



Semnan University

# Journal of Modeling in Engineering

Journal homepage: <https://modelling.semnan.ac.ir/>

ISSN: 2783-2538



## Research Article

# Investigation of Temperature-Dependent Parameters Effect on Thermal Fin Performance Using the Response Surface Methodology

Navid Ahadi-Jomairan <sup>a</sup>, Amir Heydari <sup>a,\*</sup>, Fahimeh Hooriabad Saboor <sup>a</sup>, Ali Nematollahzadeh <sup>a</sup>

<sup>a</sup> Department of Chemical Engineering, Faculty of Engineering, University of Mohaghegh Ardabili, Ardabil, Iran

## PAPER INFO

### Paper history:

Received: 2025-01-27

Revised: 2025-06-02

Accepted: 2025-06-23

### Keywords:

Thermal fin;  
Response surface methodology;  
Thermal conductivity;  
Heat transfer coefficient;  
Temperature dependency;  
Fin efficiency.

## ABSTRACT

Thermal fins, as one of the key components in enhancing the performance of heat transfer systems, play a vital role in various industries. This study investigates the effects of key dimensionless, temperature-dependent parameters, including the thermo-geometric parameter  $M$ , which represents the ratio of convective to conductive heat transfer, as well as the heat transfer coefficient exponent  $n$ , and the thermal conductivity exponent  $\beta$  on the thermal efficiency of fins. These parameters were defined to nondimensionalize the available analytical solutions in the literature. To achieve this, Response Surface Methodology (RSM) was employed as an advanced statistical and modeling tool. A full factorial design with six levels for each parameter was used. The proposed model demonstrated excellent predictive accuracy, with an  $R^2$  value of 0.990 and a p-value  $< 0.0001$ . Results revealed that increasing the parameter  $M$  decreases thermal efficiency due to enhanced convective losses and localized temperature gradients. Similarly, higher values of  $n$  lead to efficiency reduction by concentrating heat transfer in hotter regions of the fin. Conversely, variations in  $\beta$  showed a smaller effect on overall performance but contributed to a more uniform temperature distribution. The use of the response surface method not only reduces the computational cost, but also allows for rapid and accurate analysis of complex conditions. The results of this research can be used as an effective guide for the optimal design of fins in the heat transfer industries.

DOI: <https://doi.org/10.22075/jme.2025.36715.2802>

© 2026 Published by Semnan University Press.

This is an open access article under the CC-BY 4.0 license. (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

\* Corresponding author.

E-mail address: [heydari@uma.ac.ir](mailto:heydari@uma.ac.ir)

## How to cite this article:

N. Ahadi-Jomairan, A. Heydari, F. Hooriabad Saboor and A. Nematollahzadeh, "Investigation of Temperature-Dependent Parameters Effect on Thermal Fin Performance Using the Response Surface Methodology," Journal of Modeling in Engineering, 24 84 (2026): 253-264, doi: 10.22075/jme.2025.36715.2802

## بررسی تأثیر پارامترهای وابسته به دما بر عملکرد پره حرارتی با استفاده از روش سطح پاسخ

نوید احدی جمایران<sup>۱</sup>، امیر حیدری<sup>۱\*</sup>، فهیمه حوری آباد صبورا<sup>۱</sup>، علی نعمت‌اله زاده<sup>۱</sup>

اطلاعات مقاله	چکیده
دریافت مقاله: ۱۴۰۳/۱۱/۰۸	<p>پره‌های حرارتی، به‌عنوان یکی از اجزای کلیدی در بهبود عملکرد سیستم‌های انتقال حرارت، نقشی حیاتی در صنایع مختلف ایفا می‌کنند. این پژوهش با هدف بررسی تأثیر پارامترهای بدون بعد وابسته به دما، از جمله، پارامتر ترمو-هندسی <math>M</math> به‌عنوان نسبت انتقال حرارت جابجایی به هدایت حرارتی و همچنین اثر هندسی پره، نمای وابستگی ضریب انتقال حرارت <math>n</math> و نمای وابستگی هدایت حرارتی <math>\beta</math> بر بازده حرارتی انجام شده است. این پارامترها به منظور بدون بعد سازی پاسخ تحلیلی موجود در منابع تعریف شده‌اند. برای این منظور، از روش سطح پاسخ (RSM) به‌عنوان یک ابزار آماری پیشرفته و مدل‌سازی دقیق استفاده شد. برای هر یک از پارامترها، ۶ سطح به صورت فول فاکتوریل در نظر گرفته شد. نتایج نشان داد که مدل ارائه‌شده با ضریب تعیین <math>R^2</math> برابر با ۰/۹۹۰ و <math>p\text{-value} &lt; ۰/۰۰۰۱</math> از دقت بسیار بالایی در پیش‌بینی رفتار سیستم برخوردار است. نتایج نشان داد که افزایش پارامتر <math>M</math> منجر به کاهش بازده حرارتی می‌شود، زیرا افزایش نرخ انتقال حرارت جابجایی، تمرکز دما را در بخش‌هایی از پره تشدید می‌کند. افزایش پارامتر <math>n</math> با تمرکز نرخ انتقال حرارت در نواحی گرم‌تر پره، بازده کلی را کاهش می‌دهد. در مقابل، تغییرات پارامتر <math>\beta</math> تأثیر کمتری بر عملکرد کلی پره دارد اما می‌تواند به یکنواخت‌تر شدن توزیع دما کمک کند. استفاده از روش سطح پاسخ نه تنها هزینه محاسباتی را کاهش می‌دهد، بلکه امکان تحلیل سریع و دقیق شرایط پیچیده را فراهم می‌کند. نتایج این تحقیق می‌توانند به‌عنوان راهنمایی مؤثر برای طراحی بهینه پره‌ها در صنایع انتقال حرارت و انرژی استفاده شوند.</p>
بازنگری مقاله: ۱۴۰۴/۰۳/۱۲	
پذیرش مقاله: ۱۴۰۴/۰۴/۰۲	
<h3>واژگان کلیدی:</h3> <p>پره حرارتی، روش سطح پاسخ، ضریب هدایت حرارتی، ضریب انتقال حرارت، وابستگی دمایی، کارایی پره.</p>	
<p>DOI: <a href="https://doi.org/10.22075/jme.2025.36715.2802">https://doi.org/10.22075/jme.2025.36715.2802</a></p> <p>© 2026 Published by Semnan University Press. This is an open access article under the CC-BY 4.0 license. (<a href="https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/">https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/</a>)</p>	

### ۱- مقدمه

انتقال حرارت به‌عنوان یکی از پدیده‌های بنیادین در علوم مهندسی و کاربردی، نقش مهمی در طراحی و کارایی بسیاری از سیستم‌های حرارتی ایفا می‌کند [۱، ۲]. در طی دهه‌های گذشته، پژوهش‌های گسترده‌ای برای بهینه‌سازی و تحلیل فرآیندهای انتقال حرارت صورت گرفته است [۳]. پره‌ها (Fins) به‌عنوان یکی از اجزای کلیدی در سیستم‌های حرارتی، در بهبود انتقال حرارت کاربرد گسترده‌ای دارند. وظیفه اصلی پره‌ها افزایش سطح تماس با محیط اطراف

برای تسهیل انتقال حرارت است. این ویژگی باعث شده است که پره‌ها به‌طور گسترده در سیستم‌هایی مانند تهویه مطبوع، موتورهای هوایی، خطوط انتقال حرارتی، خنک‌سازی پردازنده‌های کامپیوتری و تبرید مورد استفاده قرار گیرند [۴-۶].

