انتخاب بهینه سبد سهام با محدودیت با استفاده از الگوریتم ژنتیک تنظیم شده

علی نعیمی صدیق[۱] و پوریا وفادوست سبزوار[۲*]

اطلاعات مقاله

واژگان کلیدی:
سبد سهام،
الگوریتم ژنتیک،
بهینه سازی سبد سهام،
سبد سهام با محدودیت، روش تاگوچی.

چکیده

سبد سهام مجموعه یا ترکیبی از سرمایه‌گذاری‌هاست که ممکن است توسط یک فرد یا یک سازمان انجام شوند. بنابراین بهینه سازی آن بسیار اهمیت پیدا می‌کند چرا که در این صورت می‌توان با کمترین ریسک، بیشترین سود را بدست آورد. این مقاله مسئله بهینه سازی سبدسهام را با اضافه کردن محدودیت‌هایی مثل حدود خرید و محدود کردن تعداد خرید، برای نزدیک‌تر شدن به شرایط دنیای واقعی مورد بررسی قرار می‌دهد. این در حالی است که روش‌های عادی نمی‌توانند جواب های قابل قبولی را برای آن ارائه دهند. بنابراین ما برای حل این مسئله از الگوریتم ژنتیک که با الهام از پدیده طبیعی تکامل، پایه ریزی شده استفاده نموده‌ایم. الگوریتم ژنتیک توسط افراد دیگری برای این مسئله مورد استفاده قرار گرفته اما جواب‌های آن با روش‌های نوین ابداعی که به تازگی برای آن استفاده می‌شوند قابل رقابت نیست در این مقاله نشان می‌دهیم که این الگوریتم هنوز کارایی لازم را دارد. پارامترهای مختلفی که در این الگوریتم مورد استفاده قرار گرفته است همگی بوسیله روش آماری تاگوچی کالیبره شده اند. در نهایت با مقایسه نتایج این روش با سایر روش‌ها پی به کارا بودن این الگوریتم برای مسئله سبد سهام می‌بریم.

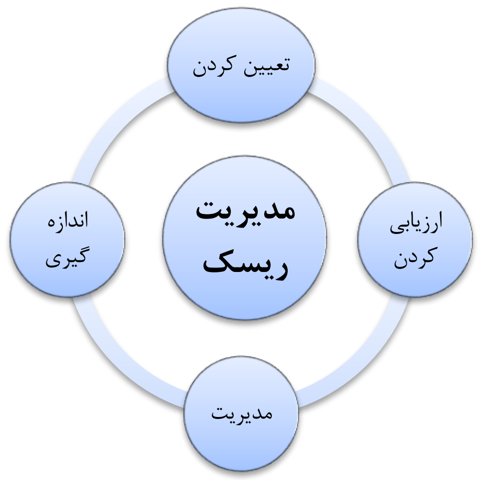
۱- مقدمه

طی چند دهه اخیر تلاش‌های بسیاری برای کمک به سرمایه گذاران جهت سرمایه گذاری مناسب صورت گرفته است. هم اکنون معمولا افراد برای سرمایه‌گذاری تعداد زیادی از سهام‌های موجود را که هرکدام از آنها دارای سود و ریسک مخصوص به خود هستند بصورت تک تک ارزیابی می‌کنند. روش‌های سنتی انتخاب سبد سهام بدین صورت هستند که سعی می‌کنند یک سری از سهام‌هایی را انتخاب کنند که بین ریسک و میزان سودشان یک تعادل منطقی وجود داشته باشد. مدل میانگین- واریانس که توسط مارکویتز[۱] معرفی شده‌است نقش مهمی را در توسعه روش‌های جدید بهینه سازی سبد سهام ایفا می‌کند. مارکویتز پیشنهاد کرد که سرمایه گذاران ریسک و بازگشت سرمایه را بصورت توامان در نظر بگیرند. کانو و یامازاکی[۲] یک مدل برنامه‌ریزی خطی را که در حکم همان مدل مارکویتز است ساختند البته این مدل با این فرض ساخته شده که بازگشت‌ها بصورت چند متغیره اند. در حال حاضر یک مدل قوی مبتنی بر MAD برای بهینه سازی سهام بوسیله یائو و مون[۲] [۳] ارائه شده است. در مقاله‌ای دیگر سیمان[۳] [۴]ماتریس کواریانس را در مدل

* پست الکترونیک نویسنده مسئول: pvs078@yahoo.com
۱. مدرس گروه مهندسی صنایع، دانشگاه سمنان
۲. کارشناس مهندسی صنایع، دانشگاه سمنان

[2] Yao & Moon
[3] Simaan

مارکویتز در نظر نگرفته است چراکه اعتقاد دارد همان می‌تواند علت بسیاری از خطاها باشد.



