

حذف اثر جرم شتابسنج‌ها از توابع پاسخ فرکانسی با استفاده از الگوریتم تغییر جرم بهینه

عباس طالشی انبوهی^۱، پدرام زمانی^۱، محمد رضا آشوری^۲ و محمد مهدی خطیبی^{۳*}

اطلاعات مقاله	چکیده
<p>واژگان کلیدی: آنالیز مودال، آنالیز حساسیت، تابع پاسخ فرکانسی، جرم شتابسنج.</p>	<p>آنالیز مودال یک دانش در حال توسعه در زمینه‌ی مطالعه‌ی خواص دینامیکی سازه‌ها می‌باشد. در عمل مدل‌هایی که بوسیله‌ی آزمایش مودال ایجاد می‌شوند، با مشکلات زیادی مواجه هستند. یکی از دلایل کاهش دقت در آزمایش مودال خطاهایی است که با استفاده از وسایلی مانند شتابسنج‌ها و فنرها ایجاد می‌شوند. در این مقاله، حذف اثر جرم شتابسنج از پاسخ فرکانسی سازه، مورد بررسی قرار گرفته است. بدین منظور یک استراتژی برای حذف اثر جرم بر مبنای آنالیز حساسیت ارائه می‌شود. در این روش مقدار تغییر جرم و محل اندازه‌گیری پاسخ سازه بر اساس کمترین خطای حاصل در اصلاح فرکانس، انتخاب می‌گردد. به‌منظور بررسی روش ارائه شده، از مدل یک سیستم جرم و فنر استفاده و استراتژی مذکور بر روی آن پیاده‌سازی شده است. همچنین به‌منظور بررسی تجربی، یک تیر فلزی تحت آزمایش مودال کلاسیک قرار گرفته است و با استفاده از استراتژی پیشنهادی اثر جرم شتابسنج‌ها از نتایج آزمایش حذف شده است. نتایج عددی و تجربی حاصل، کارایی الگوریتم ارائه شده را نشان می‌دهند.</p>

۱- مقدمه^۱

شده است، ممکن است رفتار واقعی سازه را به همان شکلی که انتظار می‌رود نشان ندهد [۲]. ماهیت این خطاها در آنالیز مودال تجربی در تحقیقات گذشته بررسی شده است [۳ و ۴]. یکی از دلایل ایجاد خطا در داده‌های اندازه‌گیری شده، خطاهای سیستماتیکی می‌باشند که به‌علت اضافه کردن اجزای مکانیکی، مانند فنرها، مبدل‌ها، شتابسنج‌ها و ترنس‌دیوسرها به سازه ایجاد می‌شوند. اصلاح دینامیک سازه، به‌صورت مطالعه بر روی تغییرات فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای اندازه‌گیری شده در آزمایش مودال استفاده می‌شود [۵]. این اصلاح به‌صورت اصلاحاتی بر روی جرم، سختی یا میراگر صورت می‌پذیرد. رویه‌ی اصلاح اثر جرم، نوعی بهینه‌سازی برای سازه محسوب می‌گردد تا بدین وسیله خواص دینامیکی دقیق سازه به‌دست آیند [۵]. هنگامی که یک شتابسنج بر

آزمایش مودال، روشی تجربی برای مدل‌کردن رفتار دینامیکی سازه‌ها و استخراج خصوصیات ارتعاشی سازه از طریق اندازه‌گیری می‌باشد. اندازه‌گیری‌های ارتعاشی مستقیماً از سازه انجام می‌شوند، بدون این‌که هیچ‌گونه فرضی درباره‌ی سازه در نظر گرفته شود و همین مسئله دلیلی است بر این‌که مدل‌های آزمایش مودال از مدل‌های المان محدود قابل اعتمادتر هستند [۱]. با توجه به محدودیت‌ها و خطاهایی که در فرایند اندازه‌گیری وجود دارد، مدلی که از داده‌های اندازه‌گیری شده ساخته

* پست الکترونیک نویسنده مسئول: m.m.khatybi@gmail.com

۱. دانشجوی کارشناسی، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان

۲. دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان

۳. دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان

کیفیت اندازه‌گیری‌ها در آزمایش مودال در ارتباط با اثرات بارگذاری جرم شتابسنج‌ها پیشنهاد شده است. به‌طور واضح یک شتابسنج سبک، اثر بارگذاری کمی روی سازه دارد. ولی دارای حساسیت پایینی بوده و گران می‌باشد. از طرفی این نوع شتابسنج‌ها همیشه در دسترس نمی‌باشند. بنابراین از میان شتابسنج‌های موجود، شتابسنجی با جرم حداقل که قادر به اندازه‌گیری پاسخ‌های سازه در محدوده فرکانسی مد نظر باشد، بهترین گزینه برای انتخاب است. در سازه‌هایی که به‌دست آوردن پاسخ فرکانسی دقیق برای آن‌ها مهم است، مانند مواردی که در صنایع نظامی و یا پزشکی کاربرد دارند، حذف چنین خطاهایی بسیار حائز اهمیت است [۵]. در میان روش‌هایی که تاکنون برای حذف اثر جرم شتابسنج از توابع پاسخ فرکانسی ارائه شده است؛ الگوریتم دقیقی برای این امر پیشنهاد نشده است. بنابراین، در این مقاله یک استراتژی برای حذف اثر جرم بر مبنای آنالیز حساسیت^۳ با بهره‌گیری از روش ارائه شده در مرجع [۱۶] پیشنهاد می‌شود. بدین منظور ابتدا روابط تئوری حاکم بر روش مذکور به اختصار بیان شده‌اند. سپس استراتژی پیشنهادی برای حذف اثر جرم مطرح شده است. در ادامه به‌منظور بررسی این استراتژی از مدل یک سیستم جرم و فنر پنج درجه‌ی آزادی^۴ استفاده شده است. با استفاده از نرم‌افزار MATLAB، مدل مذکور شبیه‌سازی و با پیاده‌سازی روش ارائه شده، اثر جرم شتابسنج از تابع پاسخ فرکانسی سازه حذف شده است. همچنین حساسیت روش نسبت به نویز تحت بررسی قرار گرفته است. به‌منظور ارزیابی تجربی روش پیشنهادی، یک تیر فلزی تحت آزمایش مودال کلاسیک قرار گرفته است و با استفاده از روش پیشنهادی، اثر جرم شتابسنج‌ها از توابع پاسخ فرکانسی حذف شده است. نتایج حاصل از بررسی‌های عددی و تجربی نشان‌دهنده کارایی و دقت مناسب الگوریتم پیشنهادی می‌باشد.