تحلیل رفتار حرارتی پره‌ها نیازمند درک دقیق از دینامیک انتقال حرارت و عوامل مؤثر بر آن است. در شرایطی که هدایت حرارتی و ضریب انتقال حرارت در طول پره ثابت فرض شوند، معادلات حاکم معمولاً به‌صورت تحلیلی قابل

\* پست الکترونیک نویسنده مسئول: heydari@uma.ac.ir

۱. گروه مهندسی شیمی، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه محقق اردبیلی، اردبیل، ایران

استناد به این مقاله:

نوید احدی جمایران، امیر حیدری، فهیمه حوری آباد صبورا و علی نعمت‌اله زاده، "بررسی تأثیر پارامترهای وابسته به دما بر عملکرد پره حرارتی با استفاده از روش سطح پاسخ"، مدل سازی در مهندسی، ۲۴ (۱۴۰۵): ۲۴۴-۲۵۳، doi: 10.22075/jme.2025.36715.2802

می‌تواند منجر به کاهش هزینه‌ها و افزایش کارایی سیستم شود. استفاده از RSM پس از انجام محاسبات پیچیده با DTM مزایای قابل توجهی دارد. در حالی که DTM می‌تواند روابط پیچیده‌ای را برای مدل‌های غیرخطی ایجاد کند، RSM این روابط را به مدل‌های ساده‌تر و قابل تفسیر تبدیل می‌کند که امکان تحلیل سریع‌تر و دقیق‌تر را فراهم می‌آورد. این روش معمولاً روابط خطی یا چندجمله‌ای تولید می‌کند که به راحتی می‌توان تأثیر تغییرات پارامترها را بر خروجی سیستم بررسی کرد. همچنین، RSM به تحلیل حساسیت و بهینه‌سازی کمک می‌کند، زیرا روابط به دست آمده ساده‌تر هستند و به سرعت می‌توانند به عنوان ابزارهایی برای بهینه‌سازی استفاده شوند. از آنجایی که با استفاده از RSM نتایج را به صورت گرافیکی نیز می‌توان نمایش داد، تحلیل‌های بصری و درک رفتار سیستم را بسیار آسان‌تر می‌کند. چیانگ و همکاران با تأکید بر RSM به بررسی و بهینه‌سازی اثر پارامترهای طراحی سینک حرارتی پره بر مقاومت حرارتی و افت فشار پرداختند [۱۱]. حسین با استفاده از RSM و تحلیل دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)، به بهینه‌سازی چندهدفه طراحی لوله داخلی مجهز به پره‌های داخلی پرداخت و تأثیر ارتفاع، عرض و تعداد پره‌ها را بر انتقال حرارت و ضریب اصطکاک بررسی کرد [۱۲]. همچنین RSM نقش مهمی در بهینه‌سازی طراحی هیت‌سینک‌ها [۱۳] و استخراج روابط صریح از معادله کلبوک دارد که برای محاسبه ضریب اصطکاک در جریان‌های آشفته در لوله‌ها استفاده می‌شود [۱۴].

هدف از این مقاله استفاده از روش سطح پاسخ برای تحلیل و بررسی پارامترهای مؤثر بر کارایی در پره‌ها است. در این پژوهش، تأثیر عوامل مهمی نظیر هدایت حرارتی، ضریب انتقال حرارت و هندسه پره بر توزیع دما و بازده حرارتی بررسی می‌شود. نتایج حاصل می‌تواند به عنوان مبنایی برای طراحی بهینه پره‌ها و سیستم‌های حرارتی استفاده شود.

## ۲- مواد و روش‌ها

### ۲-۱- معادلات انتقال حرارت در پره و تعریف مساله

پره موجود در این مساله در شکل (۱) نشان داده شده است. این پره به صورت یک‌بعدی مستقیم با مساحت مقطع ثابت  $A_c$  است. محیط پره  $P$  و طول آن  $L$  است که به یک سطح

حل هستند. اما در بسیاری از کاربردهای واقعی، این فرضیات پاسخگوی نیازهای طراحی نیستند. به عنوان مثال، زمانی که اختلاف دما در طول پره زیاد باشد، هدایت حرارتی و ضریب انتقال حرارت به صورت توابعی وابسته به دما تعریف می‌شوند. این تغییرات منجر به غیرخطی شدن معادلات حاکم می‌شوند و حل آن‌ها به روش‌های تحلیلی پیچیده یا حتی غیرممکن می‌شود [۷]. برای بررسی رفتار پره‌ها در شرایط غیرخطی، روش‌های متنوعی توسعه یافته‌اند. این روش‌ها به دو دسته کلی تقسیم می‌شوند: روش‌های عددی و روش‌های نیمه‌تحلیلی. روش‌های عددی مانند روش اجزای محدود<sup>۲</sup> (FEM) و روش تفاضل محدود<sup>۳</sup> (FDM) امکان شبیه‌سازی مسائل پیچیده را فراهم می‌کنند [۸]. از سوی دیگر، روش‌های نیمه‌تحلیلی نظیر روش تحلیل هموتوبی<sup>۴</sup> (HAM)، و روش تبدیل دیفرانسیلی<sup>۵</sup> (DTM) در حل معادلات غیرخطی پره‌ها مورد استفاده قرار گرفته‌اند [۹، ۱۰]. هر یک از این روش‌ها مزایا و محدودیت‌هایی دارند و انتخاب روش مناسب به پیچیدگی مسئله و دقت مورد نظر بستگی دارد.

به‌طور خاص، روش‌های نیمه‌تحلیلی امکان استخراج روابط ریاضی ساده‌تر و همچنین بررسی تأثیر پارامترهای مختلف بر رفتار پره‌ها را فراهم می‌کنند. برای مثال، تحقیقات نشان داده است که روش‌های HAM و DTM می‌توانند توزیع دمای دقیق‌تری در مقایسه با روش‌های عددی ارائه دهند، به‌ویژه زمانی که هدایت حرارتی و ضریب انتقال حرارت به صورت توابعی غیرخطی از دما تعریف شوند.

روش سطح پاسخ<sup>۶</sup> (RSM) به عنوان یکی از تکنیک‌های پیشرفته در تحلیل فرآیندها، ابزاری قدرتمند برای بررسی تأثیر متغیرهای مختلف و تعاملات آن‌ها بر کارایی سیستم‌های حرارتی است. این روش با ترکیب داده‌های تجربی یا عددی و مدل‌سازی آماری، امکان تحلیل سیستم‌های پیچیده و شناسایی شرایط بهینه را فراهم می‌کند. در مسائل مرتبط با پره‌ها، روش سطح پاسخ می‌تواند نقش مؤثری در تعیین تأثیر پارامترهایی نظیر هدایت حرارتی، ضریب انتقال حرارت و هندسه پره بر بازده حرارتی ایفا کند [۱۱]. از آنجا که پره‌ها معمولاً در شرایطی با تغییرات دمایی و شرایط مرزی پیچیده کار می‌کنند، استفاده از RSM برای بهینه‌سازی طراحی و کارایی آن‌ها

<sup>۵</sup> Differential Transformation Method

<sup>۶</sup> Response Surface Methodology

<sup>۲</sup> Finite Element Method

<sup>۳</sup> Finite Difference Method

<sup>۴</sup> Homotopy Analysis Method

می‌کند.

معادله انرژی (۱) پس از بی‌بعد سازی به صورت رابطه (۴) حاصل می‌شود [۷، ۹].

$$\frac{d}{dx} \left[ \theta^\beta \frac{d\theta}{dx} \right] - M^2 \theta^{n+1} = 0, \quad 0 \leq x \leq 1 \quad (4)$$

که در آن

$$M^2 = \frac{h_b P L^2}{K_b A}, \quad x = \frac{X}{L}, \quad \theta = \frac{T - T_a}{T_b - T_a} \quad (5)$$

$M$  پارامتر ترمو-هندسی که یک پارامتر ترکیبی است که هم خواص ماده و هم هندسه پره را دربرمی‌گیرد،  $x$  طول بدون بعد، یعنی نسبت مکان هندسی هر نقطه روی پره به طول پره و  $\theta$  دمای بدون بعد، یعنی نسبت اختلاف دمای پره به دمای محیط به اختلاف دمای پایه‌ی پره با دمای محیط است.