شکل۱- چرخه مدیریت ریسک

از همین رو این مسئله را شاخه‌ای از مدیریت ریسک در علم اقتصاد به حساب می‌آورند. شکل ۱ چرخه مدیریت ریسک را در علم اقتصاد نشان می‌دهد. مثال‌هایی دیگر از این مدل‌ها شامل تقریب خطی تکه‌ای[1] ، برنامه‌ریزی آرمانی وزن‌دار[2] [۵] و مدل مینیمم- ماکزیمم [۶] [۷]است. علاوه بر این‌ها در مقاله‌ای دیگر مدل بهینه سازی سبد سهام با تابع سه هدفه ارائه شده است [۸] که با کم و زیاد کردن ریسک، بازگشت سرمایه و تعداد خرید در سبد سهام، مقدار بهینه بدست می‌آید.

سرمایه‌گذاران تمایل دارند تا تعداد خریدشان را به دسته‌ای از سهام‌ها محدود کنند. بنابراین یک محدودیت خاص نیز در تصمیم گیری‌ها باید مورد توجه قرار گیرد. چانگ و همکارانش[3] [۹] این محدودیت را به مدل مارکویتز اضافه نمودند که موجب واقعی‌تر شدن مسئله به دنیای واقعی می‌شود.

یانگ[4] [۱۰] در تحقیقی با عنوان "بهبود کارایی سبد سهام، شیوه‌ای از الگوریتم ژنتیک" الگوریتم ژنتیک را در کنار یک سیستم پویای بهینه سازی سبد سهام، جهت توسعه کارایی سبد سهام بکار برد. در کنار مدل‌های M-V،GA، محقق از روش سومی به نام رویکرد Bayesian نیز استفاده کرده است که یکی از عمومی‌ترین مدل‌هایی است که بحث در نظر گرفتن ریسک برآوردی را در انتخاب سهام مطرح کرده است. یافته‌های تحقیق نشان می‌دهد که نتایج مدل الگوریتم ژنتیک در مقایسه با دو روش دیگر دارای بازده بالاتر و ریسک کمتری می‌باشد. همچنین در این مقاله کارایی الگوریتم ژنتیک چند مرحله‌ای نسبت به تک مرحله‌ای اثبات شده است.

لین و ژن[5] [۱۱] در تحقیقی یک الگوریتم ژنتیک دو مرحله‌ای را برای حل مساله بهینه سازی سبد سهام چند منطوره بکار بردند. در این مقاله مدل مارکویتز به عنوان مدل پایه ریاضی، در نظر گرفته شده که در جهت حداکثر کردن بازده و حداقل کردن ریسک می‌باشد. آن‌ها در تحقیق خود، پس از حداکثر سازی ریسک و حداقل سازی بازده، به دنبال وزن‌دهی به سهام مورد نظر برآمدند. عملگرهای مورد استفاده، عملگر تقاطع یک نقطه برش، عملگر جهش الحاقی و عملگر انتخاب چرخ رولت بود. نتایج نشان از کارایی این روش می‌دهد.

لین و لیو[6] [۱۲] مدل مارکویتز را با محدودیت حدود خرید به سه طریق مدل نمودند. نتایج در این مقاله نشان می‌دهد که الگوریتم ژنتیک برای این مدل‌ها می‌توانند نقاط نزدیک به بهینه را در کمترین زمان ممکن بدست آورند.

