

## مطالعه آنالیز شاخه‌ای پایداری دینامیکی ولتاژ در سیستم قدرت

نیما امجدی<sup>۱\*</sup>، محمدرضا انصاری شهرضا<sup>۲</sup>

اطلاعات مقاله	چکیده
دریافت مقاله: بهمن ۱۳۸۷ پذیرش مقاله: خرداد ۱۳۸۸	<p>فروپاشی ولتاژ، یک پدیده طبیعتاً غیرخطی می‌باشد و لذا برای مطالعه آن به روش‌های آنالیز غیرخطی نیازمند می‌باشیم. تئوری شاخه‌ای راهی مناسب برای مطالعه فروپاشی ولتاژ و راه‌های اجتناب از آن می‌باشد. در سیستم قدرت ممکن است، ۳ نقطه شاخه‌ای Hopf، Saddle-Node و نقطه شاخه‌ای Singularity induced اتفاق بیفتد. این ۳ نقطه محدوده پایداری سیستم قدرت را مشخص می‌نمایند و پس از گذشتن یک نقطه تعادل از این محدوده، سیستم قدرت پایداری‌اش را از دست می‌دهد. در این مقاله آنالیز شاخه‌ای پایداری ولتاژ مورد توجه قرار گرفته است. همچنین رفتار مقادیر ویژه سیستم قدرت در نزدیکی نقاط شاخه‌ای مورد مطالعه قرار می‌گیرد. در این مقاله مقادیر ویژه سیستم هم ماتریس ژاکوبین کاهش یافته و هم غیرکاهش یافته مورد توجه قرار گرفته و نتایج این دو با همدیگر مقایسه گردیده است. نرم افزار مورد استفاده در این مقاله MATLAB می‌باشد.</p>
<p><b>واژگان کلیدی:</b> فروپاشی ولتاژ پایداری ولتاژ آنالیز شاخه‌ای ماتریس ژاکوبین کاهش یافته ماتریس ژاکوبین غیرکاهش یافته</p>	

### ۱- مقدمه

ولتاژ فراتر از یک پدیده استاتیکی بوده و یک پدیده دینامیکی می‌باشد؛ در نتیجه در سال‌های اخیر مقالات زیادی ناپایداری دینامیکی ولتاژ را مورد توجه قرار داده‌اند. مدل دینامیکی یک سیستم قدرت را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت:

$$\dot{x} = f(x, y, p), \quad f: R^{n+m+k} \rightarrow R^n \quad (1)$$

$$0 = g(x, y, p) \quad g: R^{n+m+k} \rightarrow R^m \quad (2)$$

$$x \in X \subset R^n, y \in Y \subset R^m, p \in P \subset R^k$$

$x$  متغیر فضای حالت دینامیکی و  $y$  متغیر لحظه‌ای می‌باشند. دینامیک حالت  $x$  به وسیله معادله اول و دینامیک  $y$  با معادله دوم تعریف شده است. پارامتر  $p$  نیز وضعیت کار و ترکیبات سیستم را نشان می‌دهد [۲].

مسائل کنترل و پایداری ولتاژ مسائل جدیدی در صنعت برق نیستند، لیکن امروزه در بسیاری از سیستم‌ها مورد توجه خاصی قرار گرفته‌اند. زمانی این موضوع فقط به طور عمده با سیستم‌های ضعیف و خطوط طولانی مرتبط بود، اما اکنون در نتیجه بارگذاری شدیدتر، در شبکه‌های بسیار توسعه یافته نیز مورد توجه است [۱].

تحلیل پایداری ولتاژ در گذشته بر روش‌های استاتیکی (برنامه‌های مرسوم پخش بار) استوار بود. اما ناپایداری‌هایی ولتاژ اخیر نشان داد که ناپایداری

\* پست الکترونیک نویسنده مسئول: n\_amjady@yahoo.com

۱. استاد، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه سمنان  
۲. دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه سمنان

$$f(x, y, p) = 0 \quad (4)$$

$$g(x, y, p) = 0 \quad (5)$$

پایداری نقاط تعادل با آزاد سازی معادلات (۴-۵) حول نقطه تعادل به دست می‌آید.

$$\begin{bmatrix} \dot{\Delta x} \\ 0 \end{bmatrix} = J \cdot \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} \quad (6)$$

$J$  ماتریس ژاکوبین غیر کاهش یافته سیستم دیفرانسیل-جبری می‌باشد.

$$J = \begin{bmatrix} f_x & f_y \\ g_x & g_y \end{bmatrix} \quad (7)$$

با فرض غیریکتا بودن  $g_y$ ،  $\Delta y$  را از معادله (۶) حذف می‌نماییم.

$$\dot{\Delta x} = [f_x - f_y g_y^{-1} g_x] \cdot \Delta x \quad (8)$$

$$A = F_x = [f_x - f_y g_y^{-1} g_x] \quad (9)$$

$A$  را ماتریس ژاکوبین کاهش یافته در ارتباط با ماتریس ژاکوبین غیر کاهش یافته  $J$  می‌نامیم.

