲۳	-۶۷۴/۶	$r_2$
۰/۰۲۹	۲/۲۵۹	-۴۴۹/۹	$t_2$
۰/۰۰۱	-۳/۶	-۲۵۳/۲	$r_3$
۰/۱۲۲	-۱/۵۷۶	-۲۹۷/۲	$t_3$
۰/۰۱۱	۲/۶۵۹	۲۴۰/۷	$r_4$
۰/۲۰۷	-۱/۲۸	۲۶۸/۶	$t_4$
۰	۴/۵۲	۰/۹	$r_1^2$
۰/۳۶۲	۰/۹۲۲	۰/۷	$t_1^2$
۰	۱۹/۴۸۳	۳/۹	$r_2^2$
۰	۶/۸۳۷	۵/۵	$t_2^2$
۰	۹/۱۸	۱/۸	$r_3^2$
۰	۳/۹۶۲	۳/۲	$t_3^2$
۰	۱۰/۵۸۳	۲/۱	$r_4^2$
۰	۴/۳۷	۳/۵	$t_4^2$
۰/۷۵۹	۰/۳۰۹	۰/۲	$r_1 * t_1$
۰	۵/۴۲۵	۱/۵	$r_1 * r_2$
۰/۸۱۱	۰/۲۴	۰/۱۳	$r_1 * t_2$
۰/۶۴۳	۰/۴۶۷	۰/۱۲	$r_1 * r_3$
۰/۱۳۲	۱/۵۳۳	۰/۸۳	$r_1 * t_3$
۰/۰۰۱	-۳/۴۱۹	-۰/۹۲	$r_1 * r_4$
۰/۰۶۲	-۱/۹۱۵	-۱/۰۴	$r_1 * t_4$
۰/۵۳۶	-۰/۶۲۳	-۰/۳	$t_1 * r_2$
۰/۷۹۲	۰/۲۶۶	۰/۳	$t_1 * t_2$

ثابت و سپس ترم‌های خطی  $(r_1, t_1, r_2, t_2, r_3, t_3)$  بیشترین تاثیر را روی توابع هدف دارند.

در خصوص SynRM که رتور آن دارای 4 FB در هر قطب است، نتایج آماری حاصل از RSM برای هر دو تابع هدف در جداول ۴ و ۵ ارائه می‌شوند.

جدول ۴- نتایج آماری برای گشتاور متوسط در SynRM با 4 در هر قطب

p-value	t-test	ضریب	ترم
۰	۳۶۰۳/۵	-۱۲۴/۱	ثابت
۰	-۳۱/۰۵۶	۳/۴	$r_1$
۰	۲۹/۶۹	۵/۹	$t_1$
۰	۳۳/۱۷۳	۶/۷	$r_2$
۰	۵۵/۹	۲/۳	$t_2$
۰	۱۹/۸۸	-۷/۳	$r_3$
۰	۳۷/۴۳	-۵/۶	$t_3$
۰/۱۱۴	۱/۶۱	-۰/۰۵	$r_4$
۰	۲۳/۹۶	-۰/۴	$t_4$
۰/۰۰۲	-۳/۲۸	-۰/۰۳	$r_1^2$
۰/۰۳	۲/۲۳۹	۰/۰۸	$t_1^2$
۰	-۶/۴۸۱	-۰/۰۶	$r_2^2$
۰/۳۷۳	-۰/۸۹۹	-۰/۰۳	$t_2^2$
۰/۰۰۲	۳/۳۴۶	۰/۰۳	$r_3^2$
۰/۷۲	۰/۳۶۱	۰/۰۰۳	$t_3^2$
۰/۱۰۵	-۱/۶۵۶	-۰/۰۱	$r_4^2$
۰/۸۵۸	-۰/۱۸	-۰/۰۰۶	$t_4^2$
۰/۱۸۴	-۱/۳۴۸	-۰/۰۳	$r_1 * t_1$
۰/۱۱۵	۱/۶۰۹	۰/۰۲	$r_1 * r_2$
۰/۱۳۵	۱/۵۲۱	۰/۰۴	$r_1 * t_2$
۰/۵۸۶	۰/۵۴۹	۰/۰۰۶	$r_1 * r_3$
۰/۷۱۹	۰/۳۶۲	۰/۰۰۹	$r_1 * t_3$
۰/۷۹۹	۰/۲۵۶	۰/۰۰۳	$r_1 * r_4$
۰/۳۰۵	-۱/۰۳۸	-۰/۰۲۵	$t_1 * r_2$
۰/۳۹	-۰/۸۶۹	-۰/۰۴	$t_1 * t_2$
۰/۹۵۳	-۰/۰۵۹	-۰/۰۰۱	$t_1 * r_3$
۰/۸۸۸	-۰/۱۴۱	-۰/۰۰۷	$t_1 * t_3$
۰/۸۷۳	۰/۱۶۱	۰/۰۰۸	$t_1 * t_4$
۰/۴۷۳	-۰/۷۲۳	-۰/۰۲	$r_2 * t_2$
۰/۱۱۳	۱/۶۱۵	۰/۰۲	$r_2 * r_3$
۰/۱۵۳	۱/۴۵۴	۰/۰۳	$r_2 * t_3$
۰/۷۶۲	۰/۳۰۴	۰/۰۰۷	$r_2 * t_4$

