



Semnan University

Journal of Modeling in Engineering

Journal homepage: <https://modelling.semnan.ac.ir/>

ISSN: 2783-2538



Research Article

Designing an Optimal Automatic Train Operation System Using a Model Predictive Controller with a Case Study of a Part of Tehran Metro Line 1

Ata Mostowfi Nia ^a, Mohammad Ali Sandidzadeh ^{a,*}, Saeed Shamaghdari ^b

^a Department of Control Engineering and Signalling, School of Railway Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran

^b Department of Control Engineering, School of Electrical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran

PAPER INFO

Paper history:

Received: 2022-12-11

Revised: 2024-02-12

Accepted: 2024-02-19

Keywords:

Automatic train operation;
Nonlinear model
predictive control;
Optimal speed profile;
Longitudinal train
dynamics.

ABSTRACT

With the increasing demand for intra-city travel and also considering environmental issues, intra-city rail transportation is considered a green solution, an option of double importance. Given the limited infrastructure, including rail lines and fleets and energy resources, safe and optimal operation of rail networks is of particular importance. In this research, after examining the purpose and performance of automatic train guidance technology, an automatic guidance system using a model predictive control method has been designed and introduced. As an innovation of this research, a new predictive control method is presented that, by considering the technical specifications of the train and the rail line, determines and implements a strategy for train movement that, while taking into account the physical limitations of the train and the line, and observing the constraints related to travel safety and efficiency, also considers the issue of energy consumption optimization; Thus, first by examining the dynamics of train motion and the physical relations governing it, state space equations were obtained for more accurate modeling of train motion, and then using a predictive controller, a system for optimal train control was designed. Finally, to investigate the effect of the proposed system and its efficiency in the presence of disturbances and uncertainties related to the practical space, a case study of Tehran Metro Line 1 is conducted by simulating train motion from Shahid Bukharaei Station to the South Terminal Station, and the results indicate a 5.4 percent improvement in fuel consumption and its operational success.

DOI: <https://doi.org/10.22075/jme.2024.29257.2373>

© 2025 Published by Semnan University Press.

This is an open access article under the CC-BY 4.0 license. (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

* Corresponding Author.

E-mail address: sandidzadeh@iust.ac.ir

How to cite this article:

A. Mostowfi Nia , M. A. Sandidzadeh and S. Shamaghdari, "Designing an optimal automatic train operation system using the model-predictive controller with a case study of a part of Tehran subway line 1," Journal of Modeling in Engineering, 23 83 (2025): 85-101, doi: 10.22075/jme.2024.29257.2373

طراحی سامانه‌ی راهبری بهینه‌ی خودکار قطار با استفاده از کنترل کننده‌ی پیش‌بین مدل به همراه مطالعه‌ی موردی بخشی از خط یک متروی تهران

عطا مستوفی نیا^۱، محمدعلی صندیدزاده^{۱*}، سعید شمعقدری^۲

اطلاعات مقاله	چکیده
دریافت مقاله: ۱۴۰۱/۰۹/۲۰ بازنگری مقاله: ۱۴۰۲/۱۱/۲۳ پذیرش مقاله: ۱۴۰۲/۱۱/۳۰	با افزایش تقاضای سفرهای درون شهری و همچنین با توجه به مسائل زیست محیطی، حمل و نقل ریلی درون شهری به عنوان راه حلی سبز، گزینه‌ای با اهمیت دوچندان محسوب می‌گردد. نظر به محدود بودن زیرساخت‌ها اعم از خطوط و ناوگان‌های ریلی و منابع انرژی، بهره‌برداری ایمن و بهینه از شبکه‌های ریلی اهمیت ویژه‌ای پیدا می‌کند. در این پژوهش، پس از بررسی هدف و عملکرد فن‌آوری راهبری خودکار قطار، سامانه‌ی راهبری خودکاری با استفاده از روش کنترل پیش‌بین مدل، طراحی و معرفی شده است. به عنوان نوآوری این پژوهش، روش کنترل پیش‌بین جدیدی ارائه می‌گردد که با لحاظ کردن مشخصات فنی قطار و خط ریلی، به تعیین و اجرای راهبردی برای حرکت قطار می‌پردازد که ضمن در نظر گرفتن محدودیت‌های فیزیکی قطار و خط، و رعایت قیود مربوط به ایمنی و کارایی سفر، مساله‌ی بهینه‌ی مصرف انرژی را نیز مدنظر قرار می‌دهد؛ بدین صورت که ابتدا با بررسی دینامیک حرکت قطار و روابط فیزیکی حاکم بر آن، معادلات فضای حالتی برای مدلسازی دقیق‌تر حرکت قطار به دست آمد و سپس با استفاده از کنترل کننده‌ی پیش‌بین، سامانه‌ای برای راهبری بهینه‌ی قطار طراحی شد. در نهایت برای بررسی تاثیر سامانه‌ی پیشنهادی و کارایی آن در حضور اغتشاشات و نامعینی‌های مربوط به فضای عملی، مطالعه‌ی موردی خط یک متروی تهران با شبیه‌سازی حرکت قطار از ایستگاه شهید بخارایی به ایستگاه پایانه جنوب انجام می‌گردد که نتایج، نشان دهنده‌ی بهبود ۵.۴ درصدی مصرف سوخت و موفقیت عملکردی آن است.

واژگان کلیدی:

راهبری خودکار قطار،
کنترل پیش‌بین غیرخطی،
منحنی بهینه سرعت،
معادلات حرکتی قطار.

DOI: <https://doi.org/10.22075/jme.2024.29257.2373>

© 2025 Published by Semnan University Press.

This is an open access article under the CC-BY 4.0 license. (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

۱- مقدمه

اعم از خصوصی و عمومی از جنبه‌های مختلف پرداخته شده و به مواردی همچون مصرف انرژی کمتر، تولید آلاینده‌ها و گازهای گلخانه‌ای کمتر، آلودگی صوتی کم، ظرفیت بالای انتقال مسافر و کاهش ازدحام ترافیک شهری، کاهش تصادفات و خسارت‌ها، ایمنی بیشتر، سرعت مناسب، اشغال کم سطح زمین و امکان احداث در شهرهای پرتراکم و دارای محدودیت در ایجاد مسیرهای سطحی، کاهش هزینه‌ی

با توجه به مسائل زیست محیطی و مشکل ازدحام ترافیکی در شهرهای بزرگ، از حمل و نقل ریلی درون شهری به عنوان یک گزینه ایده‌آل با آلاینده‌ی پایین و استفاده راحت برای این شهرها یاد می‌شود [۱]. در مقالات و پژوهش‌های متعددی به بررسی ویژگی‌های حمل و نقل ریلی شهری و مزیت‌های آن در مقایسه با سایر گزینه‌های حمل و نقلی

* پست الکترونیک نویسنده مسئول: sandidzadeh@iust.ac.ir

۱. گروه مهندسی کنترل و علائم، دانشکده مهندسی راه آهن، دانشگاه علم و صنعت ایران

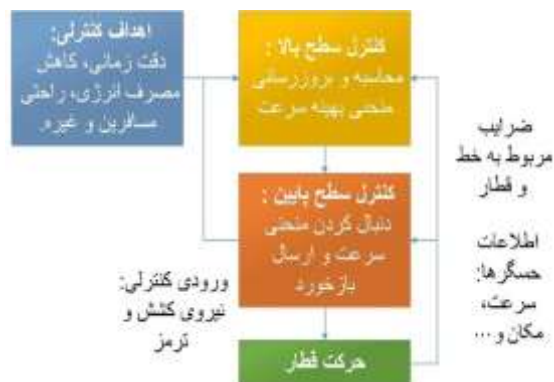
۲. گروه مهندسی کنترل، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه علم و صنعت ایران

استناد به این مقاله:

عطا مستوفی نیا، محمدعلی صندیدزاده و سعید شمعقدری، "مدلسازی و طراحی سامانه‌ی بهینه‌ی راهبری خودکار قطار با استفاده از کنترل کننده‌ی پیش‌بین مدل به همراه مطالعه‌ی موردی بخشی از خط یک متروی تهران"، مدل سازی در مهندسی، ۸۳ (۱۴۰۴): ۸۵-۱۰۱، doi: 10.22075/jme.2024.29257.2373

انرژی و نشر گازهای کربنی ضمن ارائه‌ی کیفیت بهتری از خدمات، به عنوان یک روش نویدبخش شناخته می‌شود [۱۲].

در عمده‌ی موارد (تحقیقاتی و اجرایی)، طراحی سامانه‌ی راهبری خودکار قطار در دو لایه عملکرد کنترلی انجام می‌شود (به شکل (۱) نگاه کنید). [۱۳]. لایه‌ی کنترلی بالایی، منحنی بهینه‌ی سرعت-مکان (یا زمان-مکان) مرجع را برای حرکت قطار تولید می‌کند، که در آن مقاومت خط، محدودیت سرعت، حداکثر نیروهای رانش و ترمز و غیره در نظر گرفته می‌شود. وظیفه‌ی کنترلی لایه‌ی پایینی، دنبال کردن و ردیابی منحنی طراحی شده با استفاده از یک روش کنترلی است. در نتیجه، فرمان‌های کنترلی رانش یا ترمز به قطار اعمال می‌شود و همچنین، اطلاعاتی نظیر سرعت و موقعیت قطار توسط حسگرها، جمع‌آوری و به صورت در لحظه به سامانه‌ی راهبری منتقل می‌شود تا به عنوان بازخورد برای تعیین و اعمال فرمان کنترلی بعدی مورد استفاده قرار گیرد.



شکل ۱- تصویر نمادین از عملیات کنترلی معمول در سامانه راهبری خودکار قطار [۱۳].

اگرچه پیاده سازی سیستم های ATO در دنیای واقعی در بسیاری از خطوط مترو شهری، سودمندی و کارایی فناوری های ATO را نشان داده است، در حال حاضر، اساساً دو چالش مهم در این رابطه وجود دارد که منجر به مطالعات زیادی برای بهبود عملکرد سیستم های ATO شده است [۱۲]. از یک طرف، بهینه‌سازی منحنی سرعت مرجع، ذاتاً یک مسئله پیچیده با اهداف بهینه‌سازی و قیود متعدد است [۱۴، ۱۵]. برای برآوردن حرکت قطار در محیط واقعی عملیات، در تعیین منحنی‌های سرعت باید همچنین مشخصه‌هایی از جمله شیب خط، محدودیت سرعت،

سفر، وقت‌شناسی، بازدهی بالا، راحتی، ایفای نقش در توسعه اقتصادی و پیشرفت اجتماعی و افزایش عدالت اجتماعی و غیره اشاره شده است [۲-۱۱]. با این حال، چگونگی کنترل حرکت قطارها برای دستیابی به بهره‌برداری ایمن و کارآمد از سامانه ریلی، چالشی قدیمی است که تقریباً به تولد حمل و نقل ریلی باز می‌گردد. برای سیستم های ریلی سنتی، این امر معمولاً به واسطه‌ی دو مرحله‌ی عمده انجام می‌شود [۱۲]:

- تهیه و تنظیم جدول زمانی و برنامه حرکتی قطارها که توسط یک فرآیند برنامه‌ریزی وسیع و قبل از شروع به بهره‌برداری از شبکه ریلی آماده می‌شود.
- راهبری قطار توسط راهبران با کمک تجهیزات علائمی ثابتی که مواردی همچون اجازه حرکت قطار، مسیر مجاز و غیره را به راهبر داخل کابین راهبری قطار انتقال می‌دهند.

