

## ارائه روشی جدید برای ارزیابی قابلیت اعتماد سازه‌ها

بهروز کشته گر<sup>۱</sup> و محمود میری<sup>۲\*</sup>

اطلاعات مقاله	چکیده
<p><b>واژگان کلیدی:</b> شاخص قابلیت اعتماد، گرادیان مزدوج غیر خطی، احتمال خرابی.</p>	<p>تخمین مناسب شاخص سلامتی جهت برآورد احتمال خرابی در تحلیل قابلیت اعتماد سازه‌ها حائز اهمیت است. بدین منظور روش‌هایی از جمله: روش Hasofer-Lind و روش‌های مبتنی بر بردار گرادیان به طور وسیعی مورد استفاده قرار گرفته‌اند. در این مقاله روش جدیدی مبتنی بر روش بهینه‌سازی گرادیان مزدوج غیرخطی، جهت محاسبه شاخص سلامتی سازه‌ها پیشنهاد شده است. ضمن معرفی روش پیشنهادی، با حل چند مثال کارایی و توانایی آن مورد بررسی قرار گرفته و همگرایی، کارایی و صحت نتایج آن با روش‌های گرادیان، Hasofer-Lind، روش انتقال پایدار و مونت کارلو مقایسه شده است. نتایج حاصله بیانگر کارایی و توانایی برتر روش پیشنهادی نسبت به روش‌های قدیمی اولین مرتبه قابلیت اعتماد (روش‌های گرادیان و Hasofer-Lind) بوده به طوریکه روش‌های قدیمی در برخی از مثال‌ها همگرا نشده‌اند اما روش جدید پیشنهادی برای تمامی مثال‌های مورد بررسی همگرا شده است. علاوه بر آن، نتایج روش پیشنهادی مشابه با روش انتقال پایدار بوده اما با تکرار بسیار کمتری همگرا شده و در برخی از مثال‌ها سرعت همگرایی و تعداد تکرار جهت دستیابی به حل مساله به نحوه مطلوبی کاهش یافته است.</p>

### ۱- مقدمه

مقاومت می‌باشند که به ماهیت ابعاد، نوع مصالح سازه و بارهای وارده بر آن بستگی دارد. ناحیه خرابی سازه بر اساس تابع حالت حدی  $G$ ، با توجه به رابطه بین مقاومت و بار، به صورت تعریف شده لذا، احتمال خرابی سازه از رابطه زیر محاسبه می‌شود [۱]:

$$P_f = P[G(R-Q) \leq 0] = \int_{R-Q \leq 0} f_X(X) dX \quad (2)$$

انتگرال فوق بیانگر مساحت تابع توزیع احتمال توام متغیرهای تصادفی پایه  $(f_X(X))$  تا مرز خرابی  $R-Q \leq 0$  است که بیان کننده احتمال خرابی سازه  $(P_f)$  می‌باشد. بر اساس مقدار میانگین و انحراف معیار تابع شرایط حدی می‌توان احتمال خرابی را به صورت زیر محاسبه نمود:

رابطه قابلیت اعتماد بر مبنای دو پارامتر مهم مقاومت و بارهای وارده بر سازه تعریف می‌گردد. از این رو تابع احتمال خرابی به صورت زیر نوشته می‌شود [۱ و ۲].

$$G(R, Q) = R - Q \quad (1)$$

که در آن:  $G(R, Q)$  تابع حالت حدی بار و مقاومت سازه، است. در معادله فوق هر یک از دو تابع مقاومت  $(R)$  و بار  $(Q)$  متشکل از چند متغیر تصادفی با توابع توزیع احتمال

\* پست الکترونیک نویسنده مسئول: mmiri@eng.usb.ac.ir

۱. دانش آموخته دکتری، گروه مهندسی عمران مهندسی عمران، دانشگاه سیستان و بلوچستان

۲. استادیار، گروه مهندسی عمران، دانشگاه سیستان و بلوچستان

واقعی از احتمال خرابی ارائه می‌دهد. روش مونت کارلو دقت بالایی در محاسبه احتمال خرابی داشته اما در احتمال خرابی پایین سازه مستلزم تعداد شبیه سازی زیادی بوده، از اینرو این روش بسیار وقت‌گیر می‌شود. علاوه بر روش‌های فوق روش‌های مبتنی بر تکرار نیز توسط محققان مختلف ارائه و معرفی شده‌اند. از جمله روش تکراری، مبتنی بر بردار گرادیان که توسط Hasofer-Lind و Rackwitz ابداع شده (روش HL-RF) که قید مساله به صورت ضمنی و با تقریب بسیار مناسبی ارضا می‌گردد [۳ و ۴]. چندین روش بهینه‌سازی از جمله: گرادیان، روش ضرایب لاگرانژ، روش برنامه ریزی غیرخطی جهت تعیین شاخص قابلیت اعتماد توسط Liu و Der Kiureghian ارائه و با روش HL-RF مقایسه شده‌اند [۵]. در سال‌های اخیر Yang الگوریتم HL-RF را با استفاده از روش انتقال پایدار مبتنی بر تئوری اغتشاشات بهبود بخشیده است [۶]. همچنین، Gong و Yi بر اساس تعریف یک طول گام بزرگ، الگوریتم تکراری پایه گذاری نموده اند که در بعضی از مسائل غیرخطی پاسخ‌های پایداری نسبت به رویه HL-RF نشان داده است [۷]. Keshtegar و Miri یک رویه تعدیل جهت بهبود روش HL-RF پیشنهاد نمودند که این الگوریتم تعدیل در مسائل غیرخطی و پیچیده توانمندتر از روش HL-RF بوده است [۸].

با بررسی روش‌های تعیین شاخص سلامتی مشخص می‌شود که اکثر محققان روش Rackwitz-Fiessler و Hasofer-Lind را بهبود بخشیده یا اینکه آن‌ها را با یکدیگر مقایسه کرده‌اند [۶ - ۸]. در این مقاله ابتدا الگوریتم حل بهینه‌سازی گرادیان مزدوج ارائه و بر اساس تعریف شاخص سلامتی Hasofer-Lind، روش بهینه‌سازی گرادیان مزدوج جهت تحلیل قابلیت اعتماد رابطه سازی شده و بر اساس آن برنامه‌ای به زبان MATLAB برای تحلیل مسائل قابلیت اعتماد تدوین شده است. در انتها صحت همگرایی، توانایی، کارایی و موثر بودن روش جدید تحلیل قابلیت اعتماد با استفاده از

$$\mu_G = \mu_R - \mu_Q \quad (۳)$$

$$\sigma_G = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_Q^2 - 2\rho_{RQ}\sigma_R\sigma_Q} \quad (۴)$$

در این رابطه  $\mu_R$  میانگین تابع مقاومت،  $\mu_Q$  میانگین تابع بار،  $\rho_{RQ}$  ضریب همبستگی بین دو متغیر تصادفی بار و مقاومت،  $\sigma_R$  انحراف معیار تابع مقاومت و  $\sigma_Q$  انحراف معیار تابع بار می‌باشد. شاخص قابلیت اعتماد ( $\beta$ ) بر اساس مقادیر میانگین و انحراف معیار تابع حالت حدی، بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\beta = \frac{\mu_G}{\sigma_G} = \frac{\mu_R - \mu_Q}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_Q^2 - 2\rho_{RQ}\sigma_R\sigma_Q}} \quad (۵)$$