جدول ۶- نتایج بهینه‌سازی

متغیر بهینه سازی	مدل با 3 FB در هر قطب	مدل با 4 FB در هر قطب
$r_1$	۹۷/۳ میلی‌متر	۱۰۷/۵ میلی‌متر
$t_1$	۶/۱ میلی‌متر	۴/۵ میلی‌متر
$r_2$	۷۲/۶ میلی‌متر	۸۷/۳ میلی‌متر
$t_2$	۹/۹ میلی‌متر	۸/۲ میلی‌متر
$r_3$	۳۲/۱ میلی‌متر	۶۸/۳ میلی‌متر
$t_3$	۲۰/۲ میلی‌متر	۱۱/۳ میلی‌متر
$r_4$	-	۳۳/۸ میلی‌متر
$t_4$	-	۱۶/۴ میلی‌متر
مقدار گشتاور متوسط	۱۰۲/۷ نیوتن-متر	۱۰۸/۵ نیوتن-متر
مقدار ریپل گشتاور	۱۲/۸ نیوتن-متر	۱۳/۹ نیوتن-متر
مقدار ریپل گشتاور بر حسب درصد	۱۲/۴۶ درصد	۱۲/۸ درصد

مقدار بهینه برای پارامترهای بهینه‌سازی برای هر دو توپولوژی از SynRM باید طوری تعیین شوند که در وهله اول مقدار ریپل گشتاور مینیمم شود و در وهله دوم مقدار مناسبی نیز برای گشتاور متوسط تولیدی حاصل شود. جزئیات محاسبات در روابط (۱۰-۱۱) ارائه شده است. شرط لازم و کافی برای اینکه نقطه اکسترمم بدست آمده از حل دستگاه معادلات حاصل از مشتقات جزئی مرتبه اول به عنوان نقطه مینیمم پذیرفته شود این است که در آن نقطه اکسترمم، اندازه دترمینان ماتریس هسین (H) و مقدار مشتقات جزئی مرتبه دوم عددی مثبت باشد. همانطور که مشاهده می‌شود، نتایج بهینه بدست آمده از نرم افزار Minitab (جدول ۶) با نتایج تحلیلی حاصل از روابط (۱۰-۱۱) مطابقت کامل دارد. معادله گشتاور متوسط تولیدی برای هر دو توپولوژی از SynRM تحت بررسی در روابط (۱۲-۱۳) ارائه می‌شوند. همانطور که مشاهده می‌شود بر حسب اتفاق مدل های بهینه برای دو حالت 3 FB و 4 FB هر دو تقریباً دارای ریپل گشتاور مشابه بر حسب درصد هستند.

۰/۴۳۵	۰/۷۸۷	۰/۴	$t_1 * r_3$
۰/۷۷	۰/۲۹۴	۰/۳	$t_1 * t_3$
۰/۲۶۳	۱/۱۳۴	۰/۶	$t_1 * r_4$
۰/۴۶۳	۰/۷۴	۰/۸	$t_1 * t_4$
۰	۷/۸۲۳	۴/۲۴	$r_2 * t_2$
۰/۰۸۴	-۱/۷۶۹	-۰/۴۸	$r_2 * r_3$
۰/۰۰۴	۳/۰۴۸	۱/۶۵	$r_2 * t_3$
۰	-۷/۲۰۵	-۳/۹	$r_2 * t_4$
۰	-۱۳/۳۵۶	-۳/۶	$r_2 * r_4$
۰/۲۶۳	-۱/۱۳۵	۰/۶۱	$t_2 * r_3$
۰/۳۶۸	۰/۹۱	۰/۹۸	$t_2 * t_3$
۰/۶۸	۰/۴۱۶	۰/۴۵	$t_2 * t_4$
۰/۹۰۷	-۰/۱۱۸	-۰/۰۶	$t_2 * r_4$
۰/۰۰۷	۲/۸۳۷	۱/۵۳	$r_3 * t_3$
۰/۰۱۹	-۲/۴۳۱	-۲/۶	$t_3 * t_4$
۰	-۴/۳۵۷	-۲/۳	$t_3 * r_4$
۰/۵۹۱	۰/۵۴۱	۰/۲۹	$r_3 * t_4$
۰/۲۶۲	۱/۱۳۷	۰/۳	$r_3 * r_4$
۰	۳/۸۸۶	۲/۱	$r_4 * t_4$
$R^2 = 95.7\%$		$R^2(adj) = 91.5\%$	