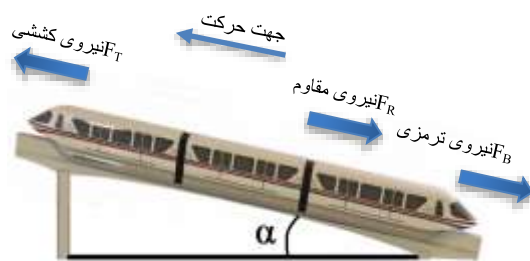
اما این چارچوب بهره‌برداری سنتی دارای ضعف‌هایی است که با توجه به زیرساخت‌های محدود شبکه‌ی ریلی، باعث ایجاد نگرانی درمورد افزایش تقاضای سفر می‌شود. به طور خاص، راهبری دستی عموماً بر اساس کارآموزی و تجربه‌ی شخصی انجام می‌شود، نه محاسبات دقیق و ملاحظات نظام‌مند [۱]؛ لذا تضمین مواردی از قبیل ایمنی، کیفیت خدمات (به عنوان مثال، ظرفیت حمل و نقل، دقت زمانی، دقت توقف) و هزینه‌های عملیاتی (به عنوان مثال، مصرف انرژی، اشغال زیرساخت‌ها) دشوار است و این مسئله به ویژه در شبکه‌های ریلی درون‌شهری بسیار جدی است، جایی که تقاضای مسافران بسیار زیاد است و سرفاصله اعزام قطارها بسیار کوتاه [۱۲].

با توسعه‌ی فن‌آوری‌های ارتباطی، کنترلی و رایانه‌ای در چند دهه‌ی گذشته، راهبری خودکار قطار (ATO³) به عنوان یک فن‌آوری نوظهور برای جایگزینی راهبری متداول مبتنی بر عملیات کاملاً دستی، در بسیاری از سیستم‌های ریلی شهری در نظر گرفته شده است. نوعاً هدف از راهبری خودکار قطار، ارتقاء بهره‌وری عملیات ترافیک ریلی، با تولید در لحظه^۴ و خودکار فرمان‌های بهینه‌ی شتاب‌گیری، خلاصی و ترمزگیری می‌باشد. همچنین با توجه به پدیدار شدن روزافزون مسائل مهم زیست‌محیطی و مسائل مربوط به حوزه‌ی انرژی، در موارد بسیاری راهبری خودکار قطار به خاطر تولید فرمان‌های بهینه‌ی کنترلی برای کاهش مصرف

⁴ Realtime

³ Automatic Train Operation

عموماً از چند قسمت مختلف (شامل لوکوموتیو و واگن‌ها) تشکیل شده است، به عنوان یک جرم صلب در نظر گرفته شده و حرکت طولی قطار با یک رابطه‌ی قانون نیوتن بیان می‌شود. از مدل چند نقطه‌ای عموماً در مواردی مانند قطارهای باری سنگین و طولی و یا قطارهای تندرو استفاده می‌شود و مدل تک نقطه‌ای برای بیان دینامیک آن‌ها مناسب نیست. در مسائل مربوط به حرکت سایر قطارها غالباً از مدل تک نقطه‌ای استفاده می‌شود [۱۲] و بنا بر [۲۱]، استفاده از این مدل برای توسعه‌ی سامانه راهبری خودکار قطارها در شبکه‌های ریلی درون‌شهری، مناسب است. در پژوهش حاضر نیز که مربوط به سامانه‌ی ریلی و قطارهای درون‌شهری می‌باشد، کل قطار به صورت یک جسم صلب مدل شده است.



شکل ۲- نیروهای وارد بر قطار [۱۴].

با توجه به شکل (۲) که نشان‌دهنده‌ی نیروهای وارد بر قطار در طول حرکت می‌باشد، و با مدل کردن قطار به عنوان یک جسم صلب، دینامیک حرکت قطار را می‌توان با رابطه موسوم به قانون دوم نیوتن به صورت زیر نشان داد.

$$M \times a = F_T - F_B - F_R \quad (1)$$

که در آن M (با واحد کیلوگرم) جرم پویای^۹ قطار (یعنی حاصل جمع جرم ایستای^{۱۰} قطار و جرم دورانی^{۱۱} یا همان اثر ممان اینرسی اجزای دورانی قطار)، a (با واحد متر بر مجذور ثانیه)، شتاب حرکتی قطار و F_T ، F_B و F_R (با واحد نیوتن) به ترتیب، نیروی کششی، نیروی ترمزی و نیروی مقاوم حرکتی^{۱۲} قطار می‌باشند. البته، واضح است که در صورت حرکت قطار در سراسیبه‌ی، نیروی مربوط به وزن قطار که در شکل (۲) بخشی از نیروی مقاوم (F_R) را تشکیل می‌دهد، هم‌جهت با نیروی کششی (F_T) و کمک‌کننده به حرکت رو به جلوی قطار خواهد بود.

انحنای مسیر، مشخصه‌ی کششی^۵ و ترمزی قطار و در صورت نیاز مسئله‌ی بازجذب انرژی ترمزی قطار توسط شبکه، در نظر گرفته شود [۱۶]، که مسئله بهینه‌سازی منحنی سرعت را سخت‌تر می‌کند. از طرف دیگر، روش‌های کنترلی برای ردیابی سرعت قطار، تحت تأثیر عوامل مختلفی مانند غیر خطی بودن ورودی، خطای عملگرها، عدم قطعیت ضرایب معادلات حرکتی قطار و شیب‌ها و مقاومت‌های پَسارِ آیرودینامیکی^۷ متغیر قرار دارند [۱۷-۲۰].

در این پژوهش، جهت مواجهه با معضلات اشاره شده، از کنترل پیش‌بین مدل^۸ یا به اختصار: کنترل پیش‌بین استفاده می‌گردد. کنترل پیش‌بین یک روش مبتنی بر بهینه‌سازی است که به لطف توانایی‌اش در مواجهه با: (۱) سیستم‌های چند متغیره، (۲) وجود قیود روی ورودی‌ها یا حالت‌های سیستم، (۳) اهداف بهینه‌سازی مختلفی همچون ردیابی ورودی مرجع یا یک تابع هدف اقتصادی، و ویژگی‌های دیگر، به موفقیت گسترده‌ای در بخش صنعتی دست یافته است [۲۰].

در این پژوهش، ضمن اصلاح معادلات حرکتی قطار برای بیان رفتاری دقیق‌تر از حرکت آن، با استفاده از ساختار کنترل پیش‌بین، سامانه‌ای کارآمد برای راهبری خودکار قطار به صورت بهینه طراحی شده است. این سامانه‌ی راهبری بهینه، شامل هر دو لایه کنترلی برای راهبری خودکار قطار است.

جهت سهولت مطالعه، مقاله به این ترتیب بخش‌بندی گردیده است: در قسمت ۲ ضمن طرح مسئله به صورت ریاضی، معادلات فضای حالت برای بیان رفتاری دقیق‌تر از حرکت قطار اصلاح شده است. در قسمت ۳ سامانه‌ی طراحی‌شده معرفی می‌گردد. قسمت ۴ مربوط به شبیه‌سازی حرکت قطار در خط ۱ متروی تهران با استفاده از سامانه‌ی طراحی‌شده و بررسی و تحلیل نتایج آن خواهد بود. قسمت ۵ شامل جمع‌بندی می‌باشد.

۲- شرح مسئله

در پژوهش‌ها و مقالات برای وصف و نمایش حرکت قطارها عمدتاً از دو مدل استفاده شده است: (۱) مدل تک‌نقطه‌ای و (۲) مدل چند نقطه‌ای. در مدل تک‌نقطه‌ای، کل قطار که

⁹ dynamic mass

¹⁰ static mass

¹¹ rotatory mass

¹² resistive force

⁵ traction

⁶ actuator

⁷ aerodynamic drag

⁸ Model Predictive Control (MPC)

به علت ثابت بودن حداکثر توان قابل تولید در موتورهای کششی قطار، حداکثر مقدار نیروی کششی یا ترمزی الکتریکی در دسترس، از یک نقطه به بعد با افزایش سرعت قطار کاهش می‌یابد. با توجه به این مسئله و سایر خصوصیات فیزیکی، عملاً بین این نیروها و سرعت قطار رابطه‌ای غیرخطی وجود دارد.

مقدار نیروی کششی یا ترمزی اعمالی به قطار، همان ابزار کنترلی برای راهبری قطار است و در واقع وظیفه سامانه راهبری، تعیین مقدار و اعمال برخط^{۱۳} این نیروها به قطار می‌باشد. همچنین، در هر لحظه حداکثر یکی از دو نیروی کنترلی کششی و ترمزی به قطار اعمال می‌شود. پس با تعریف متغیر $u \in [-1, 1]$ برای نیروی هنجارشده^{۱۴} (یعنی میزان نیروی کششی/ترمزی اعمالی به قطار نسبت به اندازه‌ی حداکثر نیروی در دسترس)، آن را به عنوان متغیر کنترلی در نظر می‌گیریم. در واقع متغیر u کار همان دسته‌ای را انجام می‌دهد که راهبر قطار برای نیروی رانش، آن را بین صفر و حد بالای آن، و برای ترمزگیری آن را بین صفر و حد پایین‌اش جابه‌جا می‌کند. با این حساب، $u = 1$ متناظر با بیشترین نیروی کششی و $u = -1$ به معنای اعمال بیشترین نیروی ترمزی می‌باشد و هر عدد بین -1 و 1 نشانگر اعمال همان نسبت از حداکثر نیروی کششی (یا ترمزی) به قطار می‌باشد. در نتیجه، می‌توان گفت که نیروی کششی یا ترمزی در رابطه^(۱)، تابعی از دو متغیر سرعت (v با واحد متر بر ثانیه) و متغیر کنترلی (u) هستند و می‌توان آن‌ها را به ترتیب به صورت $F_T(v, u)$ و $F_B(v, u)$ نشان داد. از طرف دیگر، با در نظر گرفتن سایر نیروهای موثر در حرکت قطار شهری، می‌توان نیروی مقاوم (F_R) را متشکل از دو بخش زیر در نظر گرفت [۲۲]:

به علت ثابت بودن حداکثر توان قابل تولید در موتورهای کششی قطار، حداکثر مقدار نیروی کششی یا ترمزی الکتریکی در دسترس، از یک نقطه به بعد با افزایش سرعت قطار کاهش می‌یابد. با توجه به این مسئله و سایر خصوصیات فیزیکی، عملاً بین این نیروها و سرعت قطار رابطه‌ای غیرخطی وجود دارد.

