روشی برای بهبود راه‌کار رهایی پویا

محمد رضایی پژند[۱،*]، حسینه رضائی[۲]

اطلاعات مقاله

واژگان کلیدی:
رهایی پویا،
تکرار بردار وارون،
رفتار ناخطی،
مسیر ایستایی،
تغییرشکل‌های بزرگ.

چکیده

فن رهایی پویا یک فرایند تکراری به دست آوردن پاسخ دستگاه معادلات هم‌زمان است که برای تحلیل ناخطی ایستا و پویای سازه‌ها به کار می‌رود. یکی از مهم‌ترین عامل‌های این راه‌کار، عامل میرایی ساختگی می‌باشد که اگر دقیق‌تر انتخاب گردد، نرخ همگرایی افزایش خواهد یافت. در این مقاله، از شیوه تکرار بردار وارون برای یافتن عامل میرایی در تکرارهای رهایی پویا استفاده می‌گردد و رابطه‌سازی نوینی پیشنهاد می‌شود. سازه‌های گوناگونی مانند: خرپای مستوی و فضایی و قاب خمشی، با استفاده از این راه‌کار، تحلیل ناخطی هندسی می‌شوند. مقایسه نتایج روش جدید با پاسخ‌های شیوه معمول رهایی پویا، بهبود نرخ همگرایی را نشان می‌دهد. به سخن دیگر، شمار تکرارها کاهش چشم‌گیری می‌یابند. فن نویسندگان فرایند حل را تندتر و شایسته‌تر می‌سازد.

واژه‌نامه

ایستا	Static	سامانه	System
بازگشت بار	Snap-through	عامل میرایی	Damping factor
بازگشت تغییرمکان	Snap-back	کارمایه	Energy
پاسخ حالت ماندگار	Steady-state response	کمینه	Minimum
پویا	Dynamic	کمینه کردن	Minimize
تحلیل خطی	Linear analysis	گام زمانی	Time step
تحلیل ناخطی	Nonlinear analysis	گام‌های محاسباتی	Algorithm
جرم ساختگی	Fictitious mass	مسیر ایستایی	Static path
روش رهایی پویا	Dynamic relaxation method	نمو بارگذاری	Load increment
روش تکراری	Iterative method	نیروی نامیزان	Unbalance force
روش تکرار بردار وارون	Inverse vector iteration method		
ساختگی	Fictitious, Artificial		

* پست الکترونیک نویسنده مسئول: mrpajand@yahoo.com
۱. استاد، گروه عمران، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد
۲. دانشجوی کارشناسی ارشد سازه، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد

۱- مقدمه

برای تحلیل سازه ایستا، باید پاسخ دستگاه معادلات حاکم زیر را یافت:

$$SX = F = P \qquad (۱)$$

در این رابطه، S، X، F و P به ترتیب ماتریس سختی سازه، بردارهای تغییرمکان، نیروی داخلی و بار خارجی هستند. روش‌های مختلفی برای حل این سامانه معادلات وجود دارد که از آن میان، فرایند تکراری رهایی پویا می‌باشد. در این فن، با افزودن نیروهای جرمی و میرایی ساختگی، دستگاه ایستا به سامانه پویای ساختگی زیر تبدیل می‌شود:

$$\mathrm{M\ddot{X} + C\dot{X} + SX = F = P} \qquad (۲)$$

در اینجا، M، C، $\dot{X}$ و $\ddot{X}$ به‌ترتیب ماتریس‌های جرم و میرایی ساختگی، بردارهای سرعت و شتاب هستند. خاطر نشان می‌کند، پاسخ حالت ماندگار این مسئله پویا در اثر تحریک نخستین، همان حل سامانه معادلات ایستا می‌باشد.

روش رهایی پویا را اتر [۱] یا دی [۲] معرفی کردند. نخستین بار، رشتن [۳] این راه‌کار را در مسائل ناخطی به کار برد. درسال ۱۹۷۲ میلادی، بونس [۴] روشی برای تخمین میرایی بحرانی پیشنهاد داد. از سوی دیگر، میرایی جنبشی را کاندال [۵] در سال ۱۹۷۶ ارائه نمود. پاپادراکاکیس [۶] با استفاده از تحلیل خطا، شیوه‌ای خودکار برای یافتن عامل‌های فرایند رهایی پویا به دست آورد. سپس، آندروود [۷] به بیان روش رهایی پویای خودکار پرداخت. ضرایب جرم و میرایی برای هریک از سه درجه‌ی آزادی یک گره از صفحه خمشی را شاوی [۸] در سال ۱۹۸۷ تعیین نمود. کانگ [۹] روابطی برای میرایی و گام زمانی به دست آورد. ژانگ و یو[۱۰] فن رهایی پویای بهبود یافته را با رابطه سازی نوینی برای میرایی ساختگی و حدس نخستین بردار پاسخ پیشنهاد نمودند. همچنین، ژانگ و همکاران [۱۱] راه حل خود را با معرفی ضریب میرایی گرهی و بازنگری بردار تغییرمکان آغازین اصلاح نمودند. مونجیزا [۱۲] و مونجیزا و همکاران [۱۳] به بررسی روابط مختلف میرایی پرداختند و میرایی متناسب با جرم و سختی را پیدا کردند. با استفاده از گسترش دنباله‌تیلور، رضایی پژند و تقویان حکاک [۱۴] رابطه تکراری جدیدی برای فن رهایی پویا به دست آوردند. کدخدایان و همکاران [۱۵] و رضایی پژند و علامتیان [۱۵ و ۱۶] گام زمانی بهبود یافته را با کمینه کردن نیروی نامیزان حساب کردند. روش رهایی پویای جنبشی را تاپینگ و ایوانی [۱۸] در سال ۲۰۰۷ اصلاح کرد. رضایی پژند و علامتیان [۱۹] خطای تغییرمکان بین دو گام پیاپی را کمینه کردند و الگوهایی برای جرم و میرایی ساختگی پیشنهاد دادند. سرافرازی [۲۰] و رضایی پژند و سرافرازی [۲۱] روشی برای تعیین دقیق‌تر کمترین بسامد دستگاه پویای ساختگی ارائه دادند. همچنین، ایشان با صفر پنداشتن میرایی، نسبت گام زمانی را به دست آوردند [۲۲]. روش رهایی پویای خودکار برای پیمایش نواحی بازگشتی بار و تغییرمکان را رضایی پژند و علامتیان [۲۳ و ۲۴] با کمینه کردن نیرو و تغییرمکان نامیزان یافتند. افزون بر این، رضایی پژند و همکاران [۲۵] با بهره‌جویی از معیار کارمایه کمینه، گام زمانی بهینه را معرفی نمودند. همچنین، آنها یک شیوه جدید برای یافتن میرایی پیشنهاد کردند [۲۶]. بر پایه یک تحلیل نموی، علامتیان [۲۷] رابطه نوینی برای جرم ساختگی در راه‌کار رهایی پویای جنبشی ارائه داد. رضایی پژند و همکاران [۲۸] در پژوهشی نو، توانایی چندین فرایند جدید و نیز متداول رهایی پویا را در تحلیل ناخطی هندسی سازه‌های قابی و خرپایی مقایسه نمودند.

در این مقاله، از روشی جدید برای یافتن عامل میرایی در فرایند رهایی پویا بهره برده می‌شود که تا کنون استفاده نشده است. رابطه‌سازی و گام‌های شیوه پیشنهادی ارائه می‌شوند. برای نشان دادن ویژگی‌های راه‌کار جدید، چندین خرپای مستوی و فضایی و همچنین قاب دو بعدی، تحلیل ناخطی هندسی خواهند شد. پاسخ‌های برنامه نویسندگان با نتایج سایر پژوهشگران مقایسه

می‌گردد. آن گونه که پاسخ‌ها نشان می‌دهند، شایستگی رابطه‌سازی پیشنهادی در کاهش شمار تکرارها و زمان تحلیل روش رهایی پویای معمول می‌باشد.