آرنا و ایبا[۱۳] در تحقیقی از الگوریتم ژنتیک برای انتخاب و بهینه سازی سبد سهام بهره بردند. در این تحقیق یک الگوریتم ژنتیک درختی برای حل این مساله معرفی شد. در این تحقیق سبدهای سهام کوچکتری در سطح معینی از اجرا بدست آمده، بطور کلی این روش شیوه‌های حل قدیمی را تحت سطوح مختلف ریسک- بازده بهینه می-نماید.

[1] piecewise linear approximation
[2] weighted goal programming
[3] Chang & al
[4] Xia lou yang
[5] Lin & Gen
[6] Lin & Lio

هاو و لیو[1] [۱۴] در تحقیق خود، الگوریتم ژنتیک را به عنوان ابزار حل مدل‌های خود بکار بردند. در مدل‌های ارائه شده، بازده مورد انتظار سبد سهام به عنوان بازده سرمایه گذاری و واریانس بازده مورد انتظار به عنوان ریسک سرمایه گذاری در نظر گرفته شد. برای حل مدل‌ها ابتدا فرمول‌های واریانس را به عنوان متغیرهای تصادفی فازی به نمایش گذاشته سپس این تحقیق فرمول‌های واریانس را برای مدل‌های معرفی شده بگونه‌ای مورد استفاده قرار داده که مسائل انتخاب سبد سهام اصلی، به برنامه ریزی‌های خطی هم‌ارز تبدیل شوند. سپس الگوریتم‌های ژنتیک برای حل مدل‌ها بکار گرفته شده‌اند در نهایت نیز دو کمیت برای نشان دادن کارایی معرفی شده است.

چانگ و همکارانش[2] [۱۵] بر این عقیده بودند که برنامه-ریزی‌های ریاضی برای حل مساله سبد سهام بهترین گزینه می‌باشد. آن‌ها الگوریتم‌های ژنتیک را برای حل مساله بهینه سازی سبد سهام در مدل‌های متفاوت میانگین – واریانس، نیمه واریانس و واریانس با انحراف بکار بردند. آن‌ها نشان دادند که اگر میانگین- واریانس ، نیمه واریانس و واریانس با انحراف، به عنوان مدل‌های محاسبه ریسک بکار گرفته شوند این مساله براحتی با الگوریتم‌های ژنتیک قابل حل است. آن‌ها به این حقیقت دست یافتند که سبد سهامی با اندازه کوچکتر، کارایی بیشتری از اندازه بزرگتر آن خواهد داشت. وی چن و ژانگ[3] [۱۶] در مقاله‌ای هزینه‌های معامله را نیز به مدل اضافه نموده است. در این مقاله مدل انتخاب سبد سهام بصورت دیگری تعریف شده و از طریق الگوریتم PSO حل شده است.

پینتو و همکاران[4] [۱۷] مقاله‌ای را منتشر کردند که در آن آن روشی را برای دقیق‌تر کردن مقدار سود و ریسک ارائه کرده‌اند تا به این ترتیب جواب‌ها به واقعیت نزدیک شوند. در نهایت نشان داده شده که خطای پیش‌بینی نیز کاهش پیدا می‌کند و در نهایت موجب دقیق‌تر شدن جواب‌ها می‌شود.

نعیمی صدیق و همکاران [۱۸] نیز در مقاله خود از دو روش بصورت ترکیبی برای حل آن استفاده کرده‌اند. هر دو الگوریتم جواب‌های خوبی را بوجود می‌اورند اما ترکیب آن‌ها نشان از کاراتر شدن این روش در مقابل سایر روش-ها است.

در مقاله گوپتا و همکاران[5] [۱۹] یک مدل شدنی چند هدفه با محدودیت تصادفی فازی برای حل مساله سبد سهام پیشنهاد شده است. برای حل این مساله از یک الگوریتم دوگانه که تشکیل شده است از شبیه سازی فازی و الگوریتم ژنتیک استفاده شده است و با استفاده از یک مثال عددی کارایی آن به اثبات می‌رساند.

لیو و ژانگ[6] [۲۰] در مقاله خود مساله سهام را بصورت چند هدفه در فضای فازی تشریح می‌کنند. میزان گردش مالی و نرخ بازگشت بوسیله متغیرهای فازی مشخص شده‌اند. در این مقاله دو مدل با محدودیت‌های واقعی پیشنهاد شده است. برای حل آن از یک روش برنامه‌ریزی فازی استفاده شده که تابع چند هدفه را به تک هدفه تبدیل می‌کند و از الگوریتم ژنتیک برای حل آن استفاده می‌شود.