مقدار نیروی کششی یا ترمزی اعمالی به قطار، همان ابزار کنترلی برای راهبری قطار است و در واقع وظیفه سامانه راهبری، تعیین مقدار و اعمال برخط^{۱۳} این نیروها به قطار می‌باشد. همچنین، در هر لحظه حداکثر یکی از دو نیروی کنترلی کششی و ترمزی به قطار اعمال می‌شود. پس با تعریف متغیر $u \in [-1, 1]$ برای نیروی هنجارشده^{۱۴} (یعنی میزان نیروی کششی/ترمزی اعمالی به قطار نسبت به اندازه‌ی حداکثر نیروی در دسترس)، آن را به عنوان متغیر کنترلی در نظر می‌گیریم. در واقع متغیر u کار همان دسته‌ای را انجام می‌دهد که راهبر قطار برای نیروی رانش، آن را بین صفر و حد بالای آن، و برای ترمزگیری آن را بین صفر و حد پایین‌اش جابه‌جا می‌کند. با این حساب، $u = 1$ متناظر با بیشترین نیروی کششی و $u = -1$ به معنای اعمال بیشترین نیروی ترمزی می‌باشد و هر عدد بین -1 و 1 نشانگر اعمال همان نسبت از حداکثر نیروی کششی (یا ترمزی) به قطار می‌باشد. در نتیجه، می‌توان گفت که نیروی کششی یا ترمزی در رابطه^(۱)، تابعی از دو متغیر سرعت (v با واحد متر بر ثانیه) و متغیر کنترلی (u) هستند و می‌توان آن‌ها را به ترتیب به صورت $F_T(v, u)$ و $F_B(v, u)$ نشان داد. از طرف دیگر، با در نظر گرفتن سایر نیروهای موثر در حرکت قطار شهری، می‌توان نیروی مقاوم (F_R) را متشکل از دو بخش زیر در نظر گرفت [۲۲]:

$$F_R(k, v) = R_v(v) + R_g(k) \quad (۲-الف)$$

$$R_v(v) = A + B|v| + Cv^2 \quad (۲-ب)$$

$$R_g(k) = M_s \left(a_g \sin(\alpha(k)) + \frac{D}{r_c(k)} \right) \quad (۲-پ)$$

که k نشانگر مکان و $R_v(v)$ (با واحد نیوتن) حاصل جمع نیروی اصطکاک ثابت و نیروی مقاوم متغیر با سرعت است و $R_g(k)$ (با واحد نیوتن) نیروی مقاوم مربوط به شیب و قوس مسیر می‌باشد. M_s (با واحد کیلوگرم) جرم ایستای قطار، a_g (با واحد متر بر مجذور ثانیه) شتاب گرانش زمین،

با توجه به دینامیک قطار و روابط موجود بین سه متغیر سرعت (v)، زمان (t) و مکان (s)، می‌توان هر یک از این سه متغیر را به عنوان متغیر مستقل فرض کرد و دو متغیر دیگر را به عنوان متغیر وابسته در نظر گرفت [۲۷]. در مطالعات متعددی بیان شده است که برای این کاربرد، مناسب است متغیر مکان به عنوان متغیر مستقل و متغیرهای سرعت و زمان، بر حسب مکان در نظر گرفته شوند [۲۸]. با توجه به تغییر برخی مشخصات خط در طول مسیر (همچون شیب خط و حد مجاز سرعت)، انتخاب مکان به عنوان متغیر مستقل در مسائلی همچون موضوع این پژوهش، مناسب‌تر است و در نتیجه‌ی آن، بررسی تحلیلی و یا عددی مسئله‌ی کنترل بهینه به طور قابل توجهی ساده‌تر می‌شود [۲۹].

با در نظر گرفتن فضای یک بعدی (یعنی موقعیت قطار در طول خط) به عنوان متغیر مستقل، برای گسسته‌سازی آن از فاصله‌ی نمونه‌برداری DS (با واحد متر) استفاده می‌شود و شاخص k ($k \in \mathbb{Z}$) به عنوان متغیر مکان گسسته تعریف می‌شود؛ بنابراین مکان واقعی قطار در طول مسیر در هر نقطه نمونه برابر با $k.DS$ خواهد بود. همچنین، برای پیاده‌سازی عملی نیز باید نرخ نمونه‌برداری کنترل‌کننده به اندازه کافی بالا باشد تا لحظات مکان گسسته را بتواند با دقت خوبی پوشش بدهد؛ به عنوان مثال، برای قطاری با سرعت ۲۵ متر بر ثانیه و فاصله گسسته‌سازی ۵ متر، یک کنترل‌کننده

¹⁵ Davis equation

¹³ online

¹⁴ normalized force

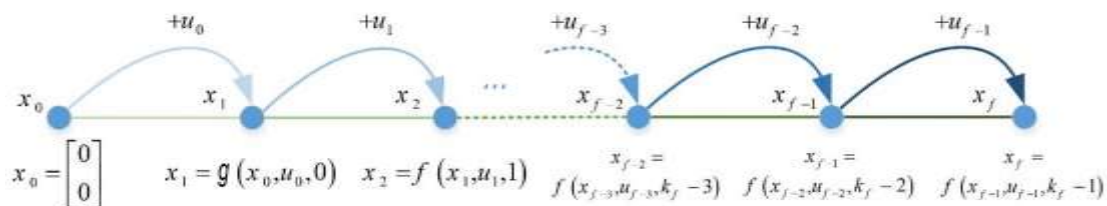
دقیق‌تری برای فضای حالت حرکت قطار استنتاج کردیم. رابطه‌ی حاصل به این شکل است:

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} t(k+1) \\ v(k+1) \end{bmatrix} = g(x_k, u_k, k) = \begin{bmatrix} t(k) + \frac{2.D_s}{v(k) + \sqrt{v^2(k) + 2.D_s.a(v(k), u(k), k)}} \\ \sqrt{v^2(k) + 2.D_s.a(v(k), u(k), k)} \end{bmatrix}$$

و

$$a(v(k), u(k), k) = \frac{F_T(v(k), u(k)) - F_B(v(k), u(k)) - F_R(k, v(k))}{M} \quad (۴)$$

در استخراج این رابطه، نیروی وارده به قطار، و در نتیجه شتاب قطار، در طول فاصله بین نمونه‌ها ثابت فرض شده است که فرضی نزدیک‌تر به واقعیت در مقایسه با مدل‌سازی‌های قبلی است. ضمن آن که روش معمول برای ساده‌کردن محاسبه‌ی دینامیک قطار، فرض ثابت بودن نیروی وارده بر قطار در بازه‌های کوتاه است [۳۰]. همان‌طور که مشاهده می‌شود، رابطه ۴ نسبت به رابطه ۳ غیرخطی‌تر و پیچیده‌تر است و با توجه به اهمیت میزان سادگی روابط در انجام بهینه‌سازی‌های لازم، و همچنین دقت کافی رابطه ۳ در بیان حالت‌های سامانه در نقاطی که سرعت قطار بزرگتر از صفر است، از رابطه ۴ فقط برای بیان آغاز حرکت قطار استفاده می‌کنیم؛ جایی که سرعت اولیه قطار در آن صفر است و در سایر نقاط از رابطه ۳ استفاده شده است. با این حساب، میتوان روابط حاکم بر حالت‌های قطار را در طول مسیر به صورت شکل (۳) نمایش داد.



شکل ۳- روابط حاکم بر حالت‌های قطار در نقاط نمونه در طول مسیر

قیدی برای رعایت حد مجاز سرعت معین هر نقطه از مسیر، لحاظ می‌گردد. کارا بودن راهبری هم با رسیدن به موقع و توقف کامل و دقیق قطار در ایستگاه مقصد تامین می‌شود؛ یعنی قید حالت نهایی. بهینگی راهبری هم به معنی مصرف

با نرخ نمونه‌برداری ۵۰ هرتز، حداکثر تاخیر عملکردی ۰.۵ متر خواهد داشت که برابر با ۱۰٪ فاصله نمونه‌ها خواهد بود. با تعیین مکان قطار به عنوان متغیر مستقل، زمان سفر و سرعت قطار به عنوان متغیرهای حالت این سامانه لحاظ می‌گردند. با توجه به روابط دینامیکی حرکت قطار (روابط (۱) و (۲)) و با استفاده از روش گسسته‌سازی اویلر پیشرو^{۱۶} می‌توان روابط فضای حالت را به این صورت نوشت [۲۲]:

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} t(k+1) \\ v(k+1) \end{bmatrix} = f(x_k, u_k, k) = \begin{bmatrix} t(k) + \frac{D_s}{|v(k)|} \\ v(k) + \frac{D_s}{|v(k)|} \left(\frac{F_T(v(k), u(k)) - F_B(v(k), u(k)) - F_R(k, v(k))}{M} \right) \end{bmatrix} \quad (۳)$$

۲-۱- اصلاح روابط

علی‌رغم این که رابطه‌ی ۳ در عمده‌ی موارد از دقت قابل قبولی برخوردار است [۱۴]، رابطه‌ای تقریبی می‌باشد؛ به این معنا که برای محاسبه Δt و استفاده از آن برای محاسبه t و v جدید، از رابطه‌ی $\frac{D_s}{|v(k)|}$ استفاده شده است؛ یعنی در آن، سرعت در طول فاصله‌ی دو نمونه (که برابر با D_s متر است) ثابت فرض شده است. این فرض، از میزان غیرخطی بودن روابط کاسته است و محاسبات را راحت‌تر کرده است، و هرچه سرعت قطار بالاتر باشد، خطای آن کم‌تر خواهد بود. اما این رابطه، قابلیت بیان آغاز حرکت قطار را که در آن قطار در حال شتاب‌گیری با سرعت اولیه صفر است، ندارد، و نیاز به استفاده از عددی غیر واقعی برای سرعت اولیه قطار دارد. لذا از روابط دینامیکی حرکت، رابطه‌ی

۳- طراحی کنترل‌کننده

در این بخش به طراحی کنترل‌کننده پیش‌بین برای راهبری قطار به صورتی ایمن، کارا و بهینه بر اساس روابط اصلاح شده می‌پردازیم. در این پژوهش، ایمنی حرکت با تعریف

¹⁶ forward Euler

(همان ورودی مرجع)، بهترین مجموعه‌ی ورودی‌ها در افق معینی را برای بازگشت سامانه به حالت مطلوب ضمن رعایت قیود، تعیین کند و نخستین فرمان را به سامانه اعمال کند. در نمونه‌ی بعدی، کنترل‌کننده همین روند را تکرار می‌کند.

