

## بررسی عددی تأثیر حرکت براونی در جابه‌جایی توام نانوسیال در محفظه با یک منبع مربعی گرم مرکزی

علی اکبر عباسیان آرانی<sup>۱\*</sup>، علیرضا آقایی<sup>۲</sup>، حمیدرضا احترام<sup>۲</sup>

اطلاعات مقاله	چکیده
دریافت مقاله: خرداد ۱۳۸۸ پذیرش مقاله: آذر ۱۳۸۸	در مطالعه حاضر، تأثیر حرکت براونی در جابه‌جایی توام نانوسیال آب-اکسیدمس داخل یک محفظه با وجود یک منبع گرم مربعی مرکزی به صورت عددی بررسی شده است. منبع گرم در دمای $T_h$ و دیواره‌های محفظه در دمای $T_c$ می‌باشد. برای تحلیل جابه‌جایی توام از یک برنامه کامپیوتری به زبان فرترن براساس روش حجم محدود و الگوریتم سیمپلر استفاده شده است. مطالعه برای کسر حجمی‌های ۰، ۰/۰۲ و ۰/۰۴ نانوذرات، اعداد ریچاردسون ۰/۰۱، ۰/۱، ۱ و ۱۰۰، عدد گراشف $10^4$ و در نسبت‌های منظری ۰/۲، ۰/۴ و ۰/۶ انجام شده است. نتایج عددی نشان می‌دهد که عدد ناسلت متوسط، چه با در نظر گرفتن تأثیر حرکت براونی و چه بدون در نظر گرفتن تأثیر آن، با افزایش عدد ریچاردسون در همه نسبت‌های منظری کاهش می‌یابد. در عدد ریچاردسون ۱۰۰ عدد ناسلت متوسط با افزایش کسر حجمی همواره افزایش می‌یابد ولی در دیگر اعداد ریچاردسون تا رسیدن به کسر حجمی ۰/۰۲ عدد ناسلت متوسط افزایش می‌یابد و پس از آن با افزایش کسر حجمی عدد ناسلت متوسط تقریباً ثابت می‌ماند. در تمامی حالت‌های بررسی شده هنگامی که حرکت براونی در نظر گرفته شود، عدد ناسلت متوسط بیشتر از هنگامی است که این حرکت مورد نظر قرار نگیرد. بیشترین مقدار افزایش عدد ناسلت متوسط ناشی از در نظر گرفتن اثر حرکت براونی ۹/۳۱ درصد می‌باشد.
<b>واژگان کلیدی:</b> نانوسیال، جابه‌جایی توام، حرکت براونی، خواص متغیر، حل عددی، محفظة مربعی.	

### ۱- مقدمه

جریان در تحقیق شانکار و دسپاندا [۱]، شریف [۲] و ازتوپ و دقتین [۳] ارائه شده است. محققان متعددی اثرات اضافه شدن دیواره متحرک روی میدان جریان و انتقال حرارت مورد تحلیل قرار داد. این محققان جریان با وجود دیواره متحرک را به سه گروه تقسیم کرد. جریان اجباری، جریان توام و جریان طبیعی، که جریان توام به محدوده اعداد رینولد بین ۰/۱ و ۱۰ اختصاص دارد. همچنین وجود یک قطعه درون کانال یا محفظه می‌تواند به کنترل جریان و توزیع دما به‌پردازد. این تکنیک باعث

جریان سیال و انتقال حرارت درون محفظه با دیواره متحرک، با توجه به کاربرد متعدد در کاربردهای مهندسی، یکی از موضوعات مورد توجه می‌باشد. از جمله کاربردهای آن می‌توان به فرآیند خنک‌کاری در دستگاه‌های الکترونیکی، صنایع خشک‌کن در مواد غذایی و مطالعات ژئوفیزیک اشاره کرد. لیست کاملی از کاربردهای این نوع

\* پست الکترونیک نویسنده مسئول: [abbasian@kashanu.ac.ir](mailto:abbasian@kashanu.ac.ir)

۱. استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان

۲. کارشناسی‌ارشد مهندسی مکانیک

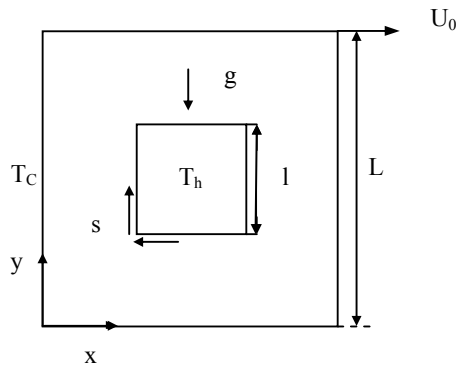
افزایش انتقال حرارت با کمک روش‌های غیرفعال می‌شود.

از طرفی دیگر در صنعت دستیابی به تجهیزات انتقال حرارت با ابعادی کوچک‌تر و بازده بیشتر مطلوب می‌باشد. از آنجایی که نانوسیال‌ها نسبت به سیال‌های عادی ضریب هدایت حرارتی بالاتری دارند در سال‌های اخیر مورد توجه قرار گرفته‌اند. منصور و همکاران [۴] مطالعه‌ای عددی برای جابه‌جایی توام نانوسیال، در یک محفظه با دیواره‌ی بالایی سرد و متحرک، دیواره‌های جانبی سرد و دیواره پایینی که در آن شار گرمایی ثابتی اعمال می‌شد، انجام دادند. براساس یافته‌های آنان با افزایش کسر حجمی نانو ذرات حرکت جریان سیال کند می‌شود، ولی عدد ناسلت متوسط افزایش می‌یابد.

محمودی [۵] به‌صورت عددی، جابه‌جایی توام نانو سیال آب-اکسید آلومینیم را در محفظه‌ای مستطیلی با دیواره پایینی متحرک گرم و دیواره‌های بالایی و جانبی سرد بررسی کرد. براساس یافته‌های او، در محدوده اعداد ریچاردسن مورد بررسی به‌دلیل حضور نانو ذرات انتقال حرارت زیاد می‌شود. قاسمی و امین‌الساداتی [۶] جابه‌جایی توام نانوسیال آب-اکسید آلومینیم را در محفظه‌ای مثلثی که دیواره افقی آن عایق، دیواره عمودی آن سرد و متحرک در جهت‌های بالا یا پایین، و دیواره‌ی مایل آن گرم بود، بررسی کردند. براساس گزارش‌های آنان در تمام محدوده عدد ریچاردسن مورد بررسی با افزایش کسر حجمی نانو ذرات و با حرکت دیواره قائم در هر دو جهت بالا یا پایین افزایش انتقال گرما رخ می‌دهد. شیخ‌زاده و همکاران [۷] انتقال حرارت و جریان سیال جابه‌جایی توام نانوسیال آب-اکسید آلومینیم را در یک محفظه مربعی که دیواره بالایی آن متحرک بوده، دیواره‌های افقی عایق و دیواره‌های قائم آن دارای دمای ثابت سرد و گرم به ترتیب در طرف راست و چپ بودند، به‌صورت عددی و با روش حجم محدود بررسی کردند. براساس نتایج آن‌ها در نظر گرفتن خواص متغیر برای ضریب هدایت حرارتی و لزجت سیال به عدد ناسلت