روی سازه‌ای قرار می‌گیرد؛ به‌عنوان جرم اضافه، در نتایج حاصل از آزمایش مودال، خطا ایجاد می‌کند [۶]. بنابراین اثر بارگذاری جرم شتابسنج منبعی از خطا در آزمایش مودال می‌باشد. شتابسنج سوار شده بر روی یک سیستم ارتعاشی، دینامیک سازه را تغییر می‌دهد و خطاهایی را در توابع پاسخ فرکانسی اندازه‌گیری شده ایجاد می‌کند. این مشکل موجب ایجاد نتایج غیرواقعی می‌شود، به‌طوری‌که فرکانس‌های رزونانس اندازه‌گیری شده کمتر از مقدار واقعی به‌دست می‌آیند. بنابراین روش‌هایی که به حذف اثر جرم اضافی از سازه پرداخته‌اند؛ روش‌های مناسبی برای برطرف نمودن این مشکل می‌باشند. روش حذف جرم برای ترانسدیوسرها، در نقاطی که سازه تحریک می‌شود توسط Ewins در مرجع [۶] شرح داده شده است. همچنین انتشارات کمی درباره اثر بارگذاری جرمی ترنسدیوسر در نقاطی که تحریک نشده، وجود دارد [۶-۸]. روش‌های اندکی جهت حذف اثر جرم ترنسدیوسر ارائه شده است، از جمله روشی که Decker و Witfeld در مرجع [۹] و Silva و همکارانش در مرجع [۱۰ و ۱۱] ارائه داده‌اند. روش SMURF^۱ به‌منظور جلوگیری از مشکلات گسترش مدل مودال با هدف اصلاح سازه‌ای توسط Klosterman در مرجع [۱۲] بررسی شده است و براساس این روش، یک راه حل کلی برای تصحیح اثرات بارگذاری جرم ترنسدیوسر ارائه شده است [۱۲]. همچنین Sanliturk و Cakar نیز به حذف اثر جرم ترنسدیوسر پرداخته‌اند [۱۳ و ۱۴]. Silva و همکارانش همچنین مقاله‌ای در خصوص تعیین توابع پاسخ فرکانسی^۲ غیرقابل اندازه‌گیری، با استفاده از یک مجموعه از داده‌های اندازه‌گیری شده‌ی سازه‌ی همراه با جرم اضافی ارائه کرده‌اند [۱۵]. البته زمانی‌که از شتابسنج‌های کوچک استفاده می‌شود، می‌توان اثرات بارگذاری جرمی آن‌ها را نادیده فرض کرد. در مرجع [۱۶] روشی برای تعیین

^۳ Sensitivity analysis

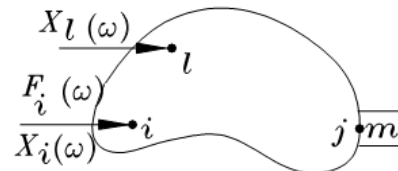
^۴ Degree of freedom

^۱ Structural Modifications Using experimental frequency Response Functions (SMURF)

^۲ Frequency Response Functions (FRFs)

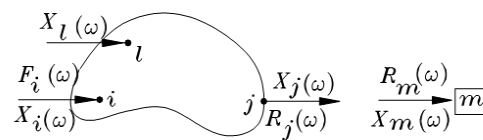
۲- تئوری

در شکل ۱، جرم ثانویه m ، در نقطه‌ی j به سازه متصل شده‌است. نیرو سازه را در نقطه‌ی i تحریک کرده و پاسخ در نقطه‌ی l اندازه‌گیری می‌شود.



شکل ۱- الگوی سیستم با جرم اضافی

به منظور جداسازی اثر جرم، دیاگرام آزاد نیروهای وارد بر سیستم ترسیم شده‌است (شکل ۲).



شکل ۲- دیاگرام آزاد سیستم

روابط (۱) تا (۴) بیانگر معادلات حاکم بر سیستم شکل ۲ می‌باشند.

$$X_l = \alpha_{li} F_i + \alpha_{lj} R_j \quad (1)$$

که X_l پاسخ فرکانسی در نقطه l ، α_{li} و α_{lj} رسپتانس^۱ بین نقاط l و به ترتیب i و j ، F_i نیروی تحریک در نقطه‌ی i و R_j نیروی عکس‌العمل در نقطه j می‌باشد.

$$X_j = \alpha_{ji} F_i + \alpha_{jj} R_j \quad (2)$$

که X_j پاسخ فرکانسی در نقطه j و α_{ji} و α_{jj} رسپتانس بین نقاط j و به ترتیب i و j می‌باشد. همچنین برای جرم ثانویه m ، پس از جداسازی از سازه اصلی (شکل ۲)، رابطه (۳) برقرار است.

$$X_m = \alpha_{mm} R_m \quad (3)$$

که X_m پاسخ فرکانسی در نقطه m ، α_{mm} رسپتانس در نقطه m و R_m نیرو در نقطه m می‌باشد. همچنین برای α_{mm} در رابطه (۳)، رابطه (۴) برقرار است.

$$\alpha_{mm} = -\frac{1}{m\omega^2} \quad (4)$$

با حذف نیروهای عکس‌العمل و جابه‌جایی در نقطه‌ی اتصال جرم به سازه، رابطه‌ی (۵) به‌دست آمده است [۱۶].

$$X_l = \left(\alpha_{lj} - \frac{\alpha_{ji} \alpha_{lj}}{\alpha_{mm} + \alpha_{jj}} \right) F_i = \alpha_{li}^{(j)} F_i \quad (5)$$

که $\alpha_{li}^{(j)}$ رسپتانس ناشی از جرم اضافی در نقطه‌ی j بین دو نقطه‌ی l و i می‌باشد. از رابطه‌ی (۵)، $\alpha_{li}^{(j)}$ با رسپتانس‌های اصلی مرتبط می‌شود و رابطه (۶) حاصل می‌شود.

$$\alpha_{li}^{(j)} = \alpha_{li} - \frac{\alpha_{ji} \alpha_{lj}}{\alpha_{mm} + \alpha_{jj}} \quad (6)$$

که در این رابطه α_{li} ، α_{ji} ، α_{lj} و α_{jj} رسپتانس‌های اصلی هستند. با ضرب طرفین رابطه‌ی (۶) در $-\omega^2$ ، رابطه‌ی بین اکسلرنس‌ها^۲ به‌دست می‌آید (رابطه ۷).

$$A_{li}^{(j)} = A_{li} - \frac{A_{ji} A_{lj}}{A_{mm} + A_{jj}} \quad (7)$$

که A_{li} ، A_{ji} ، A_{lj} و A_{jj} اکسلرنس‌های اصلی و $A_{li}^{(j)}$ اکسلرنس ناشی از جرم اضافی در نقطه‌ی j است.

رابطه (۷) رابطه کلی برای اصلاح سیستمی است که جرم m به آن اضافه شده‌است. دو حالت برای ساده‌سازی و استفاده از رابطه‌ی (۷) در روش حذف اثر جرم پیشنهاد شده‌است [۵ و ۹]:

۱- نقطه‌ی پاسخ در محل قرارگیری جرم اضافی باشد ($j=l$ ، $l \neq i$)، که در این حالت رابطه (۷) به رابطه (۸) ساده خواهد شد.

$$A_{li}^{(l)} = \frac{A_{li}}{1 + mA_{ll}} \quad (8)$$

که در آن $A_{li}^{(l)}$ پاسخ فرکانسی اندازه‌گیری شده و A_{li} و A_{ll} اکسلرنس‌ها، بدون اثر جرم می‌باشند.