۳-۱- ایجاد منحنی‌های بهینه سرعت- مکان و زمان- مکان

با در نظر گرفتن مکان ایستگاه مبدا به عنوان $s = 0$ و مکان ایستگاه مقصد با $s = s_f$ ، زمان رسیدن قطار به مقصد را که از مرکز مدیریت ترافیک برای راهبر یا سامانه‌ی راهبری تعیین می‌شود $t = t_f$ فرض می‌کنیم. همچنین، با گسسته‌سازی فضای بین دو ایستگاه با فاصله‌ی $Δs$ ، این فاصله با شمارنده‌ی k شمرده می‌شود. بنابراین برای ایستگاه مقصد، k به این صورت در نظر گرفته می‌شود:

$$\begin{cases} 0 \leq F_T(k) \leq F_{Tmax}(v(k)) \\ 0 \leq |F_B(k)| \leq |F_{Bmax}(v(k))| \end{cases} \quad k = 0, \dots, k_f$$

$$x(0) = [0, 0]^T$$

$$x(k_f) = [t_f, 0]^T$$

$$v(k) \leq \bar{v}(k), \quad k = 0, \dots, k_f$$

روابط (۷) الی (۱۰) به ترتیب نشانگر محدودیت نیروی کششی و ترمزی در دسترس، وضعیت قطار در لحظه شروع حرکت، وضعیت قطار در هنگام توقف در مقصد، و لزوم رد نشدن سرعت قطار از حد مجاز معین در طول مسیر می‌باشند. هدف، یافتن سلسله ورودی‌های لازم برای حداقل کردن مصرف انرژی کششی قطار ضمن رعایت قیود فوق می‌باشد. با توجه به رابطه انرژی مصرفی (E) در رابطه ۶ و با توجه به ثابت بودن فاصله نمونه‌برداری (Δs)، برای حداقل کردن انرژی مصرفی (E)، تابع هدف J به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$J = \sum_{k=0}^{k_f-1} F_T(v(k), u(k)) \quad (11)$$

بازنویسی مساله به شکل استاندارد برای بهینه‌سازی، به صورت زیر است:

$$\min_u \sum_{k=0}^{k_f-1} F_T(x(k), u(k)) \quad (12-الف)$$

کمترین انرژی برای حرکت قطار، البته ضمن رعایت قیود ایمنی و کارایی می‌باشد. با توجه به روابط حالت (روابط ۳) و (۴) و با توجه به شکل ۳، می‌توان حالت نهایی قطار را به صورت رابطه ۵ در زیر نوشت:

$$x_f = f(f(f(\dots(g(x_0, u_0, 0), u_1, 1), u_2, 2) \dots), u_{f-1}, k_f - 1)$$

که x_f حالت نهایی قطار مربوط به نقطه $k = k_f$ و توابع $f(\cdot)$ و $g(\cdot)$ به ترتیب نشانگر روابط حالات (روابط ۳) و (۴) هستند. همچنین با توجه به رابطه فیزیکی حاکم، می‌توان انرژی مصرفی قطار از منبع توان برای حرکت از مبدا تا مقصد را به صورت رابطه (۶) نوشت:

$$E = \int_0^{s_f} F_T(s) \cdot ds \approx \sum_{k=0}^{k_f-1} F_T(v(k), u(k)) \cdot \Delta s$$

$$= \Delta s \cdot \sum_{k=0}^{k_f-1} F_T(v(k), u(k)) \quad (6)$$

با توجه به وجود قید حالت نهایی و وابستگی حالت نهایی به سلسله ورودی‌های پیشین و همچنین وابستگی انرژی مصرفی به کل فرمان‌های کنترلی در طول مسیر، برای تعیین مناسب‌ترین راهبرد حرکتی از هر نقطه تا مقصد، نیاز است کل سلسله ورودی‌های لازم برای راهبری بهینه قطار تعیین شوند، به شکلی که هم قیود حالت‌ها (یعنی سرعت مجاز در طول مسیر و سرعت و زمان سفر در مقصد) رعایت شود و هم کم‌ترین انرژی مصرف گردد.

روشن است که بهینه‌سازی این تعداد متغیر به صورت همزمان، آن هم با وجود روابط غیرخطی فضای حالت سامانه، مسئله‌ای سخت و زمان‌بر می‌باشد و اجرای آن به صورت برخط و در لحظه، میسر نیست. روش پیشنهادی پژوهش حاضر، آن است که کنترل‌کننده در ابتدای مسیر و فقط برای یک بار، مجموعه‌ی کامل ورودی‌های کنترلی بهینه را برای حرکت از مبدا به مقصد برای حالت نامی سامانه بیابد. این مجموعه‌ی ورودی‌ها، با توجه به روابط فضای حالت، معادل مجموعه‌هایی از متغیرهای حالت سامانه، یعنی سرعت قطار و زمان سفر قطار خواهد بود. به این ترتیب منحنی‌های بهینه‌ی سرعت-مکان و زمان-مکان برای حالت نامی سامانه تولید می‌شود. در ادامه، یک کنترل‌کننده پیشبین به کار گرفته می‌شود تا این منحنی‌ها را به عنوان ورودی مرجع دریافت کند و آن را دنبال کند. این کنترل‌کننده در هر نقطه، افق محدود و ثابتی از رفتار آینده‌ی قطار و ورودی مرجع را در نظر می‌گیرد تا در صورت وجود اختلاف بین وضعیت واقعی سامانه و وضعیت مطلوب

منوط به شرایط و قیود زیر:

$$x(k+1) = \begin{cases} g(x(k), u(k), k), & k=0 \\ f(x(k), u(k), k), & k>0 \end{cases} \quad (۱۲-ب)$$

$$u(k) \in [-1, 1], \quad k=0, \dots, k_f-1 \quad (۱۲-پ)$$

$$x(k) \in X(k), \quad k=1, \dots, k_f \quad (۱۲-ت)$$

$$x(0) = x_0 \quad (۱۲-ث)$$

$$x(k_f) \in X_f \quad (۱۲-ج)$$

که $x(k)$ متغیرهای حالت و $U = \{u(0), \dots, u(k_f-1)\}$ مجموعه متغیرهای بهینه‌سازی (یعنی همه‌ی ورودی‌های کنترلی برای حرکت قطار از مبدا به مقصد) می‌باشد. رابطه‌ی (۱۲-ب) بیانگر دینامیک سامانه است که در آن، g مربوط به رابطه‌ی (۴) و f مربوط به رابطه‌ی (۳) است. رابطه‌ی (۱۲-پ) حدود مجاز u را نشان می‌دهد و از رابطه‌ی (۷) حاصل می‌شود که ۱- نشان‌دهنده‌ی ترمز با تمام توان و ۱ نشان‌دهنده‌ی استفاده از حداکثر نیروی کششی در دسترس می‌باشد. رابطه‌ی (۱۲-ت) اشاره به لزوم رعایت محدوده‌ی سرعت مجاز در طول مسیر دارد. رابطه‌ی (۱۲-ث) نشانگر حالت اولیه سامانه و (۱۲-ج) نشانگر قید حالت نهایی سامانه می‌باشد.

با توجه به تعداد بالای متغیرهای بهینه‌سازی ($u(0)$ تا $u(k_f-1)$)، و همچنین رابطه‌ی غیرخطی و پیچیده موجود در قید (۱۲-ب) که ناشی از دینامیک سامانه است، عملاً امکان استفاده از روش تحلیلی برای حل این مساله بهینه‌سازی مقید وجود ندارد. لذا در این پژوهش برای حل مسائل بهینه‌سازی مقید از روش عددی استفاده گردیده است.

خروجی این مساله‌ی بهینه‌سازی، مجموعه‌ی k_f عضوی از فرمان‌های کنترلی u خواهد بود که متعلق به تمام نقاط مسیر، از $k=0$ تا $k=k_f-1$ هستند. با توجه به مشخص بودن معادلات حالت و همچنین حالت اولیه سامانه، این سلسله ورودی‌های بهینه از نقطه ۰ تا k_f-1 معادل و متناظر هست با سلسله حالت‌های بهینه‌ی نامی مربوط به نقطه‌های ۱ تا k_f . چرا که با مشخص بودن حالت فعلی و ورودی کنترلی آن، مقدار نامی حالت قطار در نقطه‌ی بعدی مشخص می‌شود. مشخص شدن این مقادیر به ازای هر نقطه، منحنی‌های بهینه را تشکیل می‌دهند؛ یعنی منحنی

ورودی بهینه (u_{opt})، سرعت بهینه (v_{opt}) و زمان بهینه (t_{opt})

۳-۲- طراحی کنترل‌کننده برای ردیابی منحنی‌ها

پس از تولید منحنی بهینه‌ی مقید سرعت-مکان و زمان-مکان برای سفر قطار از ایستگاه مبدا به ایستگاه مقصد، حال نیاز به طراحی یک کنترل‌کننده برای دنبال کردن منحنی مرجع و جبران تاثیرات نویزها، اغتشاشات و نامعینی‌های احتمالی مدل و انحراف از مرجع می‌باشد. طبیعتاً قیود مربوط به حرکت قطار که در محاسبه‌ی منحنی بهینه‌ی مرجع لحاظ شدند، در این مرحله نیز باید مورد توجه قرار بگیرند. قیود لحاظ‌شده در این پژوهش، که مربوط به سه منشاء محدودیت‌های دینامیکی، قوانین مربوط به ایمنی سفر، و شروط لازم برای کارا بودن حرکت قطار هستند، عبارت‌اند از:

- محدودیت نیروی کششی و ترمزی در دسترس،
- حد مجاز سرعت برای راهبری ایمن قطار،
- رسیدن به موقع و توقف کامل قطار در ایستگاه مقصد.

در این پژوهش، برای دنبال کردن منحنی مرجع ضمن رعایت قیود مربوطه، از کنترل‌کننده‌ی پیش‌بین غیرخطی استفاده می‌شود. این روش کنترلی، یک روش مدل‌پایه می‌باشد و کنترل‌کننده برای تعیین فرمان کنترلی بهینه، از اطلاعات مدل سامانه‌ی کنترل‌شونده استفاده می‌کند. در این پژوهش، کنترل‌کننده وظیفه‌ی راهبری قطار را به صورت برخط بر عهده دارد و مشخصاً نقش آن، تعیین ورودی کنترلی کششی یا ترمزی مناسب برای دنبال کردن منحنی‌های مرجع ضمن رعایت قیود می‌باشد. برای این منظور، کنترل‌کننده، منحنی‌های مرجع و حالت فعلی سامانه را به عنوان ورودی دریافت می‌کند و با در نظر گرفتن مقدار مرجع در افق معینی از آینده، که به آن/افق پیش‌بینی گفته می‌شود، و همچنین با بررسی رفتار سامانه در طول افق پیش‌بینی که وابسته به متغیر کنترلی است، به تعیین بهترین متغیرهای کنترلی برای کاهش خطای موجود بین رفتار سامانه و منحنی مرجع در ضمن رعایت قیود ورودی کنترلی و حالت‌ها می‌پردازد. این روند در هر نقطه‌ی نمونه تکرار می‌شود؛ به این معنی که کنترل‌کننده با یافتن مجموعه ورودی‌های بهینه برای حداقل کردن تابع هزینه ضمن رعایت قیود تعریف‌شده، فقط اولین عضو از مجموعه‌ی ورودی‌های بهینه که مربوط به لحظه‌ی فعلی است، به

تعریف آن برای کنترل‌کننده، در بهینه‌سازی و یافتن فرمان‌های کنترلی بهینه لحاظ می‌شود.