با توجه به فرضیات مساله، شرایط مرزی بدون بعد به صورت رابطه (۶) حاصل می‌شود.

$$\begin{aligned} \theta'(0) &= 0 && \text{نوک پره (آدیاباتیک)} \\ \theta(1) &= 1 && \text{پایه پره (برابر با دمای پایه)} \end{aligned} \quad (6)$$

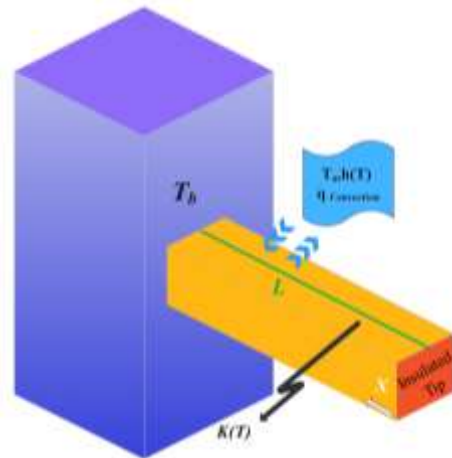
مسیب‌زاده و همکاران [۱۷] شرایط مرزی را به صورت رابطه (۷) تغییر دادند و با استفاده از روش DTM و سری تیلور حل کردند و پاسخ به صورت رابطه (۸) حاصل شد.

$$\left\{ \begin{aligned} \theta'(0) &= 0 \\ \theta(1) &= 1 \end{aligned} \right. \rightarrow \left\{ \begin{aligned} \Theta(0) &= a \\ \Theta(1) &= 1 \end{aligned} \right. \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \Theta(2) &= \frac{M^2}{2} a^{n-\beta+1} \\ \Theta(3) &= 0 \\ \Theta(4) &= M^2 a^{2(n-\beta)+1} \left( \frac{n}{24} - \frac{\beta}{8} + \frac{1}{24} \right) \\ \Theta(5) &= 0 \\ \Theta(6) &= M^6 a^{3(n-\beta)+1} \times \\ & \left( \frac{1}{24} \beta^2 - \frac{1}{40} \beta n - \frac{1}{240} \beta + \frac{1}{180} n^2 + \right. \\ & \left. \frac{1}{144} n + \frac{1}{720} \right) \\ \Theta(7) &= 0 \\ \Theta(8) &= M^8 a^{4(n-\beta)+1} \times \\ & \left( -\frac{1}{44} \beta^3 + \frac{89}{6720} \beta^2 n - \frac{67}{13440} \beta^2 - \frac{1}{192} \beta n^2 \right. \\ & \left. - \frac{11}{6720} \beta n - \frac{11}{6720} \beta + \frac{17}{20160} n^3 + \frac{13}{13440} n^2 \right. \\ & \left. + \frac{1}{6720} n + \frac{1}{40320} \right) \\ \Theta(9) &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

که در نهایت، پارامتر نامعلوم  $a$  می‌تواند از شرایط مرزی در  $x=1$  تعیین حاصل شود.

پایه با دمای  $T_b$  متصل و به داخل یک سیال با دمای  $T_a$  گسترش یافته است. فرض شده است که انتقال حرارت جزئی از طریق نوک پره قابل صرف نظر است.



شکل ۱- شماتیک پره با انتقال حرارت جابجایی با نوک عایق معادله تعادل حرارتی پایا و یک‌بعدی به صورت رابطه (۱) در نظر گرفته شده است [۹].

$$A_c \frac{d}{dX} \left( K(T) \frac{dT}{dX} \right) - Ph(T)(T - T_a) = 0, \quad (1)$$

$$0 < X < L$$

در آن، ضریب هدایت حرارتی پره  $K(T)$  و ضریب انتقال حرارت جابجایی  $h(T)$  وابسته به دما هستند. ضریب انتقال حرارت در این مساله مطابق با رابطه (۲) به صورت یک رابطه توانی بیان می‌شود.

$$h = h(T) = h_b \left( \frac{T - T_a}{T_b - T_a} \right)^n \quad (2)$$

در آن،  $h_b$  ضریب انتقال حرارت در دمای پایه است. توان  $n$  به نوع مکانیزم انتقال حرارت بستگی دارد که می‌تواند مقادیر  $0$ ،  $1/3$ ،  $1/2$  و  $1$  را به خود بگیرد که به ترتیب نشان‌دهنده وضعیت پره در حال جوشش فیلمی آرام یا چگالش، عدم وابستگی دمایی انتقال حرارت جابجایی، انتقال حرارت جابجایی طبیعی آرام، انتقال حرارت جابجایی طبیعی آشفتگی، جوشش هسته‌ای و تابش است [۱۵، ۱۶].  
 $K$  ضریب هدایت حرارتی است که طبق رابطه (۳) به صورت یک تابع توانی با دما تغییر می‌کند.

$$K = K(T) = K_b \left( \frac{T - T_a}{T_b - T_a} \right)^\beta \quad (3)$$

در آن،  $K_b$  ضریب هدایت حرارتی در دمای پایه است. توان  $\beta$  نیز وابستگی دمایی ضریب هدایت حرارتی را اعمال

فرضیات ایده‌آل و شرایط بی‌نقص محاسبه می‌شود.

## ۲-۲- استفاده از روش سطح پاسخ RSM

روش سطح پاسخ، مجموعه‌ای از تکنیک‌های آماری و ریاضیات کاربردی است که برای ایجاد مدل‌های تجربی استفاده می‌شود. هدف از این روش پیدا کردن یک چندجمله‌ای است که داده‌های تجربی را به خوبی مدل‌سازی کند و شرایط بهینه را بر اساس متغیرها و تأثیرات متقابل آن‌ها تعیین کند. با ارائه رویکردی سیستماتیک برای مدل‌سازی سیستم‌های پیچیده، RSM به بهبود کارایی، کاهش هزینه‌ها و بهینه‌سازی عملکرد در زمینه‌های مختلف کمک می‌کند. دقت مدل برازش شده با استفاده از مجموعه‌ای از تجزیه و تحلیل‌های آماری بیان می‌شود [۱۸]. از جمله توانمندی‌های RSM می‌توان به قابلیت آن در برازش مدل‌های چندجمله‌ای مرتبه دوم (Quadratic)، تحلیل واریانس (ANOVA<sup>7</sup>)، بررسی اثرات متقابل بین متغیرها و تعیین میزان معناداری پارامترهای مؤثر اشاره کرد. این روش با ارائه مدل‌های آماری دقیق و قابل تفسیر، امکان پیش‌بینی پاسخ سیستم، تحلیل حساسیت، و شناسایی شرایط بهینه را فراهم می‌سازد. در پژوهش‌های مختلف، از RSM برای مدل‌سازی پاسخ، ارزیابی دقت برازش با استفاده از شاخص‌هایی نظیر R<sup>2</sup>، R<sup>2</sup> تعدیل‌شده<sup>۸</sup> و همچنین تحلیل باقی‌مانده‌ها جهت اعتبارسنجی نرمال بودن داده‌ها استفاده شده است [۱۳، ۱۴، ۱۹-۲۱].

همان‌طور که مشاهده می‌شود، استفاده از راه‌حل DTM برای بررسی مقادیر مختلف  $M, \beta, n$  بسیار پیچیده است و محاسبات زیادی دارد. لذا استفاده از RSM برای این منظور مناسب به نظر می‌رسد. از آنجایی که پاسخ RSM به صورت یک چند جمله‌ای بیان می‌شود، می‌توان تنها با به دست آوردن پاسخ دمای بی‌بعد  $\theta$  و در نهایت کارایی پره  $\eta$  با استفاده از روش DTM برای تعداد محدودی از مقادیر پارامترهای ورودی  $M, \beta, n$ ، برای طیف وسیعی از مقادیر دیگر، پاسخ مساله را به دست آورد و به‌طور جامعی، اثرات مقادیر مختلف  $M, \beta, n$  بر کارایی پره را مورد بررسی قرار داد. در این پژوهش، اگرچه از روش DTM برای حل تحلیلی مدل استفاده شده است، اما به دلیل پیچیدگی روابط و هزینه محاسباتی بالا در تحلیل‌های تکرارشونده، استفاده

