

## بررسی عددی تأثیر هندسه دندان‌های روی سطح بر جریان آشفته و انتقال حرارت در یک کانال مستطیلی

مسعود ضیائی راد<sup>۱</sup> و ابوالفضل جعفری ندوشن<sup>۲\*</sup>

اطلاعات مقاله	چکیده
<p><b>واژگان کلیدی:</b> جریان آشفته، انتقال حرارت، کانال دندان‌دار، شبیه‌سازی عددی.</p>	<p>در این مقاله، جریان آشفته سیال عبوری از داخل یک کانال با دندان‌های مثلثی، مربعی و نیم‌دایره‌ای به صورت عددی شبیه‌سازی شده است. معادلات حاکم بر جریان سیال و انتقال حرارت با استفاده از شبکه جابجا شده و الگوریتم سیمپل حل شده و برای مدل‌سازی جریان آشفته از مدل <math>k-\epsilon</math> استاندارد استفاده شده است. خطوط جریان، مقادیر سرعت و دما، و ضرایب اصطکاک و انتقال حرارت برای هندسه‌های مختلف دندان‌های روی سطح رسم شده‌اند. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش ارتفاع دندان‌ها، گردابه‌ها زیاد شده و نوسلت افزایش می‌یابد. با افزایش قوت و اندازه ناحیه چرخش مجدد، انتقال حرارت افزایش می‌یابد. همچنین تغییرات نوسلت متوسط با فواصل دندان‌ها در کانال با دندان‌ها مربعی نسبت به مثلثی و نیم‌دایره‌ای خیلی ناچیز است. نوسلت متوسط کانال با دندان‌ها نیم‌دایره‌ای نسبت به تغییرات فواصل دندان‌ها حساس‌تر است. همچنین مشاهده می‌شود که هندسه دندان‌ها با نوسلت متوسط بزرگتر، دارای ضریب اصطکاک متوسط بزرگتری نیز هست.</p>

### ۱- مقدمه

صاف هستند، ایجاد دندان روی سطوح یکی از راه‌های مؤثر در افزایش انتقال حرارت می‌باشد [۲]. تحقیقات تجربی و عددی وسیعی در گذشته به منظور بررسی اثرهای هندسه سطح بر افزایش انتقال حرارت از آن انجام شده است. وب و همکاران [۳] شاید از اولین محققینی بودند که روی سطوح زبر مطالعات تجربی انجام دادند. آن‌ها یک رابطه تجربی برای انتقال حرارت سطوح زبر بر اساس تشابه بین معادلات مومنتم و انتقال حرارت پیشنهاد کردند.

هان و همکاران [۴] تحقیقاتی در زمینه انتقال حرارت سطوح زبر با تغییر زاویه حمله، شکل دندان و گام دندان انجام دادند و به این نتیجه رسیدند که انتقال حرارت و

توزیع منظم دندان‌های دوبعدی به طور وسیعی برای تقویت انتقال حرارت در مبدل‌های حرارتی، خنک‌کاری پره‌های توربین و خنک‌کاری قطعات الکترونیکی استفاده می‌شود. با توجه به اهمیت آنها در بهبود انتقال حرارت، در بسیاری از موارد از دندان‌های مصنوعی به منظور شکستن لایه‌های حرارتی و نیز افزایش اثر آشفته‌گی استفاده شده است [۱]. با توجه به اینکه سطوح دندان‌دار دارای عدد استانتون بسیار بزرگتری نسبت به یک سطح

\* پست الکترونیک نویسنده مسئول: jafari\_mech@yahoo.com

۱. استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهرکرد

۲. دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهرکرد

دادند. آنها عملکرد زبری‌ها را بر پروفیل سرعت و دما بررسی کردند.

آچارها و همکاران [۱۰] جریان توسعه یافته دوره‌ای و انتقال حرارت آن را در یک کانال دندانه‌دار با استفاده از مدل  $k-\varepsilon$  استاندارد و مدل غیرخطی بررسی کردند. مدل غیرخطی، پیش‌بینی دقیق‌تری از تنش رینولدز در هسته جریان نسبت به مدل  $k-\varepsilon$  داشت و هر دو مدل عدد نوسلت محلی را تقریباً به صورت مشابه پیش‌بینی کردند. ایاکارینو و همکاران [۱۱] تأثیر شرایط مرزی دمایی و انتقال حرارت عددی را برای گذرگاهی با دنده‌های زیر مورد بررسی قرار دادند. با مقایسه بین روش عددی و تجربی و داده‌های به دست آمده از همبستگی به این نتیجه رسیدند که انتقال حرارت در مدل عددی بسیار به شرایط مرزی حساس است.

تفتی [۱۲] بررسی یک جریان ناپایدار در یک مجرا با دنده‌های مربعی با ارتفاع دنده به قطر هیدرولیک  $0/1$  و گام دنده به ارتفاع دنده  $10$  را انجام داد و به این نتیجه رسید که بزرگتر شدن اغتشاش ارائه شده توسط مدل دینامیک و نیز انتقال حرارت و اصطکاک به وضوح مش‌بندی بستگی دارد.

ناگانو و همکاران [۱۳] با استفاده از روش شبیه‌سازی عددی مستقیم (DNS) مطالعاتی را روی اثر زبری‌هایی از نوع  $K$  و  $D$  در جریان داخل کانال روی مقادیر سرعت استاتیک و میدان حرارتی انجام دادند.

موشات [۱۴] شبیه‌سازی جریان آشفته درون کانال را با زبری‌هایی که اغتشاش را تشدید می‌کردند، انجام داد. وی در شبیه‌سازی خود از مدل  $k-\varepsilon$  استفاده کرد و دریافت که اندازه و طول ناحیه چرخش مجدد با افزایش عدد رینولدز افزایش، نوسلت موضعی با افزایش عرض دنده‌ها کاهش و انرژی جنبشی آشفستگی در نزدیکی دیواره با افزایش  $SR$  (ارتفاع دندانه یا نسبت انقباض) کاهش خواهد یافت.

در اکثر تحقیقات اشاره شده و موارد مشابه در گذشته، بررسی‌ها بیشتر روی جریان آرام سیال یا موارد خاصی از شکل هندسی دندانه‌ها متمرکز بوده و مطالعه عددی

نیروی اصطکاک در زاویه حمله  $45$  درجه بیشتر از  $90$  درجه است.

هان و پارک [۵] انتقال حرارت را در کانالی با دنده‌های اغتشاش کننده بررسی کردند. در تحقیق آنها، زاویه دنده‌ها بین  $90$ ،  $60$ ،  $45$  و  $30$  درجه متغیر بود. همبستگی بین انتقال حرارت و ضریب اصطکاک برای زوایای مختلف و فاصله‌های مختلف دنده‌ها و رینولدزهای مختلف بررسی شد که نتایج آن برای طراحی کانال‌های خنک‌کننده پره‌های توربین قابل استفاده است.