لازم به ذکر است که شاخص p-value رابطه عکس با شاخص t-test دارد. شاخص  $R^2$  در جداول ۲-۵ نشان می‌دهد مدل درجه ۲ کامل ایجاد شده توسط RSM حداقل ۹۵ درصد می‌تواند تاثیر متغیرهای بهینه‌سازی را روی توابع هدف در نظر بگیرد. همان طور که برای هر مورد مشاهده می‌شود مقدار شاخص  $R^2(adj)$  از شاخص  $R^2$  کوچکتر است که علت آن وجود ترم‌های کم‌اهمیت‌تر در مدل درجه دوم کامل حاصل از RSM است.

نتایج بهینه‌سازی SynRM برای هر دو توپولوژی رتور حاصل از RSM با استفاده از نرم افزار Minitab در جدول ۶ ارائه شده‌اند. به عنوان یک راهکار دوم، برای هر دو توپولوژی 3 FB و 4 FB، معادله ریپل گشتاور بدست آمده از جداول ۳ و ۵ را مطابق روابط (۸-۹) در نظر بگیرید.

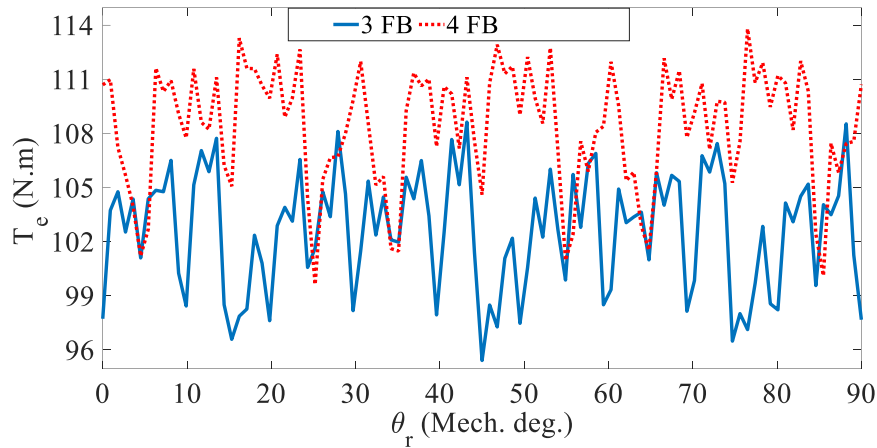
$$\begin{aligned}
 T_{r-3FB} = & 418032 - 3685.5 \times r_1 - 290.6 \times t_1 - 5498.2 \times r_2 - 29.8 \times t_2 - 1148.2 \times r_3 \\
 & - 1935.2 \times t_3 + 12.8 \times r_1^2 + 6.1 \times t_1^2 + 18.2 \times r_2^2 + 4.3 \times t_2^2 \\
 & + 9.6 \times r_3^2 + 19.2 \times t_3^2 + 8.8 \times r_1 \times t_1 + 20.5 \times r_1 \times r_2 + 1.1 \times r_1 \times t_2 \\
 & - 7.2 \times r_1 \times r_3 - 6 \times r_1 \times t_3 - 4.7 \times t_1 \times r_2 - 8.6 \times t_1 \times t_2 \\
 & - 4.2 \times t_1 \times r_3 - 3.7 \times t_1 \times t_3 - 3 \times r_2 \times t_2 + 15.6 \times r_2 \times r_3 \\
 & + 21 \times r_2 \times t_3 + 0.2 \times t_2 \times r_3 + 5.1 \times t_2 \times t_3 + 6 \times r_3 \times t_3
 \end{aligned} \tag{۸}$$