به‌همین ترتیب، سایر ضرایب سری توانی نیز می‌توانند محاسبه شوند که با استفاده از سری تیلور، توزیع دما را به‌صورت رابطه (۹) محاسبه کردند.

$$\theta(x) = \sum_{i=0}^m \Theta(i) x^i \quad (9)$$

که  $m$  تعداد جملات مورد استفاده در این رابطه را نشان می‌دهد که به‌زای ۶ الی ۸ دارای دقت بسیار خوبی است. همان‌طور که ذکر شد مقدار پارمتر  $a$  از شرط مرزی دوم در معادله (۶) حاصل می‌شود و با جایگذاری  $x=1$  در معادله (۹) به‌صورت رابطه (۱۰) محاسبه می‌شود.

$$1 = a + \frac{M^2}{2} a^{n-\beta+1} + \dots \quad (10)$$

که با حل رابطه (۱۰)، مقدار  $a$  محاسبه می‌شود. میزان انتقال حرارت از سطح پره را می‌توان به‌صورت رابطه (۱۱) بیان کرد.

$$Q = \int_0^L Ph(T)(T - T_a) dX \quad (11)$$

نسبت انتقال حرارت واقعی به انتقال حرارت ایده‌آل، کارایی پره است که طبق رابطه (۱۲) حاصل می‌شود و با  $\eta$  نشان داده شده است.

$$\eta = \frac{Q_{Actual}}{Q_{Ideal}} = \frac{Q = \int_0^L Ph(T)(T - T_a) dX}{PLh_b(T_b - T_a)} = \int_0^1 \theta^{n+1} dx \quad (12)$$

کارایی پره به‌عنوان معیاری برای ارزیابی کارایی پره‌های انتقال حرارت تعریف می‌شود. در واقع، پره‌ها برای افزایش سطح تماس با محیط و بهبود فرآیند انتقال حرارت طراحی می‌شوند. اما به دلیل شرایط واقعی مانند مقاومت‌های حرارتی، افت‌های ناشی از انتقال حرارت به محیط، یا محدودیت‌های ابعادی، کارایی واقعی پره‌ها همواره کمتر از حالت ایده‌آل خواهد بود. انتقال حرارت ایده‌آل زمانی اتفاق می‌افتد که تمام سطح پره به‌طور یکنواخت حرارت را انتقال دهد، بدون اینکه هیچ‌گونه اتلاف حرارتی یا کاهش کارایی در نواحی خاصی از پره رخ دهد؛ در حالی که در دنیای واقعی، اتلاف حرارت در اثر گرادینان دما و تغییرات فیزیکی سطح پره، کارایی آن را کاهش می‌دهد. بنابراین، کارایی پره معیاری برای مقایسه بین کارایی واقعی پره و کارایی ایده‌آل آن است. در این رابطه، انتقال حرارت واقعی شامل تمام اتلاف‌ها و شرایط عملیاتی است که در فرآیند انتقال حرارت تأثیر می‌گذارند، در حالی که انتقال حرارت ایده‌آل بر اساس

<sup>8</sup> Adjusted R<sup>2</sup>

<sup>7</sup> Analysis of Variance

براساس فول فاکتوریل و آنالیز پاسخ به روش سطح پاسخ وجود دارد. طبق معادله (۱۳)، هر پاسخ می‌تواند به صورت یک چندجمله‌ای درجه دوم نشان داده شود [۱۸].

$$Y = A_0 + \sum_{i=1}^k A_i \chi_i + \sum_{i=1}^k A_{ii} \chi_i^2 + \sum_{i=j+1}^k \sum_{j=i}^k A_{ij} \chi_i \chi_j \quad (13)$$

که در آن،  $A_0$  ضریب ثابت و  $A_i$ ،  $A_{ii}$  و  $A_{ij}$  به ترتیب ضرایب خطی، درجه دوم و اثرات متقابل فاکتورها هستند. همچنین  $k$  تعداد فاکتورهای مستقل و  $\chi_i$ ،  $\chi_j$  متغیرهای ورودی و  $Y$  پاسخ پیش‌بینی شده به‌عنوان متغیر وابسته هستند.

در کار حاضر، از نرم‌افزار Design-Expert 13 برای انجام تحلیل رگرسیون داده‌ها و همچنین ترسیم نمودارهای سطح پاسخ استفاده شد. ضریب تعیین  $R^2$  و  $R^2$  تعدیل شده برای تعیین کیفیت برازش معادله مدل چندجمله‌ای مرتبه دوم به کار رفته‌اند. ارتباط بین پاسخ‌ها و سطوح تجربی هر یک از متغیرهای مورد استفاده در این مطالعه با کمک نمودارهای کانتور دوبعدی و سه‌بعدی نمایش داده شده است.

### ۲-۲-۱- بررسی عملکرد مدل‌ها و تحلیل میزان عدم اطمینان

برای بررسی مناسبت مدل‌ها و تحلیل تأثیر متغیرهای فرآیند بر پاسخ، از ANOVA استفاده شد که نتایج آن در جدول ۲ آورده شده است. این تحلیل نقش کلیدی عوامل مختلف را به‌عنوان بخش‌های معنادار مدل در طراحی آزمایش نشان می‌دهد. در جدول ۲، میزان اهمیت هر پارامتر مشخص شده است. مقدار  $p$  کمتر از ۰/۰۵ نشان می‌دهد که مدل از نظر آماری در سطح اطمینان ۹۵٪ معنادار است.

از RSM به‌عنوان یک ابزار مکمل کاملاً ضروری بوده است. RSM با ایجاد یک مدل چندجمله‌ای ساده و دقیق، امکان ارزیابی سریع و کم‌هزینه عملکرد پره در بازه وسیعی از مقادیر پارامترها را فراهم می‌سازد. همچنین برخلاف روش‌های تحلیلی که عمدتاً تأثیرات مستقل پارامترها را نشان می‌دهند، RSM قادر است اثرات متقابل پارامترها را به‌صورت کمی بررسی کند. اگرچه برخی روندهای رفتاری پارامترها از دیدگاه فیزیکی قابل پیش‌بینی هستند، اما RSM شدت دقیق اثرگذاری، حساسیت سیستم نسبت به هر پارامتر و نقاط بهینه عملکرد را مشخص می‌سازد.

جدول ۱- مقادیر پارامترهای  $M, \beta, n$  و حد بالا و پایین آن‌ها

پارامترها	مقادیر
M	۰، ۰/۲۵، ۰، ۱/۵، ۱، ۱/۲۵ ۳
n	-۰/۲۵، ۰/۲۵، ۰، ۱/۳، ۲، ۳ ۳
$\beta$	-۰/۵، -۰/۴، -۰/۲۵، ۰، ۰/۴، ۰/۵
پارامترها	M      n $\beta$
حد بالا	۱/۲۵      ۳      + ۰/۵
حد پایین	۰      - ۱/۴      - ۰/۵

جدول ۱ مقادیر مختلف پارامترهای  $M, \beta, n$  به‌عنوان ورودی برای RSM را نشان می‌دهد که حدود بالا و پایین آن‌ها در منابع مختلف برای ارائه روش‌های تحلیلی و عددی انتقال حرارت در پره‌ها مورد استفاده قرار گرفته‌اند [۷، ۹، ۱۷، ۲۲]. در این مطالعه، آزمایش به‌صورت فول فاکتوریل با سه متغیر مستقل و هر کدام با ۶ سطح مختلف (در مجموع ۲۱۶ آزمایش) طراحی شد.