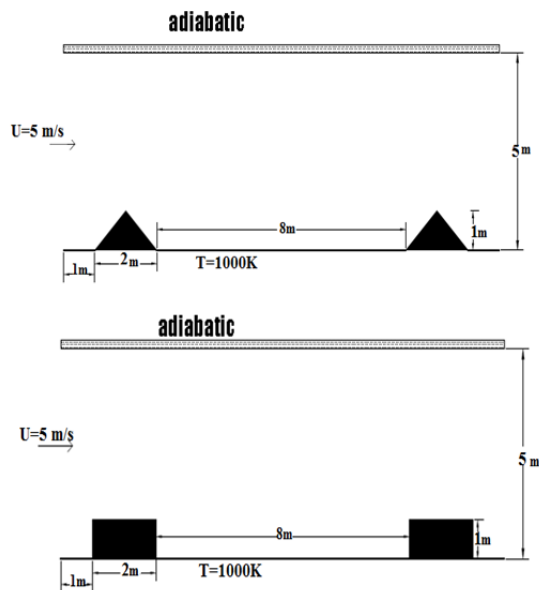
اسپارو و تاو [۱] آزمایش‌هایی در مجرای مستطیلی افقی برای تعیین انتقال حرارت و افت فشار ناشی از تکرار شدن دنده‌ها انجام دادند. آنها توزیع فشار و ضریب اصطکاک بین دنده‌ها در رژیم کاملاً توسعه یافته را اندازه‌گیری کردند که به مراتب از کانال صاف بزرگتر بودند و نیز یک همبستگی بین ضریب اصطکاک و انتقال حرارت به دست آوردند.

لیو و همکاران [۶] یک آنالیز عددی و تجربی روی انتقال حرارت و رفتار جریان سیال در کانال مستطیلی با دندانه‌های دوره‌ای که روی یک دیوار اصلی قرار داشتند انجام دادند. آنها جریان سیال و میدان دما را توسط LDV پیش‌بینی کردند که با تداخل‌سنجی هولوگرافی توافق معقولی داشت.

لیو و هانگ [۷] انتقال حرارت متلاطم و ضریب اصطکاک را در یک کانال، که در آن لبه‌هایی به شکل‌های مختلف نصب شده، به صورت تجربی بررسی کردند و در نهایت یک همبستگی برای انتقال حرارت و ضریب اصطکاک به دست آوردند که برای طراحی پره‌های توربین مناسب است.

اوکاموتو و همکاران [۸] ساختار جریان در طول دنده‌های دوبعدی مربعی را بررسی کردند و نشان دادند که موقعیت ناحیه چرخش بستگی به مقدار  $S/D$  دارد و ضریب انتقال حرارت در این ناحیه افزایش می‌یابد.

لی و همکاران [۹] جریان آشفته دوره‌ای و انتقال حرارت آن را در داخل لوله توسط مدل  $k-\varepsilon$  مورد بررسی قرار

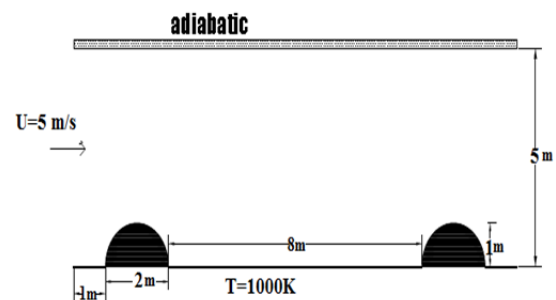


شکل ۱- نمایی از کانال‌هایی با سطوح دندانه‌دار با هندسه‌های مختلف

جامعی روی انواع هندسه سطح در جریان آشفته انجام نشده است. در این مقاله، با شبیه‌سازی عددی جریان و انتقال حرارت، به بررسی تأثیر هندسه زبری‌ها در کانال بر پارامترهای جریان و انتقال حرارت پرداخته می‌شود. میدان جریان متأثر از هندسه‌های انتخاب شده برای دندانه‌ها، به‌ویژه در جریان آشفته پیچیده، بوده و کنترل اندازه و قدرت ناحیه چرخش مجدد و گردابه‌ها در جریان برای دستیابی به میزان انتقال حرارت مورد نظر اهمیت بسیاری دارد. از این‌رو، پس از شبیه‌سازی عددی جریان، به بررسی تغییرات پارامترهای مختلفی همچون ضریب اصطکاک و عدد نوسلت برای شکل‌های مختلف دندانه‌های روی سطح پرداخته شده است.

## ۲- مدل فیزیکی

کانالی با سطح دندانه‌دار شامل دندانه‌هایی به شکل مربع، مثلث و نیم‌دایره مطابق آنچه در شکل ۱ آمده است، در نظر گرفته می‌شود. سه نوع زبری در نظر گرفته شده برای کانال به طور متناوب در جهت جریان تکرار می‌شوند. سیال مورد استفاده هوا است که سیالی نیوتونی و با خواص ثابت فرض می‌شود. ابعاد دندانه‌ها در هر مورد روی شکل مشخص شده است. شرایط مرزی نیز در شکل ۱ نشان داده شده است. سرعت در ورودی 5 m/s و دیواره بالا آدیاباتیک است و دیواره پایین در دمای 1000 K قرار دارد.



## ۳- معادلات حاکم

برای مدل‌سازی جریان هوا از روی دندانه‌ها در حالت دائم از مدل دوبعدی استفاده می‌شود. معادلات حاکم بر جریان و انتقال حرارت برای حالت دائم، آشفته و تراکم‌ناپذیر در جریان جابجایی اجباری محصور، شامل معادلات پیوستگی، مومنتم و انرژی می‌باشند. این معادلات با صرف‌نظر کردن از نیروهای حجمی و با استفاده از تقریب بوزینسک به همراه دو معادله انتقال برای انرژی جنبشی و نرخ اتلاف جریان آشفته به منظور محاسبه لزجت گردابه‌ای به صورت زیر نوشته می‌شوند:

معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

معادله مومنتم در جهت x:

$$\rho \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma \frac{\partial u}{\partial y} \right) + S_u \quad (2)$$

معادله مومنتم در جهت y:

آشفته‌گی می‌باشند.  $\sigma = 0.09$ ،  $c_1 = 1.44$  و  $c_2 = 1.92$  ثابت‌های معادلات جریان آشفته هستند.

شکل بی‌بعد معادلات حاکم را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial(UU)}{\partial X} + \frac{\partial(VU)}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \left\{ \frac{\partial}{\partial X} [(\vartheta^* + \vartheta_t^*) \frac{\partial U}{\partial X}] + \frac{\partial}{\partial Y} [(\vartheta^* + \vartheta_t^*) \frac{\partial U}{\partial Y}] \right\} \quad (11)$$

$$\frac{\partial(UV)}{\partial X} + \frac{\partial(VV)}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + Pr \left\{ \frac{\partial}{\partial X} [(\vartheta^* + \vartheta_t^*) \frac{\partial V}{\partial X}] + \frac{\partial}{\partial Y} [(\vartheta^* + \vartheta_t^*) \frac{\partial V}{\partial Y}] \right\} + Ra \cdot Pr \cdot \theta \quad (12)$$

$$\frac{\partial(U\theta)}{\partial X} + \frac{\partial(V\theta)}{\partial Y} = \left\{ \frac{\partial}{\partial X} [(k^* + \alpha_t^*) \frac{\partial \theta}{\partial X}] + \frac{\partial}{\partial Y} [(k^* + \alpha_t^*) \frac{\partial \theta}{\partial Y}] \right\} \quad (13)$$