برای یک حالت خاص از مقاومت و بارگذاری با تابع توزیع احتمال نرمال و غیر وابسته، تابع حالت حدی بصورت نرمال بوده لذا تابع چگالی خرابی به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$f_G(g) = \frac{1}{\sigma_g \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{g - \mu_g}{\sigma_g}\right)^2\right] \quad (۶)$$

از طرفی احتمال خرابی به ازای شرط  $G < 0$  حاصل می‌گردد، لذا با استفاده از معادله فوق مقدار احتمال خرابی بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$P_f = \int_{-\infty}^0 \frac{1}{\sigma_g \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{0 - \mu_g}{\sigma_g}\right)^2\right] dg = 1 - \Phi(\beta) = \Phi(-\beta) \quad (۷)$$

در معادلات فوق  $\beta$  شاخص قابلیت اعتماد<sup>۱</sup> و  $\Phi$  تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد است. حل انتگرال فوق در فضای  $n$  بعدی و همچنین با متغیرهای تصادفی غیر نرمال، بسیار مشکل و از اینرو جهت تعیین احتمال خرابی از روش‌های مختلفی منجمله: روش مرتبه اول- ممان دوم، قابلیت اعتماد مرتبه اول و روش‌های مبتنی بر شبیه سازی مونت کارلو استفاده می‌شود. هر یک از این روش‌ها یک سری مزایا و معایبی دارند. روش مرتبه اول- ممان دوم بسیار ساده بوده و بر مبنای رابطه ۵ استوار است. اما در مسائل غیرخطی و نیز متغیرهای غیرنرمال به علت عدم ثبات انحراف معیار تابع شرایط حدی، نتایج غیر

<sup>1</sup> Reliability index

که در آن پارامتر شناخته شده‌ای به عنوان طول گام<sup>۱</sup> و بردار امتداد جستجو<sup>۲</sup> می‌باشد. تفاوت روش‌های ارائه شده جهت محاسبه شاخص سلامتی در تعریف مقادیر فوق است. جهت تعیین نقطه طراحی و محاسبه شاخص قابلیت اعتماد به سه روش شناخته شده که خصوصیات بردار گرادیان را نیز دارا می‌باشند، می‌توان اشاره نمود: اول، روش گرادیان [۵ و ۹] (تندترین شیب)، دوم روش Hasofer-Lind (۱۹۷۴) و Fiessler-Rackwitz (۱۹۷۸) [۳ و ۴] و سوم روش انتقال پایدار که توسط Yang ارائه شده است [۶]. روش HL-RF که برای متغیرهای نرمال توسط Hasofer-Lind ارائه شد [۳] برای نگاشت در فضای نرمال استاندارد، متغیرهای غیرنرمال توسط Rackwitz-Fiessler بسط داده شده است [۴]. الگوریتم تکرار روش HL-RF به صورت رابطه زیر امکان پذیر است [۹]:

$$d_k = [s_k^T U_k + \frac{G(U_k)}{|\nabla G(U_k)|}] s_k - U_k \quad (11)$$

در سال ۱۹۹۱، Liu و Der Kiureghian روش گرادیان را جهت تحلیل مسائل قابلیت اعتماد مورد استفاده قرار دادند آنها بردار امتداد جستجو را به صورت زیر ارائه نمودند [۵]:

$$d_k = s_k^T U_k s_k - U_k \quad (12)$$

که در آن  $s_k$  منفی بردار واحد گرادیان می‌باشد:

$$s_k = -\frac{\nabla G(U_k)}{|\nabla G(U_k)|} \quad (13)$$

و  $\nabla G(U) = [\partial G / \partial u_1, \partial G / \partial u_2, \dots, \partial G / \partial u_n]^T$  بردار گرادیان تابع حالت حدی در فضای نرمال استاندارد است. طول گام در این روش‌ها برابر با واحد در نظر گرفته شده و در روش گرادیان بایستی همواره قید معادله بهینه‌سازی (رابطه ۹) ارضاء گردد. لذا، با استفاده از رابطه شبه نیوتن، تکرار زیر بایستی تا زمانی که  $G(U_{k+1}^{i+1}) = 0$  شود، صورت پذیرد [۵]:

چندین مثال ارزیابی شده و توانمندی و کارایی روش پیشنهادی با روش گرادیان و روش HL-RF مقایسه شده و همچنین صحت همگرایی این روش با رویه انتقال پایدار و روش شبیه سازی مونت کارلو نیز مقایسه شده است.

## ۲- مروری بر روش‌های قبلی تعیین شاخص سلامتی

در سال ۱۹۷۵ یک روش کارا جهت تعیین شاخص قابلیت اعتماد توسط Hasofer-Lind ( $HL$ ) جهت جستجوی نقطه طراحی، یعنی کمترین فاصله تابع حالت حدی تا مبدا مختصات در دستگاه نرمال استاندارد بیان شده است. بر این اساس، فاصله سطح خرابی تا مبدا به عنوان تابع شاخص قابلیت اعتماد نامیده می‌شود که به صورت زیر تعریف می‌گردد.

$$\beta(U) = (U^T \cdot U)^{1/2}, \quad U \in G(U) = 0 \quad (8)$$

که در آن  $G(U)$  تابع حالت حدی در فضای نرمال استاندارد متغیرهای تصادفی پایه ( $U$ ) می‌باشد. با توجه به رابطه فوق و تعریف  $HL$ ، شاخص قابلیت اعتماد بر روی سطح خرابی  $G(U) = 0$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\beta = \min(U^T \cdot U)^{1/2} \quad (9)$$

subject to:  $G(U) = 0$

رابطه فوق به عنوان معادله قابلیت اعتماد مرتبه اول شناخته شده که نقطه  $U^*(u_1^*, u_2^*, \dots, u_n^*)$  بر روی سطح  $G(U) = 0$  نقطه طراحی نامیده می‌شوند. بر اساس رابطه ۹ با یک مساله بهینه‌سازی با یک قید تساوی مواجهیم که هدف اصلی مساله بهینه‌سازی تعیین شاخص سلامتی است. بر اساس روش‌های تغییراتی بهینه‌سازی تعیین نقطه طراحی با تکرار بردارهای طراحی  $U_1, U_2, \dots, U_n$  به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$U_{k+1} = U_k + \alpha_k d_k \quad (10)$$