برای مسئله پایداری ساختاری ۳ نوع مختلف از نقاط شاخه‌ای موجود می‌باشد. به طوری که پایداری سیستم پس از عبور از این نقاط تغییر می‌نماید. این سه نقطه به صورت زیر می‌باشند.

## ۲-۲- نقطه شاخه‌ای (SNB) Saddle – Node

نقطه‌ای است که در آن یک جفت از نقاط تعادل به همدیگر رسیده و ناپدید می‌گردند. در اینجا یک مقدار ویژه ماتریس‌های ژاکوبین صفر می‌گردد. یکی از نقاط (Node) پایدار است و دیگری (Saddle) ناپایدار می‌باشد. در SNB یکی از نقاط تعادل مقدار ویژه‌ای با مقدار حقیقی مثبت دارد و دیگری مقدار ویژه‌ای با مقدار حقیقی منفی دارد، که هر دوی این مقدار ویژه‌ها در نقطه شاخه‌ای SNB صفر می‌گردند. در سیستم قدرت این نقطه همان نقطه فروپاشی ولتاژ می‌باشد.

برای سیستم قدرت متغیرهای حالت، ولتاژ ژنراتور وابسته به زمان  $E', E_d', E_q', E_d'', E_q''$ ، متغیرهای رتورژنراتور  $(\omega, \delta)$ ، همچنین متغیرهای سیستم تحریک، گاورنر سرعت و برخی از بارهایی که رفتاری دینامیکی دارند، تعریف می‌شود. متغیرهای لحظه‌ای سیستم قدرت نیز متغیرهای پخش توان از جمله دامنه و فاز ولتاژ هر باس می‌باشد. پارامتر فضای  $p$  نیز ترکیبی از پارامتر سیستم (خطوط و باس‌ها و ثابت‌های تجهیزات سیستم از قبیل اندوکتانس و خازن، نسبت ترانسفورمر) و پارامترهای عملیاتی (بار ژنراتورها و ولتاژ نقاط فیکس شده) می‌باشد. در نتیجه معادلات ۱ و ۲ را با توجه به متغیرهای بالا برای سیستم قدرت تشکیل می‌دهیم. برای اهداف مختلف و ساده‌سازی از برخی از این معادلات صرفه نظر می‌نماییم. مثلاً درحالی که ارزیابی دینامیکی از پایداری ولتاژ مورد مطالعه می‌باشد، معادلات مربوط به رتورژنراتور مورد توجه نمی‌باشند [۲].

هدف از این مقاله آنالیز دینامیکی پایداری ولتاژ با استفاده از ماتریس ژاکوبین کاهش یافته و ماتریس ژاکوبین غیر کاهش یافته سیستم می‌باشد که در زیر جزئیات این آنالیز توضیح داده شده است.

## ۲- پایداری ساختاری سیستم‌های دیفرانسیل-جبری

### جبری

#### ۲-۱- کاهش معادلات جبری

سیستم‌های دیفرانسیل-جبری با استفاده از قضیه تابع ضمنی مورد آنالیز قرار می‌گیرند. نقطه  $(x, y, p)$  را در نظر می‌گیریم. بر طبق قضیه تابع ضمنی، یک تابع هموار یکتای محلی  $F$ ، به شکل زیر وجود دارد.

$$\dot{x} = F(x, p) \quad (3)$$

که در آن متغیرهای جبری حذف شده‌اند. با فیکس کردن مقدار  $p$  یک نقطه تعادل با حل معادلات زیر به دست می‌آید.

## ۳-۲- نقطه شاخه‌ای Hopf (HB)

نوع دیگری از نقاط تعادل پایدار، که می‌توانند پایدار گردد (به واسطه تغییرات پارامتر)، نیز وجود دارد. این اتفاق جایی می‌افتد که یک جفت از مقادیر ویژه مختلط به محور موهومی رسیده و از آن عبور نماید. این نوع ناپایداری نوسانی که مربوط به یک سیستم غیرخطی می‌باشد در نقطه شاخه‌ای Hopf اتفاق می‌افتد.