$$\frac{\partial(UK)}{\partial X} + \frac{\partial(VK)}{\partial Y} = Pr \left\{ \frac{\partial}{\partial X} \left[ (\vartheta^* + \frac{\vartheta_t^*}{\sigma_k}) \frac{\partial K}{\partial X} \right] + \frac{\partial}{\partial Y} \left[ (\vartheta^* + \frac{\vartheta_t^*}{\sigma_k}) \frac{\partial K}{\partial Y} \right] \right\} + Pr \vartheta_t^* \left[ \left( \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 \right] - E - Ra \frac{Pr^2}{Pr_t} \vartheta_t^* \frac{\partial \theta}{\partial Y} \quad (14)$$

$$\frac{\partial(UE)}{\partial X} + \frac{\partial(VE)}{\partial Y} = Pr \left\{ \frac{\partial}{\partial X} \left[ (\vartheta^* + \frac{\vartheta_t^*}{\sigma_k}) \frac{\partial E}{\partial X} \right] + \frac{\partial}{\partial Y} \left[ (\vartheta^* + \frac{\vartheta_t^*}{\sigma_k}) \frac{\partial E}{\partial Y} \right] \right\} + C_1 Pr \vartheta_t^* \frac{E}{K} \left[ \left( \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 \right] + C_2 \frac{E^2}{K} - C_3 Ra \frac{Pr^2}{Pr_t} \vartheta_t^* \frac{E}{K} \frac{\partial \theta}{\partial Y} \quad (15)$$

ثابت‌های استفاده شده در این معادلات به صورت زیر هستند:

$$c_3 = 1.44, \sigma_\varepsilon = 1.3, \sigma_k = 1, K = 0.41$$

در این معادلات،  $\vartheta^*$  لزجت سینماتیک مؤثر،  $\vartheta_t^*$  لزجت سینماتیک توربولانس مؤثر و  $\alpha_t^*$  ضریب نفوذ توربولانس است.

برای بی‌بعد کردن معادلات از پارامترهای بی‌بعد زیر استفاده شده است:

$$V = \frac{v}{U_0}, U = \frac{u}{U_0}, Y = \frac{y}{H}, X = \frac{x}{H}$$

$$\rho \left( u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma \frac{\partial v}{\partial y} \right) + S_v \quad (3)$$

معادله انرژی جنبشی جریان آشفته:

$$\rho \left( u \frac{\partial k}{\partial x} + v \frac{\partial k}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma_k \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma_k \frac{\partial v}{\partial y} \right) + S_k \quad (4)$$

معادله نرخ اتلاف:

$$\rho \left( u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + v \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma_\varepsilon \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma_\varepsilon \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) + S_\varepsilon \quad (5)$$

معادله انرژی:

$$\rho \left( u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma_T \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma_T \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (6)$$

که در آنها، ضرایب نفوذ به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} \Gamma &= \mu + \mu_t \\ \Gamma_k &= \mu + \mu_t / \sigma_k \end{aligned} \quad (7)$$

$$\Gamma_\varepsilon = \mu + \mu_t / \sigma_\varepsilon$$

$$\Gamma_T = \mu_t / Pr + \mu_t / \sigma_T$$

و عبارت‌های چشمه در این معادلات عبارتند از:

$$\begin{aligned} S_k &= G - \rho \varepsilon \\ S_u &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ S_v &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma \frac{\partial v}{\partial y} \right) \\ S_\varepsilon &= \frac{\varepsilon}{k} (c_1 G - c_2 \rho \varepsilon) \end{aligned} \quad (8)$$

در معادله اخیر، عبارت تولید آشفته‌گی ( $G$ ) به صورت زیر است:

$$G = \mu_t \left\{ 2 \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right\} \quad (9)$$

در معادلات فوق  $\rho$ ،  $h$ ،  $k$  و  $v$  به ترتیب چگالی، لزجت دینامیک، ضریب انتقال حرارت جابجایی، ضریب هدایت گرمایی، لزجت سینماتیک و ضریب نفوذ گرمایی می‌باشند.  $\varepsilon$ ،  $\mu$  و  $\mu_t$  به ترتیب نرخ اضمحلال، لزجت و لزجت

پاتانکار [۱۵] ارائه شده است. عبارت‌های دیفیوژن و جابجایی نیز از مرتبه دوم گسسته‌سازی شده‌اند. معادلات حاکم بر جریان آشفته شامل معادلات بقاء جرم، مومنتم، انرژی، انرژی آشفتگی و اتلاف آن می‌باشند، که جهت احتساب اثر آشفتگی از مدل  $k-\varepsilon$  استاندارد استفاده می‌گردد.

معادله کلی انتقال برای جریان آشفته نیز به شکل زیر است.

$$\frac{\partial(u_i \varphi)}{\partial x_i} = \frac{\partial[\Gamma(\partial \varphi / \partial x_j)]}{\partial x_j} + S_\varphi \quad (19)$$

که عبارت‌های  $\varphi$ ،  $\Gamma$  و  $S$  در مورد هر معادله از مقایسه معادله مربوطه با این رابطه مشخص می‌شود. با توجه به معادلات بدون بعد (معادلات ۱۰ تا ۱۵) عبارت‌ها استخراج و در جدول ۱ آورده شده است.

جدول ۱- مقادیر  $S_\varphi$ ،  $\varphi$  و  $\Gamma$  برای معادلات پیوستگی،

مومنتم، انرژی، انرژی جنبشی و اتلاف آشفتگی

معادله	$\Gamma$	$\varphi$	$S_\varphi$
پیوستگی	۰	۰	۰
مومنتم در جهت x	$\vartheta^* + \vartheta_t^*$	$U$	$-\frac{\partial P}{\partial X}$
مومنتم در جهت y	$\vartheta^* + \vartheta_t^*$	$V$	$Ra \cdot Pr \cdot \theta - \frac{\partial P}{\partial Y}$
انرژی	$k^* + \alpha_t^*$	$\theta$	۰
انرژی جنبشی	$Pr(\vartheta^* + \frac{\vartheta_t^*}{\sigma_k})$	$K$	$Pr \vartheta_t^* \left[ \left( \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 \right] - E - Ra \frac{Pr^2}{Pr_t} \vartheta_t^* \frac{\partial \theta}{\partial Y}$
اتلاف	$Pr(\vartheta^* + \frac{\vartheta_t^*}{\sigma_k})$	$E$	$C_1 Pr \vartheta_t^* \frac{E}{K} \left[ \left( \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 \right] + C_2 \frac{E^2}{K} - C_3 Ra \frac{Pr^2}{Pr_t} \vartheta_t^* \frac{E}{K} \frac{\partial \theta}{\partial Y}$

معیار همگرایی برای معادله‌های پیوستگی، انرژی جنبشی جریان آشفته، نرخ اتلاف آشفتگی و مومنتم  $10^{-4}$  و برای معادله انرژی  $10^{-6}$  در نظر گرفته شده است. ضرایب تخفیف استفاده شده به صورت زیر هستند:

$$\theta = \frac{T - T_C}{T_H - T_C}, P = \frac{p}{\rho U_0^2} \quad (16)$$

$$k = \frac{K}{U_0^2}, E = \frac{\varepsilon H}{U_0^3}$$

در معادله بالا، حروف بزرگ نشان دهنده پارامترهای بدون بعد هستند.