<sup>1</sup> Step size

<sup>2</sup> Search direction vector

### ۳- روش جدید تعیین شاخص سلامتی

همانطوریکه در قسمت قبلی اشاره شد عمدتاً روش‌های تحلیل قابلیت اعتماد بر مبنای بردار گرادیان استوار است. روش پیشنهادی که در این مقاله معرفی شده مبتنی بر روش بردار گرادیان مزدوج است. که اگر چه در مسائل ریاضی کاربرد زیادی دارد اما بر اساس بررسی‌های نگارنده‌گان تا کنون در حل مسائل قابلیت اعتماد سازه‌ها بکار گرفته نشده است. یکی از ارکان اصلی همگرایی در روش گرادیان مزدوج تعیین امتداد جستجوی<sup>۵</sup> مناسب است. در صورتی که بردار جستجو بصورت صحیح محاسبه نشود این روش همگرا نشده و یا به نقطه کمینه موضعی همگرا می‌گردد [۱۰]. لذا ضمن معرفی چگونگی استفاده از روش گرادیان مزدوج در تحلیل مسائل قابلیت اعتماد، به منظور حل مشکل فوق، یک بردار جستجوی جدید بر مبنای بردار گرادیان تابع هدف (معادله ۸) و یک طول گام مناسب معرفی شده است. با توجه به تابع حالت حدی مطابق با رابطه ۱ و بسط تیلور آن حول نقطه طراحی داریم:

$$G(U_k^*) + \nabla^T G(U_k^*) \cdot (U_{k+1}^* - U_k^*) = 0 \quad (18)$$

با ساده سازی رابطه فوق مقدار جدید بردار طراحی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$U_{k+1}^* = \frac{\nabla^T G(U_k^*) U_k^* - G(U_k^*)}{\nabla^T G(U_k^*)} \quad (19)$$

از آنجایی که مقدار تابع حالت حدی در هر تکرار برابر با صفر است معادله فوق را می‌توان به صورت زیر باز نویسی کرد:

$$U_{k+1}^* = \frac{\nabla^T G(U_k^*) U_k^*}{\nabla^T G(U_k^*)} \quad (20)$$

با ضرب و تقسیم مقدار سمت راست معادله فوق در بردار گرادیان تابع حالت حدی  $\nabla G(U_k^*)$  به معادله زیر می‌رسیم:

$$U_{k+1}^* = \frac{\nabla^T G(U_k^*) U_k^*}{\nabla^T G(U_k^*) \cdot \nabla G(U_k^*)} \quad (21)$$

$$U_{k+1}^{i+1} = U_{k+1}^i - \frac{G(U_{k+1}^i)}{|\nabla G(U_{k+1}^i)|^2} \nabla G(U_{k+1}^i) \quad (14)$$

Yang براساس روش انتقال پایدار<sup>۱</sup> مشکلات همگرایی رویه FORM از جمله: همگرایی تناوبی، دو شاخه‌ای شدن<sup>۲</sup> حل و همگرایی همراه با اغتشاش<sup>۳</sup> را مرتفع نمود. این رویه برای یک الگوریتم تکراری همراه با اغتشاش بسیار مناسب بوده و در آن بردار طراحی از رابطه زیر قابل محاسبه است [۶]:

$$U_{k+1} = U_k + \lambda C(f(u_k) - U_k) \quad (15)$$

که در آن  $C$  یک ماتریس ثابت و معین که به صورت ماتریس متعامدی بطوریکه در هر سطر آن فقط عدد ۱ یا -۱ جا داشته و بقیه درایه‌های آن صفر باشد، تعریف شده و  $\lambda$  عددی بین صفر و یک است که عمدتاً مقدار آن خیلی کمتر از یک انتخاب می‌گردد.  $f(x_k)$  برابر با مقدار بردار طراحی جدید از رویه HL-RF (رابطه ۱۰ و ۱۱) می‌باشد.

$$f(u_k) = \frac{1}{|\nabla G(U_k)|^2} [\nabla^T G(U_k) U_k - G(U_k)] \nabla G(U_k) \quad (16)$$

اگر  $\lambda$  برابر با ۱ فرض شود در چنین حالتی رویه HL-RF بدون کنترل است و نتایج معادله ۱۵ مطابق با الگوریتم HL-RF می‌گردد. رویه تکرار انتقال پایدار (رابطه ۱۵) یک حالت خاص از روش تکراری برنامه‌ریزی درجه دو<sup>۴</sup> است که در آن طول گام برابر با ضریب  $\lambda$  بوده و ماتریس هسیان آن به صورت زیر بهبود بخشیده شده است:

$$\bar{H} = I + \lambda C(H - I) \quad (17)$$

که در آن،  $H = \frac{\partial^2 G}{\partial u_i \partial u_j}$  ماتریس هسیان تابع حالت حدی و  $I$  ماتریس واحد است.

<sup>1</sup> Stability transformation method

<sup>2</sup> Bifurcation

<sup>3</sup> Chaos

<sup>4</sup> Sequential quadratic programming method

<sup>5</sup> Line search

که در آن  $0 < \delta < \sigma < 1$  در نظر گرفته می‌شود. مقدار طول گام بر مبنای شرایط Wolfe در روش پیشنهادی به صورت زیر انتخاب شده است:

$$\begin{aligned} f(U) &= \beta + \eta G(U) \\ \beta &= (U^T U)^{1/2} \end{aligned} \quad (28)$$

در این معادله  $\eta$  ضریبی است که بر اساس روش‌های تغییراتی قابل محاسبه است. بر اساس رابطه ۲۸ شرط لازم برای اینکه بردار طراحی  $U_k^*$  مقدار تابع را بهینه کند این است که مشتق رابطه نسبت به متغیرهای طراحی در آن نقطه برابر با صفر گردد. لذا داریم:

$$\nabla f(U_k^*) = U_k^* + \eta_k \nabla G(U_k^*) \quad (29)$$

با جایگذاری رابطه ۲۳ در رابطه ۲۹ مقدار ضریب  $\eta_k$  به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\eta_k = -\frac{\nabla^T G(U_k^*) \cdot U_k^*}{|\nabla G(U_k^*)|^2} \quad (30)$$

از آنجایی که تابع حالت حدی  $G(U)$  همواره برابر با صفر است، لذا رابطه ۲۸ به صورت زیر باز نویسی می‌گردد:

$$f(U_k^*) = \beta_k \quad (31)$$

با جایگذاری رابطه فوق در معادله ۲۶ خواهیم داشت:

$$\beta_{k+1} - \beta_k \leq \delta \alpha_k \nabla^T f(U_k^*) d_k^c \Rightarrow \alpha_k \geq \frac{\beta_{k+1} - \beta_k}{\delta \nabla^T f(U_k^*) d_k^c} \quad (32)$$

بر اساس رابطه فوق ممکن است یک مقدار طول گامی حاصل گردد که بسیار بزرگ باشد و این امر باعث واگرایی مساله قابلیت اعتماد گردد. برای جلوگیری از این واگرایی، می‌توان مقدار طول گام را به مقدار واحد محدود نمود. از طرفی شرط دوم معادله Wolfe را با بسط تیلور تابع حالت حدی حول مقدار نقطه جدید طراحی می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت:

$$G(U_k^* + \alpha_k d_k^c) + \nabla^T G(U_k^* + \alpha_k d_k^c) \alpha_k d_k^c = 0 \quad (33)$$

و مقدار  $\nabla G(U_k^* + \alpha_k d_k^c)$  به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\nabla G(U_k^* + \alpha_k d_k^c) = -\frac{G(U_k^* + \alpha_k d_k^c)}{\alpha_k |d_k^c|^2} (d_k^c) \quad (34)$$

در روش بهینه‌سازی تندترین شیب جهت جستجو در هر گام تکرار بر اساس بردار گرادیان قابل محاسبه است لذا بر حسب رابطه ۱۰ مقدار بردار طراحی به کمک این روش به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$U_{k+1}^* = U_k^* - \nabla f(U_k^*) \quad (22)$$