$$\begin{aligned}
 T_{r-4FB} = & 51394.4 - 64.3 \times t_1 - 295.3 \times r_1 - 449.9 \times t_2 - 674.6 \times r_2 - 297.2 \times t_3 \\
 & - 253.2 \times r_3 + 268.6 \times t_4 + 240.7 \times r_4 + 0.7 \times t_1^2 + 0.9 \times r_1^2 \\
 & + 5.5 \times t_2^2 + 3.9 \times r_2^2 + 3.2 \times t_3^2 + 1.8 \times r_3^2 + 3.5 \times t_4^2 + 2.1 \times r_4^2 \\
 & + 0.2 \times t_1 \times r_1 + 0.3 \times t_1 \times t_2 - 0.3 \times t_1 \times r_2 + 0.3 \times t_1 \times t_3 \\
 & + 0.4 \times t_1 \times r_3 + 0.8 \times t_1 \times t_4 + 0.6 \times t_1 \times r_4 + 0.13 \times r_1 \times t_2 \\
 & + 1.5 \times r_1 \times r_2 + 0.83 \times r_1 \times t_3 + 0.12 \times r_1 \times r_3 - 1.04 \times r_1 \times t_4 \\
 & - 0.92 \times r_1 \times r_4 + 4.24 \times t_2 \times r_2 + 0.98 \times t_2 \times t_3 - 0.6 \times t_2 \times r_3 \\
 & + 0.45 \times t_2 \times t_4 - 0.06 \times t_2 \times r_4 + 1.65 \times r_2 \times t_3 - 0.48 \times r_2 \times r_3 \\
 & - 3.9 \times r_2 \times t_4 - 3.6 \times r_2 \times r_4 + 1.53 \times t_3 \times r_3 - 2.6 \times t_3 \times t_4 \\
 & - 2.3 \times t_3 \times r_4 + 0.29 \times r_3 \times t_4 + 0.3 \times r_3 \times r_4 + 2.1 \times t_4 \times r_4
 \end{aligned} \tag{۹}$$

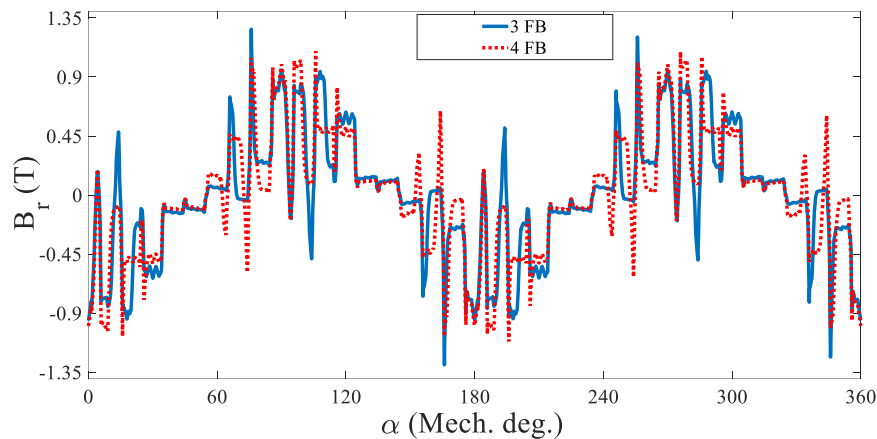
$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial T_{r-3FB}}{\partial t_1} &= 0 \\ \frac{\partial T_{r-3FB}}{\partial r_1} &= 0 \\ \frac{\partial T_{r-3FB}}{\partial t_2} &= 0 \\ \frac{\partial T_{r-3FB}}{\partial r_2} &= 0 \\ \frac{\partial T_{r-3FB}}{\partial t_3} &= 0 \\ \frac{\partial T_{r-3FB}}{\partial r_3} &= 0 \end{aligned} \right. \rightarrow \left\{ \begin{aligned} t_1 &= 6.08 \text{ (mm)} \\ r_1 &= 97.3 \text{ (mm)} \\ t_2 &= 9.93 \text{ (mm)} \\ r_2 &= 72.63 \text{ (mm)} \\ t_3 &= 20.19 \text{ (mm)} \\ r_3 &= 32.13 \text{ (mm)} \end{aligned} \right. \rightarrow \left\{ \begin{aligned} \det(H) &> 0 \\ \frac{\partial^2 T_{r-3FB}}{\partial t_1^2}, \frac{\partial^2 T_{r-3FB}}{\partial r_1^2}, \dots, \frac{\partial^2 T_{r-3FB}}{\partial t_3^2}, \frac{\partial^2 T_{r-3FB}}{\partial r_3^2} &> 0 \\ T_{r-3FB} &= 12.79 \text{ (N.m)} \\ T_{ave-3FB} &= 102.7 \text{ (N.m)} \end{aligned} \right. \tag{۱۰}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial T_{r-4FB}}{\partial t_1} &= 0 \\ \frac{\partial T_{r-4FB}}{\partial r_1} &= 0 \\ \frac{\partial T_{r-4FB}}{\partial t_2} &= 0 \\ \frac{\partial T_{r-4FB}}{\partial r_2} &= 0 \\ \frac{\partial T_{r-4FB}}{\partial t_3} &= 0 \\ \frac{\partial T_{r-4FB}}{\partial r_3} &= 0 \\ \frac{\partial T_{r-4FB}}{\partial t_4} &= 0 \\ \frac{\partial T_{r-4FB}}{\partial r_4} &= 0 \end{aligned} \right. \rightarrow \left\{ \begin{aligned} t_1 &= 4.52 \text{ (mm)} \\ r_1 &= 107.58 \text{ (mm)} \\ t_2 &= 8.18 \text{ (mm)} \\ r_2 &= 87.33 \text{ (mm)} \\ t_3 &= 11.33 \text{ (mm)} \\ r_3 &= 68.29 \text{ (mm)} \\ t_4 &= 16.4 \text{ (mm)} \\ r_4 &= 33.84 \text{ (mm)} \end{aligned} \right. \rightarrow \left\{ \begin{aligned} \det(H) &> 0 \\ \frac{\partial^2 T_{r-4FB}}{\partial t_1^2}, \frac{\partial^2 T_{r-4FB}}{\partial r_1^2}, \dots, \frac{\partial^2 T_{r-4FB}}{\partial t_4^2}, \frac{\partial^2 T_{r-4FB}}{\partial r_4^2} &> 0 \\ T_{r-4FB} &= 13.96 \text{ (N.m)} \\ T_{ave-4FB} &= 108.46 \text{ (N.m)} \end{aligned} \right. \tag{۱۱}$$