متوسط متفاوتی نسبت به در نظر گرفتن خواص ثابت برای ضریب هدایت حرارتی و لزجت سیال را منتج می‌شود. به‌علاوه آن‌ها گزارش کردند که این اختلاف در اعداد ریچاردسن کم (مثل ۰/۰۱ و ۰/۱) بیشتر از اعداد ریچاردسن بالا (مثل ۱۰ و ۱۰۰) می‌باشد. پیشکار و قاسمی [۸] انتقال حرارت و جریان سیال جابه‌جایی توام را در یک کانال افقی به‌همراه پره برای نانوسیال آب-مس به‌صورت عددی بررسی کردند. براساس نتایج آن‌ها با افزایش کسر حجمی و عدد رینولدز، انتقال حرارت افزایش می‌یابد. این افزایش در یک کسر حجمی ثابت برای اعداد رینولدز بالاتر بیشتر می‌باشد. چمخاه و ابونادا [۹] انتقال حرارت و جریان سیال جابه‌جایی توام، در یک محفظه مربعی با دیواره‌های جانبی عایق، دیواره‌های بالایی گرم و دیواره‌های پایینی سرد را در دو حالت بررسی کردند. در حالت اول فقط دیواره افقی بالایی متحرک بوده و در حالت دوم، دیواره‌های افقی بالایی و پایینی در خلاف جهت هم، حرکت دارند. براساس نتایج آن‌ها با افزایش کسر حجمی و کاهش عدد ریچاردسن عدد ناسلت متوسط افزایش می‌یابد. عارف منش و محمودی [۱۰] اثرات مدل‌های مختلف لزجت را برای نانو سیال آب-اکسید آلومینیم در جابه‌جایی توام، داخل محفظه‌ای با دیواره‌های قائم و بالایی سرد و دیواره پایینی گرم متحرک انجام دادند. براساس نتایج آن‌ها ناسلت متوسط روی دیواره گرم با افزایش کسر حجمی نانو ذرات در همه مدل‌های به‌کار رفته برای لزجت افزایش می‌یابد. نگوبین و همکاران [۱۱] اثر تمرکز و اندازه نانوذرات را بر لزجت نانوسیال‌ها در محدوده دمایی بزرگی به‌صورت تجربی بررسی کردند. آن‌ها دریافتند که لزجت به‌خصوص در غلظت‌های بالاتر نانوذرات در نانوسیال با افزایش دما، کاهش می‌یابد.

از بررسی فوق می‌توان دریافت میدان جریان و انتقال حرارت درون محفظه با دیواره متحرک و منبع حرارتی در آن ابعاد متعدد و متنوعی دارد. به‌عنوان مثال انتخاب مدل مناسب برای تقریب خواص می‌تواند روی پاسخ‌ها اثرات تعیین‌کننده داشته باشد. شاید به جرات یکی از نکات قابل



شکل ۱- نمای شماتیک و شرایط مرزی مسئله

معادلات حاکم شامل بقای جرم (۱)، بقای مومنوم در راستای X (۲) و راستای Y (۳) و بقای انرژی (۴) برای جریان دو بعدی، دائم و آرام عبارتند از:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho_{nf}} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_{nf} \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_{nf} \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] \quad (2)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\rho_{nf}} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_{nf} \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_{nf} \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] \quad (3)$$

$$+ \frac{(\rho\beta)_{nf}}{\rho_{nf}} g(T - T_c)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{1}{(\rho c_p)_{nf}} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( k_{nf} \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_{nf} \frac{\partial T}{\partial y} \right) \right] \quad (4)$$

$$\psi(x, y) = \int u \, dy + \psi_0 \quad (5)$$

با استفاده از متغیرهای بی بعد (۶)، معادلات بی بعد بقای جرم (۷)، بقای مومنوم در راستای X (۸) و Y (۹)، و بقای انرژی (۱۰) عبارتند از:

تامل در مطالعات مربوط به انتقال حرارت جابه‌جایی، عدم هم‌خوانی بین نتایج تجربی [۱۲ و ۱۳] و کارهای عددی برای نانو سیال‌ها [۴-۱۱] باشد. شاید یکی از دلایل عدم این هم‌خوانی در نظر نگرفتن برخی پدیده‌ها در جریان سیال و انتقال حرارت می‌باشد. از جمله این پدیده‌ها تاثیر حرکت براونی بر روی ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی است. حرکت براونی نانو ذرات در نانو سیال‌ها، در واقع حرکت تصادفی و پیوسته‌ی آن‌ها در سیال می‌باشد. مولکول‌های مایع مدام بر نانو ذرات ضربه وارد کرده و آن‌ها را در درون سیال پراکنده می‌کنند.

در مطالعه حاضر تاثیر حرکت براونی، در جریان سیال و انتقال حرارت جابه‌جایی توام نانو سیال آب-اکسید مس در فضای بین محفظه و منبع گرم مربعی، در اعداد ریچاردسن، کسر حجمی‌های مختلف نانو ذرات و نسبت‌های منظری مختلف بررسی می‌شود.

## ۲- معادلات حاکم و شرایط مرزی

نمای شماتیک هندسه‌ی مورد بررسی در شکل ۱ نشان داده شده است. ابعاد محفظه و منبع گرم به ترتیب برابر با  $L$  و  $l$  می‌باشد. منبع گرم در دمای ثابت  $T_h$  و دیواره‌های محفظه در دمای ثابت  $T_c$  نگاه داشته می‌شود. نسبت منظری به صورت  $AR = (l/L)$  تعریف می‌شود. محفظه با نانو سیال آب-اکسیدمس پر شده است. خواص ترموفیزیکی آب به عنوان سیال پایه، و نانو ذرات اکسیدمس، در جدول ۱ ارائه شده است [۱۴، ۱۵].

جدول ۱- خواص ترموفیزیکی سیال پایه و نانوذرات در دمای

۳۰۰ کلوین [۱۴، ۱۵]

$P$ ( $\text{kgm}^{-3}$ )	$c_p$ ( $\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$ )	$k$ ( $\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ )	$\beta$ ( $\text{K}^{-1}$ )	
۹۹۷/۱	۴۱۷۹	۰/۶۱۳	$۲/۱ \times ۱۰^{-۴}$	آب
۶۳۲۰	۵۳۵/۱	۷۶/۵	$۱/۸ \times ۱۰^{-۵}$	CuO

حرارتی از روابط (۱۶) تا (۲۱) به‌دست می‌آیند [۱۵-۱۸].

$$\rho_{nf} = (1-\phi)\rho_f + \phi\rho_s \quad (12)$$

$$(\rho c_p)_{nf} = (1-\phi)(\rho c_p)_f + \phi(\rho c_p)_s \quad (13)$$

$$(\rho\beta)_{nf} = (1-\phi)(\rho\beta)_f + \phi(\rho\beta)_s \quad (14)$$

$$\alpha_{nf} = \frac{k_{nf}}{(\rho c_p)_{nf}} \quad (15)$$

$$\mu_{eff} = \mu_{Static} + \mu_{Brownian} \quad (16)$$

$$k_{eff} = k_{Static} + k_{Brownian} \quad (17)$$

$$\mu_{Static} = \mu_f (1-\phi)^{-2.5} \quad (18)$$

$$k_{Static} = \frac{k_f (k_s + 2k_f - 2\phi(k_f - k_s))}{(k_s + 2k_f + 2\phi(k_f - k_s))} \quad (19)$$

که در آن  $k_{Brownian}$  و  $\mu_{Brownian}$  عبارتند از [۱۹]:

$$\mu_{Brownian} = 5 \times 10^4 \lambda \phi \rho_f \sqrt{\frac{\kappa T}{2\rho_s R_s}} \xi(T, \phi) \quad (20)$$

$$k_{Brownian} = 5 \times 10^4 \lambda \phi \rho_f c_{p,f} \sqrt{\frac{\kappa T}{2\rho_s R_s}} \xi(T, \phi) \quad (21)$$

$\rho_s$  و  $R_s$  به‌ترتیب چگالی و شعاع نانوذرات بوده و  $\kappa$  ثابت بولتزمن ( $\kappa = 1.3807 \times 10^{-23}$  J/K) می‌باشد. در این مسئله شعاع نانوذره برابر ۱۲ نانومتر فرض شده و عدد پرانتل برابر ۶/۲ می‌باشد. برای نانوسیال آب-اکسید مس توابع  $\lambda$  و  $\xi$  که به‌طور تجربی برای محدوده  $0 < T(K) < 325300$  تخمین زده می‌شوند، عبارتند از [۲۰]:

$$\lambda = 0.0137(100\phi)^{-0.8229} \text{ for } \phi \leq 1\% \\ \lambda = 0.0011(100\phi)^{-0.7272} \text{ for } \phi > 1\% \quad (22)$$

$$\xi(T, \phi) = (-6.04\phi + 0.4705)T \\ + (1722.3\phi - 134.63) \\ \text{for } 1\% \leq \phi \leq 4\% \quad (23)$$

ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی، عبارت است از:

$$h_{nf} = \frac{q}{T_h - T_c} \quad (24)$$

عدد ناسلت که طول مشخصه‌ی آن براساس اندازه‌ی ضلع محفظه سنجیده می‌شود عبارت است از:

$$Nu = \frac{h_{nf} L}{k_f} \quad (25)$$

شار حرارتی دیواره‌ها بر واحد سطح عبارت است از:

$$X = \frac{x}{L}, \quad Y = \frac{y}{L}, \quad V = \frac{v}{U_0}$$

$$U = \frac{u}{U_0}, \quad \theta = \frac{T - T_c}{\Delta T}, \quad P = \frac{P}{\rho_{nf} U_0^2}$$

$$T_0 = \frac{T_h + T_c}{2}, \quad \Delta T = T_h - T_c$$

$$Gr = \frac{g \beta L^3 (T_h - T_c)}{g_{f,0}^2}, \quad Re = \frac{U_0 L}{g_{f,0}}$$

$$\mu^* = \frac{\mu_{nf}}{\mu_{f,0}}, \quad k^* = \frac{k_{nf}}{k_{f,0}}$$

$$Ri = \frac{Gr}{Re^2}, \quad Pr = \frac{g_{f,0}}{\alpha_{f,0}} \quad (6)$$

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (7)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \left( \frac{\rho_{f,0}}{\rho_{nf}} \right) \frac{1}{Re} \\ \left[ \frac{\partial}{\partial X} \left( \mu^* \frac{\partial U}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left( \mu^* \frac{\partial U}{\partial Y} \right) \right] \quad (8)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \left( \frac{\rho_{f,0}}{\rho_{nf}} \right) \frac{1}{Re} \\ \left[ \frac{\partial}{\partial X} \left( \mu^* \frac{\partial V}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left( \mu^* \frac{\partial V}{\partial Y} \right) \right] \\ + \frac{(\rho\beta)_{nf}}{\rho_{nf} \beta_f} Ri \theta \quad (9)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{\mu^* k^* Pr Re} \left( \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_{f,0}} \right) \\ \left[ \frac{\partial}{\partial X} \left( k^* \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left( k^* \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) \right] \quad (10)$$

باتوجه به هندسه مسئله، شرایط مرزی بی‌بعد عبارتند از:

$$U = V = 0, \quad \theta = 0 \quad \text{روی دیواره‌های محفظه} \\ U = V = 0, \quad \theta = 1 \quad \text{روی منبع گرم مربعی} \quad (11)$$

خواص نانوسیال شامل چگالی، ظرفیت گرمایی، ضریب انبساط حجمی، ضریب پخش به‌ترتیب از روابط (۷) تا (۱۵) و ویسکوزیته و ضریب هدایت

جدول ۲ - عدد ناسلت متوسط روی دیواره‌های منبع گرم برای نانو سیال آب-اکسید مس در  $Re=50$ ،  $Ri=0.1$ ،  $\phi=0.3$  و

$$AR=0.4$$

نقاط	۸۱×۸۱	۱۰۱×۱۰۱	۱۲۱×۱۲۱	۱۴۱×۱۴۱
$Nu_{avg}$	۷/۰۹۲	۸/۰۳۶	۸/۰۴۴	۸/۰۴۷

### ۳-۲- اعتبارسنجی برنامه

به منظور اعتبارسنجی نتایج، یک شبیه‌سازی عددی انجام و نتایج حاصل از آن با نتایج ارائه شده در مرجع [۲۱] برای مقایسه در جدول ۳ ارائه شده‌اند. مرجع اخیر به مطالعه جابه‌جایی توام در یک محفظه می‌پردازد. با اخذ شرایط یکسان برای هر دو مسئله برای دو عدد ریچاردسون متفاوت مقادیر عدد ناسلت محاسبه و مقایسه شده است.

جدول ۳- مقایسه اعداد ناسلت متوسط در جابه‌جایی توام

Ri	کار حاضر	تیواری و داس [۲۱]
۰/۱	۱۶/۸۴	۱۶/۷۸
۱	۹/۳۷	۹/۳۳

چنانچه مشاهده می‌شود تفاوت نسبی مقادیر ناسلت بسیار ناچیز می‌باشند و لذا از صحت نتایج مدل‌سازی‌ها اطمینان حاصل می‌شود.

### ۴- نتایج و بحث

در شکل‌های ۲ و ۳ خطوط هم‌دما و خطوط جریان آب و نانو سیال آب-اکسید مس در  $\phi=0.4$ ،  $Gr=10^4$  و در اعداد ریچاردسن و نسبت‌های منطقی مختلف، با اثرات حرکت براونی آورده شده است. با افزایش عدد ریچاردسن در یک نسبت منطقی، مرکز گردابه‌های اولیه به‌طرف وسط محفظه کشیده می‌شود. درحالی‌که مرکز گردابه‌های ثانویه به‌طرف بالای فضای بین محفظه و منبع گرم مرکزی متمایل شده و در عین حال این گردابه‌های ثانویه بزرگ‌تر نیز می‌شوند.

$$q = -k_{nf} \frac{T_h - T_c}{L} \frac{\partial \theta}{\partial n} \Big|_{wall} \quad (26)$$

با قرار دادن رابطه‌های (۲۴) و (۲۶) در رابطه‌ی (۲۵) عدد ناسلت به‌صورت زیر به‌دست می‌آید.

$$Nu = - \left( \frac{k_{nf}}{k_f} \right) \frac{\partial \theta}{\partial n} \Big|_{wall} \quad (27)$$

عدد ناسلت متوسط روی دیواره‌های منبع گرم عبارت است از:

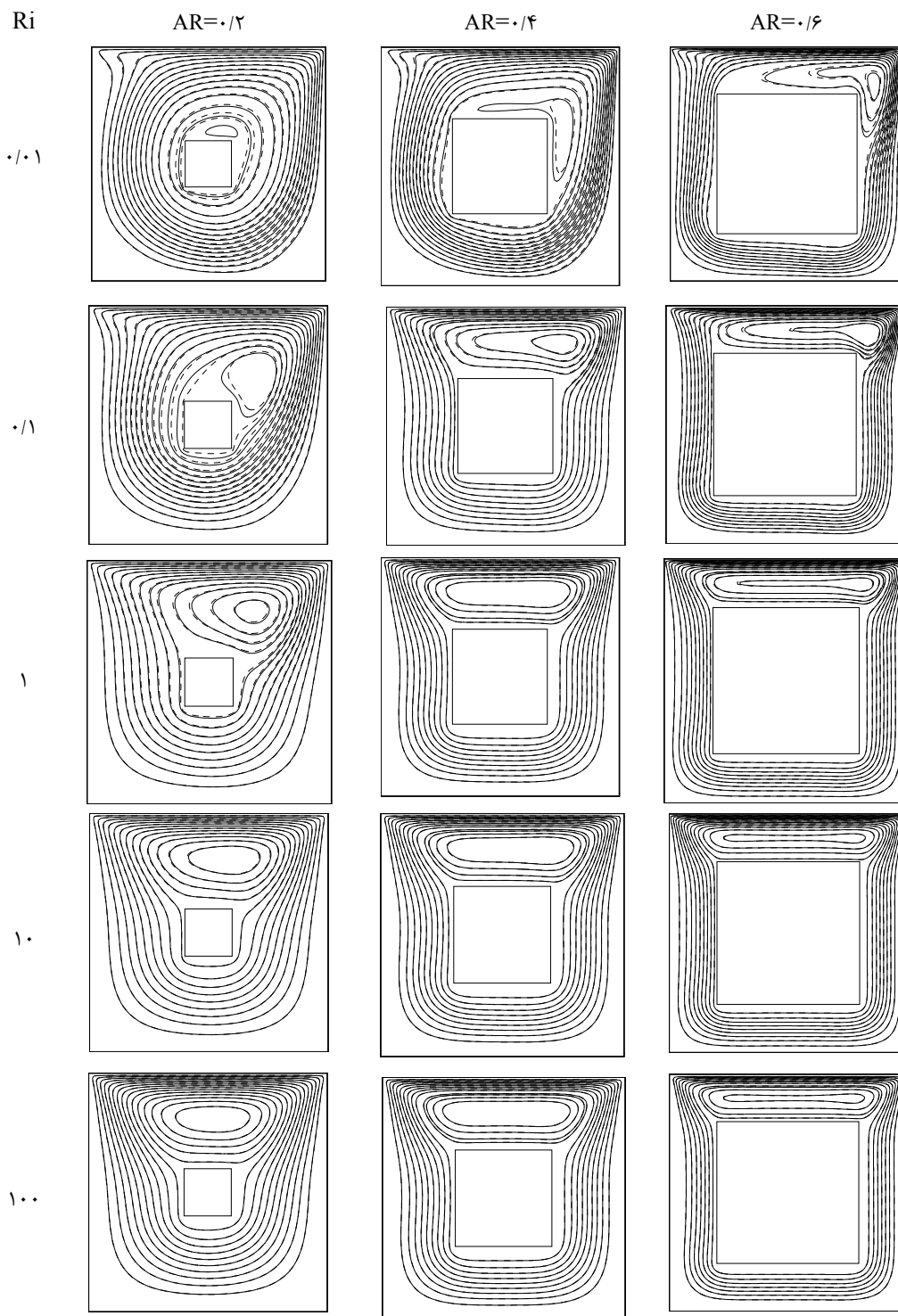
$$Nu_{avg} = \frac{1}{S} \int_{on \ wall \ of \ heat \ source} Nu \ dS \quad (28)$$