با جایگذاری رابطه ۲۱ در معادله ۲۲ مقدار گرادیان تابع قابلیت اعتماد به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$\nabla f(U_k^*) = U_k^* - \frac{\nabla^T G(U_k^*) \cdot U_k^*}{|\nabla G(U_k^*)|^2} \nabla G(U_k^*) \quad (23)$$

در روش گرادیان مزدوج جهت جستجو به صورت غیرخطی قابل محاسبه است. لذا بردار امتداد جستجو مزدوج  $d_k^c$  به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$d_k^c = \begin{cases} -\nabla f(U_k^*) & k=0 \\ -\nabla f(U_k^*) + \lambda_k d_{k-1}^c & k \geq 1 \end{cases} \quad (24)$$

که در آن:  $\nabla f(U_k^*)$  بردار گرادیان تابع هدف در نقطه طراحی  $U_k^*$  (معادله ۲۳) است. اختلاف روش‌های گرادیان مزدوج در محاسبه مقدار ضریب مزدوج  $(\lambda_k)$  است. مقدار  $\lambda_k$  به صورت رابطه زیر پیشنهاد شده است [۱۰ و ۱۱].

$$\lambda_k = -\frac{|\nabla f(U_k^*)|^2}{\nabla^T f(U_{k-1}^*) d_{k-1}^c} \quad (25)$$

آنچه که در معادلات ۲۴ و ۲۵ حائز اهمیت است محاسبه مقدار بردار گرادیان تابع قابلیت اعتماد می‌باشد. در هر تکرار گرادیان مزدوج طول گام بایستی به صورت بهینه انتخاب گردد، تا نتایج همگرایی ثابتی از روش ارائه شده حاصل گردد. بدین منظور از شرایط طول گام بر مبنای روش Wolfe استفاده شده که بصورت نامساوی‌های زیر پیشنهاد شده است [۱۰ - ۱۲]:

$$f(U_k^* + \alpha_k d_k^c) - f(U_k^*) \leq \delta \alpha_k \nabla^T f(U_k^*) d_k^c \quad (26)$$

$$\nabla^T f(U_k^*) d_k^c \leq -\sigma \nabla^T f(U_k^*) d_k^c \quad (27)$$

<sup>1</sup> Conjugate search direction vector

<sup>2</sup> Conjugate factor

۱۰. محاسبه شاخص قابلیت اعتماد

$$\beta_{k+1} = (U_{k+1}^T \times U_{k+1})^{1/2}$$

۱۱. کنترل همگرایی مسئله  $(|\beta_{k+1} - \beta_k| \leq 0.000001)$

و در صورت همگرا شدن توقف رویه تکرار

۱۲. تعویض  $k=k+1$  و بازگشت به مرحله ۳

#### ۴- مطالعات عددی

جهت بررسی کارایی، میزان همگرایی و صحت سنجی روش پیشنهادی از پنج مثال متنوع بر گرفته از مراجع استفاده شده که نتایج آن با روش‌های قدیمی گرادیان و HL-RF از نظر همگرایی و تعداد تکرار مقایسه شده است. در این خصوص سعی شده از مثال‌هایی استفاده شود که در مراجع به صورت استاندارد مورد استفاده قرار گرفته و نتایج آنها ارائه شده است. علاوه بر آن سعی شده مثال‌هایی با شرایط حدی متفاوت انتخاب شود تا کارایی روش پیشنهادی در شرایط مختلف بررسی گردد. برای این منظور برای هر یک از روش‌های ارائه شده برنامه‌ای به زبان MATLAB تدوین گردیده که توانایی در نظر گرفتن خصوصیات آماری متغیرهای تصادفی از جمله اطلاعات مربوط به توابع توزیع و مقادیر میانگین و انحراف معیار متغیرهای تصادفی را دارا باشد. در تحلیل قابلیت اعتماد مطابق با روش پیشنهادی مقدار ضریب  $\delta$  در رابطه ۳۶ برابر با  $0/2$  در نظر گرفته شده است.

#### ۴-۱- مثال ۱: تیر یکسره تحت شرایط بهره برداری

این مثال مطابق با شکل ۱ شامل تیر یکسره سه دهانه با طول دهانه‌های مساوی برابر با ۵ متر تحت بار گسترده یکنواخت است [۲].

با استفاده از معادله ۲۹ و ۳۳، با جایگذاری آنها در رابطه ۲۷ خواهیم داشت:

$$\frac{G(U_k^* + \alpha_k d_k^c)}{\alpha_k} \leq -\sigma \nabla^T f(U_k^*) d_k^c \quad (35)$$

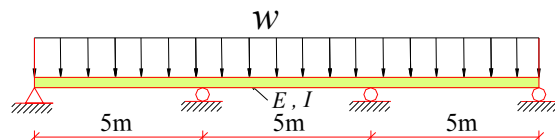
$$\Rightarrow \alpha_k \geq -\frac{G(U_k^* + \alpha_k d_k^c)}{\sigma \nabla^T f(U_k^*) d_k^c}$$

از آنجایی که مقدار تابع حالت حدی به ازای مقدار جدید بردار طراحی نیز برابر با صفر است لذا طول گام بایستی همواره  $\alpha_k \geq 0$  باشد. از اینرو طول گام بهینه ارائه شده بر اساس روابط ۳۲ و ۳۵ به صورت زیر پیشنهاد شده که هر دو شرط روابط Wolfe (روابط ۲۶ و ۲۷) را ارضا نموده است.

$$\frac{\beta_{k+1} - \beta_k}{\sigma \nabla^T f(U_k^*) d_k^c} \leq \alpha_k \leq 1 \quad (36)$$

رابطه فوق بیان کننده یک طول گام جدید در مسال قابلیت اعتماد می‌باشد که بر مبنای اطلاعات مربوط به شاخص سلامتی تکرارهای جدید و قبلی قابل محاسبه است. با توجه به معادلات بدست آمده فوق روند محاسبه شاخص سلامتی به کمک روش پیشنهادی جدید به صورت گام‌های زیر خلاصه می‌شود:

۱. تعیین تابع حالت حدی به صورت استاندارد.
۲. حدس مقادیر اولیه  $k=0$ ،  $U_0^* = \mu_x$
۳. محاسبه گرادیان تابع حالت حدی  $(\nabla G(U_k^*))$
۴. محاسبه گرادیان تابع قابلیت اعتماد مطابق با رابطه ۲۳
۵. محاسبه ضریب امتداد مزدوج مطابق رابطه ۲۵
۶. محاسبه بردار امتداد جستجو مطابق رابطه ۲۴
۷. محاسبه طول گام بهینه بر حسب رابطه ۳۶
۸. محاسبه مقدار جدید بردار طراحی  $U_{k+1}^* = U_k^* + \alpha_k d_k^c$
۹. صدق مقادیر جدید بردار طراحی در تابع حالت حدی و محاسبه مقادیر جدید بردار طراحی بر اساس رابطه ۱۴



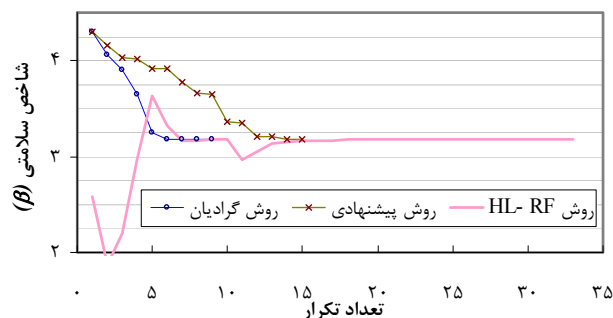
شکل ۱. تیر یکسره تحت بار گسترده یکنواخت

بردار طراحی بعد از همگرا شدن به صورت  $[w, E, I] = [10/0.44, 4368200, 0/0.007139]$  و مقدار شاخص قابلیت اعتماد  $\beta = 3/18.046$  نتیجه شده است [۲]. شکل ۲ تاریخچه همگرایی شاخص سلامتی روش ارائه شده در این مقاله و روش‌های گرادیان و HL-RF را نشان می‌دهد. تمامی روش‌ها برای این مثال همگرا شده‌اند کمترین تعداد تکرار بر اساس روش گرادیان و بیشترین تعداد تکرار با توجه به روش HL-RF نتیجه شده است.