## ۴-۲- نقطه شاخه‌ای Singularity induced (SIB)

نوع سوم نقاط شاخه‌ای Singularity induced نامیده می‌شود. در این نقطه ماتریس ژاکوبین معادلات جبری  $g_y$  یکتا می‌گردد و پایداری سیستم تغییر می‌نماید. در SIB، یک مقدار ویژه از ماتریس ژاکوبین غیرکاهش یافته تغییر علامت می‌دهد و اگر ماتریس ژاکوبین کاهش یافته را در نظر بگیریم، یک مقدار ویژه آن از منهای بینهایت تا مثبت بینهایت تغییر می‌نماید.

به طور کلی محاسبه این نقطه و تحلیل پایداری در این نقطه شاخه‌ای پیچیده می‌باشد [۲]. مرجع [۳] در مورد این نقطه بحث کاملی را می‌نماید.

در نتیجه با توجه به توضیحات فوق این سه نقطه شاخه‌ای حدود ناحیه امکان پذیر سیستم می‌باشد. وقتی نقطه تعادلی از این حدود گذر نمود، سیستم پایداری‌اش را از دست می‌دهد [۴ و ۵].

## ۵-۲- رابطه بین اغتشاش یکتا و معادلات

## دیفرانسیل جبری

سیستم‌های دیفرانسیل با گام‌های زمانی مختلفی در دینامیکشان درگیر می‌باشند که شامل مدهای سریع و مدهای آهسته می‌باشد. در اغلب نمونه‌ها در نظر گرفتن یک دینامیک واحد عملی نمی‌باشد. گام‌های زمانی چندگانه برای حل این مشکل استفاده می‌گردد. این روش تجزیه گام‌های زمانی نامیده می‌شود. بنابراین سیستم را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\dot{x} = f(x, y_d, p, \xi) \quad (10)$$

$$\dot{y}_d = g(x, y_d, p, \xi) \quad (11)$$

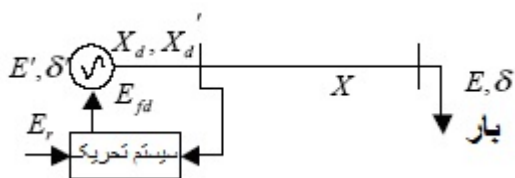
نتیجه استفاده از این روش آن است که ما دیگر نیازی به استفاده از قضیه تابع ضمنی نداریم و در نتیجه از مشکل Singularity induced اجتناب گردیده و محاسبات و آنالیز ساده‌تر می‌نماید.

همچنین از آن جایی که  $g(x, y_d, p) = 0$  را می‌توان به صورت  $g(x, y_d, p) = 0$  - نیز نوشت (در صورتی که معادلات دیفرانسیل متناظر یکسان نمی‌باشند)، لذا به منظور داشتن همان رفتار دینامیکی تعیین علامت معادلات جبری لازم می‌باشد. در نتیجه به منظور اینکه مطمئن شویم رفتار دینامیکی سیستم غیرکاهش یافته با رفتار دینامیکی سیستم کاهش یافته یکسان می‌باشد، تعیین علامت معادلات ضروری می‌باشد.

## ۳- آنالیز شاخه‌ای در یک سیستم ساده قدرت

## (سیستم دو باسه)

برای نشان دادن آنالیز شاخه‌ای در سیستم قدرت، یک سیستم ساده را که شامل تنها دو باسه می‌باشد را انتخاب می‌نماییم (شکل ۱). این سیستم از آن جهت انتخاب گردیده است که به خاطر سادگی آن و استفاده از نرم افزار MATLAB، می‌توان هر سه نقطه شاخه‌ای را که در بالا به آن اشاره گردید، در این سیستم مشاهده نمود.



شکل ۱- یک سیستم دو باسه ساده

$$g_y = (2E'^2 E^2 - 2.(x'Q + E^2).2E) / \xi \quad (19)$$

با استفاده از معادلات ۷ و ۹، ماتریس A و J را به دست می‌آوریم.