### ۳- شبیه‌سازی عددی

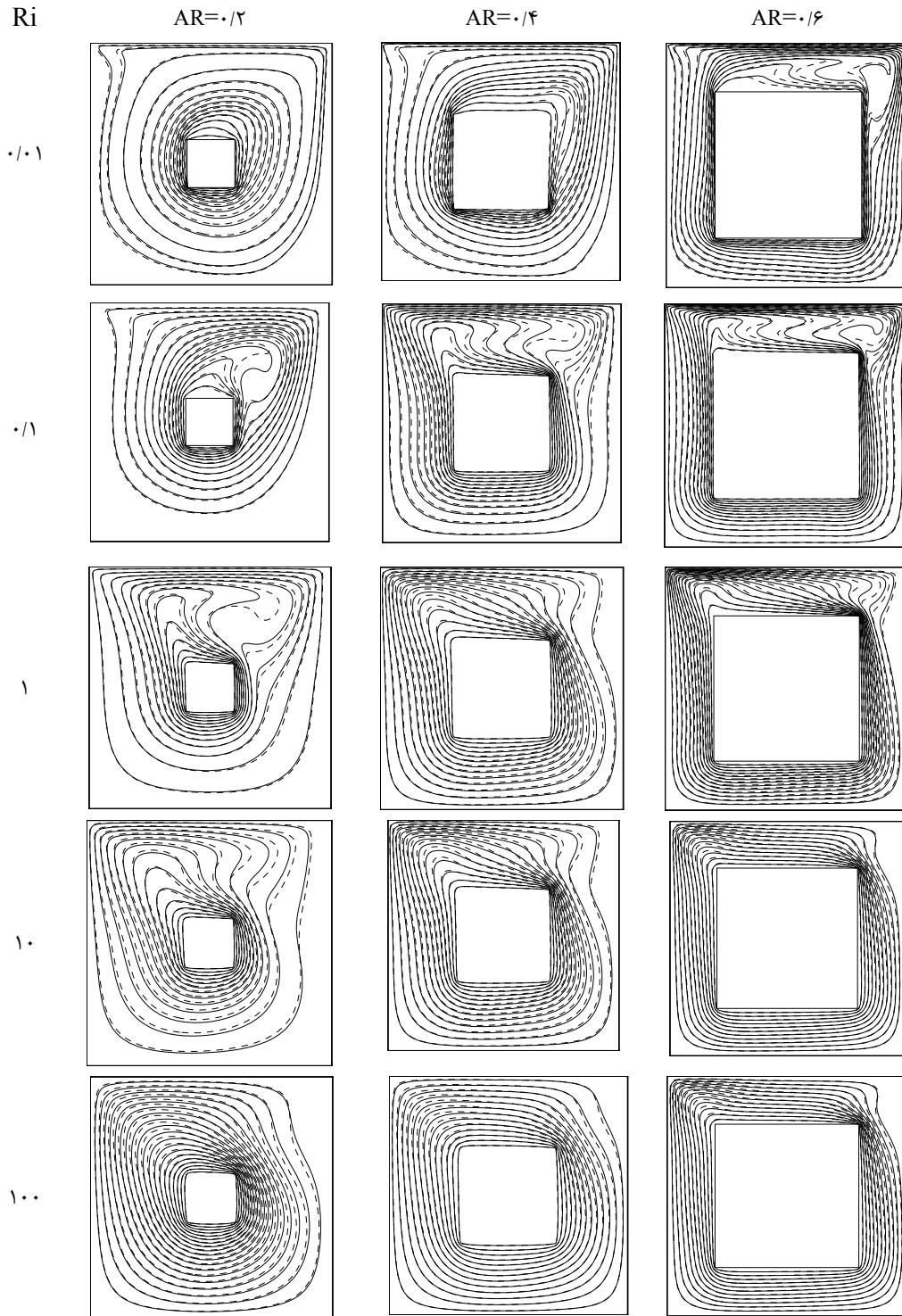
معادلات حاکم به کمک روش حجم محدود و الگوریتم سیمپلر به‌صورت عددی حل شدند. ابتدا شبکه‌ای یکنواخت و مناسب بر میدان حل منطبق می‌شود و سپس حول هر گره، حجم کنترلی ایجاد می‌شود و از معادلات حاکم روی هر حجم کنترلی انتگرال‌گیری شده و معادلات منفصل شده و دستگاهی از معادلات جبری به‌دست می‌آید. برای جملات پخش از طرح تفاضل مرکزی مرتبه دوم استفاده می‌شود و برای جملات جابه‌جایی روش پیوندی (هیبرید) به‌کار می‌رود. در این روش برای اعداد پکلت کوچک‌تر از ۲، از طرح تفاضل مرکزی و در اعداد پکلت بزرگ‌تر از ۲ از طرح جریان بالادست استفاده می‌شود. جهت دستیابی به همگرایی از ضرایب زیرتخفیف که برای مولفه‌های سرعت ۰/۵ و برای دما ۰/۷ می‌باشند، استفاده شده است.

### ۳-۱- استقلال نتایج از شبکه

به‌منظور یافتن شبکه مناسبی که منجر به استقلال نتایج از شبکه شود، عدد ناسلت متوسط برای نانو سیال آب-اکسیدمس برای شبکه با تعداد نقاط مختلف به‌دست آمده و در جدول ۲ مقایسه شده‌اند. باتوجه به مقادیر ناسلت متوسط مشاهده می‌شود که شبکه با تعداد نقاط ۱۲۱×۱۲۱ مناسب است.



شکل ۲- خطوط جریان آب (---) و نانوسیال آب-اکسید مس (—) در  $\phi=0.04$  و در اعداد ریچاردسن و نسبت‌های منظری مختلف



شکل ۳- خطوط هم‌دما آب (---) و نانوسیال آب-اکسید مس (—) در  $\phi=۰/۰۴$  و در اعداد ریچاردسن و نسبت‌های منظری مختلف

می‌یابد ولی در دیگر اعداد ریچاردسن تا رسیدن به  $\phi=0/02$  عدد ناسلت متوسط افزایش می‌یابد و پس از آن با افزایش کسر حجمی عدد ناسلت متوسط تقریباً ثابت می‌ماند. در واقع در  $Ri=100$  به دلیل جابه‌جایی کمتر سیال، انتقال حرارت هدایتی نقش مهم‌تری دارد و چون با افزایش کسر حجمی ضریب انتقال حرارت هدایتی افزایش می‌یابد، ناسلت متوسط نیز روندی افزایشی دارد.