همچنین اعداد بی‌بعد استفاده شده در معادلات عبارتند از:

$$Re = \frac{\rho V D_H}{\mu}, Nu = \frac{h D_H}{K}, Pr = \frac{v}{\alpha}$$

$$Gr = \frac{g \beta (T_H - T_C) H^3}{\vartheta^2}, Ra = Gr \cdot Pr \quad (17)$$

که  $Re$  عدد رینولدز،  $Nu$  عدد نوسلت،  $Pr$  عدد پرانتل،  $Gr$  عدد گراشهف و  $Ra$  عدد ریلی است.  $D_H$  نیز قطر هیدرولیکی کانال است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

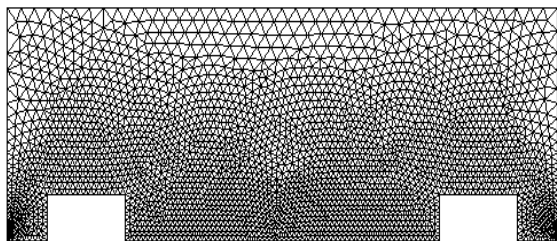
$$D_H = 4A/p \quad (18)$$

که  $A$  مساحت سطح مقطع کانال و  $p$  محیط تر شده می‌باشد.

$\rho$ ،  $\mu$ ،  $h$ ،  $k$  و  $v$  و  $\alpha$  به ترتیب چگالی، لزجت دینامیک، ضریب انتقال حرارت جابجایی، ضریب هدایت گرمایی، لزجت سینماتیک و ضریب نفوذ گرمایی می‌باشند.

#### ۴- روش حل عددی

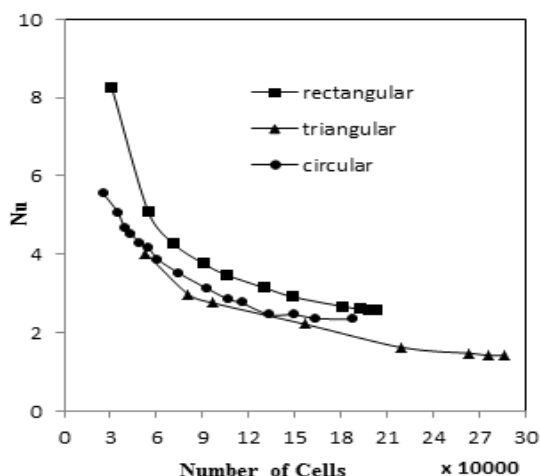
برای حل عددی معادلات حاکم از نرم‌افزار FLUENT استفاده شده و نتایج پس از اعتبارسنجی، برای دندانه‌های مختلف هندسه ارائه شده‌اند. برای به‌دست آوردن معادله جبری، از هر یک از معادلات دیفرانسیل حاکم بر جریان انتگرال‌گیری می‌کنیم. لازم به توضیح است که برای انتگرال‌گیری از هر یک از معادلات در ابتدا بایستی حجم کنترل مناسب در شبکه حل انتخاب گردد. در روش سیمپل جهت برطرف نمودن مسئله میدان فشار و سرعت موج از شبکه‌های جابجا شده برای مؤلفه‌های سرعت استفاده می‌شود که با شبکه سایر متغیرها متفاوت هستند. چنین شبکه جابجا شده‌ای جهت مؤلفه‌های سرعت توسط



شکل ۲- نمونه‌ای از شبکه‌بندی کانال با دندان‌های مستطیلی

برای یافتن شبکه حل بهینه، شبکه‌بندی‌های مختلفی برای هر سه نوع دندان‌ها صورت گرفت. عدد نوسلت متوسط نیز برای هر نوع شبکه‌بندی استخراج شده و شبکه بهینه برای هر نوع دندان‌ها به دست آمد. در شکل ۳، نوسلت متوسط بر حسب تعداد سلول برای به دست آوردن شبکه‌بندی بهینه برای هر یک از دندان‌ها رسم شده است.

با توجه به شکل ۳، برای کانال با دندان‌های مربعی، شبکه‌ای با  $19 \times 10^4$  سلول و برای کانال با دندان‌های مثلثی و نیم‌دایره‌ای شبکه‌ای با  $16 \times 10^4$  سلول در نظر گرفته شد. لازم به ذکر است که شبکه‌ها در نزدیکی دندان‌ها ریزتر در نظر گرفته شدند.



شکل ۳- تغییرات نوسلت متوسط بر حسب تعداد سلول برای هر سه نوع دندان‌ها

اولین مدل استفاده شده برای اعتبارسنجی، مدل دیتوس-بولتر [۱۶] است که برای کانال صاف با شار حرارتی ثابت از پایین و جریان کاملاً توسعه یافته انجام شده است. همانطور که در شکل ۴ مشاهده می‌شود، نتایج تطابق خوبی با این مدل دارد.

$\alpha_p = 0.3$ ,  $\alpha_M = 0.7$ ,  $\alpha_k = 0.8$ ,  $\alpha_\varepsilon = 0.8$  که  $\alpha_p$ ,  $\alpha_M$ ,  $\alpha_k$  و  $\alpha_\varepsilon$  به ترتیب ضرایب تخفیف فشار، مومنتم، انرژی جنبشی آشفته‌گی و نرخ اتلاف آشفته‌گی هستند.

برای بررسی انتقال حرارت در مسئله، از عدد بی‌بعد نوسلت استفاده می‌شود. نوسلت متوسط به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\overline{Nu} = \frac{\bar{h}}{k} D_H \quad (20)$$

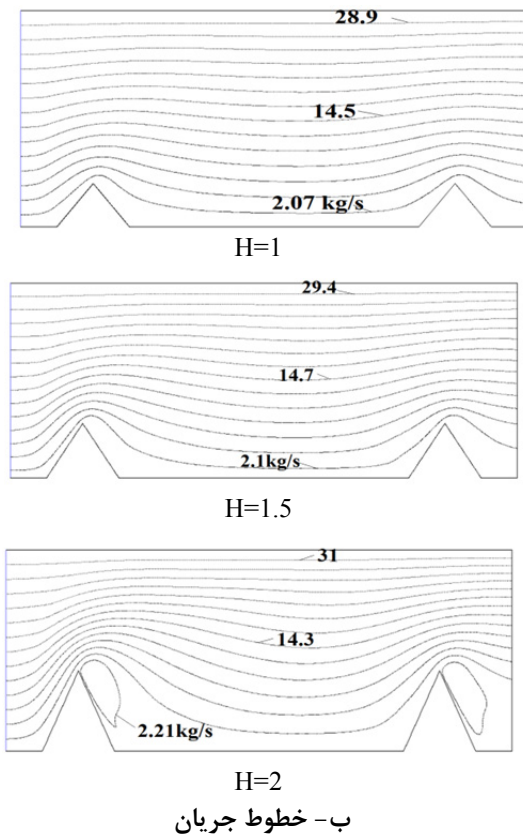
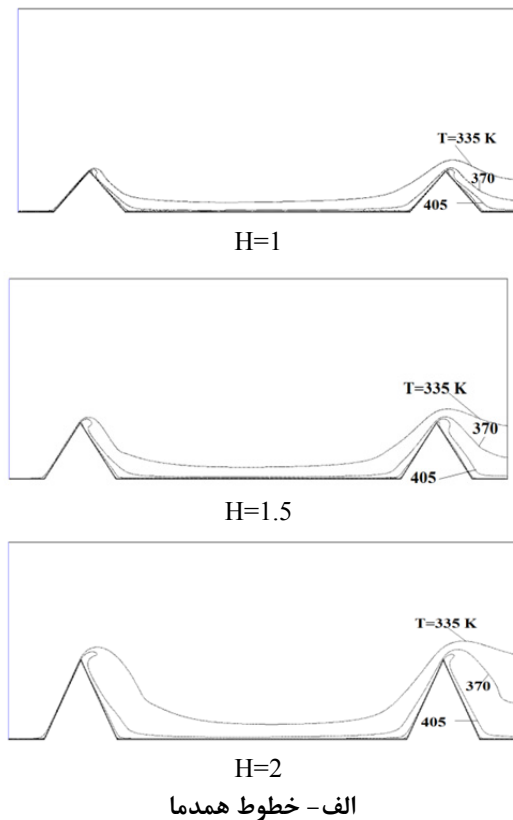
که  $\bar{h}$  ضریب انتقال حرارت جابجایی متوسط است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\bar{h} = \frac{1}{L} \int_0^x h \, dx \quad (21)$$