۲-رابطه سازی روش رهایی پویا

در راه‌کار رهایی پویای صریح، ماتریس جرم M را قطری می‌پندارند. همچنین همانند زیر، ماتریس میرایی متناسب با ماتریس جرم پنداشته می‌شود:

$$C = cM \quad (۳)$$

در رابطه کنونی، c عامل میرایی است. با بهره‌جویی از فن تفاوت محدود مرکزی نسبت به زمان ساختگی، می‌توان روابط تکراری رهایی پویا در گام k ام را به صورت زیر نوشت [۹]:

$$\dot{X}^{k+\frac{1}{2}} = \frac{2-h^k c}{2+h^k c}\dot{X}^{k-\frac{1}{2}} + \frac{2h^k}{2+h^k c}M^{-1}R^k \quad (۴)$$

$$X^{k+1} = X^k + h^{k+1}\dot{X}^{k+\frac{1}{2}} \quad (۵)$$

در اینجا، h^{k+1} گام زمانی ساختگی است. همچنین، R^k بردار نیروی نامیزان در تکرار k ام می‌باشد و با رابطه زیر حساب می‌شود:

$$R^k = P - F(X^k) \quad (۶)$$

۳-عامل‌های فن رهایی پویا

باید دانست که عامل‌های مجهول در رابطه‌سازی رهایی پویا، جرم، میرایی و گام زمانی ساختگی هستند. اینها را باید به گونه‌ای تعیین کرد که پایداری عددی فرایند تضمین گردد و نرخ همگرایی آن بهبود یابد. روابط این مقاله برای یافتن عامل‌های رهایی پویا در ادامه می‌آیند.

جرم ساختگی

در راه‌کار پیشنهادی، درایه‌های ماتریس جرم ساختگی از رابطه رضایی پژند و علامتیان [۱۹] حساب می‌شوند:

$$m_{ii} = \max\{\frac{(h^k)^2}{2}s_{ii}, \frac{(h^k)^2}{4}\sum_{j=1}^{q}|s_{ij}|\} \quad (۷)$$

عامل میرایی ساختگی

برای یافتن عامل میرایی از رابطه رضایی پژند و علامتیان [۱۹] استفاده می‌شود:

$$c = \sqrt{\omega_1^2[4-(h^k)^2\omega_1^2]}m_{ii} \quad (۸)$$

در اینجا، ω_1 کمترین بسامد طبیعی نوسان آزاد دستگاه پویای ساختگی می‌باشد. به طور معمول، از اصل رایلی برای تخمین حد بالای ω_1 بهره می‌جویند [۴]:

$$\omega_1^2 = \frac{(X^k)^T SX^k}{(X^k)^T MX^k} \quad (۹)$$

افزون بر این، ژانگ و یو [۱۰] رابطه آسان‌تر زیر را پیشنهاد نمودند:

$$\omega_1^2 = \frac{(X^k)^T f^k}{(X^k)^T MX^k} \quad (۱۰)$$

کوشش خواهد شد که با محاسبه دقیق‌تر ω_1، سرعت همگرایی را افزایش داد. در ادامه، شیوه‌ای برای بهبود دقت این عامل معرفی می‌گردد.

یادآوری می‌کند که مسئله مقادیر ویژه ماتریسی در نوسان آزاد سامانه‌های چند درجه آزادی نامیرا را به صورت زیر می‌نویسند:

$$S\varphi_i = \omega_i^2 M\varphi_i \quad (۱۱)$$

آشکار است که در رابطه کنونی، ω_i^2، همان i امین مقدار ویژه ماتریس $M^{-1}S$ می‌باشد که با λ_i نشان داده می‌شود. همچنین، φ_i بردار ویژه نظیر آن است. اگر رابطه (۱۱) در φ_i^T ضرب گردد، معادله زیر به دست می‌آید [۲۹]:

$$\varphi_i^T S\varphi_i = \omega_i^2\varphi_i^T M\varphi_i \quad (۱۲)$$

می‌توان مقدار ω_i^2 را به صورت زیر حساب کرد:

$$\omega_i^2 = \frac{\varphi_i^T S\varphi_i}{\varphi_i^T M\varphi_i} \quad (۱۳)$$

این کسر خارج قسمت رایلی نام دارد. در اینجا، بردار φ_i و مقدار ω_i^2 نامعلوم هستند. یک راه برای یافتن آنها استفاده از فن تکرار بردار وارون است. در این شیوه، در آغاز بردار φ^1 را برای φ_i می‌پندارند. همچنین، λ_i را برابر با یک می‌گیرند. سپس، گام‌های زیر دنبال می‌گردد [۲۹]:

۱- بردار $\overline{\varphi}^{k+1}$ از حل معادله زیر به دست می‌آید:

$$S\overline{\varphi}^{k+1} = M\varphi^k \qquad (۱۴)$$

۲- مقدار ویژه λ^{k+1} با بهره‌جویی از خارج قسمت رایلی حساب می‌شود:

$$\lambda^{k+1} = \frac{(\overline{\varphi}^{k+1})^T S\overline{\varphi}^{k+1}}{(\overline{\varphi}^{k+1})^T M\overline{\varphi}^{k+1}} = \frac{(\overline{\varphi}^{k+1})^T M\varphi^k}{(\overline{\varphi}^{k+1})^T M\overline{\varphi}^{k+1}} \qquad (۱۵)$$

۳- با مقایسه λ در دو گام پیاپی، همگرایی وارسی می‌گردد:

$$\frac{\left|\lambda^{k+1} - \lambda^k\right|}{\lambda^{k+1}} \le \varepsilon \qquad (۱۶)$$

اگر شرط (۱۶) برقرار باشد، می‌توان روابط زیر را نوشت. وگرنه، گام بعدی انجام می‌پذیرد:

$$\lambda_1 = \lambda^{k+1} \qquad (۱۷)$$

$$\varphi_1 = \frac{\overline{\varphi}^{k+1}}{\sqrt{\left(\overline{\varphi}^{k+1}\right)^T M\overline{\varphi}^{k+1}}}$$

۴- $\overline{\varphi}^{k+1}$ هم‌پایه می‌گردد:

$$\varphi^{k+1} = \frac{\overline{\varphi}^{k+1}}{\sqrt{\left(\overline{\varphi}^{k+1}\right)^T M\overline{\varphi}^{k+1}}} \qquad (۱۸)$$

۵- شمارشگر $k=k+1$ قرار می‌گیرد و فرایند از گام ۳ دنبال می‌شود.

آن گونه که نشان داده‌اند، این فرایند به پاسخ همگرا خواهد شد [۲۹]. باید افزود، اگر ε برابر با 10^{-2j} پنداشته شود، λ_1 با دقت $2j$ رقم اعشار و φ_1 با دقتی حدود j رقم اعشار تعیین می‌گردد. خاطر نشان می‌کند، به کار بردن این روند تکراری در هر گام روش رهایی پویا سبب افزایش شمار تکرارها می‌گردد. برای بهبود راه‌کار، در هر گام روش رهایی پویای پیشنهادی از یک بار فرایند تکرار بردار وارون استفاده می‌شود. تا جایی که اختلاف λ_1 در دو گام پیاپی رهایی پویا از ε انتخابی کمتر گردد. از آن پس، دیگر λ_1 حساب نمی‌شود و تکرارها با λ_1 موجود ادامه می‌یابند.

۴- گام‌های روش رهایی پویای پیشنهادی

برای بهبود فرایند تحلیل ناخطی سازه‌ها با فن رهایی پویا، گام‌های زیر پیشنهاد می‌گردند:

۱- مقادیر آغازین بردار ویژه φ و مقدار ویژه λ، به ترتیب، بردار یکه و ۱ پنداشته می‌شوند. همچنین، گام زمانی ساختگی، معیارهای همگرایی نیروی نامیزان (e_R) و مقدار ویژه کمینه (ε)، به ترتیب، برابر با ۱، $۱۰^{-۴}$ و $۱۰^{-۳}$ قرار می‌گیرند.