لازم به ذکر است که افق پیش‌بینی هر چه بلندتر باشد و کنترل‌کننده، تعداد نمونه‌های بیشتری در نظر بگیرد، راه حل کنترلی بهینه‌تر خواهد بود؛ اما از طرفی نیز، افزایش طول افق به معنای افزایش بار محاسباتی و پیچیده‌تر شدن مساله‌ی بهینه‌سازی می‌باشد و از آنجا که کنترل‌کننده باید به صورت برخط و در لحظه، مقدار مناسب کنترلی را تعیین و به سامانه اعمال کند، زمان انجام محاسبات باید به اندازه‌ی کافی کوتاه باشد تا کنترل‌کننده از سامانه و رفتار آن، عقب نماند. لذا لازم است افق مناسبی برای برخورداری از میزان بهینگی و زمان پاسخ مناسب کنترل‌کننده به طور توانمند تعیین و لحاظ شود. همچنین، به تعداد متغیرهای مستقل در نظر گرفته‌شده برای ورودی در هر مرحله، افق کنترل گفته می‌شود. واضح است که طول افق کنترل کوچکتر یا مساوی طول افق پیش‌بینی خواهد بود. در این مقاله، افق کنترل برابر با افق پیش‌بینی لحاظ شده است.

با توجه به توضیحات مذکور و با فرض افق پیش‌بینی p ، شکل استاندارد مساله‌ی بهینه‌سازی کنترل‌کننده در لحظه-ی نمونه‌ی k_i به صورت معادلات ارائه شده در جدول ۱ تعیین می‌گردد. در روابط (۱۳-الف) تا (۱۳-پ) k_v شاخص نقطه‌ای است که به دست طراح تعیین می‌شود و کنترل‌کننده تا قبل از رسیدن به آن نقطه وظیفه دارد منحنی زمان-مکان را دنبال کند و در صورت انحراف از منحنی مرجع، به آن بازگردد تا سفر قطار به مقصد طبق برنامه زمانبندی پیش رود.

جدول ج ۱- معادلات اصلاح شده برای پیش بین مدل

$$\min_{U=\{u(k_i), \dots, u(k_i+p-1)\}} \sum_{l=1}^p q_l \left(\hat{t}(k_i+l) - t_{ref}(k_i+l) \right)^2 \text{ for } 0 \leq k_i < k_v \quad (13\text{-الف})$$

$$\min_{U=\{u(k_i), \dots, u(k_i+p-1)\}} \sum_{l=1}^p q_l \left(\hat{t}(k_i+l) - t_{ref}(k_i+l) \right)^2 + w_l \left(\hat{v}(k_i+l) - v_{ref}(k_i+l) \right)^2 \quad (13\text{-ب})$$

$$\text{for } k_i \geq k_v, (k_f - k_i) \geq p$$

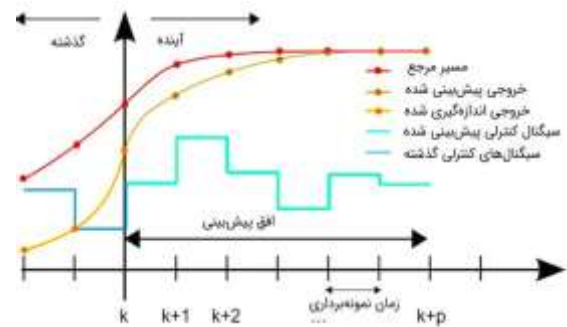
$$\min_{U=\{u(k_i), \dots, u(k_f-1)\}} \sum_{l=1}^{k_f-k_i} q_l \left(\hat{t}(k_i+l) - t_{ref}(k_i+l) \right)^2 + w_l \left(\hat{v}(k_i+l) - v_{ref}(k_i+l) \right)^2 \quad (13\text{-پ})$$

$$\text{for } k_i \geq k_v, (k_f - k_i) < p$$

منوط به شرایط و قیود زیر:

$$x(k+1) = \begin{cases} f(x(k), u(k), k), & k = 0 \\ g(x(k), u(k), k), & k > 0 \end{cases} \quad (13\text{-ت})$$

سامانه اعمال می‌شود و در لحظه‌ی نمونه‌ی بعدی، کنترل-کننده مجدداً با دریافت وضعیت لحظه‌ای حالت‌های سامانه، روند مذکور را تکرار می‌کند. در این پژوهش تابع هزینه، مجموع مربعات خطای انحراف رفتار سامانه از مرجع ورودی در نظر گرفته شده است. طرح نموداری روش کار کنترل پیش‌بین در شکل (۴) آمده است.



شکل ۴- طرح نموداری روش کار کنترل پیش‌بین

از قیود سه‌گانه‌ای که به آن اشاره شد، قید حداکثر نیروی کششی و ترمزی، با لحاظ کردن حداکثر نیروهای در دسترس در رفتار دینامیکی سامانه و تعریف بازه‌ی $[-1, 1]$ برای ورودی کنترلی مجاز (که $u=1$ نماینده‌ی بیشترین نیروی کششی در دسترس و $u=-1$ نماینده‌ی بیشترین نیروی ترمزی در دسترس است)، رعایت خواهد شد. قید مربوط به حالت قطار در ایستگاه مقصد $t(k_f) = t_f$ و $v(k_f)=0$ نیز مستقیماً با دنبال کردن منحنی‌های مرجع تامین خواهد شد، و هر چه این امر دقیق‌تر باشد، شاهد خطای کمتری خواهیم بود. قید حداکثر سرعت مجاز نیز با

$$u(k) \in [-1, 1], \quad k = 0, \dots, k_f - 1 \quad (۱۳-ث)$$

$$x(k) \in X(k), \quad k = 1, \dots, k_f \quad (۱۳-ج)$$

$$x(k_i) = x_i \quad (۱۳-چ)$$

نامعینی سازگار^{۱۷} گفته می‌شود. در نتیجه، ورودی آلوده به اغتشاش را می‌توان به صورت $\tilde{u}(k) = u(k) + d(k)$ بیان کرد. در مورد کنترل حرکت قطار، $d(k)$ می‌تواند نشان‌دهنده اثر مواردی مانند نامعینی‌های مربوط به جرم قطار، مشخصات سیستم انتقال قدرت^{۱۸} قطار، شیب و قوس خط، و همچنین خطای مربوط به گسسته‌سازی‌ها باشد. برای در نظر گرفتن $d(k)$ ، فرض زیر لحاظ می‌شود:

$$\forall k \in Z_{[0, k_f]}, \|d(k)\| \leq \bar{d} \in (0, +\infty) \quad (۱۴)$$

این فرض در بیشتر موارد عملی از جمله مساله‌ی مورد مطالعه‌ی این پژوهش برقرار است [۱۲]. در این پژوهش یک مقدار تصادفی جمع‌شونده با ورودی کنترلی با توزیع یکنواخت^{۱۹} برای مدل کردن اغتشاشات، و نامعینی‌ها در شبیه‌سازی استفاده گردید.

۴- مطالعه موردی خط یک مترو تهران

در این قسمت، از سامانه‌ی پیشنهادی برای شبیه‌سازی حرکت قطار از مبدا ایستگاه شهید بخارایی به مقصد ایستگاه پایانه جنوب از خط یک متروی تهران استفاده شده و نتایج آن برای بررسی کارایی سامانه و همچنین بهینگی آن در مقایسه با راهبرد عمومی سامانه‌های راهبری و راهبری دستی بررسی می‌شود. لازم به ذکر است که در این پژوهش برای انجام شبیه‌سازی عددی از نرم‌افزار Matlab® استفاده شده است. همچنین برای حل مسائل بهینه‌سازی با استفاده از روش‌های عددی، از عملگر fmincon این نرم افزار استفاده شد.

ایستگاه‌های شهید بخارایی و پایانه جنوب دو ایستگاه متوالی واقع در قسمت جنوبی خط یک هستند. طول خط بین این دو ایستگاه ۱۱۳۷ متر می‌باشد. حد مجاز سرعت تعیین شده توسط سامانه حفاظت خودکار قطار برای حرکت در این خط در شکل (۴) آمده است. شیب خط نیز در نمودار ارتفاع شکل (۵) قابل مشاهده است.

از نقطه k_p به بعد کنترل‌کننده وظیفه دارد منحنی سرعت-مکان را نیز لحاظ کند تا بتواند در ایستگاه مقصد، توقف کامل و دقیقی داشته باشد. رابطه (۱۳-الف) برای نقاط قبل از k_p و (۱۳-ب) و (۱۳-پ) برای نقاط بعد از آن می‌باشد. همچنین با نزدیک شدن قطار به مقصد، طبیعتاً نقطه‌ای خواهد رسید که تعداد نقاط باقی مانده تا مقصد (یعنی $k_f - k_i$)، با طول افق پیش‌بینی (یعنی p) برابر خواهد شد و از آن نقطه به بعد، تعداد نقاط پیش رو از افق کمتر خواهد بود و تبعاً در محاسبه فرمان کنترلی، این نقاط بررسی خواهند شد که رابطه (۱۳-پ) مربوط به این نقاط می‌باشد. همچنین ضرایب q_l و w_l ، امکان تعیین اهمیت خطای زمان یا سرعت را نسبت به هم و یا اهمیت خطای نقاط مختلف افق نسبت به هم را فراهم می‌کند.

با انتخاب مقادیر مناسب برای افق p و شاخص k_p و ضرایب q_l و w_l ، می‌توان کارایی مناسب کنترل‌کننده را ضمن حفظ سرعت عمل لازم برای استفاده برخط، بدست آورد. همچنین، رابطه (۱۳-ت) بیانگر دینامیک حرکتی قطار است که برای بهینه‌ساز، نشان دهنده‌ی رابطه‌ی متغیرهای بهینه‌سازی (همان فرمان‌های کنترلی) با متغیرهای وابسته موجود در تابع هزینه و قیود (همان متغیرهای حالت سامانه) می‌باشد و در آن، f مربوط به رابطه (۳) و g مربوط به رابطه (۴) است. رابطه (۱۳-ث) حدود مجاز متغیرهای بهینه‌سازی را تعیین میکند و (۱۳-ج) نیز قید مربوط به رعایت حد سرعت مجاز در طول مسیر می‌باشد. (۱۳-چ) نیز مقدار حالت سامانه (زمان سفر و سرعت قطار) در نقطه k_i است که کنترل‌کننده برای پیش‌بینی رفتار سامانه و تعیین فرمان بهینه برای نقطه k_i به آن نیاز دارد.

۳-۳- مسئله اغتشاش و نامعینی‌ها

برای مدل کردن نامعینی‌ها و اغتشاشات در مساله‌ی کنترل حرکت قطار در مرجع [۱۲]، عبارت $d(k)$ به صورت جمع-شونده با ورودی $u(k)$ در نظر گرفته شده است، که به آن

¹⁹ uniform

¹⁷ matched uncertainty

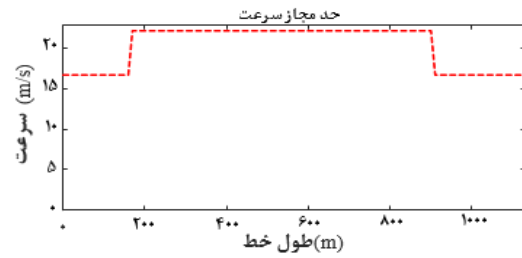
¹⁸ drivetrain

برای شبیه‌سازی و سنجش کارایی این روش، قطار با حد مسافر خیلی زیاد فرض شده است. یعنی علاوه بر تکمیل شدن ظرفیت صندلی واگن‌ها، به ازای هر متر مربع ۶ نفر نیز ایستاده داخل قطار وجود دارند.