داده‌های سیستم نیز به صورت زیر می‌باشد:

$$T'_{d0} = 5, T = 1.5, E_{fd0} = 1, x_d = 1.2, x = 0.1, \\ x'_d = 0.2, Q = 0.5P, K = 2.5, E_r = 1, \xi = 0.001$$

#### ۴- نتایج شبیه سازی سیستم دو باسه

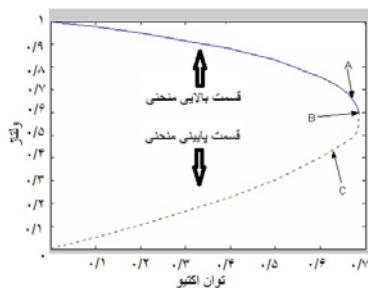
سیستم دو باسه توسط نرم افزار MATLAB مورد شبیه‌سازی قرار گرفت. با افزایش تدریجی توان در باس بار، منحنی مطابق شکل ۲ به دست آمد.

با تغییرات در بار توان ثابت، از  $P = 0$  (توان اکتیو می‌باشد) تا  $P = 0.6866 P_u$  دو نقطه تعادل بدست می‌آید، یکی برروی منحنی بالایی و دیگری برروی منحنی پایینی و برای  $P > 0.6866 P_u$  هیچ نقطه تعادلی وجود ندارد.

همچنین با آنالیز مقدار ویژه، ۳ نقطه شاخه‌ای به دست آمد. نقاط شاخه‌ای A نقطه Hopf، B نقطه Saddle-Node و C نقطه Singularity induced در شکل ۲ مشخص می‌باشد.

نکته قابل توجه دیگر آن که در این سیستم، در ناحیه ای از قسمت پایین منحنی P-V شکل ۲، از  $P = 0$  تا نقطه C اصلاح علامت لازم می‌باشد.

جدول ۱، ۲ و ۳ آنالیز مقادیر ویژه را هم در ماتریس ژاکوبین کاهش یافته و هم ماتریس ژاکوبین کاهش نیافته، در نزدیک نقاط شاخه‌ای نشان می‌دهد.



شکل ۲- منحنی P-V سیستم ۲ باسه

سیستم قدرتی شامل یک باس ژنراتور و یک باس بار را برای نشان دادن آنالیز فوق انتخاب کرده‌ایم. در این مثال پایداری دینامیکی ولتاژ سیستم مورد مطالعه قرار گرفته است. ضریب قدرت بار ثابت فرض گردیده و بار توان ثابت می‌باشد. همچنین دینامیک ولتاژ را از دینامیک زاویه مجزا می‌نمائیم. بنابراین مدل ژنراتور مدل Classical ژنراتور بوده، که از دینامیک زاویه صرف نظر نموده است. سیستم تحریک را نیز، نوع یک IEEE برای سیستم در نظر گرفته‌ایم [۲]. مدل سیستم به حالت زیر می‌باشد.

$$\dot{E} = \frac{1}{T_{d0}} \left[ -\frac{x+x_d}{x} E' + \frac{x_d-x_d'}{x'} \frac{(E^2+x'Q)}{E'} + E_{fd} \right] \quad (12)$$

$$\dot{E}_{fd} = \frac{1}{T} \{ -(E_{fd} - E_{fd0}) - K \left[ \frac{1}{E} \sqrt{(xP)^2 + (xQ + E^2)^2} - E_r \right] \} \quad (13)$$

$$0 = E'^2 E^2 - (x'P)^2 - (x'Q + E^2)^2 \quad (14)$$

$E_r$ : ولتاژ Set Point

$E_{fd0}$ : تحریک میدان غیرخطی

$K, T$ : ثابت‌های کنترل سیستم تحریک

متغیرهای حالت  $x = \{E', E_{fd}\}$  متغیر جبری  $y = \{E\}$  و پارامتر  $p$  بار توان ثابت با  $p = \{P, Q\}$  می‌باشد. از آن جایی که سیستم شامل ۲ معادله دیفرانسیل از درجه یک و یک معادله پخش بار می‌باشد در نتیجه ماتریس ژاکوبین غیر کاهش یافته یک ماتریس با بعد  $3 \times 3$  می‌باشد.

با توجه به مطلب بالا معادله جبری به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$\xi \dot{E} = E'^2 E^2 - (x'P)^2 - (x'Q + E^2)^2 \quad (15)$$

$$f_x = \begin{bmatrix} \frac{1}{T_{d0}} \left[ -\frac{x+x_d}{x} E' + \frac{x_d-x_d'}{x'} \frac{(E^2+x'Q)}{E'} \right] \\ 0 \\ -\frac{1}{T} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$f_y = \begin{bmatrix} \frac{1}{T_{d0}} \left[ \frac{x_d-x_d'}{x'} \frac{2E}{E^2} \right] \\ -\frac{1}{T} K \left[ -\frac{1}{E^2} \sqrt{(xP)^2 + (xQ + E^2)^2} + \frac{1}{E} \frac{(xQ + E^2).2E}{\sqrt{(xP)^2 + (xQ + E^2)^2}} \right] \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$g_x = [2E' E^2 / \xi \quad 0] \quad (18)$$