۲- بردار سرعت نخستین بردار صفر پنداشته می‌شود. همچنین، برای بردار تغییرمکان آغازین بردار صفر و یا پاسخ نمو بارگذاری پیشین به کار می‌رود. افزون بر این، شمار تکرارها و متغیر flag مساوی ۱ قرار می‌گیرند.

۳- بردار نیروی داخلی و ماتریس سختی سازه حساب می‌شوند.

۴- شروط مرزی وارد تحلیل می‌گردند.

۵- بردار نیروی نامیزان به دست می‌آید.

۶- اگر $e_R \ge \sqrt{\sum_{i=1}^{q}(r_i^k)^2}$ باشد، تحلیل به گام (۱۶) انتقال می‌یابد، و گرنه ادامه می‌یابد.

۷- ماتریس جرم ساختگی از رابطه (۷) حساب می‌شود.

۸- اگر flag=0 باشد، تحلیل به گام (۱۵) منتقل می‌شود، وگرنه ادامه می‌یابد.

۹- بردار $\overline{\varphi}$ از حل معادله (۱۴) به دست می‌آید.

۱۰- مقدار ویژه λ از رابطه (۱۵) حساب می‌شود.

۱۱- اگر شرط (۱۶) برقرار باشد، مقدار flag=0 به کار می‌رود.

۱۲- عامل میرایی از رابطه (۸)، با قرار دادن $\omega_1^2=\lambda$ به دست می‌آید.

۱۳- بردار φ از معادله (۱۸) پیدا می‌شود.

۱۴- بردارهای سرعت و تغییرمکان از روابط (۴) و (۵) تعیین می‌شوند.
۱۵- $k=k+1$ قرار داده می‌شود. فرایند به گام (۳) باز می‌گردد.
۱۶- پاسخ‌های این نمو بارگذاری چاپ می‌شوند.
۱۷- در صورت کافی نبودن نموهای بار خارجی، باید یک نمو به آن افزود و تحلیل از گام (۲) ادامه می‌یابد.

۵-نمونه‌های عددی

برای سنجش توانایی راه‌کار پیشنهادی، نویسندگان یک برنامه رایانه‌ای به زبان فرترن نوشته‌اند. از این برنامه برای بررسی رفتار ناخطی هندسی چندین سازه در محدوده رفتار کشسان استفاده می‌شود. بارگذاری تمام سازه‌ها در ۱۰ مرحله انجام می‌پذیرد. هر یک از سازه‌ها با دو روش تحلیل می‌گردند.

در شیوه نخست، درایه‌های ماتریس جرم ساختگی و عامل میرایی، به ترتیب، با روابط (۷) و (۸) حساب می‌شوند. همچنین، برای یافتن مقدار ویژه کمینه ماتریس $M^{-1}S$ از معادله‌ی (۱۰) بهره‌جویی می‌گردد. گام‌های شیوه دوم که همان روش پیشنهادی است، در بخش ۴ آمد. برای نشان دادن شایستگی گام‌های تحلیل نویسندگان به صورت عددی، درصد بهبود شمار تکرارها (E_I) و زمان تحلیل (E_t) برای هر مسئله با روابط زیر حساب می‌شود:

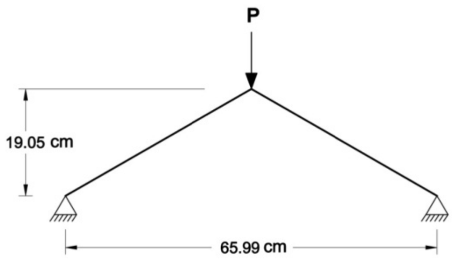
$$E_I = 100(\frac{I_1 - I_2}{I_1}) \quad (۱۹)$$

$$E_t = 100(\frac{t_1 - t_2}{t_1}) \quad (۲۰)$$

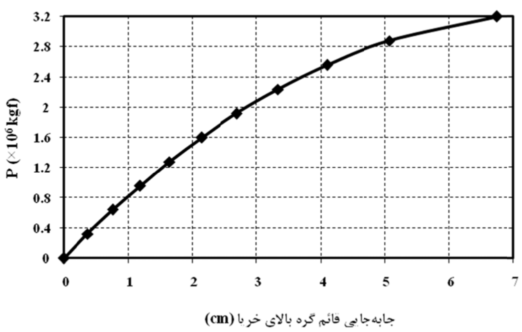
در روابط کنونی، I_1، t_1، I_2، و t_2 به ترتیب، شمار تکرارها و زمان تحلیل روش‌های یکم و دوم می‌باشند.

۵-۱- خرپای دو عضوی

در اینجا، خرپای دو درجه آزادی شکل (۱) تحلیل می‌شود [۱۹]. سطح مقطع عضوهای خرپا، ضریب کشسانی و بار P، به ترتیب، برابر با $96.77\ cm^2$، $703000\ kgf/cm^2$ و $3200000\ kgf$ می‌باشند. شکل (۲) مسیر ایستایی برای جابجایی قائم گره بالای خرپا را نشان می‌دهد. شمار تکرارها و زمان تحلیل روش‌ها در جدول (۱) می‌آیند.



شکل ۱- خرپای دو عضوی



شکل ۲- مسیرایستایی خرپای دو عضوی

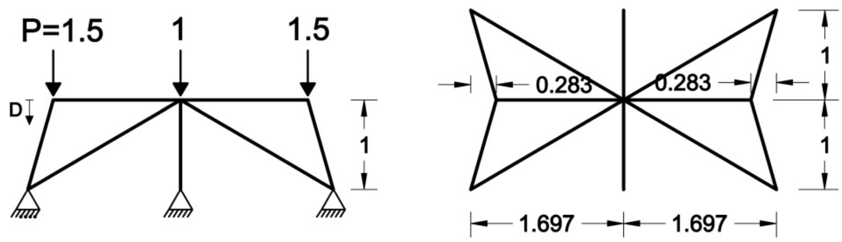
جدول ۱- شمار تکرارها و زمان همگرایی برای خرپای دو عضوی

روش	شماره نمو بارگذاری										مجموع شمار تکرارها	زمان (ثانیه)	E_I	E_t
	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰				
۱	۷	۸	۹	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶	۲۲	۵	۶	۱۰۹	۰/۴۷۸	۵۶/۹	۴۷/۷
۲	۴	۴	۴	۴	۵	۵	۵	۵	۵	۶	۴۷	۰/۲۵۰		

بر پایه پاسخ‌های جدول (۱)، شمار تکرارها در نموهای یکم تا هشتم بارگذاری با استفاده از راه‌کار پیشنهادی کاهش یافته‌اند. این کمیت در نموهای نهم و دهم برابر با روش نخست می‌باشند. شایان توجه است که این دو نمو دارای کمترین تکرارها بین ده مرحله بارگذاری می‌باشند. از سوی دیگر، کاهش ۷۰ درصدی شمار تکرارها در نمو هشتم که بحرانی‌ترین مرحله بر حسب این مقدار است، نشان‌دهنده شایستگی شیوه نویسنده‌ها می‌باشد. مجموع تکرارهای فن نویسندگان کمتر از نصف روش معمول می‌باشد. همچنین، زمان تحلیل این سازه با شیوه پیشنهادی به حدود نصف می‌رسد.