طبق مقالات موجود [۲۳]، امکان تلفیق چیدمان مساله

جدول ۲- نتایج آنالیز واریانس (ANOVA) برای عبارات مدل درجه دوم

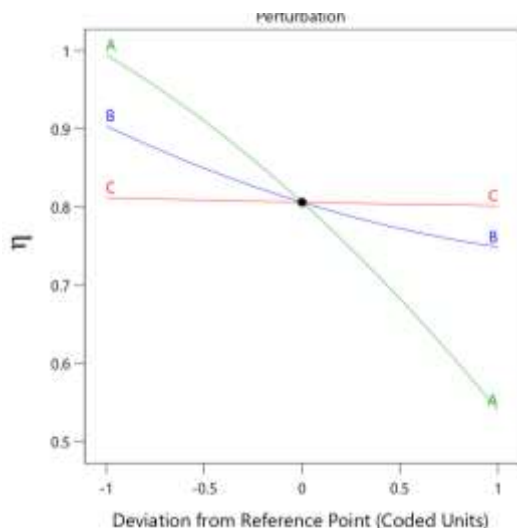
Source	Sum of Squares	Df	Mean Square	F-value	p-value
Model	۵/۴۴	۹	۰/۶۰۴۹	۲۳۶۳/۲۴	< ۰/۰۰۰۱
A - M	۴/۵	۱	۴/۵	۱۷۵۶۶/۱۲	< ۰/۰۰۰۱
B - n	۰/۶۶۵۲	۱	۰/۶۶۵۲	۲۵۹۸/۷۴	< ۰/۰۰۰۱
C - $\beta$	۰/۰۰۲۸	۱	۰/۰۰۲۸	۱۱/۰۷	۰/۰۰۱
AB - Mn	۰/۲۷۰۲	۱	۰/۲۷۰۲	۱۰۵۵/۸	< ۰/۰۰۰۱
AC - M $\beta$	۰/۰۰۳۴	۱	۰/۰۰۳۴	۱۳/۲۸	۰/۰۰۰۳
BC - n $\beta$	۹/۶۳×۱۰ <sup>-۶</sup>	۱	۹/۶۳×۱۰ <sup>-۶</sup>	۰/۰۳۷۶	۰/۸۴۶۴
A <sup>2</sup> - M <sup>2</sup>	۰/۰۴۴۱	۱	۰/۰۴۴۱	۱۷۲/۲۴	< ۰/۰۰۰۱
B <sup>2</sup> - n <sup>2</sup>	۰/۰۰۸۶	۱	۰/۰۰۸۶	۳۳/۵۴	< ۰/۰۰۰۱
C <sup>2</sup> - $\beta^2$	۰/۰۰۰۰	۱	۰	۰/۰۵۳۴	۰/۸۱۷۵
Residual	۰/۰۵۲۷	۲۰۶	۰/۰۰۰۳		
Cor Total	۵/۵	۲۱۵			

$$\eta_{Pr} = 1.01573 - 0.145272 M - 0.0258217 n + 0.00390005 \beta - 0.0683684 M n - 0.0239361 M \beta + 0.000465353 n \beta - 0.0993263 M^2 + 0.0076526 n^2 + 0.0027609 \beta^2 \quad (14)$$

که در آن  $\eta_{Pr}$  کارایی پیش‌بینی شده پره است.

### ۲-۲-۳- ارزیابی مدل با استفاده از نمودارهای اختلال<sup>۱۱</sup> و تشخیصی<sup>۱۱</sup>

نمودارهای اختلال برای بررسی تأثیر سه متغیر مستقل شامل  $M, n, \beta$  (به ترتیب A:M, B:n, C:β) به کار رفتند. نمودارهای اختلال در شکل (۲) تأثیر انحراف هر عامل از نقطه مرجع در پاسخ فرآیند را زمانی که سایر عوامل ثابت در نظر گرفته شده‌اند، نشان می‌دهند. به‌طور دقیق، نمودار اختلال برای مقایسه تأثیرات تمام عوامل در یک نقطه خاص از فضای طراحی استفاده شده است. برای این منظور، پاسخ با تغییر تنها یک عامل در بازه آن رسم شده است، در حالی که تمام عوامل دیگر در مقدار میانی آنها ثابت نگه‌داشته شده‌اند. علاوه بر این، نمودار اختلال برای شناسایی مهم‌ترین عامل در پاسخ به کار رفته است. از نمودار اختلال می‌توان استنباط کرد که انحنای تند برای  $M$  و  $n$  نشانگر حساسیت زیاد کارایی پره  $\eta$  بر این دو پارامتر و خط تقریباً صاف برای پارامتر  $\beta$  نشانگر حساسیت کمتر کارایی پره  $\eta$  در برابر این پارامتر است.



شکل ۲- نمودار اختلال پارامترهای  $A:M, B:n, C:\beta$  بر کارایی پره  $\eta$

برای ارزیابی میزان کفایت مدل پاسخ، از چندین شاخص آماری استفاده می‌شود که در جدول (۳) ذکر شده‌اند. مقدار ضریب تعیین  $R^2$  که از برازش مدل به‌دست آمده، برابر با ۰/۹۹۰۴ است، که نشان‌دهنده توانایی مدل در پیش‌بینی ۹۹/۰۴ درصد تغییرات پاسخ است. مقدار  $R^2$  تعدیل‌شده نیز برابر با ۰/۹۹ است که نشان می‌دهد تنها حدود ۱٪ از تغییرات کل توسط مدل در نظر گرفته نشده است. هرچه اختلاف بین  $R^2$  و  $R^2$  تعدیل‌شده کمتر باشد، انتخاب متغیرهای مستقل مناسب‌تر بوده است. در مدل پاسخ، این اختلاف اندک است، که نشان‌دهنده دقت مدل در استفاده از متغیرهای مستقل است. در نهایت، کفایت پیش‌بینی<sup>۹</sup> معیاری برای ارزیابی نسبت سیگنال به نویز در مدل است. این نسبت برای مقادیر بالای ۴ قابل قبول در نظر گرفته می‌شود. در مدل توسعه‌یافته، نسبت سیگنال به نویز برابر با ۱۸۰/۹۴۹۲ است که نشان می‌دهد مقدار نسبت سیگنال به نویز بسیار بالا بوده و مدل از دقت بالایی برخوردار است.

جدول ۳- ویژگی‌های آماری مدل پاسخ

مقدار	مشخصه	مقدار	مشخصه
۰/۹۹۰۴	ضریب تعیین ( $R^2$ )	۰/۱۶۰	انحراف استاندارد
۰/۹۹	ضریب تعیین تعدیل‌شده ( $Adjusted-R^2$ )	۰/۸۴۶۵	میانگین
۰/۹۸۹۱	ضریب تعیین پیش‌بینی ( $Predicted-R^2$ )	۱/۸۹	ضریب تغییرات (C.V. %)
۱۸۰/۹۴۹۲	کفایت پیش‌بینی		

### ۲-۲-۲- معادله پاسخ حاصل از روش RSM

برای ارزیابی پاسخ مدل و بررسی صحت آن، از تحلیل ANOVA برای مدل درجه دوم استفاده شد. برازش بهترین مدل با معادله چندجمله‌ای درجه دوم حاصل شد. معادله (۱۴) از روش سطح پاسخ برای بررسی پارامترهای  $M, \beta, n$  بر کارایی پره  $\eta$  به‌دست آمد. با توجه به این جدول، تأثیر  $C^2, BC$  کم هستند ولی به علت امکان مقایسه<sup>۱۱</sup> تأثیر دوتایی سه پارامتر بر روی کارایی پره، در معادله (۱۴) حفظ شدند. همچنین با توجه به انجام محاسبات با کامپیوتر، پردازش این رابطه با وجود این پارامترها، خللی در محاسبات وارد نخواهد کرد.

<sup>۱۱</sup> Diagnostic Plot

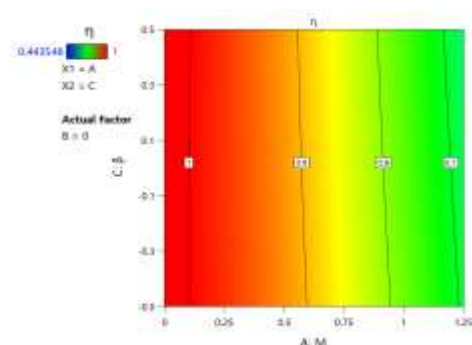
<sup>۹</sup> Adequate Precision

<sup>۱۰</sup> Perturbation Plot

( $\theta$ ) در طول پره می‌شود. در شرایطی که گرادیان دمایی در طول پره به شدت افزایش می‌یابد، قسمت عمده‌ای از پره به دمای محیط نزدیک شده و انتقال حرارت موثری انجام نمی‌دهد.