۲- اگر نقطه‌ی اعمال نیرو، محل اتصال شتاب‌سنج و نقطه‌ی پاسخ با هم یکی باشند ($i=j=l$)، رابطه (۹) به‌دست می‌آید.

$$A_{ll}^{(l)} = \frac{A_{ll}}{1 + mA_{ll}} \quad (9)$$

که در آن $A_{ll}^{(l)}$ پاسخ فرکانسی اندازه‌گیری شده‌است.

² Accelerance

¹ Receptance

مجموع دو پارامتر عدم قطعیت در اندازه‌گیری فرکانس (که با تکرار آزمایش به صورت تجربی قابل محاسبه است) و رزولوشن فرکانسی، به عنوان حداقل تغییر فرکانس در نظر گرفته می‌شود و مقدار تغییر جرم براساس روابط حساسیت تعیین می‌گردد [۱۷].

به منظور آنالیز حساسیت، ابتدا معادله مقدار ویژه سیستم در نظر گرفته می‌شود (رابطه ۱۱).

$$([K] - \omega_r^2 [M]) \{\phi\}_r = \{0\} \quad (11)$$

که $[K]$ ماتریس سختی، $[M]$ ماتریس جرم، ω_r فرکانس طبیعی r ام و $\{\phi\}_r$ شکل مود r ام سازه است. براساس رابطه (۱۱) تغییرات مجذور فرکانس طبیعی با استفاده از رابطه (۱۲) بیان می‌شود [۱۷].

$$\frac{\partial \omega_r^2}{\partial m_k} = \left(\{\phi\}_r^T \left(\frac{\partial [K]}{\partial m_k} - \omega_r^2 \frac{\partial [M]}{\partial m_k} \right) \{\phi\}_r \right) \quad (12)$$

بنابراین تغییرات فرکانس طبیعی به کمک رابطه (۱۳) محاسبه می‌شود [۱۷].

$$\frac{\partial \omega_r}{\partial m_k} = -\omega_r \frac{\phi_{kr}^2}{2} \quad (13)$$

که ϕ_{kr} درجه آزادی k ام از مود r ام سازه می‌باشد. همان‌طور که بیان شد، مقدار حداقل تغییر فرکانس طبیعی (ΔW_{\min}) به کمک رابطه (۱۴) محاسبه می‌شود.

$$\Delta W_{\min} = Un_w + Re_w \quad (14)$$

که Un_w عدم قطعیت در اندازه‌گیری فرکانس طبیعی است، که با تکرار آزمایش به صورت تجربی قابل محاسبه است و Re_w رزولوشن فرکانسی می‌باشد.

با استفاده از روابط (۱۳) و (۱۴) مقدار حداقل تغییر جرم سازه به دست می‌آید (رابطه ۱۵).

$$\Delta M_{\min} = 2 \times \frac{Un_w + Re_w}{\omega_r \phi_{kr}^2} \quad (15)$$

پس از تعیین مقدار تغییر جرم (رابطه ۱۵)، باید تابع پاسخ فرکانسی انتقالی^۲ که در رابطه (۱۰) قرار داده می‌شود؛ انتخاب گردد. زیرا فرکانس‌های طبیعی در همه‌ی توابع پاسخ فرکانسی انتقالی به یک میزان تغییر نمی‌کنند و حتی ممکن است به دلیل نزدیک بودن محل پاسخ فرکانسی انتقالی به گره^۳، میزان تغییر فرکانس قابل

در بیشتر مواقع تحریک و اندازه‌گیری پاسخ برخی نقاط سازه، غیر ممکن است. بنابراین ممکن است محاسبه A_{ll} مشکل و یا غیر ممکن باشد. بنابراین پیشنهاد شده است دو اندازه‌گیری بوسیله‌ی دو شتابسنج با جرم‌های مختلف در نظر گرفته شود [۱۰]. بدین ترتیب رابطه (۱۰) برای اصلاح اثر جرم شتابسنج به دست آمده است [۵ و ۱۶].

$$\begin{Bmatrix} A_{li} \\ A_{ll} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{A_{li}^{(l)}} & -m_1 \\ \frac{1}{A_{li}^{(l)}} & -m_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (10)$$

که m_1 جرم اضافی اول یا جرم شتابسنج و m_2 جرم اضافی دوم است. در واقع بر اساس رابطه (۱۰)، با اضافه کردن یک جرم به سازه در محل نصب شتابسنج و تکرار آزمایش، می‌توان اثر جرم شتابسنج را از اکسلرنس‌های حاصل از آزمایش حذف نمود.

۳- استراتژی پیشنهادی برای حذف اثر جرم

اگر چندین شتابسنج روی سازه متصل باشد، به منظور اصلاح اثر آن‌ها باید چندین بار با جرم‌های اضافی آزمایش تکرار شود تا به توان اثر همه شتابسنج‌ها را حذف نمود [۵ و ۱۶]. بدین منظور باید مقادیر جرم‌های اضافی طوری انتخاب شوند تا تغییرات فرکانس حاصل، قابل اندازه‌گیری باشد. بدین معنا که تغییر فرکانس باید از عدم قطعیت‌های^۱ موجود در آزمایش بیشتر باشد. همچنین در تغییر فرکانس باید رزولوشن فرکانسی نیز مدنظر باشد. بنابراین پیشنهاد می‌شود که مقادیر جرم‌های اضافی براساس مدل المان محدود سازه و به کمک روابط حساسیت، پیش از انجام آزمایش، تقریب زده شوند تا نتایج مناسبی از تکرار آزمایش حاصل شود. بنابراین،

² Transfer FRF

³ Node

¹ Uncertainty

همچنین دمپینگ سیستم به صورت تناسبی در نظر گرفته شده، که ضرایب دمپینگ و مقادیر پارامترهای سیستم در جدول ۱ آمده است.

جدول ۱- مقادیر جرم، سختی و ضرایب دمپینگ

شماره	مقدار جرم (kg)	مقدار سختی (N/m)	ضریب دمپینگ (%)
۱	۲	۱۰۰۰۰۰	۰/۰۷
۲	۱/۲	۱۰۱۰۰۰	۰/۱۳
۳	۱	۱۰۲۰۰۰	۰/۱۹
۴	۱/۳	۱۰۳۰۰۰	۰/۲۳
۵	۱/۴	۱۰۴۰۰۰	۰/۲۹
۶	-	۱۰۹۰۰۰	-

پس از محاسبه معادلات دینامیکی حاکم بر سیستم، ماتریس‌های جرم و سختی سیستم به دست آمده اند. فرکانس‌های طبیعی سیستم- بدون شتاب‌سنج، به کمک تجزیه مقادیر ویژه ماتریس‌های جرم و سختی سیستم به دست آمده اند و در جدول ۲ ارائه شده اند.