جدول ۱- چگونگی اتفاق افتادن HB

اتفاق افتادن نقطه شاخه‌ای Hopf		مقادیر ویژه	
		P=0.68	P=0.682
قسمت بالایی منحنی P-V	ولتاژ (E)	0.639	0.6313
	مقادیر ویژه A	-0.027+0.407i	0.0003+0.383i
		-0.027-0.407i	0.0003+0.383i
	مقادیر ویژه J	-5.4	-5.2
		-0.089+0.32i	0.00001+0.3i
		-0.089- 0.32i	0.00001- 0.3i
قسمت بالایی منحنی P-V	ولتاژ (E)	0.539	0.55
	مقادیر ویژه A	1.77	1.2
		-0.225	-0.18
	مقادیر ویژه J	-3.38	-3.6
		0.53	0.4
		-0.32	-0.26

جدول ۲- چگونگی اتفاق افتادن SNB

اتفاق افتادن نقطه شاخه‌ای Saddle node		مقادیر ویژه	
		P=0.6866	P>0.6866
قسمت بالایی منحنی P-V	ولتاژ (E)	0.598	نقطه تعادل ندارد
	مقادیر ویژه A	0.2594	
		0.089	
	مقادیر ویژه J	-4.39	
		0.2529	
		0.0894	
قسمت بالایی منحنی P-V	ولتاژ (E)	0.588	
	مقادیر ویژه A	0.2812	
		-0.0978	
	مقادیر ویژه J	-4.23	
		0.201	
		-0.096	

جدول ۳- چگونگی اتفاق افتادن SIB

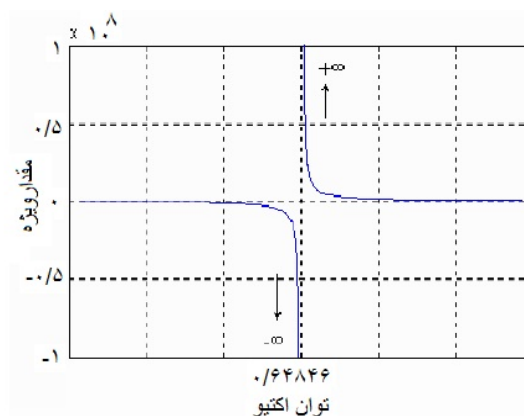
اتفاق افتادن نقطه شاخه‌ای Singularity		مقادیر ویژه	
		P=0.64845	P=0.64847
قسمت بالایی منحنی P-V	ولتاژ (E)	0.705	0.702
	مقادیر ویژه A	-0.1862+0.497i	-0.1841+0.494i
		-0.1862-0.497i	-0.1841-0.494i
	مقادیر ویژه J	-7.27	-7.15
		-0.191+0.425i	-0.19+0.424i
		-0.191- 0.425i	-0.19- 0.424i
قسمت بالایی منحنی P-V	ولتاژ (E)	0.4663	0.4664
	مقادیر ویژه A	3757	2507
		-0.3	-0.3
	مقادیر ویژه J	-0.3119	0.9963
		-0.777+1.55i	-2.4814
		-0.777-1.55i	-0.3811

#### ۴-۱- آنالیز نتایج سیستم شبیه سازی شده

با توجه به جدول ۱ مشخص است که در بین  $P = 0.68P_{II}$  و  $P = 0.682P_{II}$  قسمت حقیقی یک مقدار ویژه مختلط، هم در ماتریس ژاکوبین کاهش یافته و هم در ماتریس ژاکوبین کاهش نیافته، (با افزایش بار) از منفی به مثبت تغییر می‌نماید. این نشان دهنده آن است که در این جا نقطه HB (نقطه A) اتفاق افتاده است. از این نقطه به بعد با افزایش بار بر روی منحنی بالایی، سیستم ناپایدار می‌گردد.

اما با توجه به جدول ۲ پیداست که بعد از نقطه B ( $P > 0.6866P_{II}$ ) هیچ نقطه تعادلی وجود ندارد. قبل از B چه بر روی منحنی بالایی و چه بر روی منحنی پایینی یک مقدار ویژه مثبت وجود دارد (سیستم ناپایدار است). اما با نزدیک شدن به B (بر روی هر دو قسمت از منحنی) این مقدار ویژه به سمت صفر میل می‌نماید. بر روی نقطه B این مقدار ویژه صفر می‌گردد. در این جا دو نقطه تعادل یکی شده سپس ناپدید می‌گردد.