در این تیر مقدار مجاز جابجایی برابر آیین نامه AISC به صورت  $L/360$  در نظر گرفته شده است. مطابق شکل ۱ تابع حالت حدی به صورت ذیل نوشته می‌شود [۲]:

$$G(w, E, I) = \frac{L}{360} - 0.0069 \frac{wL^4}{EI} \quad (37)$$

این مساله ۳ متغیر تصادفی با تابع توزیع نرمال دارد. بار گسترده روی تیر،  $W$  با میانگین  $10 \text{ kN/m}$  و انحراف معیار  $0.4 \text{ kN/m}$ ، مدول الاستیسیته تیر،  $E$  با میانگین  $2 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$  و انحراف معیار  $0.5 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$  و ممان اینرسی مقطع تیر،  $I$  با میانگین  $4 \times 10^{-4} \text{ m}^4$  و انحراف معیار  $1/5 \times 10^{-4} \text{ m}^4$  می‌باشد. پس از حل مساله



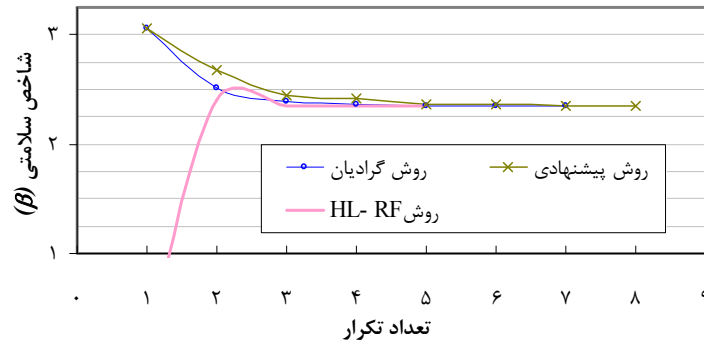
شکل ۲. تاریخچه همگرایی شاخص سلامتی برای مثال ۱

بخش نوسانی این مسئله فرکانس بالایی دارد لذا با کوچکترین تغییر در مقدار متغیرهای تصادفی، مقدار تابع حالت حدی تغییرات زیادی خواهد داشت. این مسئله شش متغیر تصادفی غیر وابسته با تابع توزیع لوگ-نرمال داشته که میانگین متغیرهای تصادفی  $x_1$  تا  $x_4$  برابر  $120$  و انحراف معیار  $12$ ، میانگین متغیر  $x_5$  برابر با  $50$  و انحراف معیار  $15$  و بالاخره میانگین متغیر  $x_6$  برابر  $40$  و انحراف معیار  $12$  است [۵]. مقادیر شاخص قابلیت اعتماد

۴-۲- مثال ۲: تابع حالت حدی همراه با اختلال بالا  
برخی از توابع حالت حدی ممکن است شامل یک سری اختلالات باشند. این اختلالات در اثر خطاهای عددی از قبیل انتگرال گیری عددی، حل عددی معادلات، حل مسائل مقادیر ویژه و تحلیل اجزای محدود، ممکن است حاصل گردند از اینرو یک تابع حالت حدی مطابق رابطه ذیل بررسی می‌نماییم [۵]:

$$G(X) = x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 - 5x_5 - 5x_6 + 0.001 \sum_{i=1}^6 \sin(100x_i) \quad (38)$$

در جدول ۳ مشخص است روش پیشنهادی با تعداد تکرار تقریباً مشابه روش گرادیان همگرا شده است. با مشاهده پاسخ همگرایی روش‌های مورد بررسی مشخص است که به مقدار شاخص سلامتی مشابه‌ای همگرا شده لذا روش ارائه شده دارای کارایی مناسبی جهت تحلیل قابلیت اعتماد سازه‌ها می‌باشد.



شکل ۳. تاریخچه همگرایی شاخص سلامتی برای مثال ۲

جابجایی فنر دومی تحت تحریک تکیه گاهی اغتشاش سفید، به صورت زیر ارائه شده است [۹]:

$$E[x_s^2] = \frac{\pi S_0}{4\xi_s \omega_s} \left[ \frac{\xi_a \xi_s}{\xi_p \xi_s (4\xi_a^2 + \theta^2) + \gamma \xi_a^2} \times \frac{(\xi_p \omega_p^3 + \xi_s \omega_s^3) \omega_p}{4\xi_a \omega_a^4} \right] \quad (39)$$

که در آن  $S_0$  تابع چگالی نویز سفید،  $\gamma = \frac{M_s}{M_p}$  ضریب

جرم،  $\omega_a = \frac{\omega_p + \omega_s}{2}$  میانگین فرکانسی و  $\xi_a = \frac{\xi_p + \xi_s}{2}$

میانگین ضریب میرایی دو سیستم است. در رابطه فوق  $\theta$

یک پارامتر تعدیل است که به صورت  $\theta = \frac{\omega_p - \omega_s}{\omega_a}$

تعریف می‌گردد. در این مساله اثر اندرکنش میان دو تاجداساز لحاظ شده است از این رو خیلی مهم است که ضریب تعدیل  $\theta$  نزدیک به صفر شود چرا که در چنین حالتی پاسخ سیستم حداکثر خواهد بود. تابع حالت حدی بر اساس نیروی بیشینه قابل تحمل توسط فنر دوم تعریف می‌گردد که به صورت رابطه زیر نوشته قابل بیان است:

$$G(F) = Fs - Ks \times \max_{0 < t < T} |x_s(t)| \quad (40)$$

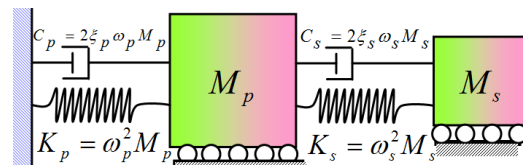
و بردار طراحی مساله بعد از همگرایی، به ترتیب برابر با  $\beta = 2/348266$

۱۱۵/۳۲۹۴، ۱۱۷/۲۳۱۷، ۸۳/۴۳۵۵، ۵۵/۷۲۰۱  $X^* = 117/2317, 115/3294$  حاصل شده است [۵].