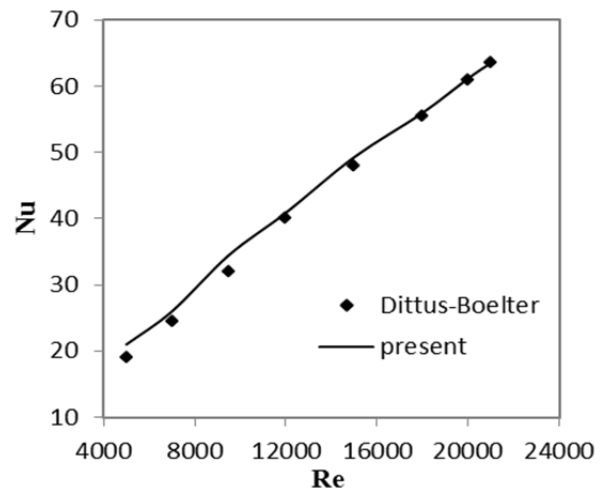
برای محاسبه متغیرهای جریان در زیرلایه لزج و در مجاورت دیواره، از تابع دیواره استاندارد در کنار مدل‌های اغتشاشی ناحیه رینولدز بالا استفاده شده است. هرچند با استفاده از توابع دیواره نیازی نیست تا معیارهای ارتفاع سلول مجاور دیواره مستقیماً با توجه به  $y^+$  برقرار شود. اما تابع دیواره استاندارد در نرم‌افزار فلوئنت با توجه به کمیت  $y^*$  تعریف می‌شود که تقریباً با  $y^+$  مساوی است. با محاسبه مقدار  $y^+$  با استفاده از روابط موجود، مقدار  $y^+$  برای ارضای شرط صحت تابع دیواره حدوداً برابر ۵ سانتی‌متر به دست می‌آید.

## ۵- بررسی نتایج

نمونه‌ای از شبکه‌بندی برای دندان‌های مربعی در شکل ۲ آورده شده است. همانطور که در شکل مشاهده می‌شود، این شبکه‌بندی بدون ساختار است که به دلیل نوع شکل هندسی مسئله انتخاب شده است. شبکه‌ها در محدوده بین دو دندان‌ها به صورت یکنواخت ریزتر شده‌اند. به علت حساسیت زیاد این محدوده و نیز در ورودی و خروجی از سمت دیواره بالا به سمت دیواره پایین، با ضریب  $0.5$  ریز شده‌اند.

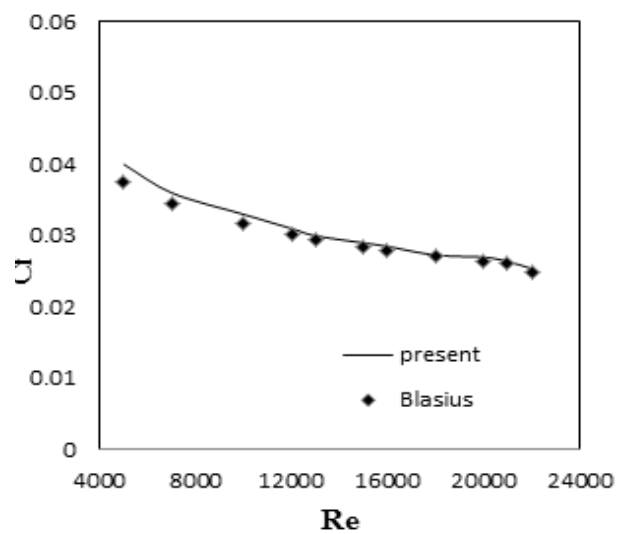


شکل ۶ - خطوط همدم و جریان برای دنده‌های مثلثی با ارتفاع‌های متفاوت



شکل ۴ - تغییرات نوسلت برحسب عدد رینولدز برای کانال با سطح صاف

رابطه دیگری که برای اعتبارسنجی مورد بررسی قرار گرفت، استفاده از همبستگی بلازیوس [۱۶] است که در شکل ۵ نشان داده شده است. نتایج در این مورد نیز تطابق خوبی نشان می‌دهد.



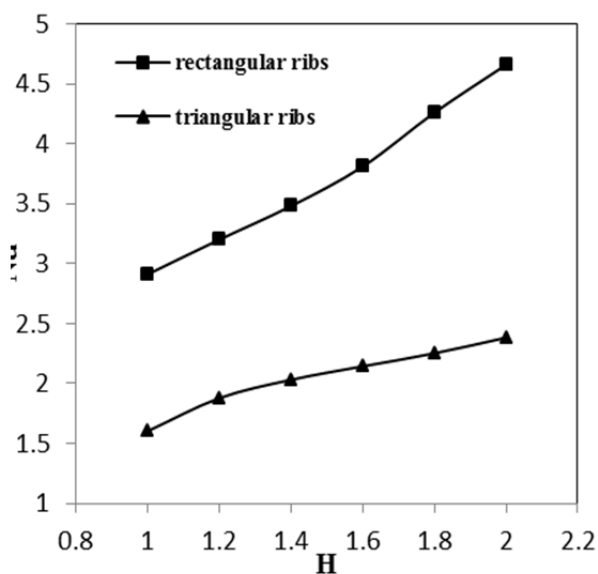
شکل ۵ - تغییرات ضریب اصطکاک برحسب عدد رینولدز برای کانال با سطح صاف

الف - بررسی ارتفاع دندانه‌ها: خطوط جریان و همدم برای کانال با دندانه‌های مثلثی در شکل ۶ و برای دندانه‌های مربعی در شکل ۷ برای ارتفاع دندانه‌های متفاوت رسم شده‌اند.

همانطور که در شکل‌های ۶ و ۷ نشان داده شده، در کانال با دندانه‌های مربعی و مثلثی، با افزایش ارتفاع دندانه‌ها، تعداد و قوت گردابه‌ها در ناحیه چرخش مجدد بیشتر می‌شود.