۵-۲- خرپای سقفی

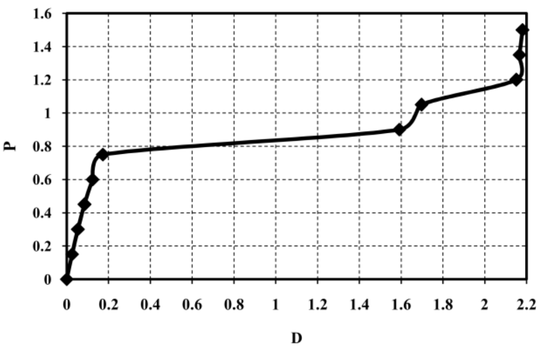
شکل (۳) یک خرپای فضایی را نشان می‌دهد که ۹ درجه‌ی آزادی دارد [۱۴]. ضریب کشسانی و سطح مقطع عضوهای این سازه، به ترتیب، برابر با ۱ و ۱۰ می‌باشد. خاطر نشان می‌کند، این عامل‌ها در مسئله مرجع فاقد یکا می‌باشند. این خرپای سقفی تحلیل و مسیر ایستایی برای درجه آزادی D در شکل (۴) رسم می‌شود. شمار تکرارها و زمان روش‌ها در جدول (۲) می‌آیند.



شکل ۳- خرپای سقفی

جدول ۲- شمار تکرارها و زمان همگرایی برای خرپای سقفی

روش	شماره‌ی نمو بارگذاری ۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	مجموع شمار تکرارها	زمان (ثانیه)	E_I	E_t
۱	۸	۹	۱۰	۱۲	۱۶	۷۹	۴۶	۴۷	۲۵	۲۴	۲۷۶	۱/۳۱۱	۳۰/۱	۲۸/۳
۲	۱۲	۱۳	۱۳	۱۳	۱۷	۵۷	۳۶	۲۲	۵	۵	۱۹۳	۰/۹۴۰		



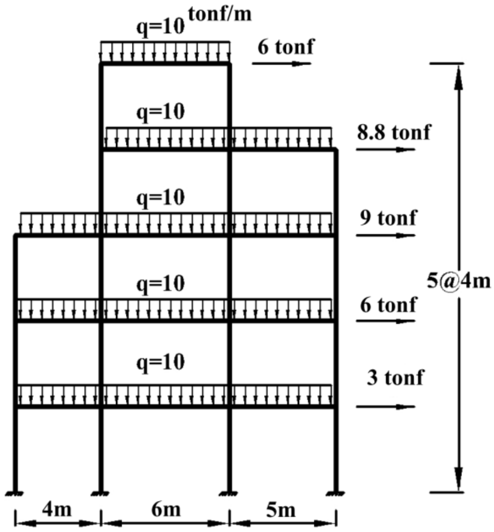
شکل ۴- مسیر ایستایی خرپای سقفی

بر پایه جدول پاسخ‌ها، فن پیشنهادی در پنج نمو نخست بارگذاری نیاز به تکرار بیشتری دارد. باید توجه نمود که تنها ۲۰ درصد کل تکرارها مربوط به این پنج مرحله می‌باشد. در حالی که در سایر نموها که دارای نقاط حدی می‌باشند و ۸۰ درصد از شمار تکرارها در روش نخست را به خود اختصاص داده‌اند، فن نویسنده‌ها این کمیت را به مقدار قابل توجهی کاهش می‌دهد. به گونه‌ای که مجموع شمار تکرارها و نیز زمان شیوه این مقاله حدود یک سوم کمتر از راه‌کار معمول است.

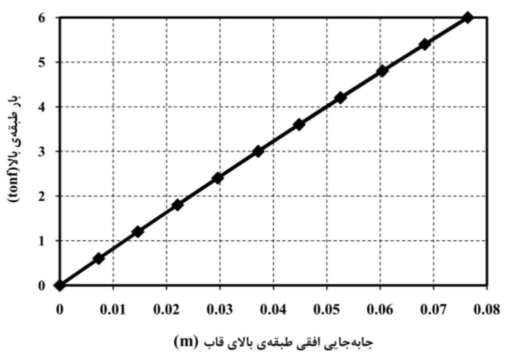
۵-۳- قاب ساختمانی پنج طبقه

قاب فولادی شکل (۵) دارای پیوندهای خمشی می‌باشد [۲۰]. ستون‌ها و تیرهای سازه به ترتیب از مقاطع W2150 و W1835 تشکیل شده‌اند. ضریب کشسانی

برابر با $2\times10^{7}\,\mathrm{tonf/m^2}$ می‌باشد. شکل (۶) مسیر ایستایی برای جابجایی افقی سقف آخر نسبت به بار وارد بر آن را نشان می‌دهد. زمان تحلیل و شمار تکرارهای روش‌ها در جدول (۳) می‌آیند.



شکل ۵- قاب ساختمانی ۵ طبقه



شکل ۶- مسیر ایستایی قاب ساختمانی ۵ طبقه

جدول (۳) نشان می‌دهد که شمار تکرارهای روش پیشنهادی در کلیه نموهای بارگذاری کمتر از فن نخست است. مجموع شمار تکرارها و همچنین زمان تحلیل شیوه پیشنهادی حدود یک سوم راه‌کار یکم می‌باشد.

جدول ۳- شمار تکرارها و زمان همگرایی برای قاب خمشی ۵ طبقه

روش	شماره نمو بارگذاری										مجموع شمار تکرارها	زمان (ثانیه)	E_I	E_t
	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰				
۱	۱۲۹۷	۱۲۱۶	۱۲۰۳	۱۱۹۸	۱۱۹۷	۱۱۹۷	۱۱۹۸	۱۱۹۹	۱۲۰۰	۱۲۰۲	۱۲۱۰۷	۶۱/۲۳۲	۶۶/۶۶	۶۳/۶۵
۲	۳۹۵	۴۰۱	۴۰۱	۴۰۴	۴۰۵	۴۰۵	۴۰۵	۴۰۵	۴۰۸	۴۱۱	۴۰۴۰	۲۲/۳۵۴		

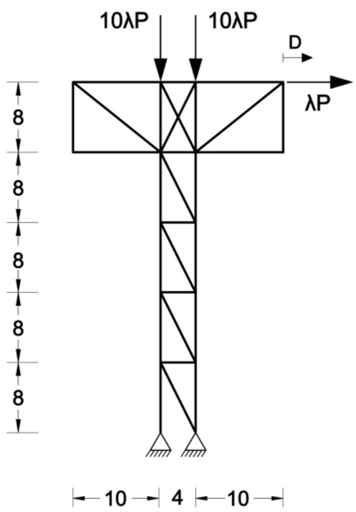
۵-۴- خرپای چن

خرپای چن ۲۸ درجه‌ی آزادی دارد. شکل (۷) این خرپای مستوی را نشان می‌دهد. سایر ویژگی‌های سازه به این قرارند: AE=9000 و λ=5 وP=1 [۲۰]. خاطر نشان می‌کند که این عامل‌ها در مسئله مرجع فاقد یکا می‌باشند. مسیر ایستایی درجه آزادی D در شکل (۸) و شمار تکرارها و زمان تحلیل سازه با هر یک از دو روش در جدول (۴) می‌آیند.

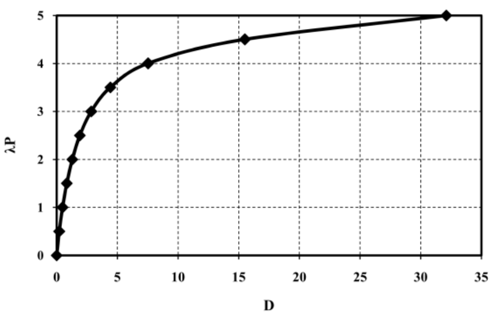
بررسی جدول (۴) نشان می‌دهد که تحلیل خرپای چن با روش پیشنهادی سبب کاهش شمار تکرارهای تمام نموهای بارگذاری می‌گردد. افزون بر این، زمان تحلیل با فن پیشنهادی کمتر از نصف زمان لازم برای راه‌کار معمول است.