جدول ۳ چگونگی اتفاق افتادن نقطه شاخه‌ای SIB (نقطه C) را در بین  $P = 0.64845P_{II}$  و  $P = 0.64847P_{II}$  نشان می‌دهد. در این نقطه که بر روی قسمت پایینی منحنی قرار دارد، یک مقدار ویژه هم در ماتریس ژاکوبین کاهش وهم ماتریس ژاکوبین غیرکاهش یافته تغییر علامت می‌دهد. در C یک مقدار ویژه ماتریس ژاکوبین کاهش یافته از منهای بینهایت تا مثبت بینهایت (شکل ۳) تغییر می‌نماید.



شکل ۳- تغییرات مقدار ویژه در نزدیکی Singularity induced

همچنین با توجه به جدول ۳ بر روی منحنی پایینی (قبل از C) همه مقادیر ویژه منفی بوده که این نشان دهنده آن است که سیستم به لحاظ دینامیکی پایدار می‌باشد. اما از نظر عملی کار در این ناحیه به علت پایین بودن دامنه ولتاژ امکان پذیر نمی‌باشد. ناحیه کار عملی برای یک سیستم قدرت بر روی منحنی بالایی می‌باشد [۳]. در این قسمت هم سیستم به لحاظ دینامیکی پایدار می‌باشد و هم سطح ولتاژ قابل قبول می‌باشد.

#### ۵- نتیجه گیری

در این مقاله با توجه به شبیه سازی سیستم قدرت دو باسه نشان دادیم که:

۱- ماتریس ژاکوبین غیرکاهش یافته بانتایج کاهش یافته به خوبی هماهنگ می‌باشند. A, B, C در آنالیز ژاکوبین غیرکاهش یافته در آنالیز ژاکوبین کاهش یافته نیز نشان داده می‌شوند.

۲- نقطه شاخه‌ای Hopf (A) به علت عملکرد کنترل کننده‌های سیستم به وجود می‌آید. مثلاً اگر k سیستم تحریک کوچک باشد، نقطه شاخه‌ای Hopf اتفاق نمی‌افتد.

۳- ناحیه ناپایداری به وسیله هلال (A, B, C) در شکل ۲ نشان داده شده است.

۴- برای آن که دو سیستم کاهش یافته و کاهش نیافته نتایج یکسانی داشته باشد و دقت نتایج نیز مناسب باشد  $\epsilon$  باید به قدر کافی کوچک انتخاب گردد [۲]. در این مقاله از آن جهت که خیلی کوچک انتخاب نمودن  $\epsilon$  زمان محاسبات را بالا می‌برد، در نتیجه  $\epsilon = 0.001$  انتخاب گردید که هم زمان محاسبات خیلی طولانی نباشد و هم نتایج دقت قابل قبولی را داشته باشد. نکته مهم آنکه با تغییر نمودن  $\epsilon$  مکان نقطه HB تغییر

قسمت حقیقی مقادیر ویژه در همه نقاط تعادل منحنی منفی می‌باشد.

می‌نماید که در مرجع [۲] نیز این مساله مورد تایید قرار گرفته است.

۵- اگر به جای بار توان ثابت، بارادمیتانس ثابت انتخاب شود در هیچ نقطه تعادلی نقطه شاخه‌ای اتفاق نمی‌افتد و

#### مراجع:

1. Kundur, P., "Power System Stability and Control", *The EPRI Power System Engineering Series*, pp. 215-220 (1994).
2. Garng, M., Huang, M., Zhao, L., and Song, X., "A New Bifurcation Analysis for Power System Dynamic Doltage Stability Studies", *PSERC, IEEE*, pp. 1-5 (2002).
3. Song, X., "Dynamic Modeling Issues for Power System Applications", Texas A&M University, December (2003).
4. Venkatasubramanian, V., Schaettler, H., and Zaborazky, J., "Local Bifurcations Feasibility Regions in Differential-Algebraic Systems", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 40, No. 12, pp. 1992-2013, Dec. (1995).
5. Costas V., "Voltage Stability of Electric Power Systems", Kluwer Academic Publishers, (1998).
6. Huang, G.M., Abur, A., "Voltage Security Margin Assessment", Texas A&M University, PSERC Publication 02-49., December, (2002).