در تمامی حالت‌های بررسی شده هنگامی که حرکت براونی در نظر گرفته شود، عدد ناسلت متوسط بیشتر از زمانی است که اثرات این حرکت مورد نظر قرار نمی‌گیرد. این افزایش می‌تواند ناشی از تاثیر حرکت براونی در خوشه‌ای شدن نانو ذرات باشد، زیرا خوشه‌ای شدن نانو ذرات اثر مثبتی، در افزایش انتقال گرما دارد. به علاوه در نظر گرفتن حرکت براونی در واقع منظور کردن پدیده‌های دیگر در نانوسیالات، همچون شکل‌گیری میکرو کانوکشن و به وجود آمدن یک لایه حول ذره [۲۲]، است که در مدل‌های قبلی منظور نشده است و باعث افزایش ضریب هدایت حرارتی تقریب زده شده و افزایش عدد ناسلت را به دنبال دارد.

باتوجه به جدول ۴ عدد ناسلت متوسط، هم با در نظر گرفتن اثرات حرکت براونی و هم بدون در نظر گرفتن اثرات آن، با ریچاردسن در همه نسبت‌های منظری ارائه شده است. در همه موارد با در نظر گرفتن اثر حرکت براونی عدد ناسلت بزرگتری را به دست می‌دهد که باتوجه به توضیحات پاراگراف قبل این مفادیر توجیه‌پذیر است.

جدول ۴- اعداد ناسلت متوسط در  $\phi=0/02$  با و بدون اثر حرکت براونی

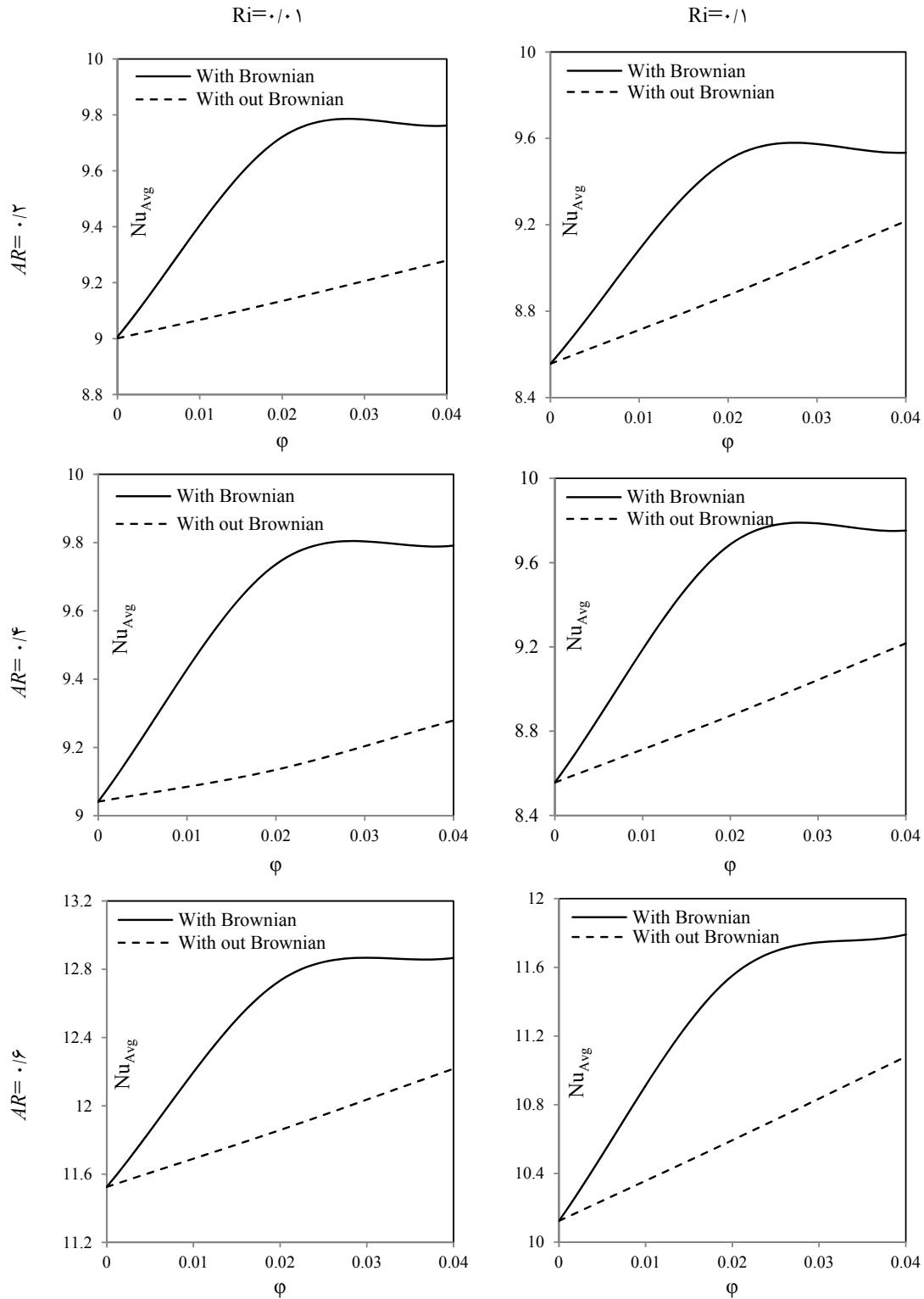
AR=0/6	AR=0/4	AR=0/2	Ri	
۱۲/۷۳	۹/۷۴	۹/۷۲	۰/۰۱	$\frac{N_{s, \phi}}{N_{s, 0}}$
۹/۴۴	۹/۲۶	۹/۲۳	۱	$\frac{N_{s, \phi}}{N_{s, 0}}$
۶/۸۷	۵/۷۱	۶/۶	۱۰۰	$\frac{N_{s, \phi}}{N_{s, 0}}$
۱۱/۸۶	۹/۱۳	۹/۱۳	۰/۰۱	$\frac{N_{s, \phi}}{N_{s, 0}}$
۸/۷۴	۸/۵۳	۸/۵۳	۱	$\frac{N_{s, \phi}}{N_{s, 0}}$
۶/۲۲	۵/۲۱	۶/۱۳	۱۰۰	$\frac{N_{s, \phi}}{N_{s, 0}}$

این رفتار در تمامی نسبت‌های منظری رخ می‌دهد. در واقع کاهش عدد ریچاردسن نشان دهنده‌ی افزایش عدد رینولدز یا به عبارتی به معنای سرعت بالاتر در پوش محفظه می‌باشد، با افزایش سرعت در پوش محفظه، مشخص است که تمایل گردابه‌ها به طرف راست محفظه بیشتر می‌شود. ضمناً تراکم خطوط جریان در جهت سرعت در پوش محفظه نیز به همین دلیل است.