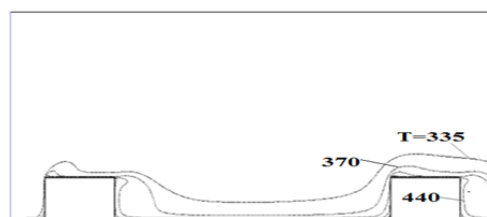
از شکل خطوط همدمای نیز می‌توان به نفوذ بیشتر دما در سیال با زیاد شدن ارتفاع دنده‌ها پی برد.

در شکل ۸، نوسلت متوسط بر حسب ارتفاع دندانه‌ها برای دو نوع دندانه مثلثی و مربعی رسم شده است. همانطور که این شکل نشان می‌دهد با افزایش ارتفاع دندانه‌ها، نوسلت نیز افزایش می‌یابد که به دلیل بیشتر شدن آشفتگی جریان است. تغییرات نوسلت با ارتفاع دنده‌ها برای دنده‌های مربعی دارای شیب تندتری است که با توجه به خطوط همدمای و جریان می‌توان دریافت که تأثیر ارتفاع در دندانه‌های مربعی بیشتر است.

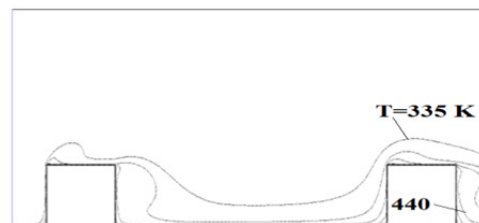


شکل ۸- تغییرات نوسلت متوسط بر حسب ارتفاع دندانه‌ها برای دو نوع دندانه مثلثی و مربعی

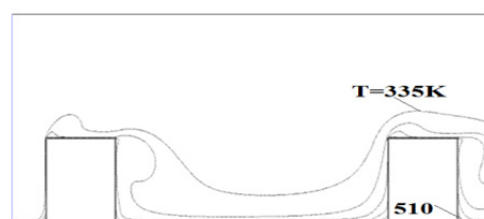
در شکل ۹، شدت آشفتگی برای دندانه‌های مثلثی و مربعی بر حسب ارتفاع دندانه‌ها رسم شده است. شدت آشفتگی نیز با زیاد شدن ارتفاع دندانه‌ها زیاد می‌شود و تغییرات آن برای دندانه‌های مربعی دارای شیب تندتری است. با مشاهده خطوط جریان و گردابه‌های تشکیل شده، این موضوع واضح است.



H=1 (m)