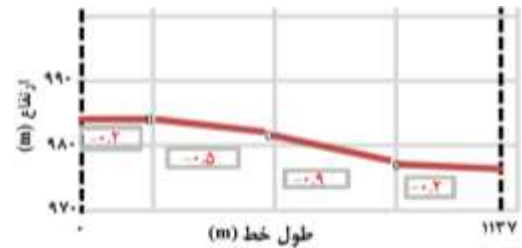
مشخصات، ضرایب و منحنی مشخصه‌ی نیروی کششی/ترمزی مربوطه در جدول (۲) ذکر شده است. لازم به ذکر است که مسیر مورد شبیه‌سازی قوس ندارد که به صورت نظری معادل با قوسی است که شعاع آن میل به بی‌نهایت می‌کند. لذا قسمت مربوط به مقاومت قوس با میل به صفر، از معادلات حذف می‌شود.

جدول ۲- ضرایب و مشخصات مربوطه

M_s	M	a_g	C	B	A
$408 \times 10^3 kg$	$430 \times 10^3 kg$	$9.8 \frac{m}{s^2}$	$17.51 \frac{N}{(m/s)^2}$	$102 \frac{N}{m/s}$	$6936 N$



شکل ۴- حد مجاز سرعت برای حرکت قطار از ایستگاه شهید بخارایی تا ایستگاه پایانه جنوب



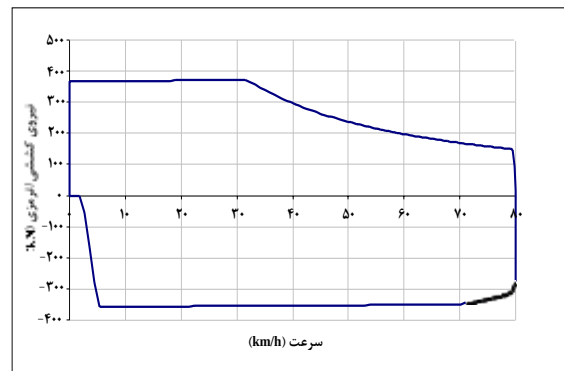
شکل ۵- نمودار ارتفاع خط یک متروی تهران بین ایستگاه‌های شهید بخارایی و پایانه جنوب

جدول ۳- معادلات نیرو حاکم بر حرکت^{۲۰}

$$F_T(x(k), u(k)) = \begin{cases} 371000 * u(k) & u(k) \geq 0 \text{ و } 0 \leq 3.6 * x_2(k) \leq 31.563 \\ \frac{371000 * u(k)}{|0.03457 * 3.6 * x_2(k) - 0.1114|^{0.9067}} & u(k) \geq 0 \text{ و } 31.563 < 3.6 * x_2(k) \leq 53.53 \\ \frac{371000 * u(k)}{|0.02977 * 3.6 * x_2(k) + 0.04163|^{1.022}} & u(k) \geq 0 \text{ و } 53.53 < 3.6 * x_2(k) \leq 79.28 \\ u(k) * (-2.099 * 10^5 * 3.6 * x_2(k) + 1.681 * 10^7) & u(k) \geq 0 \text{ و } 79.28 < 3.6 * x_2(k) \leq 80 \\ 0 & \text{برای سایر نقاط} \end{cases} \quad (15)$$

$$F_B(u(k)) = \begin{cases} -350000 * u(k) & \text{برای } u(k) < 0 \\ 0 & \text{برای سایر نقاط} \end{cases} \quad (16)$$

در شکل (۶) نیروی مثبت نشانگر نیروی کششی و نیروی منفی نشانگر نیروی ترمزی می‌باشد؛ اما از آنجا که مولفه‌ی ترمزی ترسیم شده در تصویر، مربوط به ترمز الکتریکی قطار می‌باشد، در گزارش فنی مربوطه اشاره شده است که با اضافه شدن نیروی ترمز مکانیکی، اندازه‌ی حداکثر نیروی ترمزی در دسترس، در تمامی سرعت‌ها تقریباً برابر با ۳۵۰ کیلونیوتن خواهد بود و بدین ترتیب، حداکثر نیروی ترمزی از سرعت قطار ($x_2(k)$) مستقل می‌باشد. با برازش منحنی نیروی کششی، رابطه‌ی نیرو و سرعت را می‌توان با روابط



شکل ۶- منحنی مشخصه‌ی نیرو-سرعت قطار مورد بررسی

۲۰. در جاهایی که به علت وجود عدد اعشاری، استفاده از علامت * برای نمایش عمل ضرب ممکن است موجب اشتباه گردد، از علامت * استفاده شده است.

ریاضی تقریب زد. لذا با در نظر گرفتن نیروهای اعمالی به قطار به صورت $F_T(x(k), u(k)) = F_{Tmax}(x_2(k)) \cdot u(k)$ و $F_B(u(k)) = F_{Bmax} \cdot u(k)$ معادلات ۱۵ و ۱۶ در جدول ۳ را خواهیم داشت.

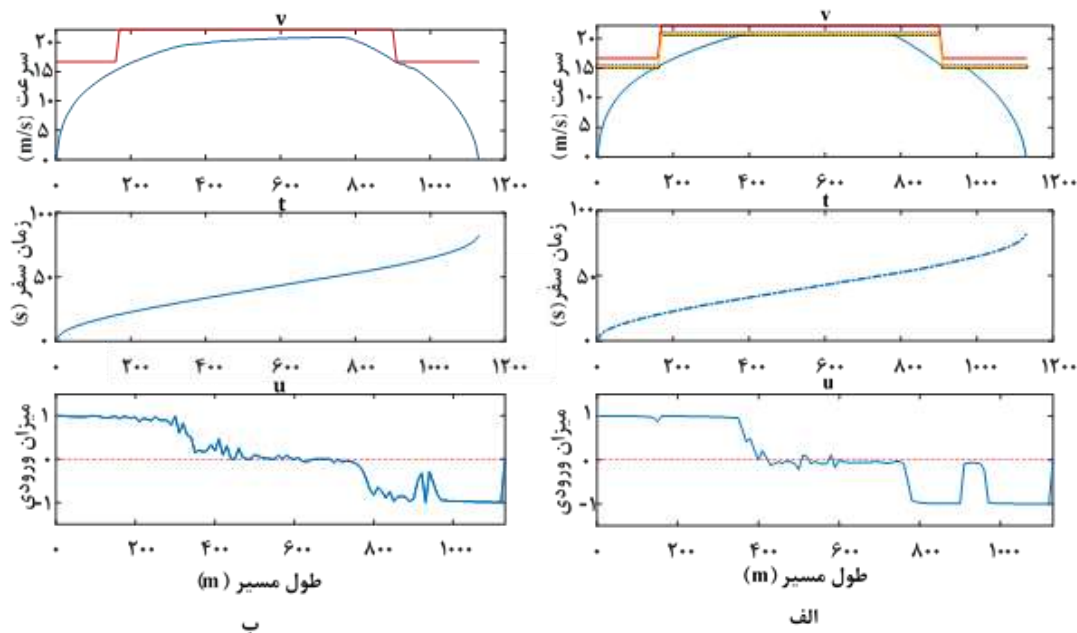
با گسسته‌سازی طول مسیر با فاصله‌ی ۱۰ متر ($D_s = 10$) و تعیین شاخص k برای نمایش موقعیت قطار، نقطه‌ی $k = 0$ معادل مبدا (ایستگاه شهید بخارایی) و نقطه $k = 113$ نشانگر مقصد (ایستگاه پایانه‌ی جنوب) خواهد بود.

۴-۱- بررسی تاثیر کنترل‌کننده پیشنهادی بر بهینگی حرکت قطار

در راهبری دستی و همچنین برخی استراتژی‌های راهبری خودکار، به تناسب زمان سفر مطلوب، یک سرعت پیشنهادی به راهبر یا سامانه راهبری اعلام می‌شود و راهبر (یا سامانه راهبری) موظف است تا رسیدن به نقطه‌ای معین، آن سرعت پیشنهادی را دنبال کند و از آن نقطه، برای توقف کامل قطار در مقصد، شروع به ترمزگیری- و یا

خلاصی و سپس ترمزگیری- کند. به عنوان مثال، با تعریف سه استراتژی سریع، معمولی، و کند برای تنظیم زمان سفر، راهبر یا سامانه موظف است در صورت اعلام استراتژی سریع از طرف مرکز کنترل ترافیک، با بیشترین سرعت مجاز حرکت کند. در صورت اعلام استراتژی معمولی، باید حرکت با سرعت ۵ کیلومتر بر ساعت کمتر از سرعت مجاز باشد و در صورت اعلام استراتژی کند، حرکت قطار با سرعتی معادل ۱۰ کیلومتر بر ساعت کمتر از حد سرعت مجاز خواهد بود.

برای مقایسه‌ی این استراتژی حرکتی با روش بهینه‌ی پیشنهادی این پژوهش، منحنی مربوط به استراتژی حرکتی معمولی، یعنی حرکت با سرعت ۵ کیلومتر بر ساعت کمتر از حد مجاز طراحی گردید. بدین صورت که با تعریف قید سرعت صفر در مقصد و قید سرعت مجاز ۵ کیلومتر بر ساعت کمتر از حد مجاز در طول مسیر، و با تعیین تابع هزینه زمان کل سفر، یعنی زمان سفر در مقصد، قطار ملزم به مطابقت حداکثری با این سرعت پیشنهادی خواهد شد.



شکل ۷- نتایج شبیه‌سازی دو راهبرد با زمان سفر برابر: الف) راهبرد دنبال کردن سرعت اعلامی ب) راهبرد بهینه. خطوط قرمز و نارنجی نشانگر حداکثر سرعت مجاز می باشند.

این مسئله بدین دلیل است که برای سرعت بیشتر از آن، اجازه ندارد و سرعت کمتر از آن هم هزینه (زمان سفر) را افزایش می دهد. لذا خروجی آن، منحنی مربوط به استراتژی مذکور (حرکت با ۵ کیلومتر بر ساعت کمتر از حد مجاز) خواهد بود.

با مشخص شدن این استراتژی و زمان سفر و انرژی مصرفی آن، با استفاده از روش بهینه‌ی پیشنهادی، اقدام به تعیین منحنی حرکت قطار با حفظ زمان سفر برابر می‌شود. با این کار مشخص خواهد شد که در هر یک از این دو استراتژی ضمن برخورداری از زمان سفر برابر، چه مقدار انرژی مصرف

می‌شود. نتایج شبیه‌سازی در شکل (۷) و جدول ۴ ذکر شده‌اند.