جدول ۴- شمار تکرارها و زمان همگرایی برای خرپای چن

روش	شماره نمو بارگذاری										مجموع شمار تکرارها	زمان (ثانیه)	E_I	E_t
	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰				
۱	۱۶۹۴	۱۴۶۵	۱۵۲۲	۱۶۳۷	۱۸۲۱	۲۱۲۵	۲۶۷۵	۳۸۱۳	۶۰۳۷	۶۳۷۵	۲۹۱۶۴	۱۳۳/۲۳۶	۵۷/۵	۵۴/۷
۲	۶۷۴	۷۱۰	۷۶۳	۸۳۴	۹۳۰	۱۰۸۲	۱۳۳۴	۱۷۴۲	۱۸۷۸	۲۴۳۶	۱۲۳۸۳	۶۰/۲۹۸		



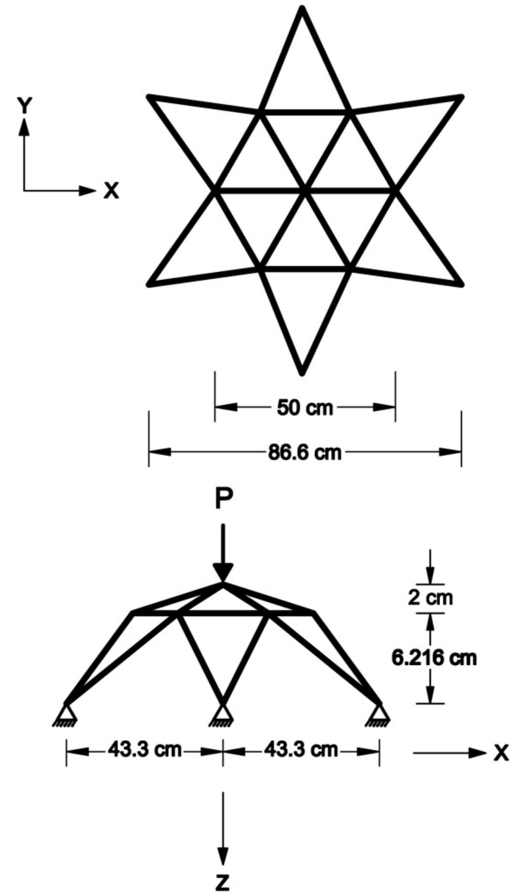
شکل ۷- خرپای چن



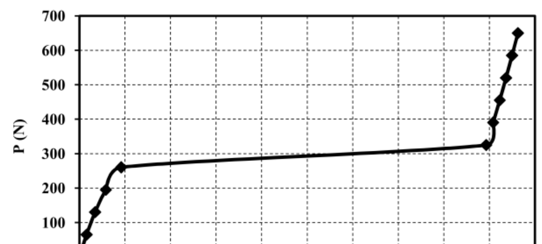
شکل ۸- مسیر ایستایی خرپای چن

۵-۵- خرپای ۲۴ عضوی

این سازه سه بعدی، ۲۱ درجه‌ی آزادی دارد. عضوهای این سازه دارای سطح مقطع $3.17\ \mathrm{cm}^2$ و ضریب کشسانی $303000\ \mathrm{N/cm}^2$ می‌باشند. افزون بر این‌ها، نیروی P برابر با 650 N است [۱۴]. مسیر ایستایی برای جابجایی قائم گره تاج خرپا و نتایج تحلیل این سازه، به ترتیب در شکل ۱۰ و جدول ۵ به نمایش در آمده‌اند.بر پایه جدول ۵، در دو نمو نخست بارگذاری که دارای کمترین شمار تکرارها بین نموها هستند، دو روش به طور تقریبی کارکرد یکسانی دارند. ولی در نموهای دیگر راه‌کار پیشنهادی بسیار بهتر پاسخ داده است. به طوری که در مجموع، شمار تکرارها و زمان تحلیل شیوه این مقاله بیش از ۴۰ درصد کمتر از راه‌کار یکم هستند.



شکل ۹- خرپای ۲۴ عضوی



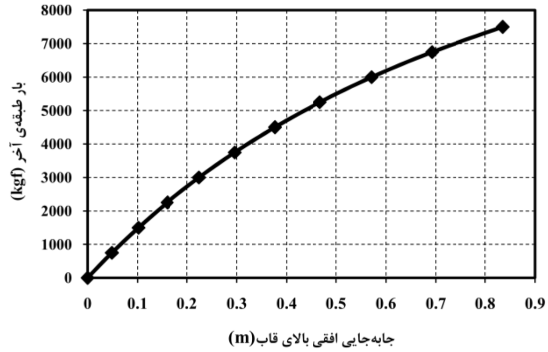
شکل ۱۰- مسیر ایستایی خرپای ۲۴ عضوی

جدول ۵- شمار تکرارها و زمان همگرایی برای خرپای ۲۴ عضوی

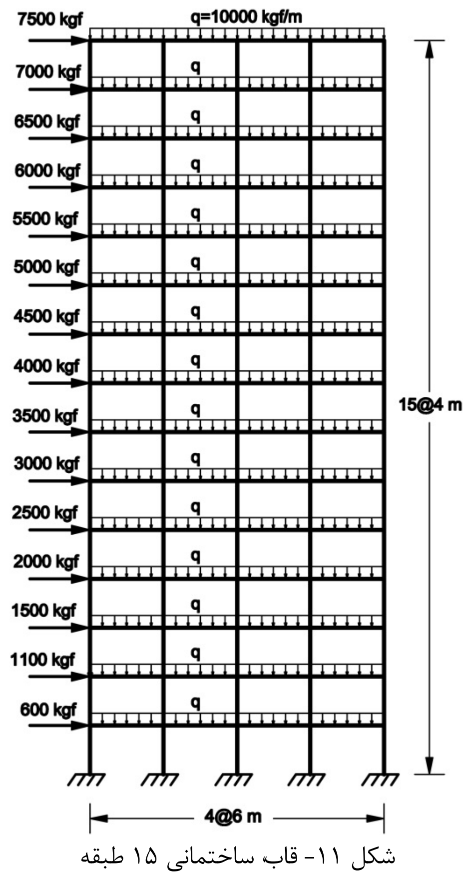
روش	شماره نمو بارگذاری										مجموع شمار تکرارها	زمان (ثانیه)	E_I	E_t
	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰				
۱	۵۸	۶۸	۸۵	۱۳۰	۲۲۷	۱۲۷	۱۱۶	۱۱۶	۱۱۴	۱۰۵	۱۱۴۶	۵/۳۶۶	۴۶/۴۴	۴۳/۴۷
۲	۵۸	۷۰	۵۹	۶۹	۹۹	۵۱	۵۲	۵۲	۵۲	۵۲	۶۱۴	۳/۰۲۰		

۵-۶- قاب ساختمانی ۱۵ طبقه

شکل (۱۱) ویژگی‌های هندسی و بارگذاری یک قاب بتنی را نشان می‌دهد. ضریب کشسانی، سطح مقطع و لنگر لختی عضوها، به ترتیب $2\times10^{9}\ \mathrm{kgf/m^2}$، $0.16\ \mathrm{m^2}$ و $2.13\times10^{-3}\ \mathrm{m^4}$ می‌باشند. مسیر ایستایی تغییرمکان افقی بالای قاب در شکل (۱۲) می‌آید. افزون بر این، شمار تکرارهای نموهای بارگذاری و زمان تحلیل دو روش در جدول (۶) درج شده‌اند.