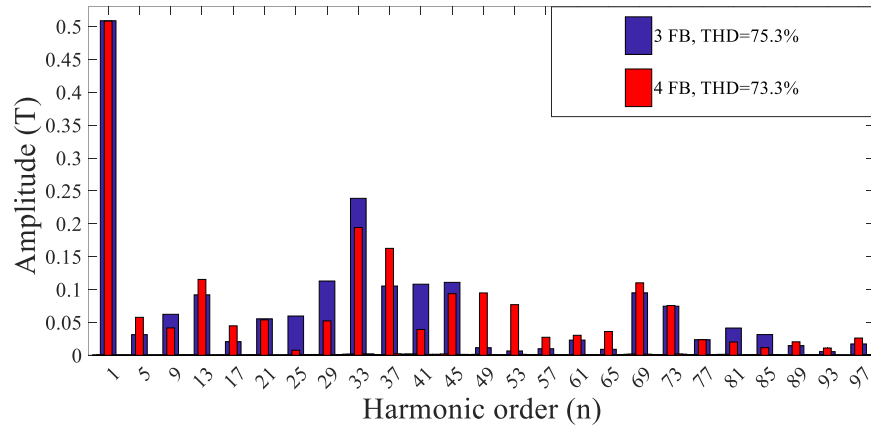




شکل ۴- نتایج گشتاور الکترومغناطیسی حاصل از مدل‌های بهینه



الف) توزیع مکانی



ب) محتوای هارمونیک

شکل ۵- مولفه شعاعی چگالی شار مغناطیسی فاصله هوایی حاصل از مدل‌های بهینه

بنابراین می‌توان ادعا کرد که در نقاط بهینه بدست آمده برای هر دو توپولوژی، همزمان با کاهش ریبیل گشتاور، سطح گشتاور متوسط نیز حفظ شده است. نتایج بهینه گشتاور الکترومغناطیسی بدست آمده از توپولوژی‌های 3 FB و 4 FB در شکل (۴) نشان داده می‌شوند. در خصوص مولفه اصلی (شعاعی) چگالی شار مغناطیسی فاصله هوایی، نتایج حاصل از مدل‌های بهینه در شکل (۵) و برای یک نقطه کار

همچنین همانطور که انتظار می‌رفت گشتاور متوسط تولیدی توسط مدل 4 FB مقداری بیشتر از گشتاور متوسط تولیدی توسط مدل 3 FB است. برای هر دو توپولوژی 3 FB و 4 FB، در مقایسه با نتایج بدست آمده از آزمایشات طراحی و انجام شده

$$\left( \begin{array}{l} 90(N.m) \leq T_{ave-3FB} \leq 109(N.m) \\ 105(N.m) \leq T_{ave-4FB} \leq 112(N.m) \end{array} \right)$$

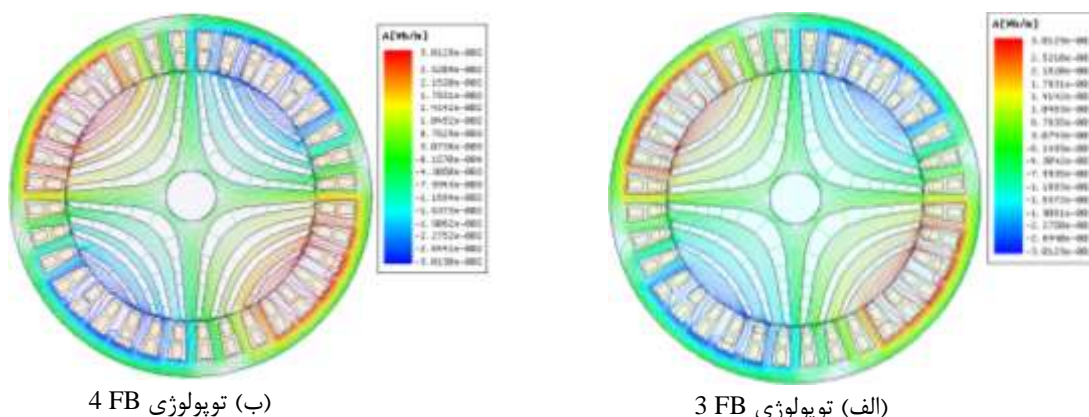
مقدار مناسبی برای گشتاور متوسط نیز بدست آمده است.