در نهایت، کاهش هدایت حرارتی باعث کاهش توانایی ماده برای توزیع یکنواخت گرما در طول پره می‌شود، در حالی که افزایش جابجایی حرارتی به این معناست که گرما به سرعت از سطح پره به محیط منتقل می‌شود. این دو اثر در کنار هم باعث کاهش کارایی حرارتی پره می‌شوند، چرا که پره در چنین شرایطی نمی‌تواند گرما را به‌طور یکنواخت از پایه به انتهای خود منتقل کند.

بنابراین با افزایش  $M$ ، افت دما در طول پره شدیدتر شده و  $\theta$  در بخش بزرگی از پره به مقادیر نزدیک به صفر میل می‌کند. از آنجا که کارایی به‌صورت تابعی از  $\theta^{n+1}$  تعریف شده، کاهش سریع  $\theta$  به کاهش سریع  $\eta$  منجر می‌شود.

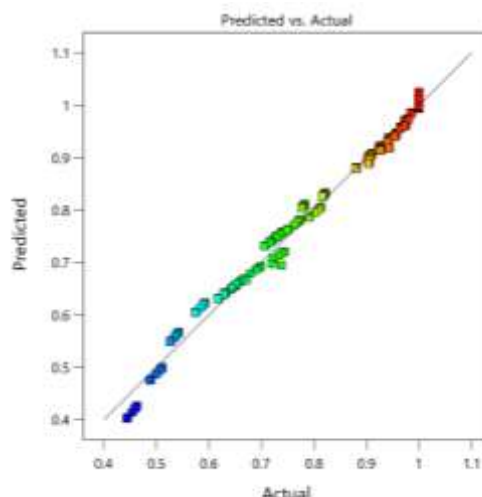


شکل ۴- نمودار تأثیر پارامتر ترمو-هندسی  $M$  بر کارایی پره  $\eta$

### ۳-۲- تأثیر پارامتر $n$ بر کارایی پره $\eta$

شکل (۵) نشان می‌دهد که با افزایش مقدار  $n$  کارایی پره  $\eta$  کاهش می‌یابد. کاهش کارایی پره با توجه به رفتار ضریب انتقال حرارت جابجایی قابل توجه است. ضریب انتقال حرارت  $h(T)$  نشان‌دهنده نرخ انتقال حرارت بین پره و محیط اطراف است و به شدت به دما وابسته است. طبق رابطه (۲) رفتار  $h(T)$  با پارامتر  $n$  کنترل می‌شود. وقتی  $n$  بزرگ‌تر می‌شود،  $h(T)$  به نقاط دمایی بالا (نزدیک به پایه پره) متمرکز می‌شود، زیرا در این نقاط مقدار دمایی بی‌بعد  $\theta$  بزرگ‌تر است و  $h(T)$  به شدت رشد می‌کند. در نقاط دورتر از پایه پره (جایی که دما کمتر است)،  $h(T)$  مقدار بسیار کمی دارد. این باعث می‌شود که سهم این نقاط در انتقال حرارت کاهش یابد. افزایش  $n$  باعث می‌شود که  $h(T)$

در شکل (۳)، پاسخ‌های حاصل از DTM با مقادیر پیش‌بینی‌شده که توسط مدل RSM به‌دست آمده‌اند مقایسه شده‌اند. توزیع مناسب نقاط داده در اطراف و نزدیک به یک خط مستقیم نشان می‌دهد که مدل سطح پاسخ قابلیت کافی برای پیش‌بینی مقادیر پاسخ را دارد.



شکل ۳- پیش‌بینی‌های مدل درجه دوم روش RSM در مقابل پاسخ‌های DTM

## ۳- نتایج و بحث

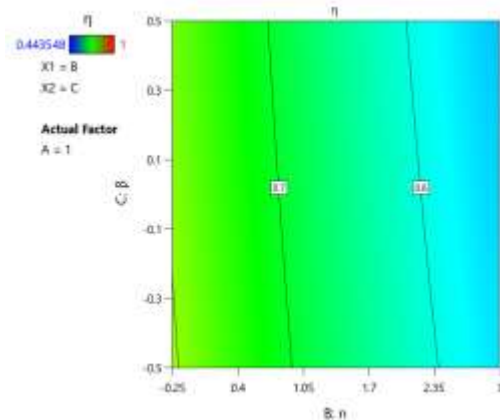
### ۳-۱- تأثیر پارامتر ترمو-هندسی $M^{1/2}$ بر کارایی پره $\eta$

شکل (۴) نشان می‌دهد که با افزایش مقدار  $M$  کارایی پره کاهش یافته است. با توجه به رابطه (۵) نسبت  $h_b/K_b$  تأثیر زیادی بر توزیع دما در طول پره دارد. با افزایش  $h_b$  (یا کاهش  $K_b$ )، نسبت انتقال حرارت جابجایی به انتقال حرارت هدایتی در پایه پره افزایش می‌یابد. با توجه به اینکه در بحث انتقال حرارت، مقاومت هدایت حرارتی با  $l/K_b$  و مقاومت جابجایی با  $l/h_b$  مرتبط است، لذا با افزایش مقدار  $M$ ، مقدار مقاومت انتقال حرارت هدایتی افزایش یافته و مساله باعث می‌شود که انتقال دما از پایه به پره به روش هدایت حرارتی کمتر شود و برعکس، انتقال حرارت از محیط به پره به روش جابجایی افزایش یابد. لذا دمای طول پره، به‌ویژه در نوک آن ( $x=0$ ) کاهش می‌یابد [۲۴].

از سوی دیگر، افزایش  $M$  باعث تقویت عبارت  $M^2 \theta^{n+1}$  در معادله (۴) می‌شود که نشانگر اتلاف حرارتی به محیط است. این بدان معناست که افزایش  $M$  موجب تشدید کاهش دما

<sup>12</sup> Thermo-geometric

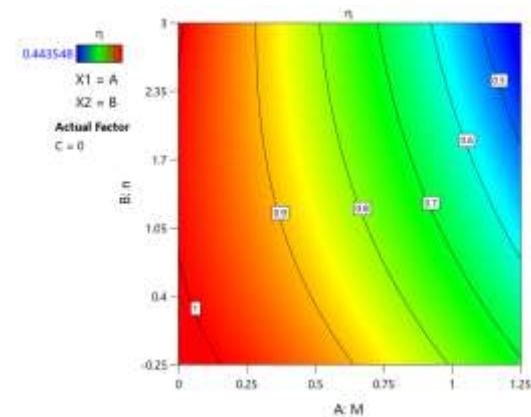
پارامتر  $\beta$  بر کارایی پره به‌طور غیرمستقیم از طریق تغییرات در ضریب هدایت حرارتی اعمال می‌شود. با این حال، تأثیر این پارامتر در مقایسه با پارامتر  $n$  که به‌طور مستقیم بر انتقال حرارت جابجایی تأثیر می‌گذارد، بسیار محدود است. پارامتر  $n$  تأثیر بیشتری بر شدت انتقال حرارت و تغییرات دمایی دارد، در حالی که  $\beta$  تنها بر هدایت حرارتی اثر می‌گذارد و تغییرات آن به‌طور یکنواخت در طول پره توزیع می‌شود. در نهایت، تأثیر پارامتر  $\beta$  بر کارایی پره نسبت به تأثیر پارامتر  $n$  کمتر است و نمی‌توان آن را به‌عنوان یک عامل اصلی در نظر گرفت. تغییرات در  $\beta$  باعث تغییرات ملایمی در ضریب هدایت حرارتی می‌شود که تأثیر کمتری بر کارایی کلی پره دارد. بنابراین، در طراحی پره‌ها، پارامتر باید به‌عنوان پارامتر اصلی مورد توجه قرار گیرد، در حالی که  $n$  می‌تواند به‌عنوان یک پارامتر ثانویه با تأثیر محدود در نظر گرفته شود. روند این تغییرات مطابق با منابع موجود در بحث ارائه پاسخ‌های عددی و تحلیلی پره‌ها با وابستگی دمایی ضرایب انتقال حرارت و هدایت حرارتی می‌باشد [۲۵، ۲۶].