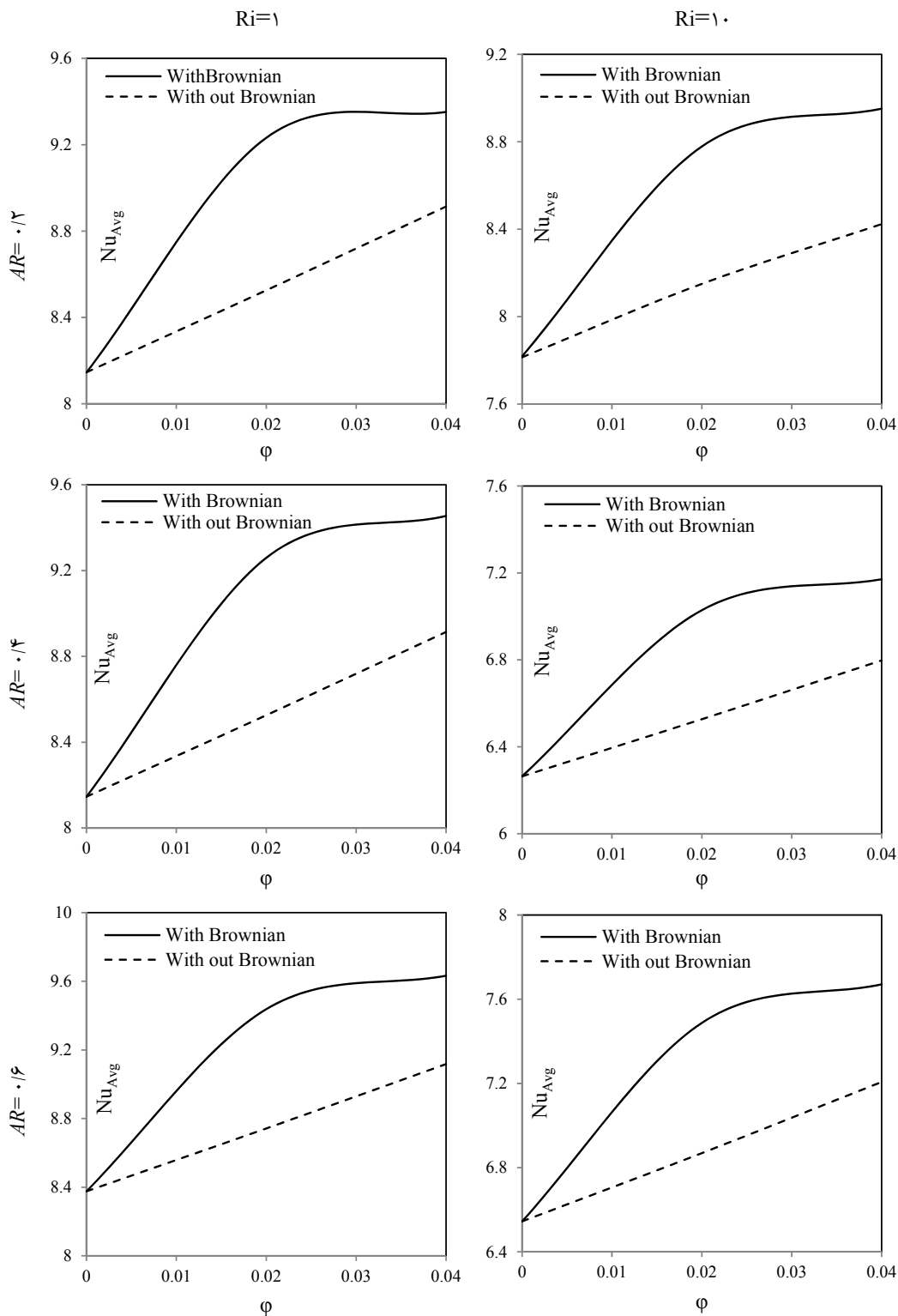
با افزایش نسبت منظری گردابه‌های ثانویه‌ای که در فضای بالایی منبع گرم شکل می‌گیرد، به دلیل کم شدن حجم سیال، ضعیف‌تر و نازک‌تر می‌شود. در یک عدد ریچاردسن ثابت با افزایش نسبت منظری تراکم خطوط جریان در جهت سرعت در پوش، بیشتر می‌شود. علت این مطلب آن است که با وجود ثابت ماندن عدد رینولدز، به دلیل ثابت بودن عدد ریچاردسن، فضای کمتر برای جابه‌جایی سیال با افزایش نسبت منظری وجود دارد، لذا سیال در آن ناحیه به صورت متراکم‌تر قرار می‌گیرد.

در یک نسبت منظری ثابت با کاهش عدد ریچاردسن خطوط دمایی در جهت سرعت در پوش کشیده می‌شوند. این رفتار در تمامی نسبت‌های منظری بروز می‌کند. این مطلب ناشی از غلبه انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری بر جابه‌جایی طبیعی می‌باشد. در یک عدد ریچاردسن ثابت با افزایش نسبت منظری خطوط دمایی متراکم‌تر می‌شوند که نشان دهنده‌ی انتقال حرارت بیشتر ناشی از کم شدن فاصله بین منبع گرم و محفظه می‌باشد. تراکم خطوط دما ثابت در کنار در پوش متحرک و نزدیک منبع حرارتی از ویژگی‌های جریان در اعداد ریچاردسن ۰/۰۱ و ۰/۰۱ می‌باشد. انحنای بیشتر خطوط دمایی در اعداد ریچاردسن کم نشان‌دهنده‌ی غلبه‌ی بیشتر انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری بر جابه‌جایی طبیعی می‌باشد. در شکل‌های ۴ تا ۶ تغییرات عدد ناسلت متوسط روی منبع حرارتی گرم برحسب کسر حجمی نانو ذرات در اعداد ریچاردسن و نسبت‌های منظری مختلف ارائه شده است. در  $Ri=100$  عدد ناسلت متوسط با افزایش کسر حجمی همواره افزایش

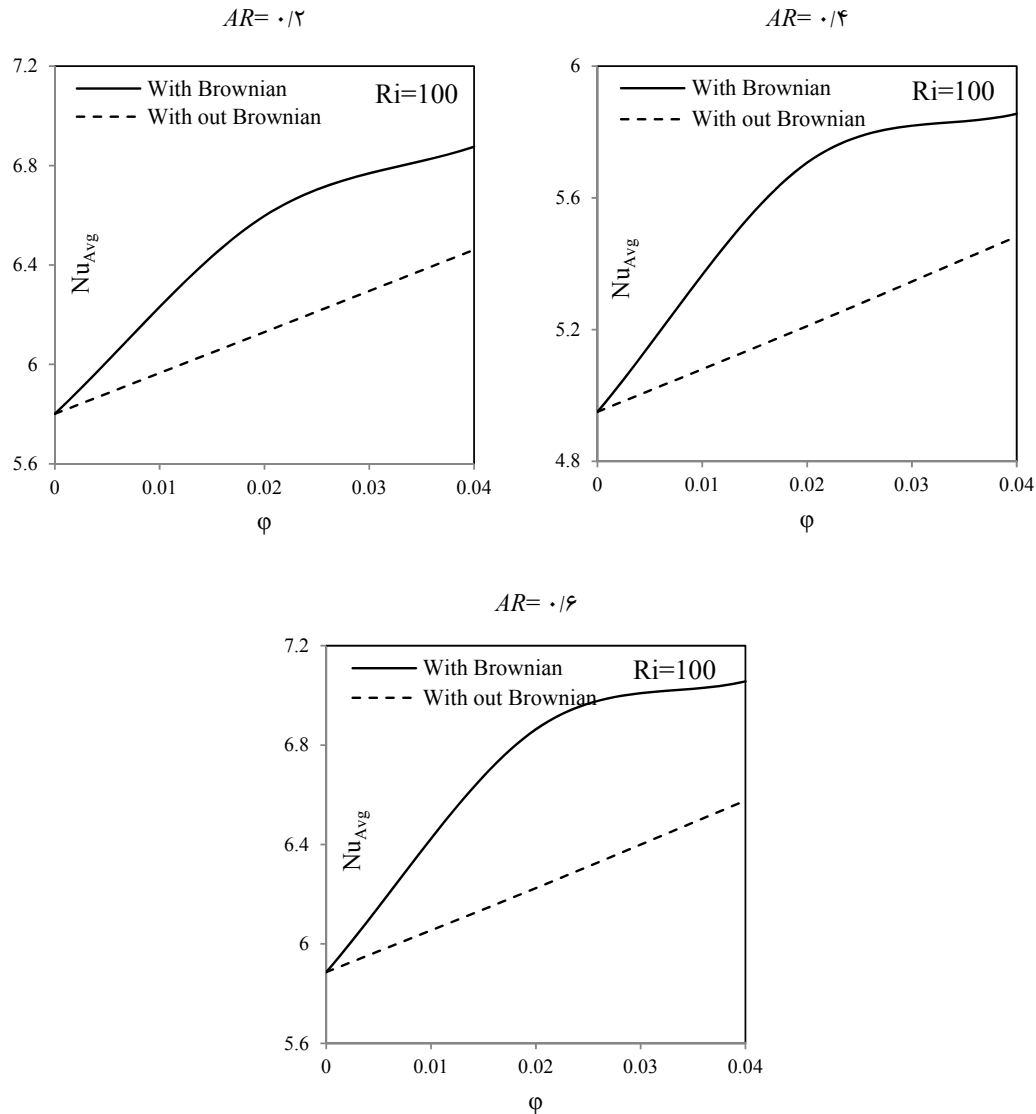




شکل ۴- تغییرات عدد ناسلت بر حسب کسر حجمی در  $Ri=0.1$  و  $Ri=0.4$  برای نسبت‌های منطری مختلف