آمده است و مقدار ریپل گشتاور علاوه بر محتوای هارمونیک شار مغناطیسی فاصله هوایی به تغییرات رلوکتانس فاصله هوایی نیز بستگی دارد. برای هر دو توپولوژی بهینه بدست آمده، توزیع خطوط شار مغناطیسی و توزیع چگالی شار مغناطیسی برای یک نقطه کار نوعی در شکل های (۶) و (۷) نشان داده می شوند.

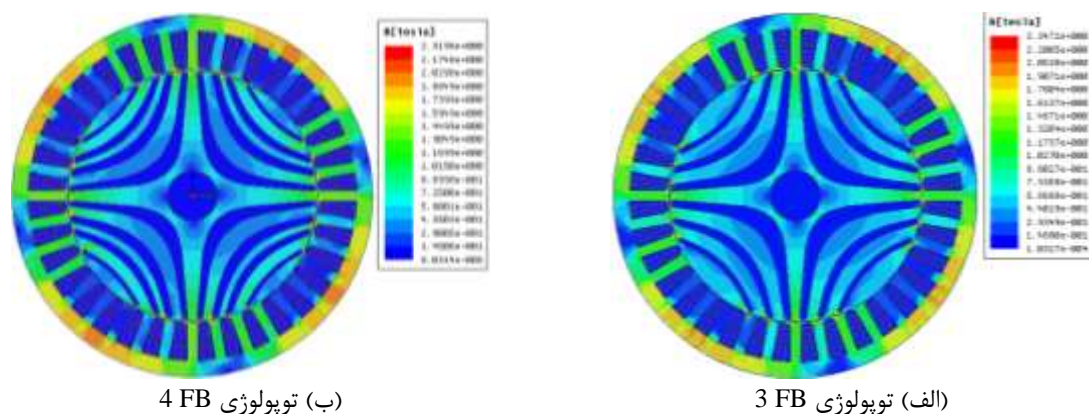
نوعی برحسب توزیع مکانی و محتوای هارمونیک مقایسه می‌شوند. میزان ریپل مشاهده شده در نتایج حاکی از تاثیر توپولوژی پیچیده SynRM روی محتوای هارمونیک چگالی شار مغناطیسی فاصله هوایی است. لازم به ذکر است که برای تمام آزمایش‌های انجام شده در فرآیند بهینه‌سازی، مقدار اعوجاج هارمونیک کل (THD) چگالی شار مغناطیسی فاصله هوایی عددی بالای ۵۰ درصد

$$T_{ave-3FB} = -600.1 - 9.5 \times r_1 - 17.3 \times t_1 + 31.9 \times r_2 + 8.6 \times t_2 + 2.1 \times r_3 - 3.9 \times t_3 + 0.02 \times r_1^2 + 0.1 \times t_1^2 - 0.2 \times r_2^2 - 0.1 \times t_2^2 - 0.1 \times r_3^2 + 0.2 \times t_3^2 + 0.3 \times r_1 \times t_1 + 0.03 \times r_1 \times r_2 + 0.13 \times r_1 \times t_2 + 0.01 \times r_1 \times r_3 - 0.03 \times r_1 \times t_3 - 0.1 \times t_1 \times r_2 + 0.02 \times t_1 \times t_2 - 0.06 \times t_1 \times r_3 - 0.01 \times t_1 \times t_3 - 0.2 \times r_2 \times t_2 + 0.003 \times r_2 \times r_3 - 0.05 \times r_2 \times t_3 + 0.02 \times t_2 \times r_3 - 0.07 \times t_2 \times t_3 + 0.13 \times r_3 \times t_3 \quad (12)$$