شکل ۶- نمودار تأثیر پارامتر  $\beta$  بر کارایی پره  $\eta$

یکی از اهداف کلیدی در تحلیل عملکرد پره‌های حرارتی، تعیین مقادیر بهینه پارامترهای مؤثر به‌منظور بیشینه کردن کارایی حرارتی آن‌ها است. به‌منظور شناسایی این مقادیر، از مدل سطح پاسخ به‌دست‌آمده استفاده شد و نقاط بهینه با استفاده از ابزارهای آنالیز نرم‌افزار Design-Expert استخراج گردید و خطای کارایی حاصل از این پارامترها بین دو حالت RSM و DTM بسیار کوچک است و نشان می‌دهد که مقادیر بهینه توسط RSM به درستی حاصل شده‌است.

در بخش‌هایی از پره که دمای پایین دارند تقریباً بی‌اثر شود. این به معنای استفاده ناکامل از سطح پره برای انتقال حرارت است. در واقع، پره به‌طور مؤثر فقط در نواحی نزدیک پایه عمل می‌کند، که منجر به کاهش بازدهی کلی می‌شود. در نزدیکی پایه، که دما بالاست،  $h(T)$  مقدار بسیار بالایی دارد و نرخ انتقال حرارت افزایش می‌یابد. این باعث می‌شود که گرما در همان نواحی ابتدایی از دست برود و بخش‌های دیگر پره برای انتقال حرارت کم‌اثر شوند که در نهایت باعث کاهش کارایی پره  $\eta$  می‌شود. همچنین در رابطه (۱۲)، با افزایش مقدار  $n$ ، پاسخ انتگرال و کارایی پره کاهش خواهد یافت.



شکل ۵- نمودار تأثیر پارامتر  $n$  بر کارایی پره  $\eta$

### ۳-۳- تأثیر پارامتر $\beta$ بر کارایی پره $\eta$

شکل (۶) تأثیر پارامتر  $\beta$  بر کارایی پره را نشان می‌دهد. تحلیل آن نیازمند بررسی اثر آن بر روابط حاکم بر انتقال حرارت است. ضریب هدایت حرارتی  $K(T)$  به‌عنوان تابعی از دما و پارامتر  $\beta$  تعریف می‌شود که در آن،  $\beta$  تأثیر زیادی بر رفتار هدایت حرارتی در نقاط مختلف پره دارد. برای مقادیر مختلف  $\beta$ ، سه حالت کلی وجود دارد: در حالت  $\beta > 0$ ، هدایت حرارتی با افزایش دما افزایش می‌یابد و در نتیجه انتقال حرارت در نقاط نزدیک به پایه بهتر می‌شود. در حالت  $\beta = 0$ ، هدایت حرارتی ثابت است و دمای پره به‌طور یکنواخت توزیع می‌شود. برای  $\beta < 0$ ، هدایت حرارتی با افزایش دما کاهش می‌یابد و این تغییرات عمدتاً در نقاط دورتر از پایه رخ می‌دهد. این تغییرات به‌طور کلی تأثیر چندانی بر کارایی پره ندارند. علاوه بر این، کارایی پره به‌طور مستقیم از توزیع دما و انتقال حرارت در طول پره متأثر است. با استفاده از معادلات انتقال حرارت و رابطه  $K(T)$ ، کارایی پره به‌صورت انتگرال دما محاسبه می‌شود. اثر

جدول ۴ - ویژگی‌های آماری مدل پاسخ

پارامترها	M	n	$\beta$
مقدار بهینه	۰/۰۵	۰/۲۵	-۰/۲۸
مقدار کارایی پره برحسب مقادیر بهینه بر اساس RSM	۱		
مقدار کارایی پره برحسب مقادیر بهینه بر اساس DTM	۰/۹۹۹		
خطای نسبی RSM و DTM	٪ ۰/۱		

لازم به ذکر است که پارامتر  $n$  به‌عنوان نمای وابستگی دمایی ضریب انتقال حرارت جابجایی، مستقیماً قابل طراحی یا کنترل نیست، بلکه تابعی از نوع مکانیزم انتقال حرارت در محیط اطراف پره می‌باشد. با این حال، انتخاب مناسب محیط یا شرایط عملکردی (مانند نوع سیال، حالت جوشش، یا جریان آزاد/اجباری) می‌تواند به‌طور غیرمستقیم مقدار مؤثر  $n$  را تعیین کرده و در طراحی لحاظ شود. از این‌رو، در تحلیل حاضر، بهینه‌سازی  $n$  به معنای انتخاب شرایط عملکردی مناسب برای دستیابی به بیشترین بازدهی حرارتی است. مقدار بهینه پارامتر  $M$  نزدیک به صفر به‌دست آمده است. از دیدگاه فیزیکی، مقدار  $M$  نزدیک به صفر به‌معنای غالب بودن رسانش حرارتی نسبت به جابجایی است؛ به‌عبارت دیگر، پره در محیطی با جابجایی بسیار ضعیف قرار دارد یا رسانش داخلی پره بسیار قوی است. گرچه مقدار صفر برای  $M$  به‌صورت دقیق ممکن است بیانگر شرایطی بدون تبادل حرارت با محیط باشد، اما از لحاظ عددی می‌توان آن را به‌عنوان حد پایین مرز طراحی ( $M \rightarrow 0$ ) در نظر گرفت. در این شرایط، افت دما در طول پره بسیار کم و توزیع حرارت یکنواخت‌تر خواهد بود. اما از سوی دیگر، مقدار  $M$  نزدیک به صفر را می‌توان عدم وجود پره در نظر گرفت که مشخصاً غیر قابل قبول می‌باشد. لذا به دلیل اهمیت دو پارامتر دیگر، از مقدار بهینه  $M$  به نفع سایر پارامترها می‌توان چشم‌پوشی کرد. نتایج این بخش می‌تواند به‌عنوان مبنایی برای انتخاب شرایط عملیاتی مطلوب در طراحی پره‌های حرارتی در کاربردهای واقعی مورد استفاده قرار گیرد.

#### ۴- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، عملکرد حرارتی پره‌ها با استفاده از روش سطح پاسخ تحلیل شد و نتایج نشان داد که این روش با ارائه روابط ساده‌تر نسبت به روش‌های عددی مانند تبدیل دیفرانسیلی DTM، ابزاری کارآمد و دقیق برای بررسی انتقال حرارت در پره است. مدل RSM دقت بالایی در پیش‌بینی رفتار سیستم نشان داد. علاوه بر این، بررسی حساسیت بازده پره به پارامترهای مختلف از جمله پارامتر ترمو-هندسی ( $M$ ) و ( $n, \beta$ ) به‌عنوان نمای وابستگی دمایی ضرایب انتقال حرارت جابجایی و هدایت حرارتی حائز اهمیت است. پارامتر  $M$  که نسبت انتقال حرارت جابجایی به هدایت حرارتی است، تأثیر قابل توجهی بر بازده حرارتی پره دارد. با افزایش  $M$ ، نقش انتقال حرارت جابجایی تقویت می‌شود که باعث می‌شود بخش بیشتری از گرما به محیط منتقل شود. با این حال، افزایش بیش از حد  $M$  می‌تواند به افزایش نرخ افت دما در طول پره منجر شود، به‌طوری که گرما به‌طور یکنواخت توزیع نمی‌شود. این تمرکز حرارتی در بخش‌هایی از پره، باعث کاهش کارایی کلی آن می‌شود.

پارامتر  $n$  که نمای وابستگی ضریب انتقال حرارت به دما است، تأثیر بسزایی بر تمرکز انتقال حرارت دارد. با افزایش  $n$ ، نرخ انتقال حرارت در نواحی با دمای بالاتر (نزدیک پایه پره) افزایش می‌یابد و باعث کاهش مشارکت نواحی سردتر در انتقال حرارت می‌شود. این موضوع منجر به کاهش بازدهی کلی پره و بهره‌وری کمتر از سطح آن می‌شود.