جدول ۴- مقایسه‌ی انرژی مصرفی راهبرد پیشنهادی با راهبرد معمول

نوع استراتژی	زمان سفر (ثانیه) t_f	انرژی مصرفی (ژول) $D_s \cdot \sum_{k=0}^{112} F_T$
دنبال کردن سرعت ۵ کیلومتر بر ساعت کمتر از حد مجاز	۸۱.۷۷	۸۸۱۲۹۷۰۳
تعیین منحنی بهینه با در نظر گرفتن زمان سفر ثابت	۸۱.۷۷	۸۳۳۹۴۹۲۵

لازم به ذکر است که تمامی نتایج این پژوهش مربوط به شبیه‌سازی با رایانه‌ای مجهز به پردازنده Intel® Pentium(R) Dual-Core E5300 @ 2.6GHz و حافظه 4GB است.

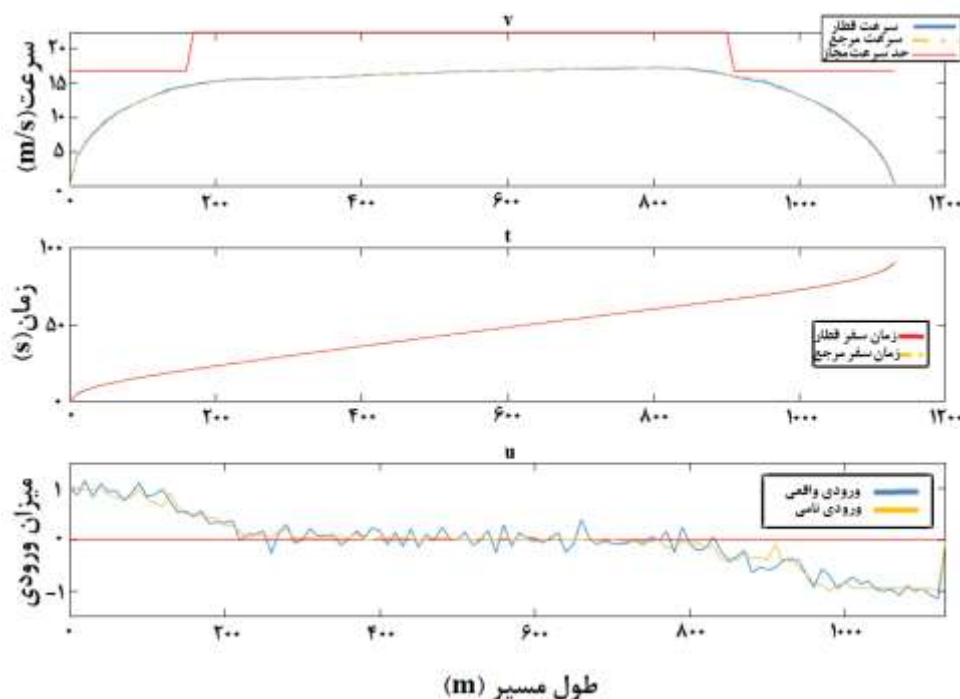
از نتایج مشاهده می‌شود که استفاده از استراتژی بهینه ضمن حفظ زمان سفر، موجب 5.4% کاهش در مصرف انرژی شده است.

۲-۴- راهبری قطار در حضور نامعینی و اغتشاشات
با در نظر گرفتن افق پیش‌بینی $p=8$ و نقطه‌ی $k_v=100$ برای اضافه شدن خطای منحنی سرعت-مکان به تابع هدف، برای مدل کردن نامعینی‌ها و اغتشاشات، مولفه $d(k)$ به صورت یک مقدار تصادفی با توزیع یکنواخت با بازه‌ی $[-0.2, 0.2]$ در نظر گرفته شد که به ورودی کنترلی $u(k)$ اضافه می‌شود. با فرض حداکثر نیروی در دسترس ترمزی یعنی ۳۵۰۰۰ نیوتن، مقدار ۲۰٪ آن معادل اثر شیب ۱۸ متر ارتفاع به ازای ۱۰۰۰ متر از مسیر است. این در حالیست که تندترین شیب موجود در خطوط، ۵ متر به ازای ۱۰۰۰ متر می‌باشد.

با این حساب به نظر می‌رسد بازه تعریفی برای تاثیر نامعینی، خطای موجود در واقعیت را کاملاً پوشش داده و بیش از آن باشد. نتیجه در شکل (۸) و جدول ۵ مشاهده می‌شود.

یادآوری می‌گردد که حرکت قطار در شرایط نامی دقیقاً منطبق بر منحنی‌های مرجع خواهد بود.

وجه دیگری که در پیاده‌سازی عملی کنترل‌کننده بسیار مهم است و نیاز به بررسی دارد، زمان پاسخ‌دهی مناسب کنترل‌کننده است.

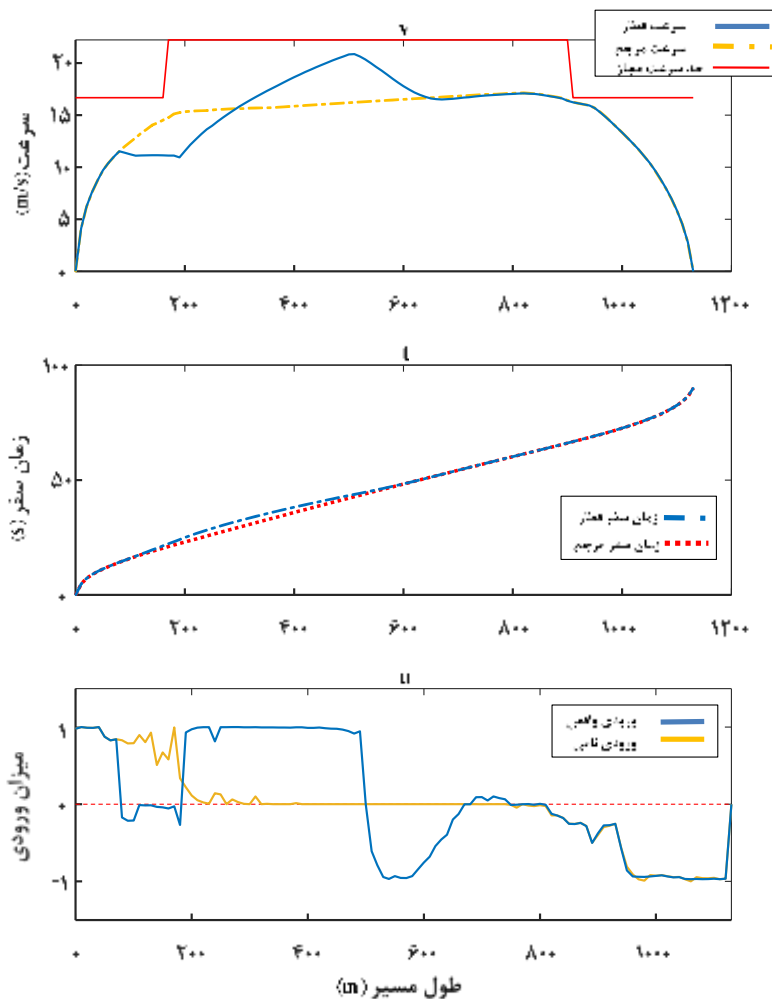


شکل ۸- نتایج شبیه‌سازی راهبری قطار با دنبال کردن ورودی‌های مرجع بهینه در حضور نامعینی و اغتشاش

جدول ۵- مقایسه عملکرد سامانه راهبری در حضور اغتشاش با

حالت نامی			
	زمان سفر در مقصد (ثانیه)	سرعت در مقصد (متر بر ثانیه)	انرژی مصرفی (ژول)
حالت نامی	۹۰.۰۱۴	۰.۰۰۱۵	50'725'688
در حضور نامعینی	89.5221	0.4153	57'778'071

باتوجه به این که متغیر مستقل کنترلی برای این سامانه، مسافت طی شده یا همان مکان قطار می‌باشد، لازم است با توجه به سرعت قطار در هر گام، معادل زمان پاسخدهی، به صورت مسافت طی شده نیز بیان گردد تا بتوان کارایی عملی کنترل‌کننده را بررسی کرد. نتایج مربوط به ۱۱۳ گام کنترلی این شبیه‌سازی در جدول ۶ آمده است:



شکل ۹- نتایج شبیه‌سازی راهبری قطار با دنبال کردن مرجع بهینه در ضمن اعمال خلاصی اجباری بین $k=10$ تا $k=20$

که، این نتایج با استفاده از رایانه‌ای خانگی با مشخصات متوسط به پایین حاصل شده است. لذا با استفاده از رایانه‌های صنعتی با مشخصات قوی‌تر در پیاده‌سازی عملی می‌توان شاهد عملکردی به مراتب بهتر بود.

۴-۳- توانایی کنترل‌کننده در جبران انحراف شدید از مرجع

برای بررسی توانایی کنترل‌کننده در جبران انحراف و بازگشت به منحنی بهینه، مقدار اغتشاش بزرگ

جدول ۶- زمان و مسافت پاسخدهی کنترل‌کننده

مسافت پاسخدهی (متر)		زمان پاسخدهی (ثانیه)	
متوسط هر گام	بدترین گام	متوسط هر گام	بدترین گام
۱.۳۹۳۶	۳.۵۴۳۴	۰.۱۰۱۵	۰.۴۰۹۱

باتوجه به این که دوره‌ی نمونه‌برداری ۱۰ متر می‌باشد، به نظر می‌رسد پاسخدهی کنترل‌کننده مناسب است؛ ضمن آن

و یا تصحیح ضرایب موجود در روابط دینامیکی حرکت برای استفاده در فرآیند کنترل پیش‌بین، همچنین بررسی روش‌های مختلف برای حل مسئله‌ی بهینه‌سازی کنترل-کننده، و همچنین با توجه به مکان-گسسته بودن راه حل کنترلی پیشنهادی، بررسی کنترل دقیق موقعیت قطار در آخرین گام و در نتیجه، توقف دقیق قطار در مقصد پیشنهاد می‌گردد.

تقدیر و تشکر

برای انجام این پژوهش، همکاری و مساعدت بزرگوارانی شامل حال نویسندگان شده است. بدین وسیله، مراتب تشکر صمیمانه‌ی خود را نسبت به همه‌ی ایشان خصوصاً آقای مهندس مسلم حیدری، آقای مهندس داریوش مددی، خانم دکتر طیبه رسولی، خانم دکتر حافظه فاروقی و آقای مهندس پدram هوایی، اعلام می‌داریم و از خداوند متعال برایشان خیر و برکت مسئلت می‌داریم.

تعارض منافع

نویسندگان اعلام می‌کنند که در مورد انتشار این مقاله تعارض منافع وجود ندارد.

تاییدیه اخلاقی

نویسندگان متعهد می‌شوند که مطالب این مقاله را در هیچ مجله دیگری به چاپ نرسانده اند.