شکل ۱۲- مسیر ایستایی قاب ساختمانی ۱۵ طبقه

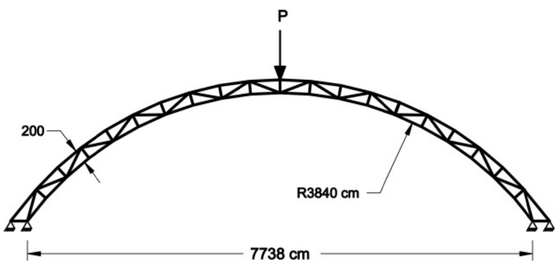


شکل ۱۱- قاب ساختمانی ۱۵ طبقه

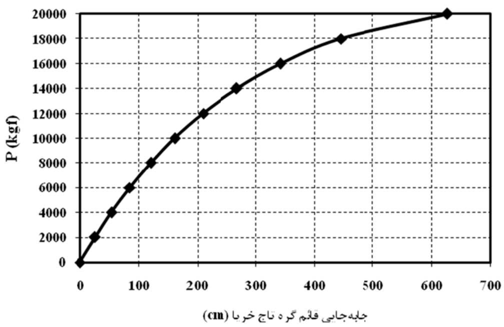
جدول (۶) شایستگی راه‌کار پیشنهادی را در حل این سازه نشان می‌دهد. در واقع، زمان تحلیل و شمار تکرارهای این روش در تمام نموهای بارگذاری کمتر از یک سوم فن نخست است.

۵-۷- خرپای قوسی

این سازه ۷۶ درجه آزادی دارد. شکل (۱۳) اندازه‌های خرپای قوسی را نشان می‌دهد. سایر ویژگی‌های سازه به این قرارند: $E=2.1\times10^{6}\ \mathrm{kgf/cm^2}$، $A=1$ و $P=20000\ \mathrm{kgf}$. مسیر ایستایی برای جابجایی قائم گره تاج خرپا در شکل (۱۴) به نمایش در می‌آید. همچنین، جدول (۷) شمار تکرارها و زمان تحلیل روش‌ها را مشخص می‌سازد.



شکل ۱۳- خرپای قوسی



شکل ۱۴- مسیر ایستایی خرپای قوسی

بررسی جدول (۷) آشکار می‌سازد که تحلیل با شیوه پیشنهادی در سه مرحله نخست بارگذاری به تکرارهای کمی بیشتر از فن یکم نیاز دارد اما بیشینه این اختلاف تنها ۵ درصد است. در سایر مراحل، روش نویسندگان شمار تکرارها را به خوبی کاهش می‌دهد. در پایان، مجموع شمار تکرارهای راه‌کار پیشنهادی ۳۶ درصد کمتر

از فن نخست است. همچنین، زمان کل تحلیل نزدیک به ۴۰ درصد کاهش یافته است.

جدول ۶- شمار تکرارها و زمان همگرایی برای قاب ساختمانی ۱۵ طبقه

روش	شماره نمو بارگذاری ۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	مجموع شمار تکرارها	زمان (ثانیه)	E_I	E_t
۱	۱۳۶۲۱	۱۲۶۶۴	۱۲۵۹۲	۱۲۷۷۱	۱۲۷۵۷	۱۲۹۳۹	۱۳۰۳۸	۱۳۳۱۲	۱۳۵۹۴	۱۳۸۳۳	۱۳۱۱۲۱	۱۵۸۵/۳۲۱	۷۳/۷۲	۷۴/۴۰
۲	۲۹۶۲	۲۹۹۲	۳۳۰۸	۳۴۵۴	۳۲۶۳	۳۴۷۸	۳۵۴۹	۴۰۰۲	۳۹۰۶	۴۲۸۱	۳۵۱۹۹	۴۱۱/۸۳۹		

جدول ۷- شمار تکرارها و زمان همگرایی برای خرپای قوسی

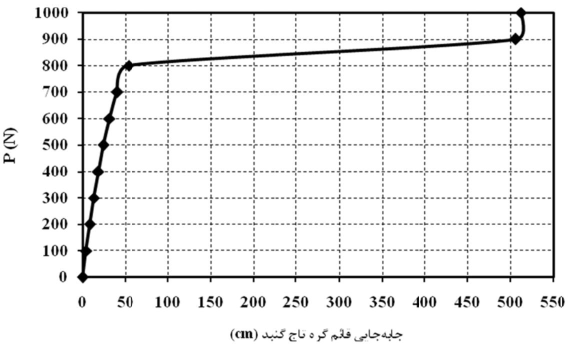
روش	شماره نمو بارگذاری ۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	مجموع شمار تکرارها	زمان (ثانیه)	E_I	E_t
۱	۸۴۰	۸۵۲	۹۲۰	۱۰۰۹	۱۱۳۰	۱۲۹۹	۱۵۵۱	۱۹۷۱	۲۸۳۸	۶۲۷۸	۱۸۶۸۸	۱۳۸/۹۰۸	۳۶/۳۱	۳۹/۴۳
۲	۸۷۳	۸۹۱	۹۲۷	۹۴۰	۹۷۸	۱۰۲۵	۱۰۷۰	۱۱۲۸	۱۱۵۶	۲۹۶۰	۱۱۹۴۸	۸۴/۳۱۹		

۵-۸- خرپای گنبدی

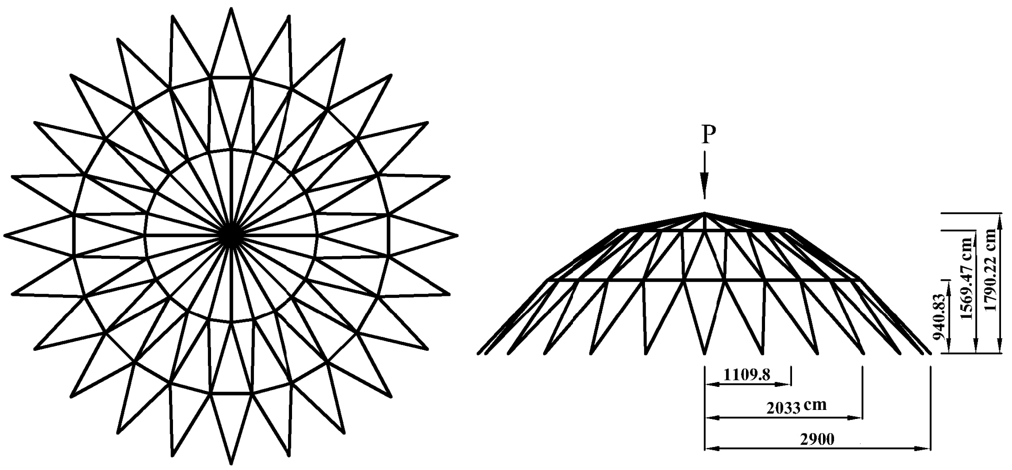
در این بخش، خرپای شکل (۱۵) با ۱۴۷ درجه آزادی و AE=100000 N و P=1000 N تحلیل خواهد شد [۲۰]. گره‌های تراز صفر این خرپا بسته می‌باشند. مسیر ایستایی برای جابجایی قائم گره تاج خرپا و شمار تکرارها و زمان تمام روش‌ها، به ترتیب در شکل (۱۶) و جدول (۸) آمده‌اند.

بر پایه جدول (۸)، شمار تکرارهای روش پیشنهادی در تمام نموهای بارگذاری، بجز نموهای نهم و دهم، که اندکی افزایش نشان می‌دهد، کمتر از فن یکم می‌باشد.

کل زمان تحلیل خرپای گنبدی نیز ۱۶ درصد کاهش یافته است.