پارامتر  $\beta$ ، که وابستگی هدایت حرارتی به دما را نشان می‌دهد، تأثیر کمتری بر عملکرد پره دارد. افزایش  $\beta$  می‌تواند توزیع دما را یکنواخت‌تر کند، اما این تأثیر به دلیل وابستگی محدود آن به انتقال حرارت جابجایی، بازده کلی پره را به میزان کمتری تحت تأثیر قرار می‌دهد.

این نتایج تأکید دارند که در طراحی پره‌ها باید تمرکز ویژه‌ای بر بهینه‌سازی پارامترهای  $M$  و  $n$  گذاشته شود تا بازده انتقال حرارت به حداکثر برسد. RSM با ارائه رویکردی ساده و دقیق، ابزاری قدرتمند برای تحلیل و بهینه‌سازی این سیستم‌ها است و می‌تواند به‌عنوان راهنمای عملی در طراحی سیستم‌های انتقال حرارت پیچیده در صنایع مختلف استفاده شود.

#### تقدیر و تشکر

نویسندگان بدینوسیله از همکاری و حمایت همه افرادی که

مجله دیگری به چاپ نرسانده‌اند.

### مشارکت‌های نویسندگان

همه نویسندگان به صورت یکسان در تمام جنبه‌های این پژوهش، مشارکت کردند.

### منابع مالی

این مقاله توسط هیچ سازمانی تأمین مالی نشده است.

در انجام این پژوهش نقش داشتند، به‌ویژه از اساتید محترم و همکاران گرامی، صمیمانه تشکر و قدردانی می‌نمایند.

### تعارض منافع

نویسندگان اعلام می‌کنند که در مورد انتشار این مقاله، تعارض منافع وجود ندارد.

### تاییدیه اخلاقی

نویسندگان متعهد می‌شوند که مطالب این مقاله را در هیچ

### مراجع

- [1] Bergman, Theodore L. Fundamentals of heat and mass transfer. John Wiley & Sons, 2011.
- [2] Bergman, Theodore L., Adrienne S. Lavine, Frank P. Incropera, and David P. DeWitt. Introduction to heat transfer. John Wiley & Sons, 2011.
- [3] Mujumdar, Arun S. "Recent Advances in Analysis of Heat Transfer for Fin Type Surfaces Edited by B. Sunden and P.J. Heggs Computational Mechanics, Inc. 25 Bridge St., Billerica, MA 01821, USA 1999, 293 pages." *Drying Technology* 18, no. 7 (2000): 1633-1634.
- [4] Kraus, Allan D., Abdul Aziz, James Welty, and D. P. Sekulic. "Extended surface heat transfer." *Appl. Mech. Rev.* 54, no. 5 (2001): B92-B92.
- [5] Ali, Hafiz Muhammad, and Adeel Arshad. "Experimental investigation of n-icosane based circular pin-fin heat sinks for passive cooling of electronic devices." *International Journal of Heat and Mass Transfer* 112 (2017): 649-661.
- [6] Sakanova, Assel. "Heat transfer enhancement of perforated pin heat sink in future aircraft applications." *Applied Thermal Engineering* 124 (2017): 315-326.
- [7] Khani, F., M. Ahmadzadeh Raji, and H. Hamed Nejad. "Analytical solutions and efficiency of the nonlinear fin problem with temperature-dependent thermal conductivity and heat transfer coefficient." *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* 14, no. 8 (2009): 3327-3338.
- [8] Chen, Jiaqi, Qiulei Wu, Hao Wang, Zhiqing Quan, and Hancheng Dan. "Modeling and analysis of ice condensation on bridge deck pavement surface based on heat transfer theory and finite element method." *Applied Thermal Engineering* 241 (2024): 122344.
- [9] Kim, Sin, and Cheng-Hung Huang. "A series solution of the non-linear fin problem with temperature-dependent thermal conductivity and heat transfer coefficient." *Journal of Physics D: Applied Physics* 40, no. 9 (2007): 2979-2987.
- [10] Joneidi, A. A., D. D. Ganji, and M. Babaelahi. "Differential transformation method to determine fin efficiency of convective straight fins with temperature dependent thermal conductivity." *International Communications in Heat and Mass Transfer* 36, no. 7 (2009): 757-762.
- [11] Chiang, Ko-Ta, Chih-Chung Chou, and Nun-Ming Liu. "Application of response surface methodology in describing the thermal performances of a pin-fin heat sink." *International Journal of Thermal Sciences* 48, no. 6 (2009): 1196-1205.
- [12] Liaw, S. P., and R. H. Yeh. "Fins with temperature dependent surface heat flux—I. Single heat transfer mode." *International Journal of Heat and Mass Transfer* 37, no. 10 (1994): 1509-1515.
- [13] S. Liaw, and R. Yeh, "Fins with temperature dependent surface heat flux—II. Multi-boiling heat transfer". *International Journal of Heat and Mass Transfer* 37, no. 10 (1994): 1517-1524.
- [14] Mosayebidorcheh, Sobhan, D. D. Ganji, and Masoud Farzinpoor. "Approximate solution of the nonlinear heat transfer equation of a fin with the power-law temperature-dependent thermal conductivity and heat transfer coefficient." *Propulsion and Power Research* 3, no. 1 (2014): 41-47.
- [15] Khuri, André I., and Siuli Mukhopadhyay. "Response surface methodology." *Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics* 2, no. 2 (2010): 128-149.

- [16] Mele, Mahmuda Akter, Ravinder Kumar, Tewodros Kassa Dada, Amir Heydari, and Elsa Antunes. "Investigation of gold adsorption by ironbark biochar using response surface methodology and artificial neural network modelling." *Journal of Cleaner Production* 456 (2024): 142317.
- [17] Vaferi, Kouros, Mohammad Vajdi, Sahar Nekahi, Amir Heydari, Farhad Sadegh Moghanlou, Hossein Nami, and Haleh Jafarzadeh. "Thermo-hydraulic performance optimization of a disk-shaped microchannel heat sink applying computational fluid dynamics, artificial neural network, and response surface methodology." *Heliyon* 9, no. 10 (2023).
- [18] Heydari, Amir, Elhameh Narimani, and Fatemeh Pakniya. "Explicit determinations of the Colebrook equation for the flow friction factor by statistical analysis." *Chemical Engineering & Technology* 38, no. 8 (2015): 1387-1396.
- [19] Motamedisade, Anahita, Amir Heydari, D. J. Osborn, Abdulrahman S. Alotabi, and Gunther G. Andersson. "Au<sub>9</sub> clusters deposited as co-catalysts on S-modified mesoporous TiO<sub>2</sub> for photocatalytic degradation of methyl orange." *Applied Surface Science* 655 (2024): 159475.
- [20] Motamedisade, Anahita, Amir Heydari, Yanting Yin, Abdulrahman S. Alotabi, and Gunther G. Andersson. "Enhanced Photocatalytic Degradation of Methyl Orange Using Nitrogen-Functionalized Mesoporous TiO<sub>2</sub> Decorated with Au<sub>9</sub> Nanoclusters." *Solar RRL* 8, no. 7 (2024): 2300943.
- [21] Moitsheki, R. J., T. Hayat, and M. Y. Malik. "Some exact solutions of the fin problem with a power law temperature-dependent thermal conductivity." *Nonlinear Analysis: Real World Applications* 11, no. 5 (2010): 3287-3294.
- [22] Anbarloei, Mahdi, and Elyas Shivanian. "Exact closed-form solution of the nonlinear fin problem with temperature-dependent thermal conductivity and heat transfer coefficient." *Journal of Heat Transfer* 138, no. 11 (2016): 114501.
- [23] Shivanian, Elyas, Leyla AhmadSoltani, and Fatemeh Sohrabi. "Results for the heat transfer of a fin with exponential-law temperature-dependent thermal conductivity and power-law temperature-dependent heat transfer coefficients." *Nonlinear Engineering* 11, no. 1 (2022): 29-34.