مشارکت‌های نویسندگان

عطا مستوفی نیا: تعریف مسئله، مرور منابع علمی-فنی و مقالات گذشته، انجام مدل‌سازی، جمع‌آوری داده‌ها، انجام شبیه‌سازی‌ها، ارزیابی و تحلیل نتایج، نگارش و تهیه پیش-نویس، ویرایش مقاله.

محمدعلی صندیدزاده: پیشنهاد ایده اولیه موضوع، تهیه منبع مطالعاتی فنی-اجرایی، پشتیبانی و کمک به تهیه داده‌های واقعی، ارزیابی مراحل پژوهش، ارزیابی مقاله و نتایج

سعید شمدردی: کمک به تعریف مسئله، کمک به تعیین روش و مراحل پژوهش، ارزیابی و مشاوره علمی در طول مراحل مختلف پژوهش، ارزیابی مقاله و نتایج

منابع مالی

این مقاله حاصل پژوهش مربوط به پایان‌نامه‌ی مقطع کارشناسی ارشد نویسنده‌ی اول در دانشگاه علم و صنعت ایران می‌باشد و پشتیبانی مالی نداشته است.

$d(k) = -1$ برای $10 \leq k \leq 20$ به سامانه تحمیل شد تا عملکرد کنترل‌کننده در جبران انحراف شدید پیش‌آمده بررسی شود. نتیجه در شکل (۹) نمایش داده شده است.

طبق منحنی بهینه‌ی مرجع، در نقاط $10 \leq k \leq 20$ قطار باید در حال شتاب‌گیری می‌بود، درحالی که فرمان خلاصی و ترمزگیری به قطار اعمال شده و باعث انحراف آن از برنامه‌ی مرجع خود شده است. اما کنترل‌کننده برای بازگشت به منحنی زمان-مکان مرجع و جبران تاخیر ناشی از اختلال در فرمان کنترلی، به اصلاح این مساله ضمن رعایت قید سرعت مجاز برای حرکت ایمن قطار پرداخته است و موفق شده است تا در طی حدوداً ۵۰ گام قطار را به منحنی مرجع بازگرداند؛ و نتیجتاً قطار طبق برنامه زمانی به ایستگاه مقصد رسیده است.

۵- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

هدف این پژوهش، طراحی سامانه‌ای برای راهبری خودکار و بهینه‌ی قطار بوده است. برای این منظور پیش از هر چیز، معادلات حرکت قطار بررسی و جهت افزایش دقت و قرابت به حالت عملی اصلاح گردیدند. سپس سامانه‌ای طراحی شد که در مرحله‌ی اول با دریافت اطلاعات خط و قطار و زمان سفر تعیین شده، منحنی‌های بهینه‌ی سرعت-مکان و زمان-مکان را طراحی می‌کند. طراحی منحنی‌ها با استفاده از ساختار روش کنترلی پیش‌بین انجام می‌گیرد و رعایت قیود ایمنی، فیزیکی و مطلوبیت عملکردی در تولید منحنی‌ها لحاظ می‌گردند. در مرحله‌ی بعد یک کنترل-کننده‌ی پیش‌بین به کار گرفته شد تا منحنی‌های تولید شده را در شرایط عملی و در حضور نامعینی‌ها و اغتشاشات دنبال کند؛ به طوری که قیود لازم نیز رعایت شوند. در ادامه، با مطالعه‌ی موردی خط ۱ متروی تهران به صورت شبیه‌سازی عددی مشخص شد که منحنی بهینه‌ی طراحی‌شده، موجب کاهش ۵/۴ درصدی انرژی مصرفی برای حرکت قطار در زمان سفر برابر نسبت به استراتژی حرکتی رایج دارد. همچنین آزمایش عملکرد سامانه در راهبری قطار در صورت بروز انحراف شدید از منحنی مرجع و هم راهبری در حضور اغتشاشات و نامعینی‌ها، نشان-دهنده‌ی عملکرد موفق و قابل قبول آن بوده است. به جهت ادامه این پژوهش، با توجه به تکراری بودن مسیر حرکت قطار در خطوط شهری، بررسی روش‌های شناسایی، تخمین

مراجع

- [1] Wang, Yihui, Tao Tang, Bin Ning, Ton JJ Van Den Boom, and Bart De Schutter. "Passenger-demands-oriented train scheduling for an urban rail transit network." *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* 60 (2015): 1-23.
- [2] Hajizamani, Zeinab, and Mohammad Montazeri. "Comparing the Environmental Impacts of Urban Rail and Other Transportation Systems on Air Quality, Traffic Reduction, and Accident Rates." *International Journal of Railway Research* 12, no.2 (2025): 49–58.
- [3] Wang, Liyu, Fang Lu, Baoming Han, Qi Zhang, and Chen Zhang. "Simulation-Based Optimization of Transport Efficiency of an Urban Rail Transit Network" *Applied Sciences* 13, no. 3 (2023): 1471.
- [4] Pan, Deng, Liting Zhao, Qing Luo, Chuansheng Zhang, and Zejun Chen. "Study on the Performance Improvement of Urban Rail Transit System." *Energy* 161 (2018): 1154–71.
- [5] Nikookar, A. M., T. Nategh ,and J. Gharibi. "Energy Consumption Optimization in Urban Rail Transport (Case Study: Tehran Subway)." *IUESA* 5, no.18 (2017): 57-75 (in Persian)
- [6] Kazemian, Gholamreza , Afsheen Rasooli, and Saeid Rafipoor. "The advantages of rail transport compared to road within the city, based on a sustainable development approach, case study Tehran Metro Line 4." *Research and Urban Planning* 1, no.23 (2016): 77-94. (in Persian)
- [7] Daneshi, Seyed Abolhasan, Elahe Moradi. "Evaluation of the Effects of Construction of Intra-Urban Rail System on the Quality of Urban Environment with Structural Equation Modeling Approach Case Study: Line 1 of Shiraz Urban Train." *Traffic Management Studies* 15, no.59 (2021): 47-72. (in Persian)
- [8] Yang, Yang, Peitong Zhang, and Shaoquan Ni. "Assessment of the Impacts of Urban Rail Transit on Metropolitan Regions Using System Dynamics Model." *Transportation Research Procedia* 4 (2014): 521-534.
- [9] Moradi, Mahdi , Emad Moeini, and Mohammad Reza Angoshtbaf. "A Cost-Benefit Analysis of Constructing and Operating Metro Lines in Metropolitan Cities (Case Study: Qom Metro Line B Project)." *Road* 33, no.123 (2025): 243-256. (in Persian)
- [10] Shang, Bin, and Xiaoning Zhang. "Study of Emission Reduction: Benefits of Urban Rail Transit." *Procedia - Social and Behavioral Sciences* 96 (2013): 557-564.
- [11] Chang-fu, Huang, and Xia Yuan. "Research on the Role of Urban Rail Transit in Promoting Economic Development." *Procedia Engineering* 21 (2011): 520-525.
- [12] Yin, Jiateng, Tao Tang, Lixing Yang, Jing Xun, Yeran Huang, and Ziyao Gao. "Research and development of automatic train operation for railway transportation systems: A survey." *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* 85 (2017): 548-572.
- [13] Wang, Yihui, Bin Ning, Ton Van den Boom, and Bart De Schutter. *Optimal trajectory planning and train scheduling for urban rail transit systems*. Springer International Publishing, 2016.
- [14] Liu, Rongfang Rachel, and Iakov M. Golovitcher. "Energy-efficient operation of rail vehicles." *Transportation Research Part A: Policy and Practice* 37, no. 10 (2003): 917-932.
- [15] Chang, C. S., and S. S. Sim. "Optimising train movements through coast control using genetic algorithms." *IEE Proceedings-Electric Power Applications* 144, no. 1 (1997): 65-73.
- [16] Li, Xiang, and Hong K. Lo. "An energy-efficient scheduling and speed control approach for metro rail operations." *Transportation Research Part B: Methodological* 64 (2014): 73-89.
- [17] Song, Qi, and Yong-Duan Song. "Data-based fault-tolerant control of high-speed trains with traction/braking notch nonlinearities and actuator failures." *IEEE Transactions on Neural Networks* 22, no. 12 (2011): 2250-2261.
- [18] Gao, Shigen, Hairong Dong, Yao Chen, Bin Ning, Guanrong Chen, and Xiaoxia Yang. "Approximation-based robust adaptive automatic train control: An approach for actuator saturation." *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems* 14, no. 4 (2013): 1733-1742.
- [19] Faieghi, Mohammadreza, and Aliakbar Jalali. "Robust adaptive cruise control of high speed trains." *ISA Transactions* 53, no. 2 (2014): 533-541.
- [20] Qin, S. Joe, and Thomas A. Badgwell. "A survey of industrial model predictive control technology." *Control Engineering Practice* 11, no. 7 (2003): 733-764.

- [21] Su, Shuai, Xiang Li, Tao Tang, and Ziyu Gao. "A subway train timetable optimization approach based on energy-efficient operation strategy." *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems* 14, no. 2 (2013): 883- 893.
- [22] Farooqi, Hafsa, Lorenzo Fagiano, Patrizio Colaneri, and Davide Barlini. "Shrinking horizon parametrized predictive control with application to energy-efficient train operation." *Automatica* 112 (2020): 108635.
- [23] Cole, Colin, Maksym Spiriyagin, Qing Wu, and Yan Quan Sun. "Modelling, simulation and applications of longitudinal train dynamics." *Vehicle System Dynamics* 55, no. 10 (2017): 1498-1571.
- [24] Holbrow, Charles H., James N. Lloyd, Joseph C. Amato, Enrique Galvez, and M. Elizabeth Parks. "Some Physics You Need to Know." In *Modern Introductory Physics*, 2nd ed., 30–31. New York: Springer, 2010.
- [25] Willers, Cornelius J. "Sensors." In *Electro-Optical System Analysis and Design: A Radiometry Perspective*, 221. Bellingham, WA: SPIE Press, 2013.
- [26] Havaei, Pedram, and Mohammad Ali Sandidzadeh. "Intelligent-PID Controller Design for Speed Track in Automatic Train Operation System with Heuristic Algorithms." *Journal of Rail Transport Planning and Management* 22 (2022):
- [27] Jong, Jyh-Cherng, and Sloan Chang. "Algorithms for generating train speed profiles." *Journal of the Eastern ASIA Society for Transportation Studies* 6 (2005): 356-371.
- [28] Albrecht, Amie, Phil Howlett, Peter Pudney, Xuan Vu, and Peng Zhou. "The key principles of optimal train control—Part 1: Formulation of the model, strategies of optimal type, evolutionary lines, location of optimal switching points." *Transportation Research Part B: Methodological* 94 (2016): 482-508.
- [29] Wang, Yihui, Bart De Schutter, Ton JJ van den Boom, and Bin Ning. "Optimal trajectory planning for trains—a pseudospectral method and a mixed integer linear programming approach." *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* 29 (2013): 97-114.
- [30] Xu, Gaowei, Feng Li, Jiancheng Long, and Ding Han. "Train movement simulation by element increment method." *Journal of Advanced Transportation* 50, no. 8 (2016): 2060-2076.