در شکل ۳ نحوه همگرا شدن شاخص سلامتی روش‌های مختلف برای این مثال نشان داده شده است. همانطوریکه

#### ۳-۴- مثال ۳: یک سیستم دو درجه آزادی

مطابق شکل زیر یک سیستم متشکل از جرم، فنر و میراگر که در مسائل دینامیک سازه و مهندسی زلزله عمومیت زیادی دارد در نظر گرفته شده است.



شکل ۴. نمایش سیستم دو درجه آزادی مثال ۳

برای سیستم دو درجه آزادی نشان داده شده در شکل فوق خواص سیستم به صورت جرم‌های متمرکز  $M_p$  و  $M_s$ ، سختی فنرهای  $K_p$  و  $K_s$ ، فرکانس‌های طبیعی

مجزای آن‌ها  $\omega_p = \sqrt{\frac{K_p}{M_p}}$  و  $\omega_s = \sqrt{\frac{K_s}{M_s}}$  و ضرایب

میرایی  $\xi_p$  و  $\xi_s$  تعریف شده است. اندیس‌های  $p$  و  $s$  به ترتیب مشخصه جدا ساز (جرم، فنر و میراگر) اول و دوم است. میانگین توان دوم سیستم دو درجه آزادی فوق توسط  $Igusa$  و  $Der kiureghain$  محاسبه شده و پاسخ



تعداد متغیرهای بیشتری نسبت به دو مثال دیگر می‌باشد. این مثال شامل ۸ متغیر تصادفی غیر وابسته پیوسته است که خصوصیات آماری آنها در جدول ۱ درج شده است [۹]. پس از حل مساله مقدار بردار طراحی بعد از همگرایی بصورت

$$[۱۰۳/۷۱، ۷۲۹۳۱۳، ۰/۰۱۲۱۱، ۰/۰۲۸، ۰/۰۱۱۱۷، ۰/۰۰۰۱]$$

$$X^* = [۱/۰۰۲، ۰/۰۱۰۰۹، ۱/۱۰۱۹، ۰/۰۰۲]$$

شاخص سلامتی  $\beta = ۲/۰۱۶۵۲$  بدست آمده است.

که در آن  $T$  زمان تداوم بار است. بر اساس رابطه فوق بیشترین احتمال خرابی در پاسخ حداکثر حاصل می‌گردد که با توجه به متغیر بودن تحریک و نیز دامنه بسیار پایین اغتشاش سفید می‌توان بجای جابجایی حداکثر از مقدار میانگین آن با توجه به رابطه ۳۹ استفاده نمود. لذا تابع حالت حدی به صورت زیر باز نویسی می‌شود:

$$G(F) = F_s - K_s \times P(E[x_s^2])^{1/2} \quad (۴۱)$$

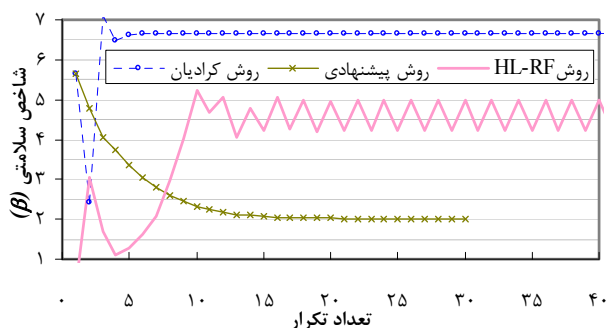
که در آن  $P$  ضریب بزرگ نمایی است. از آنجایی که ضریب بزرگ نمایی به پارامترهای سیستم حساس است لذا برای سهولت مقدار آن برابر با ۳ در نظر گرفته شده است. تابع حالت حدی فوق به عنوان یک تابع غیرخطی با

جدول ۱. خصوصیات آماری متغیرهای تصادفی مثال ۳

متغیر	شرح متغیر	تابع چگالی احتمال	میانگین	انحراف معیار
$M_p$	جرم سیستم اولی	لوگ-نرمال	۱	۰/۱
$M_s$	جرم سیستم دومی	لوگ-نرمال	۰/۰۱	۰/۰۰۱
$K_p$	سختی سیستم اولی	لوگ-نرمال	۱	۰/۲
$K_s$	سختی سیستم دومی	لوگ-نرمال	۰/۰۱	۰/۰۰۲
$\xi_p$	میرایی سیستم اولی	لوگ-نرمال	۰/۰۵	۰/۰۲
$\xi_s$	میرایی سیستم دومی	لوگ-نرمال	۰/۰۲	۰/۰۱
$F_s$	حداکثر نیروی مجاز	لوگ-نرمال	۱۵	۱/۵
$S_0$	چگالی اغتشاش سفید	لوگ-نرمال	۱۰۰	۱۰

همگرا شده که بیانگر مزیت فوق العاده این روش در مقایسه با روش‌های سنتی به منظور حل مسائل پیچیده تر است.

شکل ۵ تاریخچه همگرایی روش‌های مورد بررسی در این مثال را نشان می‌دهد. در این مثال با توجه به پیچیدگی تابع حالت حدی دو روش گرادیان و HL-RF همگرا نشده‌اند در صورتی که روش پیشنهادی با تعداد ۳۰ تکرار



شکل ۵. تاریخچه همگرایی شاخص سلامتی برای مثال ۳

$$G(U) = \begin{cases} G^{(1)} = 0.1(U_1 - U_2)^2 - (U_1 + U_2)/\sqrt{2} + 3 \\ G^{(2)} = 0.1(U_1 - U_2)^2 + (U_1 + U_2)/\sqrt{2} + 3 \\ G^{(3)} = U_1 - U_2 + 3.5\sqrt{2} \\ G^{(4)} = U_1 + U_2 + 3.5\sqrt{2} \end{cases} \quad (42)$$

که دارای دو متغیر تصادفی نرمال استاندارد است. مقدار بردار طراحی بعد از همگرایی روش‌های عددی مورد بررسی برای این مثال مطابق با جدول زیر نتیجه شده است.

جدول ۲. مقادیر همگرا شده بردار طراحی مثال ۴

متغیر	G(1)	G(2)	G(3)	G(4)
U1	۲/۱۲۱۳۲	-۲/۱۲۱۳۲	-۲/۴۷۴۸۷	-۲/۴۷۴۸۷
U2	۲/۱۲۱۳۲	-۲/۱۲۱۳۲	۲/۴۷۴۸۷	-۲/۴۷۴۸۷

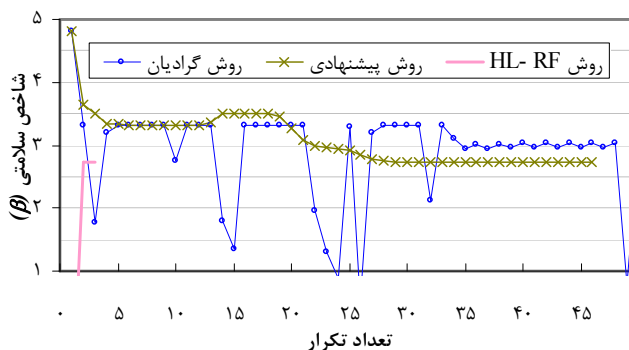
#### ۴-۴- مثال ۴: بررسی یک سیستم چهار شاخه

##### سری

این سیستم سری دارای چهار شاخه است که دو تابع حالت حدی آن غیرخطی و دو تابع حالت حدی خطی دارد که توابع حالت حدی آن به صورت زیر نوشته می‌شود [۱۳]:

گرادیان، HL-RF و روش پیشنهادی را برای این مثال نشان داده شده است.