شکل ۵- تغییرات عدد ناسلت بر حسب کسر حجمی در  $Ri=10$  و  $Ri=1$  برای نسبت‌های منطری مختلف



شکل ۶- تغییرات عدد ناسلت بر حسب کسر حجمی در  $Ri=100$  برای نسبت‌های منطری مختلف

در جدول ۶-الف تا ج مقادیر عدد ناسلت روی وجوه منبع گرم برای مقادیر مختلف نسبت منطری ارائه شده است. اگر نگاه خود را به ستون "ضلع چپ" جدول ۶-ب معطوف نماییم، می‌توان افزایش یکنواخت مقادیر عدد ناسلت را با کاهش عدد ریچاردستون مشاهده کرد. روی وجه چپ جابه‌جایی طبیعی و اجباری همدیگر را تقویت می‌نمایند و لذا با کاهش عدد ریچاردستون و افزایش جابه‌جایی اجباری افزایش عدد ناسلت مشاهده می‌شود. روی وجه راست جابه‌جایی طبیعی و اجباری در خلاف جهت همدیگر هستند. به همین دلیل با کاهش ریچاردستون

مقادیر بیشترین و کمترین درصد افزایش عدد ناسلت متوسط و عدد ریچاردسن مربوط به آن‌ها، در نسبت‌های منطری و ریچاردسن‌های مختلف هنگامی که حرکت براونی در نظر گرفته شود، در جدول ۵ آورده شده است. بیشترین افزایش عدد ناسلت متوسط به میزان  $9/31$  درصد در  $AR=0/6$  و کمترین افزایش آن  $3/32$  درصد در  $AR=0/2$  روی می‌دهد. این مطلب نشان می‌دهد اثر حرکت براونی و در نظر گرفتن آن در هندسه مورد بررسی تا چه اندازه حائز اهمیت می‌باشد.

به‌منظور مقایسه عدد ناسلت وجوه سه مقدار حدی را در نظر می‌گیریم. به‌عنوان نمونه برای ریچاردستون ۱۰۰ و نسبت منظری ۰/۴، مقادیر این اعداد با هم برابر است. دلیل این برابری حاکمیت جابه‌جایی طبیعی است. در این وضعیت در واقع رژیم هدایت حرارتی در جابه‌جایی طبیعی حاکم است و لذا تمام وجوه دارای سهم یکسان هستند. با افزایش ریچاردستون به ۱ سهم جابه‌جایی طبیعی برابر جابه‌جایی اجباری می‌شود و به‌همین دلیل ضمن افزایش مقدار ناسلت وجه پایینی ولی سهم این وجه در مقایسه با سایر وجوه اندکی کاهش می‌یابد. با افزایش عدد ریچاردستون به ۰/۱ و حاکمیت کامل جابه‌جایی اجباری، افزایش شدیدی در مقدار سهم وجه پایینی مشاهده می‌شود. اگرچه سهم ضلع بالایی کاهش می‌یابد ولی وجه چپ همانند همیشه پیشنهاد می‌باشد.

ابتدا افزایش و بعد یک کاهش مشاهده می‌شود. نکته جالب مقایسه این پدیده روی دیواره راست و چپ در نسبت‌های منظری کوچک‌تر و بزرگ‌تر است.

جدول ۵- مقادیر بیشترین و کمترین درصد افزایش عدد ناسلت متوسط و عدد ریچاردسن مربوط به آن‌ها

	$AR=0.16$	$AR=0.14$	$AR=0.12$	
بیشترین درصد افزایش	۹/۳۱	۸/۶۹	۷/۶۵	Ri
	۱۰۰	۱۰۰	۱	
	۰/۰۲	۰/۰۲	۰/۰۲	$\phi$
کمترین درصد افزایش	۵/۰۵	۴/۵۴	۳/۳۲	Re
	۰/۰۱	۰/۰۱	۰/۱	
	۰/۰۴	۰/۰۴	۰/۰۴	$\phi$

پدیده روی دیواره چپ دارای رفتاری یکسان برای همه نسبت‌ها می‌باشد. با این تفاوت که مقادیر عدد ناسلت در نسبت‌های بیشتر افزایش قابل ملاحظه‌ای دارد. در مورد ضلع طرف راست با افزایش نسبت منظری و کاهش فضا بین منبع گرم و دیواره سرد جابه‌جایی اجباری غالب شده و با کاهش عدد ریچاردستون افزایش یکنواخت در عدد ناسلت مشاهده می‌شود، که نکته‌ای قابل تامل در این مطالعات است.

در مورد ضلع بالا و پایین تفسیری شبیه ضلع راست و چپ وجود دارد. در ضلع پایین جابه‌جایی طبیعی معنی ندارد و جابه‌جایی اجباری تعیین کننده است. بر همین اساس با کاهش ریچاردستون افزایش عدد ناسلت مشاهده می‌شود. این روند در نسبت‌های منظری دیگر همچنان برقرار است با این تفاوت که در نسبت بالاتر عدد ناسلت بیشتر و در نسبت پایین‌تر عدد ناسلت کمتر مشاهده می‌شود. برای ضلع بالایی جابه‌جایی طبیعی و اجباری هر دو وجود دارد، گاهی باعث تقویت و گاهی باعث تضعیف یکدیگر می‌شوند. با تغییر نسبت منظری این پدیده همچنان با شدت و ضعف برقرار است.

جدول ۶-الف - مقادیر عدد ناسلت متوسط روی وجوه

منبع گرما برای  $AR=0.12$

Ri	ضلع راست	ضلع بالایی	ضلع چپ	ضلع پایینی
۰/۰۱	۱/۸۴	۰/۹۳	۲/۵۹	۲/۴۳
۰/۱	۲/۴۳	۰/۸۲	۲/۰۰	۲/۳۸
۱	۳/۰۲	۱/۹۱	۱/۸۶	۲/۰۶
۱۰	۲/۳۳	۱/۸۱	۱/۳۵	۱/۶۶
۱۰۰	۱/۶۳	۱/۳۵	۱/۱۱	۱/۳۱

جدول ۶-ب - مقادیر عدد ناسلت متوسط روی وجوه منبع

گرما برای  $AR=0.14$

Ri	ضلع راست	ضلع بالایی	ضلع چپ	ضلع پایینی
۰/۰۱	۳/۵۲	۱/۵۰	۵/۳۲	۵/۲۲
۰/۱	۵/۹۱	۲/۱۲	۴/۱۱	۳/۵۹
۱	۵/۰۶	۳/۴۹	۳/۳۸	۳/۲۰
۱۰	۳/۷۵	۲/۸۱	۲/۴۳	۲/۵۰
۱۰۰	۲/۶۲	۲/۳۲	۲/۱۴	۲/۲۷

کمترین افزایش آن ۳/۳۲ درصد در  $AR=0.2$  روی می‌دهد.