$$T_{ave-4FB} = -124.1 + 5.9 \times t_1 + 3.4 \times r_1 + 2.3 \times t_2 + 6.7 \times r_2 - 5.6 \times t_3 - 7.3 \times r_3 - 0.4 \times t_4 - 0.05 \times r_4 + 0.08 \times t_1^2 - 0.03 \times r_1^2 - 0.03 \times t_2^2 - 0.06 \times r_2^2 + 0.01 \times t_3^2 + 0.03 \times r_3^2 - 0.006 \times t_4^2 - 0.01 \times r_4^2 - 0.03 \times t_1 \times r_1 - 0.04 \times t_1 \times t_2 - 0.025 \times t_1 \times r_2 - 0.007 \times t_1 \times t_3 - 0.001 \times t_1 \times r_3 + 0.008 \times t_1 \times t_4 + 0.04 \times r_1 \times t_2 + 0.02 \times r_1 \times r_2 + 0.009 \times r_1 \times t_3 + 0.006 \times r_1 \times r_3 + 0.003 \times r_1 \times r_4 - 0.02 \times t_2 \times r_2 - 0.04 \times t_2 \times t_3 - 0.03 \times t_2 \times r_3 - 0.003 \times t_2 \times t_4 - 0.007 \times t_2 \times r_4 + 0.03 \times r_2 \times t_3 + 0.02 \times r_2 \times r_3 + 0.007 \times r_2 \times t_4 + 0.004 \times r_2 \times r_4 + 0.045 \times t_3 \times r_3 - 0.02 \times t_3 \times t_4 - 0.01 \times t_3 \times r_4 + 0.02 \times r_3 \times t_4 + 0.01 \times r_3 \times r_4 - 0.02 \times t_4 \times r_4 \quad (13)$$



شکل ۶- توزیع خطوط شار مغناطیسی



شکل ۷- توزیع چگالی شار مغناطیسی

## ۵- نتیجه گیری

در این مقاله، با توجه به تجربیات قبلی در خصوص طراحی SynRM ها و تاثیر چشمگیر توپولوژی رتور روی کیفیت گشتاور الکترومغناطیسی تولیدی، فرآیند بهینه‌سازی رتور صرفاً برای توپولوژی‌های رتور با 4 FB و 3 FB در هر قطب با استفاده از RSM انجام شد. به منظور انطباق هر چه بیشتر با مسیر خطوط شار مغناطیسی، فرم FB ها به صورت هذلولی انتخاب شد. با توجه تاثیر محسوس ضخامت و موقعیت شعاعی FB ها در ناحیه میانی‌شان به ترتیب روی مقدار متوسط و ریپل گشتاور الکترومغناطیسی تولیدی، این پارامترها به عنوان متغیرهای بهینه‌سازی در RSM انتخاب شدند. در RSM با ایجاد یک مدل مرتبه دوم کامل برای هر یک از توابع هدف، تاثیر ترم‌های ثابت، خطی و درجه دوم (اثرات متقابل پارامترها) روی توابع هدف (گشتاور متوسط و ریپل گشتاور) بررسی شد و این نتیجه حاصل شد که ترم‌های ثابت و خطی تاثیر بیشتری روی مقدار متوسط و ریپل گشتاور دارند. با وجود بالا بودن تعداد متغیرها و گسترده بودن بازه تغییراتشان، با استفاده از RSM نتایج بهینه خیلی خوبی برای هر دو توپولوژی حاصل شد به این صورت که با حفظ گشتاور متوسط تولیدی، میزان ریپل آن تا حد ۱۲ الی ۱۳ درصد کاهش یافت.

## مراجع

- [1] B. Tawfiq, Kotb, Mohamed N. Ibrahim, E. E. El-Kholy, and Peter Sergeant. "Performance improvement of existing three phase synchronous reluctance machine: stator upgrading to 5-phase with combined star-pentagon winding." IEEE ACCESS 8, (2020): 143569-143583.
- [2] Zhang, Shiwei, Hongming Zhang, Chengcheng Liu, Youhua Wang, and Jianguo Zhu. "Design optimization of a synchronous reluctance machine by using the combined topology-normalized shape method." IEEE Transactions on Magnetism 60, no. 3 (2024).
- [3] Brun, O., O. Chadebec, P. Ferrouillat, I. Niyonzima, Z. Luo, and Y. Le Floch. "A level-set-based topology optimization for maximizing the torque of synchronous reluctance machines." IEEE Transactions on Magnetism 60, no. 3 (2024).
- [4] Farhadian, Moein, Mehdi Moallem, and Babak Fahimi. "Multimodal optimization algorithm for torque ripple reduction in synchronous reluctance motors." IEEE ACCESS 10, (2022): 26628 - 26636.
- [5] Zheng, Yeming, Yawei Wang, Dayi Li, Xuan Li, Chen Zhang, and Ronghai Qu. "A torque ripple reduction method for the synchronous reluctance machines with mirror asymmetric rotor laminations." IEEE Transactions on Industrial Electronics 72, no. 10 (2025): 10497-10507.
- [6] Zhang, Shiwei, Chengcheng Liu, Youhua Wang, Feng Niu, Gang Lei, and Jianguo Zhu. "Shape design optimization and comparative analysis of a novel synchronous reluctance machine with grain-oriented silicon steel." IEEE Transactions on Magnetism 60, no. 9 (2024).
- [7] Rajabi Moghaddam, Reza, and Freddy Gyllensten. "Novel high-performance SynRM design method: An easy approach for a complicated rotor topology." IEEE Transactions on Industrial Electronics 61, no. 9 (2014): 5058-5065.