مقدار شاخص سلامتی سیستم برابر با  $\beta = 2.73085$  نتیجه شده است. در شکل ۶ تاریخچه همگرایی روش‌های



شکل ۶. تاریخچه همگرایی شاخص سلامتی برای مثال ۴

روش ارائه شده با ۴۸ تکرار همگرا شده است. روش گرادیان در این مثال همگرا نشده و روش HL-RF با سه تکرار همگرا شده است. ماهیت غیرخطی دو شاخه این سیستم و ارضاء تابع حالت حدی بر اساس رابطه ۱۴ ممکن است موجب واگرایی این مساله گردد.

$$G(X) = 1.1 - 0.00115x_1x_2 + 0.00157x_2^2 + 0.00117x_1^2 + 0.0135x_2x_3 - 0.0705x_2 - 0.00534x_1 - 0.0149x_1x_3 - 0.0611x_2x_4 + 0.0717x_1x_4 - 0.226x_3 + 0.0333x_3^2 - 0.558x_3x_4 + 0.998x_4 - 1.339x_4^2 \quad (43)$$

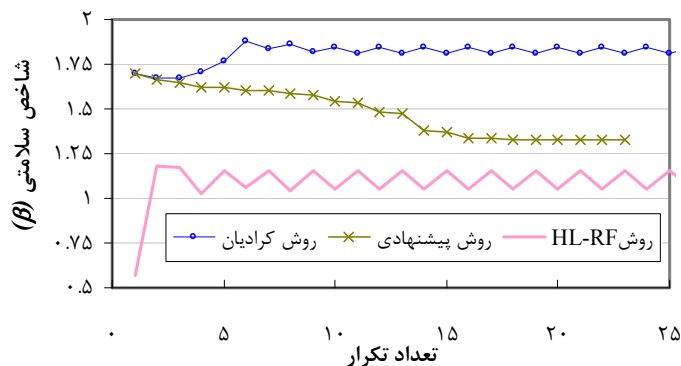
که در آن  $x_1$  تا  $x_4$  متغیرهای تصادفی پایه می‌باشند که  $x_1$  تابع توزیع حداکثر نوع II (تابع توزیع فسچر) با

#### ۴-۵- مثال ۵: تابع غیرخطی با متغیرهای غیر نرمال

این مثال بر اساس تحلیل قابلیت اعتماد یک خط لوله اتخاذ شده که بر اساس برآزش پاسخ سطح خرابی تابع حالت حدی آن مطابق با رابطه زیر ارائه می‌گردد [۵ و ۶]:

دارند که به ترتیب در تکرارهای متوالی بطور نوسانی به دو شاخص قابلیت اعتماد  $\{1/0.496$  و  $1/1.1536$  و  $\{1/1.8437$  و  $1/1.8126$  رسیده اند، اما روش پیشنهادی همگرا شده که شاخص سلامتی و بردار طراحی بعد از ۲۳ به ترتیب برابر با  $\beta = 1/33.056$  و  $[0.4617, 0.8582]$  می باشد. این امر نشان دهنده توانمندی روش ارائه شده نسبت به روشهای قدیمی تحلیل قابلیت اعتماد است.

میانگین ۱۰ و انحراف معیار ۵ است و متغیرهای  $x_2$  و  $x_3$  هر دو از تابع توزیع احتمال نرمال به ترتیب با میانگین ۲۵ و ۰/۸، انحراف معیار ۵ و ۰/۲ پیروی می کنند و متغیر  $x_4$  از تابع توزیع احتمال لوگ-نرمال با میانگین ۰/۰۶۲۵ و انحراف معیار ۰/۰۶۲۵ پیروی می کند. در شکل ۷ تاریخچه همگرایی شاخص قابلیت اعتماد روش های مورد بررسی برای این مثال نشان داده شده است. روش HL-RF و گرادیان همگرا نشده و حلی به صورت تناوبی



شکل ۷. تاریخچه همگرایی شاخص سلامتی برای مثال ۵

#### ۵- بحث نتایج مطالعات عددی

همانطور که قبلا ذکر شد به منظور بررسی کارایی و صحت سنجی روش پیشنهادی چند مثال با حالت حدی متفاوت مورد بررسی و تجزیه و تحلیل قابلیت اعتماد قرار گرفته است. جدول ۳ مقایسه ای از تعداد تکرار جهت همگرایی و نیز مقدار شاخص سلامتی بدست آمده روش های مختلف را نشان می دهد.

مطابق با نتایج ارائه شده در مرجع [۵] با توجه به الگوریتم بهبود یافته HL-RF مقدار بردار طراحی و شاخص سلامتی برای این مثال برابر با  $[0.3582, 0.8653]$  و  $X^* = [1.5/0.9, 2.5/0.7]$  و  $1/36$  است. این مثال نیز توسط مرجع [۶] به کمک روش انتقال پایدار تحلیل گردیده که به ازای  $\lambda = 0.5$  شاخص سلامتی و بردار طراحی به ترتیب برابر با  $\beta = 1/33.04$  و  $[0.4606, 0.8995]$  و  $X^* = [1.4/9.06, 2.5/0.67]$  نتیجه شده است. با مقایسه مقادیر بردار طراحی و نیز شاخص سلامتی همگرا شده روش پیشنهادی با روش های ارائه شده در مراجع فوق مشخص است که الگوریتم ارائه شده به نتایج صحیحی برای این مثال همگرا شده است.

جدول ۳. مقایسه تعداد تکرار روش‌های مورد بررسی

مثال	روش	تعداد تکرار	شاخص سلامتی	تعداد تکرار و شاخص سلامتی	
				انتقال پایدار	مونیت کارلو
۱	گرادیان	۹	۳/۱۸۰۴۶۳	۳/۱۸۰۴۶۲	۳/۱۹۴۷
	HL-RF	۳۴	۳/۱۸۰۴۴۶	۱۴۶=تکرار	شبییه سازی ۵۰۰۰۰۰
	پیشنهادی	۱۵	۳/۱۸۰۶۵۹		
	گرادیان	۷	۲/۳۴۸۷۸	۲/۳۴۷۶۰	۲/۲۵۷۶
۲	گرادیان	۷	۲/۳۴۸۷۸	۷۱۰=تکرار	شبییه سازی ۵۰۰۰۰۰
	HL-RF	۵	۲/۳۴۷۳۸		
	پیشنهادی	۸	۲/۳۴۹۳۴		
	گرادیان	همگرا نشد	---	۲/۱۶۰۴۴	۲/۵۹۱۰
۳	گرادیان	همگرا نشد	---	۱۰۱=تکرار	شبییه سازی ۲۷۰۰۰۰
	HL-RF	همگرا نشد	---		
	پیشنهادی	۳۰	۲/۰۱۶۶۲		
	گرادیان	همگرا نشد	---	۲/۷۳۰۸۵۳	۲/۸۴۶۸
۴	گرادیان	همگرا نشد	---	۶۷=تکرار	شبییه سازی ۱۸۰۰۰۰۰
	HL-RF	۳	۲/۷۳۰۸۵		
	پیشنهادی	۴۷	۲/۷۳۰۸۵۴		
	گرادیان	همگرا نشد	---	۱/۳۳۰۵۴	۱/۴۹۶۱
۵	گرادیان	همگرا نشد	---	۱۳۳=تکرار	شبییه سازی ۱۰۰۰۰۰
	پیشنهادی	۲۳	۱/۳۳۰۵۶۰		