جدول ۲- فرکانس‌های طبیعی سیستم بدون جرم شتاب‌سنج (دقیق)

شماره مود	فرکانس طبیعی (rad/s)
۱	۱۴۸/۸۹
۲	۲۶۱/۵۳
۳	۳۸۰/۰۳
۴	۴۷۲/۶۳
۵	۵۷۲/۴۲

با استفاده از استراتژی پیشنهادی مقادیر تغییر جرم، انتخاب شده اند (جدول ۳).

جدول ۳- مقادیر جرم‌های اضافی

شماره گره	۱	۲	۳	۴	۵
جرم اضافی (kg)	۰/۴۲۲	۰/۰۴۶	۰/۳۳۴	۰/۵۷۴	۰/۰۶۶

اندازه‌گیری نباشد. بنابراین پیشنهاد می‌شود که محل پاسخ فرکانسی انتقالی، طوری انتخاب شود، که محل مذکور در همهی مودهای مدنظر، دارای جابه‌جایی مناسبی باشد تا از تغییر فرکانس طبیعی به میزان مناسب، اطمینان حاصل شود. بدین منظور می‌توان از روش بهترین نقطه تحریک^۱، برای انتخاب محل پاسخ فرکانسی انتقالی استفاده کرد [۱۸].

با استفاده از روش ODP می‌توان در یک محدوده فرکانسی معین، نقاط نزدیک یا روی گره را تشخیص داد. چرا که در این نقاط مقدار ثابت‌های مودال تقریباً صفر می‌شوند. در این روش مقدار شکل مودها در هر درجه‌آزادی در یکدیگر ضرب شده و به عنوان پارامتر ODP برای هر درجه‌آزادی در نظر گرفته می‌شود. این روش طبق رابطه (۱۶) بیان می‌گردد.

$$ODP(k) = \prod_{r=1}^N \|\varphi_{k,r}\| \quad (16)$$

که N تعداد مود مد نظر است.

بر اساس رابطه (۱۶)، کانال‌های نزدیک به صفر مربوط به نقاط نزدیک به گره می‌باشند و از اکسلرنس‌های این نقاط نباید استفاده کرد؛ زیرا تغییرات یکی از فرکانس‌های طبیعی در این اکسلرنس بسیار کم خواهد بود. در واقع کانال‌هایی که بیشترین مقدار ODP را به خود اختصاص می‌دهند، در همهی مودها دارای جابه‌جایی بیشتری هستند. بنابراین پیشنهاد می‌شود که از این کانال‌ها برای پاسخ فرکانسی انتقالی استفاده شود.

بنابراین، براساس آنچه در این بخش بیان شد، استراتژی پیشنهادی در این مقاله باختصار عبارت است از:

۱- ایجاد مدل المان محدود سازه

۲- تعیین مقدار ΔW_{\min} بر اساس رابطه (۱۴)

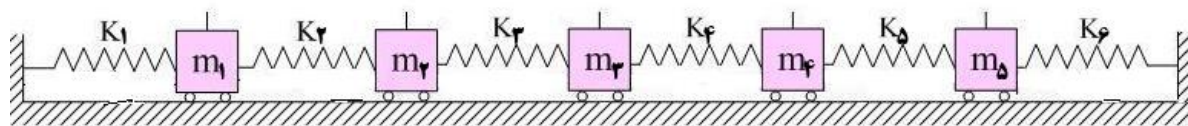
۳- انتخاب مقدار تغییر جرم بر اساس رابطه (۱۵)

۴- انتخاب اکسلرنس مناسب، بر اساس رابطه (۱۶)

۴- شبیه‌سازی

به منظور شبیه‌سازی استراتژی پیشنهادی، از مدل یک سیستم پنج درجه‌آزادی جرم و فنر استفاده شده است (شکل ۳).

¹ Optimum Driving Point (ODP)



شکل ۳- مدل سیستم ۵ درجه‌آزادی

۴-۱- اجرای الگوریتم حذف اثر جرم شتابسنج

جدول ۴- نتایج حاصل از قراردادن شتابسنج‌ها و

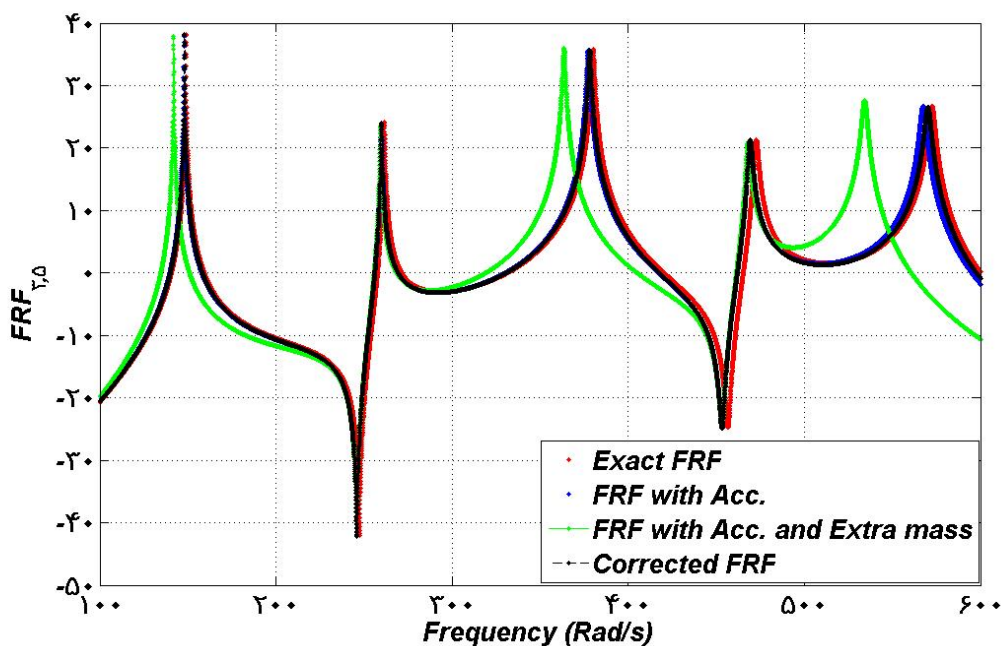
جرم‌های اضافی بر روی سازه

فرکانس‌های طبیعی سازه (rad/s) همراه با						شماره شتاب سنج
جرم اضافی پنجم	جرم اضافی چهارم	جرم اضافی سوم	جرم اضافی دوم	جرم اضافی اول	جرم شتاب سنج	
۱۴۷/۴۳	۱۲۷/۸۴	۱۴۱/۸۷	۱۴۷/۰۲	۱۴۴/۸۷	۱۴۷/۷۲	۱
۲۵۸/۵۷	۲۳۴/۷۶	۲۵۹/۳۴	۲۵۹/۳۲	۲۴۸/۵۲	۲۵۹/۸۴	۲
۳۷۴/۴۳	۳۷۶/۶۰	۳۶۳/۵۲	۳۷۶/۳۳	۳۶۷/۳۵	۳۷۷/۲۹	۳
۴۶۵/۷۷	۴۲۳/۶۱	۴۶۸/۰۹	۴۶۶/۵۹	۴۶۶/۰۳	۴۶۹/۱۲	۴
۵۶۶/۸۷	۵۴۳/۷۸	۵۳۴/۲۶	۵۶۵/۱۷	۵۶۶/۵۴	۵۶۷/۳۹	۵

در ادامه، شتابسنج‌هایی با جرم ۱۸ گرم بر روی هر یک از جرم‌ها قرار داده شده‌است، که این امر موجب کاهش فرکانس‌های طبیعی سیستم نسبت به حالت دقیق خواهد شد.