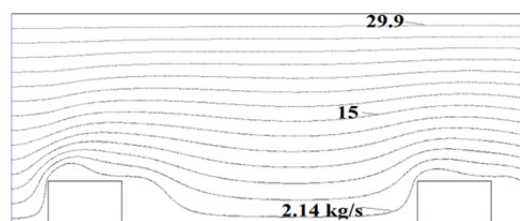


H=1.5

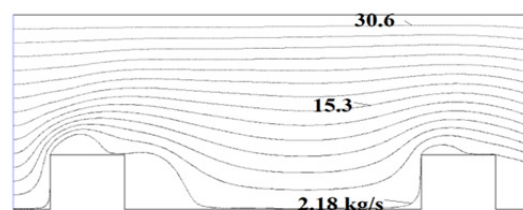


H=2

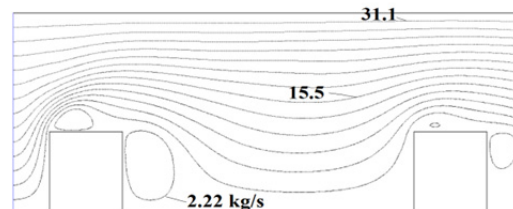
الف - خطوط همدمای



H=1



H=1.5

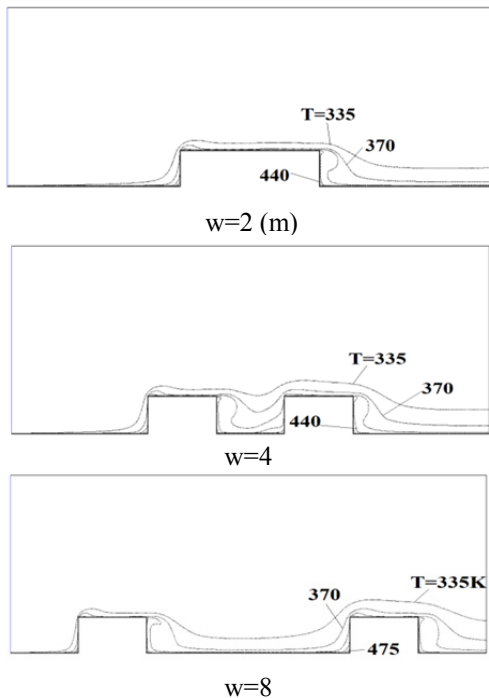


H=2

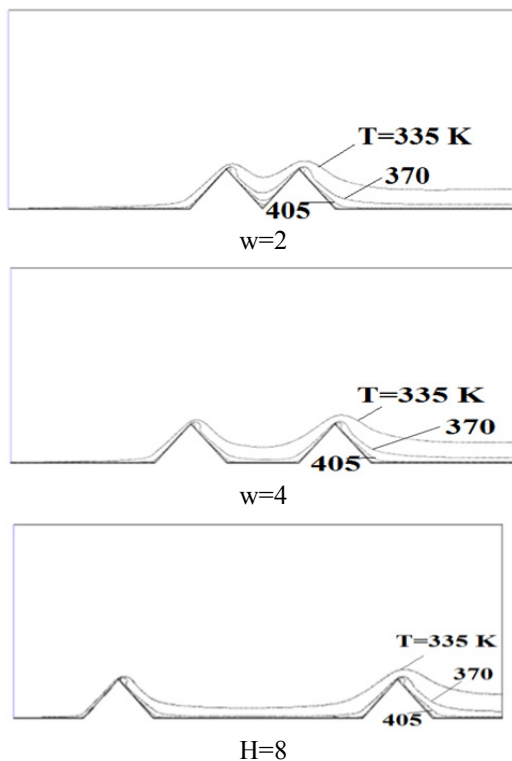
ب- خطوط جریان

شکل ۷- خطوط همدمای و جریان برای دندانه‌های مربعی با ارتفاع‌های متفاوت

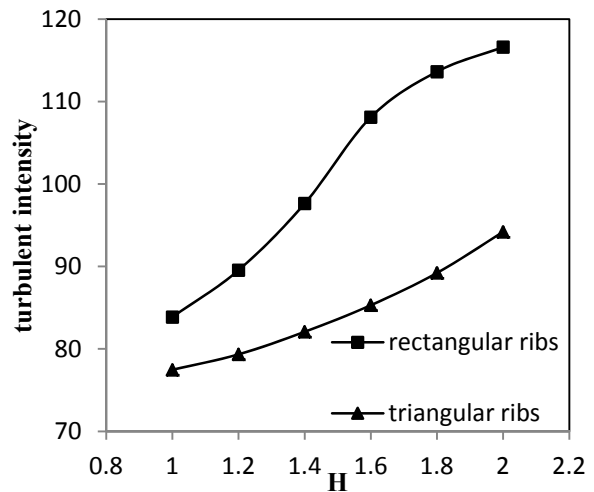




شکل ۱۱- خطوط همدمما برای دندانه‌های مربعی با فواصل دندانه مختلف

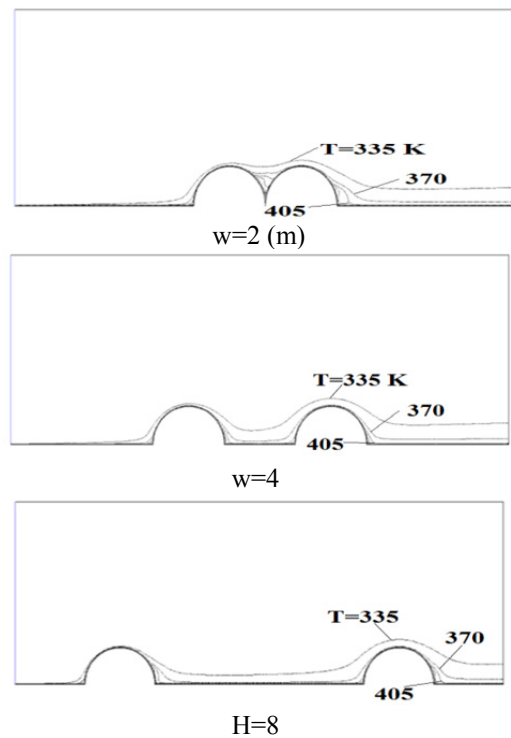


شکل ۱۲- خطوط همدمما برای دندانه‌های مثلثی با فواصل دندانه مختلف



شکل ۹- شدت آشفتگی برحسب ارتفاع دندانه‌ها برای دو نوع دندانه مثلثی و مربعی

ب- بررسی فاصله بین دندانه‌ها: در شکل‌های ۱۰ تا ۱۲ خطوط جریان و همدمما برای فواصل مختلف بین زبری‌ها برای هر سه نوع مختلف دندانه رسم شده است.

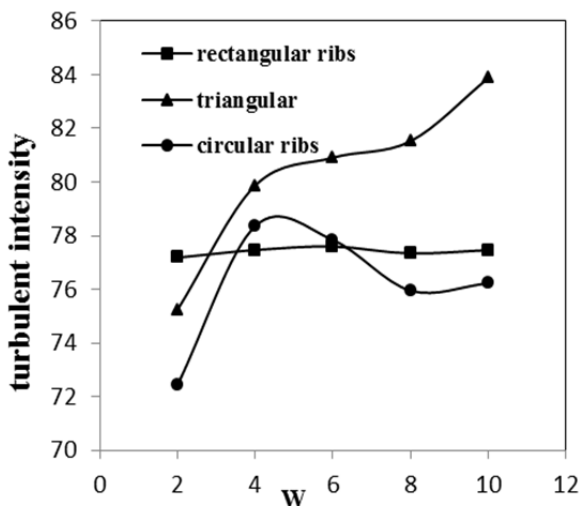


شکل ۱۰- خطوط همدمما برای دندانه‌های نیمدایره‌ای با فواصل دندانه مختلف

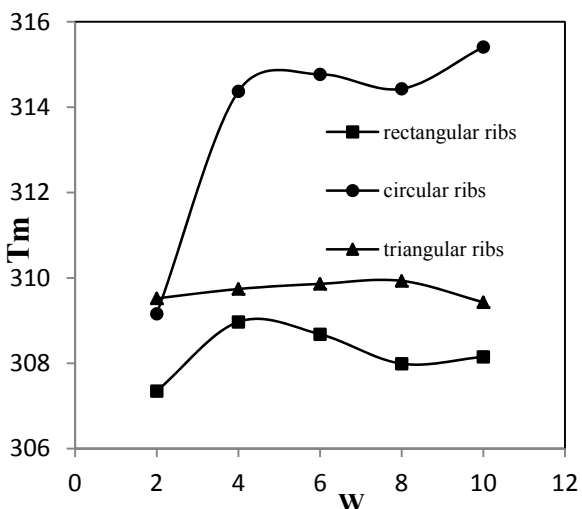
در شکل ۱۳، تغییرات نوسلت متوسط برای هر سه نوع دندانه در  $w$  های مختلف رسم شده است.

در شکل ۱۵، شدت آشفتگی برحسب  $w$  رسم شده که نشان می‌دهد شدت آشفتگی کانال با دندانه مربعی نسبت به تغییرات  $w$  حساسیت کمتری نسبت به دو نوع دیگر دندانه دارد.

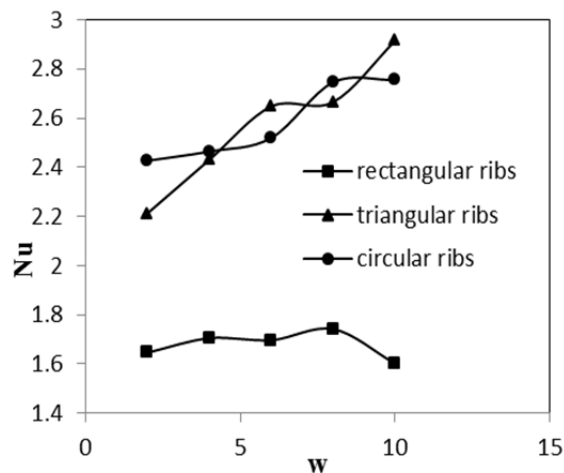
در شکل ۱۶، تغییرات  $T_m$  برای  $w$ های مختلف رسم شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، برای دندانه‌های مربعی بیشترین  $T_m$  برای  $w=4$ ، برای دندانه‌های مثلثی برای  $w=8$  و برای دندانه‌های نیمدایره‌ای برای  $w=10$  است و دمای متوسط دندانه‌های نیمدایره‌ای با تغییرات  $w$  تغییرات بیشتری دارد.



شکل ۱۵- شدت آشفتگی جریان برحسب فواصل دندانه برای هندسه‌های مختلف دندانه



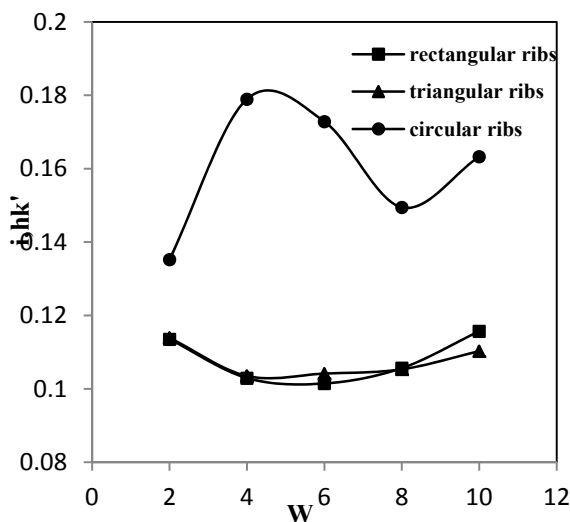
شکل ۱۶- نمودار تغییرات دمای متوسط سیال بر حسب فواصل دندانه برای هندسه‌های مختلف دندانه



شکل ۱۳- تغییرات نوسلت برحسب فواصل مختلف دندانه‌ها برای سه نوع دندانه

تغییرات نوسلت متوسط با  $w$  در کانال با دندانه مربعی نسبت به مثلثی و نیمدایره‌ای خیلی ناچیز است و نوسلت متوسط کانال با دندانه نیمدایره‌ای نسبت به تغییرات  $w$  حساس‌تر است.