## تقدیر و تشکر

بدین وسیله از مجموعه دانشگاه لرستان به خاطر حمایت از نویسندگان کمال تشکر و سپاس را دارم.

## تعارض منافع

نویسندگان اعلام می کنند که در مورد انتشار این مقاله تعارض منافع وجود ندارد.

## تاییدیه اخلاقی

نویسندگان متعهد می شوند که مطالب این مقاله را در هیچ مجله دیگری به چاپ نرسانده اند.

## مشارکت های نویسندگان

**فرهاد رضائی علم:** مرور مقالات گذشته، انجام شبیه سازی های تحلیلی، تحلیل نتایج، و نگارش مقاله  
**عباس نظری مراشی:** انجام شبیه سازی های عددی، و کمک در نگارش مقاله

## منابع مالی

منابع مالی مورد نیاز توسط دانشگاه لرستان تامین شده است.

- [8] He, Tingke, Yawei Wang, Mingyang Bao, Junhao Li, Siyuan Feng, and Ronghai Qu. "Design and validation of a high-efficiency synchronous reluctance motor." *IEEE Transactions on Industry Application* 61, no. 3 (2025): 3711-3722.
- [9] Tassarolo, Alberto. "Modeling and analysis of synchronous reluctance machines with circular flux barriers through conformal mapping." *IEEE Transactions on Magnetics* 51, no. 4 (2015).
- [10] Farhadian, Moein, Mehdi Moallem, Babak Fahimi, Behzad Mirzaeian Dehkordi, and Mehdi Sahebzamani. "Alternate rotor design for line-start synchronous reluctance motor with minimum use of copper." *IEEE ACCESS* 12, (2023): 73-84.
- [11] Mari, Simone, Andrea Credo, Giovanni Bucci, Fabrizio Ciancetta, Edoardo Fiorucci, Andrea Fioravanti, Ilya Petrov, and Juha Pyrhönen. "A methodology for inductance measurement and uncertainty propagation in synchronous motors under magnetic saturation effects." *IEEE Transactions on Instrumentation Measurement* 74, (2025).
- [12] Jie Wan, Wen, Ze-Cheng Li, Jin-Ping Lu, Yunchong Wang, Dan Shi, and Jian-Xin Shen. "Fast design methodology for synchronous reluctance machine rotor with circular flux barriers." *IEEE Transactions on Industry Applications* 61, no. 5 (2025): 6951-6961.
- [13] Korman, Oğuz, Mauro Di Nardo, Michele Degano, and Chris Gerada. "A novel flux barrier parametrization for synchronous reluctance machines." *IEEE Transactions on Energy Conversion* 37, no. 1 (2022): 675–684.
- [14] B. Tawfiq, Kotb, Mohamed N. Ibrahim, E. E. EL-Kholy, and Peter Sergeant. "Performance analysis of a rewound multiphase synchronous reluctance machine." *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics* 10, no. 1 (2022): 297-309.
- [15] Bacco, Giacomo, Nicola Bianchi, and Hanafy Mahmoud. "A nonlinear analytical model for the rapid prediction of the torque of synchronous reluctance machines." *IEEE Transactions on Energy Conversion* 33, no. 3 (2018): 1539-1546.
- [16] Usman Naseer, Muhammad, Ants Kallaste, Bilal Asad, Toomas Vaimann, and Anton Rassõlkin. "Modified winding function analysis of synchronous reluctance motor for design iteration purposes." *IEEE Transactions on Magnetics* 58, no. 9 (2022).
- [17] Farhadian, Moein, Mehdi Moallem, and Babak Fahimi. "Analytical calculation of magnetic field components in synchronous reluctance machine accounting for rotor flux barriers using combined conformal mapping and magnetic equivalent circuit methods." *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 505, (2020).
- [18] Liu, Jinpeng, Xiuhe Wang, Wenliang Zhao, Zezhi Xing, and Han Zhou. "An enhanced hybrid subdomain method toward electromagnetic-thermal performance analysis of synchronous reluctance motor." *IEEE Transactions on Transportation Electrification* 11, no. 1 (2025): 2851–2865.
- [19] F. Cupertino, G. Pellegrino, and C. Gerada. "Design of synchronous reluctance motors with multiobjective optimization algorithms." *IEEE Transactions on Industry Applications* 50, no. 6 (2014): 3617–3627.
- [20] Montgomery DC. "Design and analysis of experiments", 2nd edition New York: Wiley; 1984.