به‌منظور حذف اثر این شتابسنج‌ها، رابطه (۱۰) به‌کار گرفته شده‌است. حذف اثر جرم شتابسنج‌ها در ۵ مرحله صورت می‌گیرد. در هر مرحله جرم اضافی انتخاب شده، بر روی جرم مد نظر قرار می‌گیرد و تابع پاسخ فرکانسی انتقالی مورد نیاز که براساس رابطه (۱۵) انتخاب شده‌است، محاسبه می‌شود و سپس به کمک رابطه (۱۰) اثر جرم شتابسنج متناظر با محل قرارگیری جرم اضافی از پاسخ فرکانسی حذف خواهد شد. با تکرار این رویه تا آخرین شتابسنج، اثر تمامی شتابسنج‌ها حذف می‌شوند. نتایج حاصل از این مراحل در جدول ۴ ارائه شده‌است.

نمونه‌ای از توابع پاسخ فرکانسی برای جرم اضافی سوم در شکل ۴ ارائه شده‌است.



شکل ۴- توابع پاسخ فرکانسی با اضافه کردن جرم اضافی سوم

سیستم بدون اثر جرم شتابسنج به دست خواهند آمد. به منظور بررسی کارایی روش، خطای حاصل در تخمین فرکانس‌های طبیعی محاسبه شده و در جدول ۷ ارائه شده است.

جدول ۷- مقایسه فرکانس‌های طبیعی دقیق و اصلاح شده (rad/s)

شماره مود	۱	۲	۳	۴	۵
فرکانس دقیق	۱۴۸/۸۹	۲۶۱/۵۳	۳۸۰/۰۴	۴۷۲/۶۳	۵۷۲/۴۲
فرکانس اصلاح شده	۱۴۸/۸۷	۲۶۱/۴۷	۳۸۰/۱۳	۴۷۲/۶۹	۵۷۲/۳۷
خطا (%)	۰/۰۱	۰/۰۲	۰/۰۳	۰/۰۱	۰/۰۱

۴-۲- بررسی اثر نویز

معمولا در آزمایش، وجود نویز در اندازه‌گیری‌ها اجتناب‌ناپذیر است. بنابراین به منظور بررسی اثر نویز بر روش ارائه شده، سیگنال نویز در محیط نرم‌افزار MATLAB به صورت یک سیگنال اتفاقی تولید شده است و با استفاده از رابطه (۱۷) به تابع پاسخ فرکانسی سازه اضافه شده است [۶].

$$NF(\omega) = F(\omega) \times (1 + C \times N(\omega)) \quad (17)$$

که $NF(\omega)$ تابع پاسخ فرکانسی به همراه نویز در فرکانس ω ، $F(\omega)$ تابع پاسخ فرکانسی بدون نویز، C ضریب نویز و $N(\omega)$ سیگنال نویز می‌باشد.

بر اساس رابطه (۱۷)، سیگنال نویز به تابع پاسخ فرکانسی اضافه شده و نتایج تحت بررسی قرار گرفته است. نتایج حاصل برای میزان ۲۰٪ نویز ($C = 0.20$) در شکل ۵ ارائه شده است.

پس از استفاده از رابطه (۱۰) و ترسیم تابع پاسخ فرکانسی اصلاح شده، به کمک روش انتخاب قله^۱، فرکانس‌های اصلاح شده اندازه‌گیری می‌شوند. نتایج حاصل از استفاده از این روش در جدول ۵ آمده است.

جدول ۵- نتایج حاصل از روش انتخاب قله بر روی توابع پاسخ فرکانسی اصلاح شده حاصل از رابطه (۱۰)

شماره مود	فرکانس‌های طبیعی اصلاح شده سازه (rad/s) پس از قرار گیری جرم اضافی				
	اول	دوم	سوم	چهارم	پنجم
۱	۱۴۷/۸۵	۱۴۸/۰۱	۱۴۸/۱۱	۱۴۸/۰۱	۱۴۷/۸۱
۲	۲۶۰/۳۷	۲۶۰/۰۷	۲۵۹/۸۷	۲۶۰/۳۲	۲۶۰/۲۲
۳	۳۷۷/۸۸	۳۷۷/۷۳	۳۷۸/۱۳	۳۷۷/۳۸	۳۷۸/۱۸
۴	۴۶۹/۲۹	۴۷۰/۲۴	۴۶۹/۲۴	۴۷۰/۱۴	۴۷۰/۲۹
۵	۵۶۷/۴۰	۵۶۸/۴۰	۵۷۰/۱۵	۵۶۸/۴۵	۵۶۷/۵۵

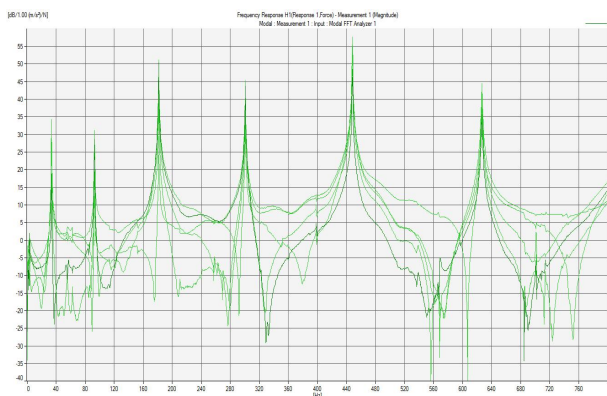
پس از محاسبه فرکانس‌های اصلاح شده، مقدار تغییر فرکانس هر مود نسبت به حالت سازه با شتابسنج محاسبه می‌شود. با فرض خطی بودن رفتار سازه، با جمع تغییر فرکانس هر مود از هر مرحله، مقدار تغییر فرکانس مورد نیاز برای حذف اثر جرم شتابسنج‌ها به دست خواهد آمد. این مقادیر محاسبه و در جدول ۶، ارائه شده است.