نمودار تغییرات ضریب اصطکاک متوسط سطح بر حسب  $w$  در شکل ۱۴ رسم شده است. ضریب اصطکاک متوسط کانال با دندانه‌های نیمدایره‌ای نسبت به دو نوع دیگر دندانه به تغییرات  $w$  حساس‌تر است. با ملاحظه شکل ۱۳ می‌توان نتیجه گرفت که هندسه‌ای که نوسلت متوسط بزرگتری دارد دارای ضریب اصطکاک متوسط بزرگتری نیز هست، که با نتایج ریو و چوی [۱۷] نیز همخوانی دارد.



شکل ۱۴- نمودار تغییرات ضریب اصطکاک متوسط سطح بر حسب فواصل بین دندانه‌ها

## ۶- نتیجه‌گیری

- افزایش فاصله بین دندانها باعث افزایش نوسلت متوسط در دندانهای مثلثی و نیمدایره‌ای می‌شود، ولی تأثیر چندانی بر نوسلت متوسط کانال با دندان مربعی ندارد.

- با افزایش ارتفاع دندانها، شدت آشفتگی افزایش می‌یابد.

- با افزایش شدت آشفتگی در کانال، انتقال حرارت افزایش می‌یابد.

در این مقاله، جریان آشفته و انتقال حرارت آن در کانال دنداندار شبیه سازی شد. نتایج به دست آمده را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

- با افزایش ارتفاع دندانها در دندانهای مربعی و مثلثی، نوسلت افزایش می‌یابد. اما شیب تغییرات نوسلت در دندانهای مربعی بیشتر از مثلثی است.

- با افزایش ارتفاع دندانها، گردابه زیاد و نوسلت افزایش می‌یابد.

## ۷- مراجع

- [1] Sparrow, E.M., Tao, W.Q. (1983), "Enhanced heat transfer in a flat rectangular duct with streamwise-periodic disturbances at one principal wall". ASME J. Heat Transfer, Vol. 105, pp. 851-861.
- [2] Kays, W.M., Crawford, M.E. (1993), "Convective Heat and Mass Transfer". 3<sup>rd</sup> ed., McGraw-Hill, 361 p.
- [3] Webb, R.L., Eckert, E.R.G., Goldstein, R.J. (1971), "Heat transfer and friction in tubes with repeated-rib roughness". Intl. J. Heat Mass Transfer, Vol. 14, pp. 601-617.
- [4] Han, J.C., Glicksman, L.R., Rohsenow, W.M. (1978), "An investigation of heat transfer and friction for rib-roughened surfaces". Intl. J. Heat Mass Transfer, Vol. 21, pp. 1143-1156.
- [5] Han, J.C., Park, J.S. (1988), "Developing heat transfer in rectangular channels with rib turbulators". Intl. J. Heat Mass Transfer, Vol. 3, pp. 183-195.
- [6] Liou, T.M., Hwang, J.J., Chen, S.H. (1993), "Simulation and measurement of enhanced turbulent heat transfer in a channel with periodic ribs on one principal wall". Intl. J. Heat Mass Transfer, Vol. 36, pp. 507-517.
- [7] Liou, T.M., Hwang, J.J. (1993), "Effect of ridge shapes on turbulent heat transfer and friction in a rectangular channel". Intl. J. Heat Mass Transfer, Vol. 36, pp. 931-940.
- [8] Okamoto, S., Seo, S., Nakaso, K., Kawai, I. (1993), "Turbulent shear flow and heat transfer over the repeated two-dimensional square ribs on ground plane". Trans. ASME J. Fluids Eng., Vol. 115, pp. 631-637.
- [9] Lee, B.K., Cho, N.H., Choi, Y.D. (1988), "Analysis of periodically fully developed turbulent flow and heat transfer by k-ε equation model in artificially roughened annulus". Intl. J. Heat Mass Transfer, Vol. 31, pp. 1797-1806.
- [10] Acharya, S., Dutta, S., Myrum, T.A., Baker, R.S. (1993), "Periodically developed flow and heat transfer in a ribbed duct". Intl. J. Heat Mass Transfer, Vol. 36, pp. 2069-2082.
- [11] Iaccarino, G., Ooi, A., Durbin, P.A., Behnia, M. (2002), "Conjugate heat transfer predictions in two-dimensional ribbed passages". Intl. J. Heat Fluid Flow, Vol. 23, pp. 340-345.
- [12] Tafti, D.K. (2005), "Evaluating the role of subgrid stress modeling in a ribbed duct for the internal cooling of turbine blades". Intl. J. Heat Fluid Flow, Vol. 26, pp. 92-104.
- [13] Nagano, Y., Hattori, H., Houra, T. (2004), "DNS of velocity and thermal fields in turbulent channel flow with transverse-rib roughness". Intl. J. Heat Fluid Flow, Vol. 25, pp. 393-403.
- [14] Mushatet, K.S. (2011), "Simulation of turbulent flow and heat transfer over a backward-facing step with ribs turbulators". Thermal Sci., Vol. 15, No. 1, pp. 245-255.

- [15] Patankar, S.V. (1980), "Numerical heat transfer and fluid flow". Hemisphere Publication Corporation, Washington.
- [16] Bejan, A. (2004), "Convection Heat Transfer". 3<sup>rd</sup> ed., John Wiley & Sons, NJ, 393 p.
- [17] Ryu, D.N., Choi, D.H. (2007), "Analysis of turbulent flow in channels roughened by two dimensional ribs and three-dimensional blocks. Part II: Heat transfer". Intl. J. Heat Fluid Flow, Vol. 28, pp. 1112-1124.

# NUMERICAL STUDY OF EFFECT OF DIFFERENT GEOMETRIES OF THE RIBS ON THE SURFACE ON TURBULENT FLOW AND HEAT TRANSFER IN A RECTANGULAR CHANNEL

**M. Ziaei-Rad<sup>1</sup> and A. Jafari Nodushan<sup>2\*</sup>**

1. Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Shahrekord University, Shahrekord

2. M.Sc Student, Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Shahrekord University, Shahrekord

\*Corresponding Author: jafari\_mech@yahoo.com

---

## ARTICLE INFO

Keywords:

Turbulent Flow,  
Heat Transfer,  
Ribbed Channel,  
Numerical Modeling.

---

## ABSTRACT

In this paper, turbulent flow and heat transfer inside a channel with semicircle, triangular and rectangular ribs is simulated numerically. The upper wall is set to be adiabatic, while the lower one is in constant temperature. The problem is investigated for  $Re=34000$ . Standard  $k-\epsilon$  model is employed for turbulence modeling. The results are presented for different rib geometries. The obtained results show that ascending the ribs height leads to increase in Nusselt number and the recirculation zones. Furthermore, the heat transfer rate increases with the strength and the size of the recirculation zones behind the ribs.

---