شکل ۱۶- مسیر ایستایی خرپای گنبدی



شکل ۱۵- خرپای گنبدی

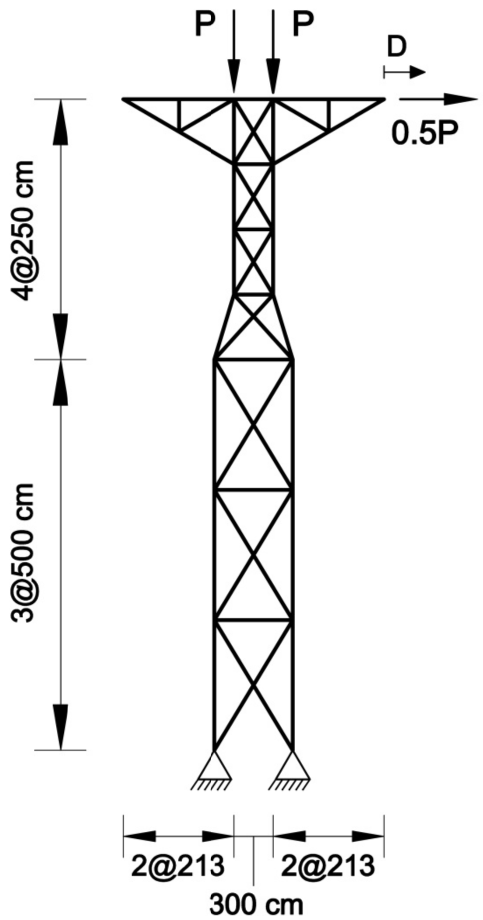
جدول ۸- شمار تکرارها و زمان همگرایی برای خرپای گنبدی

روش	شماره نمو بارگذاری ۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	مجموع شمار تکرارها	زمان (ثانیه)	E_I	E_t
۱	۲۳۲	۲۲۶	۲۲۶	۲۲۷	۲۲۹	۲۳۲	۲۴۰	۳۰۷	۲۷۵	۱۴۵	۲۳۳۹	۲۶/۵۹۳	۲۱/۲۰	۱۶/۹۵
۲	۱۷۵	۱۷۶	۱۷۲	۱۷۲	۱۷۳	۱۶۸	۱۷۷	۱۷۵	۲۸۲	۱۷۸	۱۸۴۸	۲۲/۲۰۶		

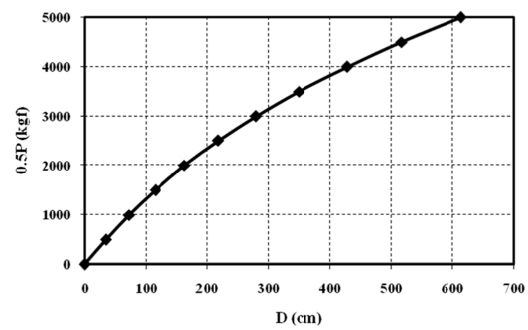
۵-۹- دکل خرپایی

این سازه خرپای مستوی که ۴۰ درجه آزادی دارد، همانند شکل (۱۷) بارگذاری شده است. ضریب کشسانی و سطح مقطع عضوهای سازه مزبور، به ترتیب $E=2.1\times10^6$ kgf/cm^2 و $A=1$ می‌باشند. افزون بر اینها، $P=10000$ kgf است. مسیر ایستایی درجه آزادی D در شکل (۱۸) رسم می‌شود. همچنین، شمار تکرارهای همگرایی و زمان تحلیل با دو شیوه در جدول (۹) درج شده‌اند.

همان گونه که جدول (۹) نشان می‌دهد، تحلیل با روش پیشنهادی شمار تکرارهای کلیه نموهای بارگذاری را کاهش می‌دهد. مجموع شمار تکرارها و همچنین زمان تحلیل فن پیشنهادی حدود یک سوم کمتر از شیوه نخست است.



شکل ۱۷- دکل خرپایی



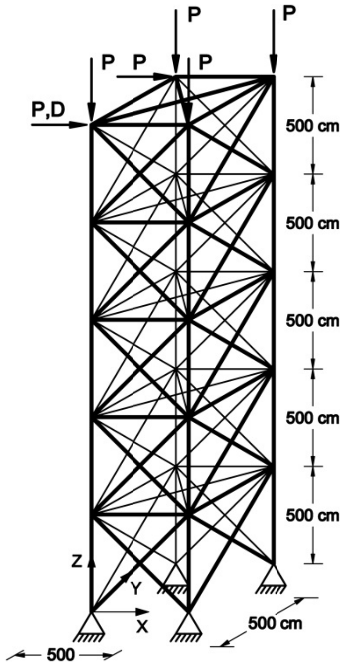
شکل ۱۸- مسیر ایستایی دکل خرپایی

جدول ۹- شمار تکرارها و زمان همگرایی برای دکل خرپایی

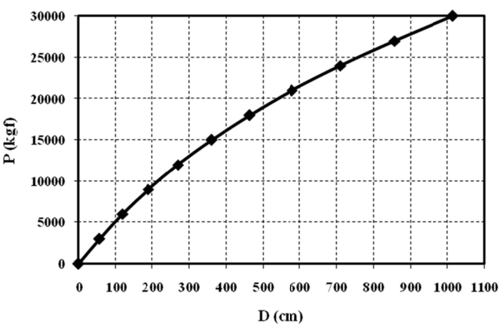
روش	شماره نمو بارگذاری ۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	مجموع شمار تکرارها	زمان (ثانیه)	E_I	E_t
۱	۲۴۷۱	۲۴۰۳	۲۵۶۲	۲۷۴۶	۲۹۵۲	۳۱۷۸	۳۴۱۵	۳۶۴۶	۳۸۴۴	۳۹۹۵	۳۱۲۱۲	۱۸۶/۸۸۱	۲۷/۲۶	۳۲/۴۰
۲	۱۸۹۶	۲۰۵۳	۲۱۳۹	۲۲۲۸	۲۱۰۵	۲۲۶۲	۲۵۹۰	۲۵۶۶	۲۳۵۶	۲۳۹۸	۲۲۵۹۳	۱۲۷/۰۰۶		

۵-۱۰- پایه خرپایی

شکل (۱۹) سازه خرپای فضایی با ۶۰ درجه آزادی را نشان می‌دهد. ویژگی‌های خرپای مزبور به این قرارند: $E=2.1\times10^6$ kgf/cm^2، $A=1$ و $P=30000$ kgf. مسیر ایستایی برای درجه آزادی D در شکل (۲۰) و شمار تکرارها و زمان همگرایی روش‌ها در جدول (۱۰) می‌آیند.



شکل ۱۹- پایه خرپایی



شکل ۲۰- مسیر ایستایی پایه خرپایی

جدول ۱۰- شمار تکرارها و زمان همگرایی برای پایه خرپایی

روش	شماره نمو بارگذاری										مجموع شمار تکرارها	زمان (ثانیه)	E_I	E_t
	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰				
۱	۵۲۶	۵۳۲	۵۷۰	۶۱۵	۶۶۵	۷۱۹	۷۷۷	۸۳۴	۸۸۶	۹۲۷	۷۰۵۱	۵۳/۶۵۴	۲۸/۲۳	۳۳/۴۱
۲	۴۰۴	۴۴۵	۴۳۸	۴۸۴	۴۹۵	۵۳۲	۵۲۹	۵۶۰	۵۷۱	۵۹۸	۵۰۵۶	۳۵/۸۷۶		

با بررسی جدول (۱۰) می‌توان دریافت که شمار تکرارهای همگرایی روش پیشنهادی در تمام نموهای بارگذاری کمتر از شیوه یکم است. همچنین، مجموع شمار تکرارها و زمان تحلیل فن پیشنهادی حدود ۳۰ درصد نسبت به راه‌کار نخست کاهش یافته‌اند.