جدول ۶- مقدار تغییر فرکانس (rad/s) مورد نیاز برای حذف اثر جرم شتابسنج‌ها

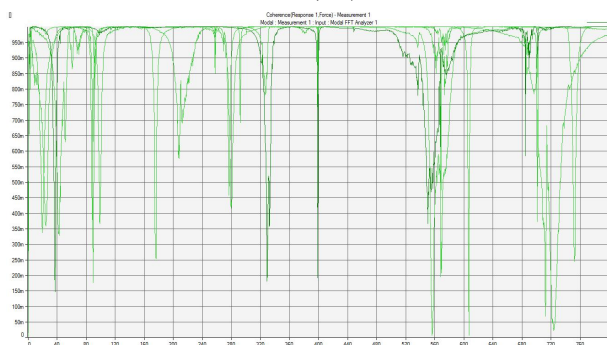
شماره مود	۱	۲	۳	۴	۵
تغییر فرکانس محاسبه شده	۰/۴۲۲	۰/۰۴۶	۰/۳۳۴	۰/۵۷۴	۰/۰۶۶

اگر مقادیر ارائه شده در جدول ۶، با فرکانس‌های طبیعی حالت با شتابسنج جمع زده شوند، فرکانس‌های طبیعی

¹ Pick peaking



(الف)



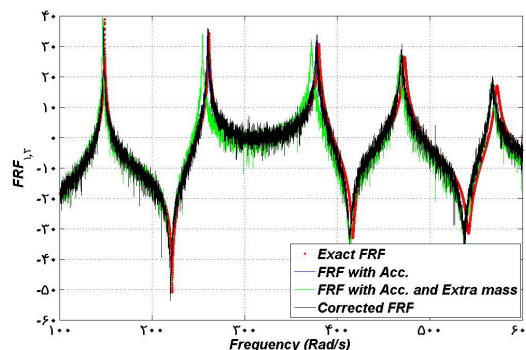
(ب)

شکل ۶- الف- توابع پاسخ فرکانسی، آزمایش چکش
ب- توابع وابستگی، آزمایش چکش

همان‌طور که توابع وابستگی نشان می‌دهند (شکل ۶-ب)، آزمایش چکش از دقت مناسبی برخوردار است. بنابراین به‌منظور تخمین پارامترهای مودال سیستم، این توابع به نرم‌افزار MODENT [۲۰] منتقل و پارامترهای مودال تیر محاسبه می‌شوند (جدول ۸).

جدول ۸- پارامترهای مودال تیر - آزمایش تک شتابسنج

شماره مود	فرکانس طبیعی (Hz)	ضریب دمپینگ (%)
۱	۳۳/۴۲	۰/۶۳
۲	۹۲/۵۹	۰/۲۵
۳	۱۸۱/۱۵	۰/۱۷
۴	۳۰۰/۳۲	۰/۱۰
۵	۴۴۷/۸۵	۰/۸۰
۶	۶۲۶/۲۱	۰/۱۳



شکل ۵- توابع پاسخ فرکانسی با ۲۰ درصد نویز برای جرم اضافی اول

با افزایش درصد نویز به بالاتر از میزان ۲۰٪، امکان انتخاب قله‌های نمودار و تخمین فرکانس‌های طبیعی از بین خواهد رفت ولی به‌هرحال، همان‌طور که در شکل ۵ مشاهده می‌شود، روش ارائه شده تا میزان ۲۰٪، نویز را تحمل می‌کند و انتخاب فرکانس‌های طبیعی به روش انتخاب قله ممکن می‌باشد.

۵- بررسی تجربی الگوریتم

به‌منظور بررسی تجربی الگوریتم پیشنهادی، یک تیر کاملاً آزاد به ابعاد $۱ \times ۰/۰۵ \times ۰/۰۲$ متر تحت آزمایش مودال کلاسیک قرار گرفته‌است.

۵-۱- تعیین پارامترهای مودال دقیق سازه

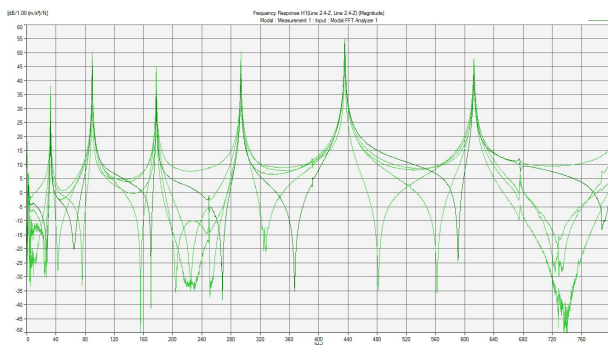
برای تخمین پارامترهای مودال دقیق سازه، یک شتابسنج سبک (۶ گرمی) نوع DJB/A123E بر روی نمونه مورد آزمایش نصب شده‌است. تیر با استفاده از یک چکش BK8202 تحریک و سیگنال نیرو از طریق تقویت‌کننده 2647A تقویت شده‌است. محدوده فرکانسی آزمایش Hz ۸۰۰ و رزولوشن فرکانسی در نظر گرفته شده ۵۰۰ mHz می‌باشد. پس از اندازه‌گیری نیروی تحریک و شتاب، توابع پاسخ فرکانسی و توابع وابستگی^۱ به کمک نرم‌افزار Pulse 8 [۱۹] محاسبه شده‌اند (شکل ۶).

^۱ Coherence functions

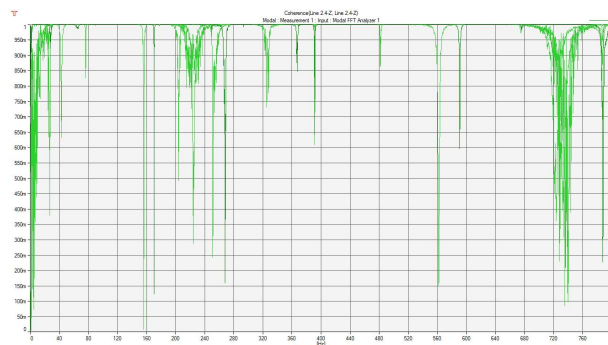
پارامترهای مودال سیستم، به کمک نرم افزار MODENT محاسبه می شوند (جدول ۹).

جدول ۹- پارامترهای مودال تیر - آزمایش ۵ شتابسنج

شماره مود	فرکانس طبیعی (Hz)	ضریب دمپینگ (%)
۱	۳۲/۴۵	۰/۵
۲	۸۹/۴۴	۰/۲۴
۳	۱۷۷/۲۱	۰/۱۹
۴	۲۹۳/۰۹	۰/۱
۵	۴۳۵/۳۶	۰/۱۳
۶	۶۱۲/۲۴	۰/۱۶



(الف)



(ب)

شکل ۸- الف- توابع پاسخ فرکانسی، آزمایش چکش
ب- توابع وابستگی، آزمایش چکش

همان طور که جداول ۸ و ۹ نشان می دهند فرکانسهای طبیعی در اثر جرم شتابسنجها تغییر کرده اند. به منظور حذف اثر جرمی شتابسنجها از استراتژی پیشنهادی این مقاله، استفاده می شود.