جدول ۶-ج- مقادیر عدد ناسلت متوسط روی وجوه منبع

گرما برای  $AR=0.6$

Ri	ضلع راست	ضلع بالایی	ضلع چپ	ضلع پایینی
0.01	11/03	2/94	9/17	7/75
0.1	9/64	5/46	7/18	6/04
1	7/84	5/32	5/19	4/78
10	5/40	4/45	4/31	4/24
100	4/45	4/19	4/10	4/21

### ۶- فهرست علائم

$AR$	نسبت منظری
$c_p$	ظرفیت گرمایی ویژه سیال ( $Jkg^{-1}K^{-1}$ )
$Gr$	عدد گراشف
$g$	شتاب جاذبه ( $ms^{-2}$ )
$k$	هدایت حرارتی ( $Wm^{-1}K^{-1}$ )
$l$	اندازه ضلع محفظه داخلی (m)
$L$	اندازه ضلع محفظه خارجی (m)
$Nu$	عدد ناسلت
$P$	فشار ( $kg\ m^{-1}\ s^{-2}$ )
$P$	فشار بی‌بعد
$Ri$	عدد ریچاردسن
$Re$	عدد رینولدز
$Pr$	عدد پرائتل
$T$	دما (K)
$u, v$	مولفه های سرعت ( $ms^{-1}$ )
$U, V$	مولفه های بی بعد سرعت
$U_0$	سرعت درپوش بالایی
$x, y$	مختصات دکارتی (m)
$X, Y$	مختصات بی بعد دکارتی

### علائم یونانی

$A$	ضریب پخش حرارتی ( $m^2s^{-1}$ )
$B$	ضریب انبساط حرارتی ( $K^{-1}$ )
$M$	لزجت ( $kgm^{-2}s^{-1}$ )
$N$	لزجت سینماتیکی ( $m^2s^{-1}$ )
$\Theta$	دمای بی بعد
$P$	چگالی ( $kgm^{-3}$ )
$\Phi$	کسر حجمی نانوذرات

### ۵- نتیجه گیری

بررسی تاثیر حرکت براونی در جابه‌جایی توام نانوسیال آب-اکسید مس داخل یک محفظه باوجود یک منبع گرم مربعی مرکزی به صورت عددی در اعداد ریچاردسن و نسبت‌های منظری مختلف هدف این تحقیق بوده است. برای بررسی عددی از روش حجم محدود و الگوریتم سیمپلر استفاده شده است. مطالعه عددی برای اعداد ریچاردسن از 0.01 تا 100، نسبت‌های منظری از 0.2 تا 0.6 و عدد گراشف ثابت  $10^4$  انجام شده و مدل‌سازی‌ها هم با در نظر گرفتن حرکت براونی و هم بدون آن انجام شده‌اند. براساس نتایج عددی مشاهده شد، در  $Ri=100$  عدد ناسلت متوسط با افزایش کسر حجمی همواره افزایش می‌یابد ولی در دیگر اعداد ریچاردسن تا رسیدن به  $\phi=0.02$  عدد ناسلت متوسط افزایش می‌یابد و پس از آن با افزایش کسر حجمی عدد ناسلت متوسط تقریباً ثابت می‌ماند. همچنین عدد ناسلت متوسط، با در نظر گرفتن اثرات حرکت براونی و بدون در نظر گرفتن اثرات آن، با افزایش عدد ریچاردسن در همه نسبت‌های منظری کاهش می‌یابد.

در تمامی حالت‌های بررسی شده هنگامی که تاثیر حرکت براونی در نظر گرفته شود، عدد ناسلت متوسط بیشتر از زمانی است که تاثیر این حرکت مورد نظر قرار نمی‌گیرد. هنگامی که حرکت براونی منظور شود، بیشترین افزایش عدد ناسلت متوسط به میزان 9/31 درصد در  $AR=0.6$  و

گرم	H	پا نویس‌ها
نانوسیال	Nf	متوسط Avg
ذره	P	سرد C
		سیال F

## مراجع

- [1] Shankar, P.N., Deshpande, M.D. (2000). "Fluid mechanics in the driven cavity". Annual Review Fluid Mechanics, Vol. 136, pp. 93–136.
- [2] Sharif, M.A.R. (2007). "Laminar mixed convection in shallow inclined driven cavities with hot moving lid on top and cooled from bottom". Applied Thermal Engineering, Vol. 27, pp. 1036–1042.
- [3] Oztop, H.F., Dagtekin, I. (2004). "Mixed convection in two-sided lid-driven differentially heated square cavity". International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 47, pp. 1761–1769.
- [4] Mansour, M.A., Mohamed, R.A., Abd-Elaziz, M.M., Ahmed, S.E. (2010). "Numerical simulation of mixed convection flows in a square lid-driven cavity partially heated from below using nanofluid". International Communications in Heat and Mass Transfer, Vol. 37, No. 10, pp. 1504–1512.
- [5] Mahmoodi, M. (2011). "Mixed convection inside nanofluid filled rectangular enclosures with moving bottom wall". Thermal Science, Vol. 15, No. 3, pp. 889–903.
- [6] Ghasemi, B., Aminossadati, S.M. (2010). "Mixed convection in a lid-driven triangular enclosure filled with nanofluids". International Communications in Heat and Mass Transfer, Vol. 37, No. 8, pp. 1142–1148.
- [7] Sheikhzadeh, G.A., Ebrahim Qomi, M., Hajjaligol, N., Fattahi, A. (2012). "Numerical study of mixed convection flows in a lid-driven enclosure filled with nanofluid using variable properties". Results in Physics, Vol. 2, pp. 5-13.
- [8] Pishkar, I., Ghasemi, B. (2012). "Cooling enhancement of two fins in a horizontal channel by nanofluid mixed convection". International Journal of Thermal Sciences, Vol. 59, pp. 1-11.
- [9] Chamkha, Ali J., Abu-Nada, E. (2012). "Mixed convection flow in single- and double-lid driven square cavities filled with water–Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> nanofluid: Effect of viscosity models". European Journal of Mechanics B/Fluids, Vol. 36, pp 82-86.
- [10] Arefmanesh, A., Mahmoodi, M. (2011). "Effects of uncertainties of viscosity models for Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>–water nanofluid on mixed convection numerical simulations". International Journal of Thermal Sciences, Vol. 50, No. 9, pp. 1706–1719.
- [11] Nguyen, C.T., Desgranges, F., Roy, G., Galanis, N., Maré, T., Boucher, S., Angue Mintsa, H. (2007). "Temperature and particle-size dependent viscosity data for water-based nanofluids: hysteresis phenomenon". International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 28, pp. 1492–506.
- [12] Abbasian Arani, A.A., Amani, J. (2012). "Experimental study on the effect of TiO<sub>2</sub>–water nanofluid on heat transfer and pressure drop". Experimental Thermal and Fluid Science, Vol. 42, No. 1, pp. 107-115.
- [13] Abbasian Arani, A.A., Amani, J. (2013). "Experimental investigation of diameter effect on heat transfer performance and pressure drop of TiO<sub>2</sub>–water nanofluid". Experimental Thermal and Fluid Science, Vol. 44, No. 1, pp. 520-533.
- [14] Hwang, Y., Lee, J.K., Lee, C.H., Jung, Y.M., Cheong, S.I., Lee, C.G., Ku, B.C., Jang, S.P. (2007). "Stability and thermal conductivity characteristics of nanofluids". Thermochemica Acta, Vol. 455, No. 1–2, pp. 70–74.
- [15] Ogut, E.B. (2009). "Natural convection of water-based nanofluids in an inclined enclosure with a heat source". International Journal of Thermal Sciences, Vol. 48, No. 11, pp. 2063–2073.

- [16] Abu-Nada, E., Masoud, Z., Hijazi A. (2008). "Natural convection heat transfer enhancement in horizontal concentric annuli using nanofluids". *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 35, No. 5, pp. 657–665.
- [17] Arefmanesh, A., Amini, M., Mahmoodi, M., Najafi, M. (2012). "Buoyancy-driven heat transfer analysis in two-square duct annuli filled with a nanofluid". *European Journal of Mechanics B/Fluids*, Vol. 33, No. 1, pp. 95–104.
- [18] Abu-nada, E., Oztop, H. (2009). "Effect of inclination angle on natural convection in enclosures filled with Cu water nanofluid". *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 30, No. 4, pp. 669–678.
- [19] Polidori, G., Fohanno, S., Nguyen, C.T. (2007). "A note on heat transfer modeling of Newtonian nanofluids in laminar free convection". *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 46, No. 8, pp. 739–744.
- [20] Aminossadati, S.M., Ghasemi, B. (2011). "Natural convection of water–CuO nanofluid in a cavity with two pairs of heat source–sink". *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 38, No. 5, pp. 672–678.
- [21] Tiwari, R.K., Das, M.K. (2007). "Heat transfer augmentation in a two-sided lid-driven differentially heated square cavity utilizing nanofluids". *International Journal Heat and Mass Transfer*, Vol. 50, No. 9, pp. 2002–2018.
- [22] Seyf, H.R., Nikaein, B. (2012). "Analysis of Brownian motion and particle size effects on the thermal behavior and cooling performance of microchannel heat sinks". *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 58, pp. 36–44.