۶-نتیجه‌گیری

این مقاله در باره فن رهایی پویا می‌باشد که برای تحلیل ناخطی سازه‌ها مناسب است. رفتار سازه‌ها در این نوشته کشسان و تغییر شکل‌های آنها بزرگ پنداشته شدند. راه‌کار رهایی پویا، دستگاه ایستا را به سامانه پویای ساختگی تبدیل می‌کند و از آنجا به حل سازه ایستا می‌رسد. نویسندگان در این مقاله از روش جدیدی برای تعیین بسامد طبیعی کمینه نوسان آزاد سامانه پویای ساختگی، و نیز برای محاسبه عامل میرایی استفاده کردند. در این شیوه، گام‌های راه‌کار رهایی پویا با فن تکرار بردار وارون ترکیب گردید و فرایند نوی به دست آمد. بررسی پاسخ‌های تحلیل ناخطی نمونه‌های عددی نشان می‌دهد که راه حل پیشنهادی به طور میانگین شمار تکرارها و زمان تحلیل فن معمول را به ترتیب ۴۴/۴ و ۴۳/۳ درصد کاهش می‌دهد. به سخن دیگر، روش پیشنهادی نویسندگان سبب بهبود نرخ همگرایی و کارایی راه‌کار رهایی پویا می‌گردد.

مراجع

[1] Otter, J.R.H. (1966), "Dynamic relaxation". Proc. Inst. Civ. Engrs., Vol. 35, pp. 633-656.

[2] Day, A.S. (1965), "An introduction to dynamic relaxation". The Eng., Vol. 219, pp. 218-221.

[3] Rushton, K.R. (1968), "Large deflection of variable thickness plates". Intl. J. Mech. Sci., Vol.10, pp. 723-735.

[4] Bunce, J.W. (1972), "A note on estimation of critical damping in dynamic relaxation". Intl. J. Num. Meth. Eng., Vol. 4, pp. 301-304.

[5] Cundall, P.A. (1976), "Explicit finite-difference methods in geomechanics". Proc. 2nd Intl. Conf. on Num. Meth. Geomech., Blacksburg, Virginia, June 1, pp. 132-150.

[6] Papadrakakis, M. (1981), "A method for automatic evaluation of the dynamic relaxation parameters". Comp. Meth. Appl. Mech. Eng., Vol. 25, pp. 35-48.

[7] Underwood, P. (1983), "Dynamic relaxation". PP. 245-256. In: Belytschko, T., Hughes, T.J.R. (Eds.), Computational Methods for Transient Analysis: Computational Methods in Mechanics, Vol. 1, Chapter 5, Elsevier Science Publishers.

[8] Shawi, F.A.N., Mardirosion, A.H. , "An improved dynamic relaxation method for the analysis of plate bending problems". Comp. Struc., Vol. 27, pp. 237-240.

[9] Qiang, S. (1988), "An adaptive dynamic relaxation method for non-linear problems". Comp. Struc., Vol. 30, pp. 855-859.

[10] Zhang, L.C., Yu, T.X. (1989), "Modified adaptive dynamic relaxation method and its application to elastic-plastic bending and wrinkling of circular plates". Comp. Struc., Vol. 34, pp. 609-614.

[11] Zhang, L.C., Kadkhodayan, M., Mai, Y.W. (1994), "Development of the maDR method". Comp. Struc., Vol. 52, pp. 1-8.

[12] Munjiza, A. (1996), "A Km proportional damping for dynamic relaxation". Intl. J. Eng. Model., Vol. 9, pp. 1-9.

[13] Munjiza, A., Owen, D.R.J., Crook, A.J.L. (1998), "An M(M-1K)m proportional damping in explicit integration of dynamic structural system". Intl. J. Num. Meth. Eng., Vol. 41, pp. 1277-1296.

[14] Rezaiee-Pajand, M., Taghavian Hakkak, M. (2006), "Nonlinear analysis of truss structures using dynamic relaxation". Intl. J. Eng., Vol. 19, No. 1, pp. 11-22.

[15] Kadkhodayan, M., Alamatian, J., Turvey, G.J. (2008), "A new fictitious time for the dynamic relaxation (DXDR) method". Intl. J. Num. Meth. Eng., Vol. 74, pp. 996-1018.

[16] Rezaiee-Pajand M., Alamatian, J. (2008), "Nonlinear dynamic analysis by dynamic relaxation method". J. Struc. Eng. Mech., Vol. 28, No. 5, pp. 549-570.

[۱۷] رضایی پژند، م.، علامتیان، ج. (۱۳۸۴). گام زمانی برتر برای تحلیل غیرخطی هندسی با روش رهایی پویا. مجله مهندسی مدرس، ۱۹: ۶۱-۷۴.

[18] Topping, B.H.V., Ivanyi, P. (2007), "Computer aided design of cable-membrane structures". Saxe-Coburg Publications on Computational Engineering, Chapter 3, pp. 39-82.

[19] Rezaiee-Pajand, M., Alamatian, J. (2010), "The dynamic relaxation method using new formulation for fictitious mass and damping". J. Struct. Eng. Mech., Vol. 34, No. 1, pp. 109-133.

[۲۰] سرافرازی، س.ر. (۱۳۸۹). تابع اولیه‌گیری عددی برای تحلیل پویای سازه‌ها. رساله دکتری سازه، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد.

[21] Rezaiee-Pajand, M., Sarafrazi, S.R. (2010), "Nonlinear structural analysis using dynamic relaxation method with improved convergence rate". Intl. J. Comp. Meth., Vol. 7, pp. 1-28.

[22] Rezaiee-Pajand, M., Sarafrazi, S.R. (2011), "Nonlinear dynamic structural analysis using dynamic relaxation with zero damping". Comp. Struc., Vol. 89, pp. 1274-1285.

[23] Rezaiee-Pajand, M., Alamatian, J. (2011), "Automatic DR structural analysis of snap-through and snap-back using optimized load increments". J. Struc. Eng., Vol. 137, No. 1, pp. 109-116.

[۲۴] رضایی پژند، م.، علامتیان، ج. (۱۳۸۸). روش رهایی پویا برای پیمایش مسیر ایستایی سازه‌های خرپایی. مجله مدل سازی در مهندسی، ۷(۱۷): ۲۷-۳۹.

[25] Rezaiee-Pajand, M., Kadkhodayan, M., Alamatian, J. (2012), "Timestep selection for dynamic relaxation method". Mech. Based Design of Struc. Mach., Vol. 40, pp. 42-72.

[26] Rezaiee-Pajand, M., Kadkhodayan, M., Alamatian, J., Zhang, L.C. (2011), "A new method of fictitious viscous damping determination for the dynamic relaxation method". Comp. Struc., Vol. 89, pp. 783-794.

[27] Alamatian, J. (2012), "A new formulation for fictitious mass of the dynamic relaxation method with kinetic damping". Comp. Struc., Vol. 90-91, pp. 42-54.

[28] Rezaiee-Pajand, M., Sarafrazi, S.R., Rezaiee, H. (2012), "Efficiency of dynamic relaxation methods in nonlinear analysis of truss and frame structures". Comp. Struc., Vol. 112-113, pp. 295-310.

[29] Chopra, A.K. (2007), "Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering". 3rd Ed., Prentice Hall, India.

A TECHNIQUE FOR IMPROVING DYNAMIC RELAXATION METHOD

M. R. Pajand[1,*], H. Rezaei[2]

1. Professor, Civil Engineering Department, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran
2. M.Sc. Student, Civil Engineering Department, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

*Corresponding Author: mrpajand@yahoo.com

ARTICLE INFO

Keywords:
Dynamic Relaxation,
Inverse Vector Iteration,
Nonlinear Behavior,
Static Path,
Large Deformations.

ABSTRACT

Dynamic relaxation method is an iterative procedure for solving the simultaneous system of equations. This technique is used in the static and dynamic nonlinear structural analysis. One of the most important parameters in this approach is fictitious damping factor. If this factor is selected more accurately, convergence rate will rise. In this paper, inverse vector iteration method is utilized to find the damping factor in the dynamic relaxation iterations, and a new formulation is proposed. The geometric nonlinear analysis of several plane and space trusses and also structural frames are performed using the suggested method. The numerical results indicate that the convergence rate improves compared with the conventional dynamic relaxation procedure so that the number of iterations and the analysis time decrease significantly. Consequently, the authors' technique makes the solving process faster and more capable.