۵-۲- تعیین پارامترهای مودال سازه به کمک ۵ شتابسنج

در این بخش، آزمایش اصلی بر روی تیر صورت می گیرد. در این آزمایش ۵ شتابسنج هر یک به وزن ۱۸ گرم، از نوع DJB/A120V بر روی نمونه مورد آزمایش نصب شده اند (شکل ۷). به منظور انتخاب محل بهینه قرارگیری این شتابسنجها، از نرم افزار Modplan [۲۱] استفاده شده است. در این نرم افزار، براساس مدل المان محدود سازه و شاخصهایی نظیر ODP (رابطه ۱۶)) بهترین نقاط قرارگیری شتابسنجها انتخاب می شوند.



شکل ۷- تیر تحت آزمایش مودال کلاسیک

مشابه بخش ۵-۱ تیر با استفاده از چکش تحریک و با اندازه گیری نیروی تحریک و شتاب، توابع پاسخ فرکانسی و توابع وابستگی^۱ محاسبه شده اند (شکل ۸). در ادامه

¹ Coherence functions



شکل ۹- نصب جرم اضافی روی هر شتابسنج

در ادامه به کمک رابطه (۱۰) اثر جرم شتابسنج متناظر با محل قرارگیری جرم اضافی از پاسخ فرکانسی حذف خواهد شد. با تکرار این رویه تا آخرین شتابسنج، اثر همه‌ی شتابسنج‌ها حذف خواهند شد. نتایج حاصل از این مراحل در جدول ۱۲ ارائه شده‌است.

جدول ۱۲- نتایج حاصل از قراردادن شتابسنج‌ها و جرم‌های اضافی بر روی تیر

فرکانس طبیعی سازه (Hz) همراه با جرم اضافی					
شماره مورد	اول	دوم	سوم	چهارم	پنجم
۱	۳۱/۶۵	۳۲/۱۵	۳۲/۲۲	۳۲/۱۵	۳۱/۸۸
۲	۸۸/۲۷	۸۵/۳۳	۸۹/۲۴	۸۵/۹۳	۸۸/۲۳
۳	۱۷۵/۲۱	۱۷۵/۳۵	۱۷۵/۸۷	۱۷۵/۶۳	۱۷۵/۲۵
۴	۲۹۰/۹۸	۲۸۶/۵۹	۲۹۱/۳۷	۲۸۸/۱۷	۲۹۰/۵۲
۵	۴۳۲/۶	۴۱۷/۵۷	۴۳۳/۹۶	۴۱۸/۲۹	۴۳۲/۱۷
۶	۶۰۹/۰۱	۵۹۶/۹۱	۶۰۶/۷۹	۶۰۲/۱۵	۶۰۸/۷۸

پس از استفاده از رابطه (۱۰) و محاسبه و ترسیم تابع پاسخ فرکانسی اصلاح شده، به کمک روش انتخاب قله،

۵-۳- اجرای الگوریتم حذف اثر جرم شتابسنج

به‌منظور حذف اثر شتابسنج‌ها، رابطه (۱۰) به‌کار گرفته شده‌است. به‌منظور انتخاب مقادیر جرم‌های اضافی از رابطه (۱۵) استفاده شده‌است. برای استفاده از این رابطه، مقادیر عدم قطعیت و رزولوشن فرکانسی مورد نیاز است. به‌منظور محاسبه عدم قطعیت در تخمین فرکانس‌های طبیعی، آزمایش بخش ۵-۲، چندین بار تکرار شده‌است و مقادیر فرکانس‌های طبیعی برای هر آزمایش به‌دست آمده‌است. براساس مقادیر فرکانس‌های طبیعی، میزان عدم قطعیت هر فرکانس محاسبه شده و در جدول ۱۰ ارائه شده‌است. با استفاده از مقادیر عدم قطعیت، رزولوشن فرکانسی (۵۰۰ mHz) و مدال المان محدود تیر که در بخش ۵-۲ نیز استفاده شد، مقادیر جرم‌های اضافی محاسبه شده‌اند (جدول ۱۱).

جدول ۱۰- میزان عدم قطعیت فرکانس‌های طبیعی تیر تحت آزمایش مودال کلاسیک (جدول ۸)

شماره مود	عدم قطعیت فرکانس طبیعی (Hz)
۱	۰/۰۰۳
۲	۰/۰۰۷
۳	۰/۰۱۳
۴	۰/۰۲۱
۵	۰/۰۳۰
۶	۰/۰۴۸

حذف اثر جرم، در ۵ مرحله صورت می‌گیرد. در هر مرحله جرم اضافی انتخاب شده (جدول ۱۱)، در محل نصب شتابسنج قرار می‌گیرد (شکل ۹) و توابع پاسخ فرکانسی انتقالی مورد نیاز محاسبه می‌شوند.

جدول ۱۱- مقادیر جرم‌های اضافی

شماره گره	۱	۲	۳	۴	۵
جرم اضافی (kg)	۰/۰۳	۰/۱۹۵	۰/۱	۰/۱۹۵	۰/۰۳

۴-۵- نتیجه اجرای الگوریتم

اگر مقادیر ارائه شده در جدول ۱۴، با فرکانس‌های طبیعی حالت با ۵ شتاب‌سنج (جدول ۸) جمع زده شوند، فرکانس‌های طبیعی سیستم بدون اثر جرم شتاب‌سنج به دست خواهند آمد. به منظور بررسی کارایی روش، خطای حاصل در تخمین فرکانس‌های طبیعی اصلاح شده در جدول ۱۵ ارائه شده است.

جدول ۱۵- مقایسه فرکانس‌های طبیعی دقیق و اصلاح شده (Hz)

شماره مود	فرکانس طبیعی تک شتاب‌سنج	فرکانس طبیعی اصلاح شده	خطا (%)
۱	۳۳/۴۲	۳۳/۲۱	۰/۶۳
۲	۹۲/۵۹	۹۲/۰۱	۰/۶۳
۳	۱۸۱/۱۵	۱۸۱/۳۲	۰/۰۹۶
۴	۳۰۰/۳۲	۲۹۷/۲۹	۱/۰۱
۵	۴۴۷/۸۵	۴۴۵/۸۷	۰/۴۴
۶	۶۲۶/۲۱	۶۲۳/۳۹	۰/۴۵

۶- نتیجه گیری

در این مقاله یک استراتژی برای حذف اثر جرم شتاب‌سنج‌ها از نتایج آزمایش مودال ارائه شد. در این استراتژی، مقدار تغییر جرم سازه بر مبنای حساسیت فرکانس طبیعی محاسبه شده است؛ که حداقل تغییرات فرکانس طبیعی بر اساس مجموع دو پارامتر عدم قطعیت در اندازه‌گیری فرکانس و رزولوشن فرکانسی تعیین شده است. محل اندازه‌گیری پاسخ فرکانسی انتقالی بر اساس شکل مودهای المان محدود تعیین شده است. همچنین حساسیت روش نسبت به وجود نویز نیز بررسی شده است. نتایج حاصل نشان می‌دهند که روش می‌تواند حداکثر تا ۲۰٪ نویز را تحمل کند. به منظور بررسی تجربی، روش بر روی یک تیر کاملاً آزاد تحت آزمایش قرار گرفته است. نتایج عددی و تجربی حاصل از اجرای این

فرکانس‌های اصلاح شده اندازه‌گیری می‌شوند. نتایج حاصل از استفاده از این روش در جدول ۱۳ آمده است.