شاخص قابلیت اعتماد مشابه با روش STM همگرا شده است که نشان دهنده صحت محاسبه شاخص قابلیت اعتماد اولین مرتبه به کمک این الگوریتم می‌باشد. از طرفی مشخص است که روش پیشنهادی نسبت به روش انتقال پایدار با تعداد تکرار بسیار کمتری همگرا شده که نشان دهنده کارایی این روش نسبت به روش انتقال پایدار است. تعداد تکرار جهت همگرایی در این روش همانند روش HL-RF وابسته شرایط غیرخطی تابع حالت حدی

تعداد تکرار و شاخص سلامتی ( $\beta$ ) روش پیشنهادی در مقاله حاضر با روش انتقال پایدار (STM) [۶] که پارامترهای این الگوریتم مطابق با رابطه ۱۵ به صورت  $C=I$  و  $\lambda=0.1$  فرض شده و همچنین روش شبیه سازی مونیت کارلو مقایسه شده است. نتایج جدول نشان می‌دهد که با توجه به نوع مساله قابلیت اعتماد همگرایی روش‌های مبتنی بر بردار گرادیان متفاوت است. همانطوریکه مشخص است روش پیشنهادی به مقدار

روش‌های قبلی مورد بررسی و مقایسه قرار گرفت. نتایج حاصل از تحلیل قابلیت اعتماد این روش‌ها به صورت زیر خلاصه شده است.

روش ارائه شده قابلیت بسیار خوبی برای حل مسائل مختلف قابلیت اعتماد سازه‌ها دارد به طوریکه قادر است مسائلی با تابع حالت حدی پیچیده را تحلیل قابلیت اعتماد نماید. در صورتی که برخی از روش‌های قبلی قادر به حل چنین مسائلی نیستند. از این رو روش ارائه شده نه تنها توانایی تحلیل مسائل قابلیت اعتماد را دارد بلکه قدرتمندی و کارایی آن نسبت به روش‌های معمول تحلیل قابلیت اعتماد نیز بیشتر است.

بسته به نوع مساله و نیز تعداد متغیرها نحوه همگرایی روش‌های مورد بررسی متفاوت می‌باشد. بطوریکه روش HL-RF بر خلاف دیگر روش‌ها در مثال ۱ با تعداد تکرار بیشتری و در مثال ۴ با تعداد تکرار کمتری همگرا شده است. روش پیشنهادی در مثال ۱ با تعداد تکرار کمتری نسبت به روش HL-RF همگرا شده و در مثال ۲ نیز تعداد تکرار آن تقریباً مشابه روش گرادیان است. این روش نتایجی مشابه با رویه انتقال پایدار داشته که نشان دهنده صحت همگرایی آن است اما بر خلاف رویه انتقال پایدار با تعداد تکرار بسیار کمتری از رویه انتقال پایدار همگرا شده از این رو می‌توان اظهار داشت که این روش کارایی بیشتر از روش انتقال پایدار دارد.

است (انحنای تابع شرایط و یا درجه غیر خطی آن) می‌باشد. بطوریکه این روش در مثال‌هایی که انحنای تابع شرایط حدی زیاد است (مثال‌های ۳ و ۵) روش‌های معمول همگرا نشده و روش پیشنهادی با تکراری بیشتر از مثال‌های با درجه انحنای پایین در فضای نرمال استاندارد (مثال‌های ۱ و ۲) همگرا شده است. روش ارائه شده در این مقاله، همگرایی مناسب با تعداد تکرار مناسب در مثال‌های غیرخطی نشان داده است لذا این روش کارایی مشابه با روش‌های معمول دارد. لذا می‌توان گفت روش پیشنهادی در این مقاله با توجه به مثال‌های ارائه شده از توانایی بیشتری نسبت به روش‌های قدیمی مورد بررسی برخوردار است. روش ارائه شده توانایی همگرایی مناسبی در توابع شرایط حدی پیچیده (مثال‌های ۳ و ۵) دارد.

## ۶- نتیجه گیری

در این مقاله روش جدیدی برای محاسبه شاخص قابلیت اعتماد سازه‌ها معرفی گردید. این روش مبتنی بر رویه گرادیان مزدوج غیرخطی بوده که یک طول گام مناسب و بردار امتداد جستجوی مزدوج بر اساس آن برای اولین بار در مسائل قابلیت اعتماد به کار گرفته شده و بررسی‌های انجام شده نشان می‌دهد که الگوریتم ارائه شده، را می‌توان به نحو مطلوبی در این مسائل قابلیت اعتماد مورد استفاده قرار داد. به منظور بررسی صحت و کارایی روش پیشنهادی ۵ مثال مختلف با استفاده از روش فوق و

## ۷- مراجع

- [1] Nowak, A.S., Collins, K.R. (2000). "Reliability of Structures". Mc Graw-Hill, New York.
- [2] Dhillon, B.S. (2005). "Quality, and Safety for Engineers". CRC Pres.
- [3] Hasofer, A.M., Lind, N.C. (1974). "Exact and invariant second moment code format". Journal of Engineering Mechanics, Vol. 100(1), pp. 111-121.
- [4] Rackwitz, R., Fiessler, B. (1978). "Structural reliability under combined load sequences". Computers and Structures, Vol. 9, pp. 489-494.
- [5] Liu, P.L., Derkiureghian, A. (1991). "Optimization algorithms for structural reliability". Structural Safety, Vol. 9(3), pp. 161-78.

- [6] Yang, D. (2010). "Chaos control for numerical instability of first order reliability method". *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, Vol. 15, pp. 3131–3141.
- [7] Gong, JX, Yi, P. (2011). "A robust iterative algorithm for structural reliability analysis". *Structural Multidiscipline Optimization*, Vol. 43, pp. 519–527.
- [8] Keshtegar, B., Miri, M. (2013). "An enhanced HL-RF Method for the computation of structural failure probability based on relaxed approach". *Civil Engineering Infrastructures*, Vol. 1, pp. 69-80.
- [9] Derkiureghian, A., Stefano, M.D. (1991). "Efficient algorithm for second-order reliability analysis". *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 117(12), pp. 2904-2923.
- [10] Shi, Z.J., Guo, J. (2008). "A new algorithm of nonlinear conjugate gradient method with strong convergence". *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 27(1), pp. 61-73.
- [11] Livieris, I.E., Pintelas, P. (2012). "Globally convergent modified Perry's conjugate gradient method". *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 218, pp. 9197–9207.
- [12] Zhang, J. Xiao, Y., Zengxin, W. (2009). "Nonlinear Conjugate Gradient Methods with sufficient descent condition for large-scale unconstrained optimization". *Hindawi Publishing Corporation Mathematical Problems in Engineering*, Vol. 129, pp. 1-18.
- [13] Katsuki, S., Frangopol, D.M. (1994). "Hyperspace division method for structural reliability". *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 120(11), pp. 2405–2427.