پس از محاسبه فرکانس‌های اصلاح شده (جدول ۱۳)، مقدار تغییر فرکانس هر مود نسبت به حالت سازه با ۵ شتاب‌سنج (جدول ۸) محاسبه می‌شود. با فرض این که رفتار سازه خطی است، با جمع تغییر فرکانس هر مود از هر مرحله، مقدار تغییر فرکانس مورد نیاز برای حذف اثر جرم شتاب‌سنج‌ها به دست خواهد آمد. این مقادیر محاسبه و در جدول ۱۴، ارائه شده است.

جدول ۱۳- نتایج حاصل از روش انتخاب قله بر روی توابع پاسخ فرکانسی اصلاح شده حاصل از رابطه (۱۰)

فرکانس طبیعی اصلاح شده (Hz) پس از فرارگیری جرم اضافی					
ردیف	اول	دوم	سوم	چهارم	پنجم
۱	۳۲/۸۴	۳۲/۴۸	۳۲/۴۹	۳۲/۴۸	۳۲/۷۲
۲	۹۰/۲۳	۸۹/۷۲	۸۹/۴۸	۸۹/۹۱	۹۰/۴۳
۳	۱۷۸/۶۷	۱۷۷/۳۸	۱۷۷/۴۶	۱۷۶/۰۱	۱۷۸/۲۲
۴	۲۹۴/۲۳	۲۹۳/۷۶	۲۹۳/۴۱	۲۹۳/۴۳	۲۹۴/۸۳
۵	۴۳۷/۰۸	۴۳۹/۵۹	۴۳۵/۶۲	۴۳۸/۱۸	۴۳۶/۸۱
۶	۶۱۴/۱۹	۶۱۳/۵۴	۶۱۳/۲۶	۶۱۷/۳۵	۶۱۳/۹۹

جدول ۱۴- مقدار تغییر فرکانس مورد نیاز برای حذف اثر جرم شتاب‌سنج‌ها

شماره مود	اختلاف فرکانس طبیعی بین حالت اصلاح شده و حالت همراه با شتاب‌سنج‌ها (Hz)
۱	۰/۷۶
۲	۰/۷۶
۳	۴/۱۱
۴	۴/۱۹
۵	۱۰/۵۱
۶	۱۱/۱۶

تقدیر و تشکر

استراتژی، کارایی و دقت الگوریتم ارائه‌شده را در حذف اثر

جرم شتابسنج‌ها نشان می‌دهد.

این تحقیق تحت حمایت دفتر استعدادهای درخشان

دانشگاه سمنان می‌باشد.

مراجع

- [1] Khatibi, M.M., Ashory, M.R., Albooyeh, A.R. (2011). "Optimum amount of additive mass in scaling of operational mode shapes". *Structural Engineering and Mechanics*, Vol. 39, No. 5, pp. 733-750.
- [2] Adhikari, S., Friswell, M.I., Lonkar, K., Sarkar, A. (2009). "Experimental case studies for uncertainty quantification in structural dynamics". *Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol. 24, No. 4, pp. 473-492.
- [3] Jung, H., Ewins, D.J. (1992). "On the use of simulated "experimental" data for evaluation of modal analysis methods". *Proceedings of the 10th International Modal Analysis Conference, SEM SOCIETY FOR EXPERIMENTAL MECHANICS INC.*, pp. 421-429.
- [۴] سرپرست، ه.، آشوری، م.ر.، خطیبی، م.م. (۱۳۹۱). "هنر اندازه‌گیری و مدل‌سازی در آزمایش مودال و مشکلات آن (بخش اول)". *مجله علمی - ترویجی صوت و ارتعاش*، شماره ۱، سال اول.
- [5] Ashory, M.R. (1998). "Correction of mass loading effects of transducers and suspension effects in modal testing". *Proceedings of 13th International Modal Analysis Conference, USA*.
- [6] Ewins, D.J. (2000). "Modal testing: Theory, practice and applications". 2nd Edition, Baldock: Research Studies Press.
- [7] Dossing, O. (1991). "Prediction of transducer mass-loading effects and identification of dynamic mass". *Proceedings of the 9th International Modal Analysis Conference, USA*.
- [8] McConnell, G.M. (1995). "Vibration testing: Theory and practice". John Wiley & Sons, London.
- [9] Decker, J., Witfeld, H. (1995). "Correction of transducer-loading effects in experimental modal analysis". *Proceedings of the 13th International Modal Analysis Conference*, pp. 1604-1608.
- [10] Silva, J.M.M., Maia, N.M.M., Ribeiro, A.M.R. (1997). "Some applications of coupling/uncoupling techniques in structural dynamics, Part 1: Solving the mass cancellation problem". *Proceedings of the 15th International Modal Analysis Conference, USA*.
- [11] Silva, J.M.M., Maia, N.M.M., Ribeiro, A.M.R. (1997). "Some applications of coupling/uncoupling techniques in structural dynamics, Part 2: Generation of the whole FRF matrix from measurements on a single column - the mass uncoupling method (MUM)". *Proceedings of the 15th International Modal Analysis Conference, USA*.
- [12] Klosterman, A. (1971). "On the experimental determination and use of modal representations of dynamic characteristics". Ph.D. dissertation, University of Cincinnati.
- [13] Cakar, O., Sanliturk, K.Y. (2002). "Elimination of noise and transducer effects from measured response data". *Proceedings of the ESDA2002 conference: 6th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis, Istanbul, Turkey, APM055*.
- [14] Cakar, O., Sanliturk, K.Y. (2005). "Elimination of transducer mass loading effects from frequency response functions". *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 19, No. 1, pp. 87-104.
- [15] Silva, J.M.M., Maia, N.M.M., Ribeiro, A.M.R. (2000). "Cancellation of mass-loading effects of transducers and evaluation of unmeasured frequency response functions". *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 236, No. 5, pp. 761-779.
- [16] Ashory, M.R. (1999). "High quality modal testing methods". Ph.D. dissertation, Imperial College of Science, Technology and Medicine, London.

- [17] Parloo, E., Verboven, P., Guillaume, P., Van Overmeire, M. (2002). "Sensitivity- Based Operational Mode Shape Normalization". *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 16, No. 5, 757-767.
- [18] Imamovic, N. (1998). "Validation of large structural dynamics models using modal test data". Ph.D. dissertation, Imperial College of Science, Technology and Medicine, London.
- [19] Brüel, Kjær, (1996-2003). "PULSE", Version 8.0, Sound & Vibration Measurement A/S.
- [20] ICATS, (1998-2000). "MODENT". Integrated Software for Structural Dynamic.
- [21] ICATS, (1998-2000). "MODPLAN". Integrated Software for Structural Dynamic.