ژانگ و همکاران[7] [۲۱] در پژوهشی که انجام دادند دوره سرمایه گذاری را به چند دوره تقسیم کردند که سرمایه-گذاران باید سبد سهام خود را در هر دوره جدید دوباره بالانس کنند. در این مقاله مقدار مورد انتظار سود را در T دوره بعد پیش‌بینی می‌کند سپس با استفاده از الگوریتم PSO آن را حل کرده است.

الگوریتم ژنتیک توسط سایر افراد نیز برای این مساله بکار گرفته شده و نتایج آن در این مقاله آورده شده است. در این مقاله انواع روش‌ها را برای ترکیب، جهش و انتخاب

[1] Hao & Lio
[2] Chang & al
[3] Wei Chen & Wei-Gou Zhang
[4] D.D.D Pinto & al
[5] Pankja Gupta & al
[6] Yong-Jun Liu & Wei-Guo Zhang
[7] Xili Zhang & al

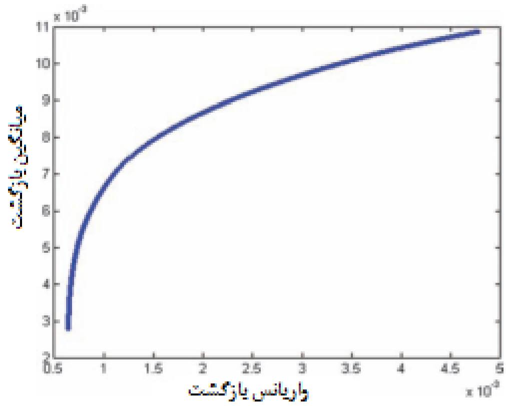
مورد آزمایش قرار دادیم و بهترین آن‌ها را انتخاب کردیم سپس پارامترهای مربوط به هرکدام را کالیبره نمودیم تا بتوانیم بهترین نتیجه ممکن را از آن‌ها بگیریم، در جدول ۱ انواع روش‌های آزمایش شده آورده شده است. جواب-های بدست آمده از این الگوریتم، تا حد زیادی بهبود یافتند و حتی قابل رقابت با سایر روش‌های ابتکاری نیز هستند. جهت مقایسه ما با سه پارامتر که در قسمت‌های بعد توضیح خواهیم داد کارا بودن این الگوریتم را اثبات می‌کنیم.

۲- تعریف مسئله بهینه سازی سبد سهام

بهینه سازی مساله انتخاب سبد سهام، وسیله‌ای است که با استفاده از برخی تکنیک‌های بهینه سازی بهترین ترکیب سرمایه‌گذاری‌ها برای یک موسسه و یا فرد را تعیین می‌کند تا به بیشترین سود با کمترین ریسک برسد.

جدول ۱- انواع آزمایش

عملیات	۱	۲	۳	۴
ترکیب	تک نقطه‌ای	دو نقطه‌ای	ترکیب حسابی	ترتیب
جهش	تغییر مقدار	تغییر ترتیب	وارونه سازی	
انتخاب	قطعی برینذل	نخبه گرایی	حالت پایدار	چرخ رولت



شکل ۲- مرز بهینه استاندارد

تعیین می‌کند تا به بیشترین سود با کمترین ریسک برسد.

مدل مشهور میانگین- واریانس مارکویتز[۱] نقش مهمی را در گسترش مسئله بهینه سازی سهام ایفا کرده است این مدل بصورت زیر می‌تواند فرموله می‌شود.

$$Min\ \ \lambda \left[\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} x_i\, x_j \sigma_{ij}\right] - (1-\lambda)\left[\sum_{i=1}^{N} x_i\, \mu_i\right] \qquad (۱)$$

محدودیت‌ها:

$$\sum_{i=1}^{N} x_i = 1 \qquad (۲)$$

$$0 \le x_i \le 1 \quad i = 1,2,\dots,n \qquad (۳)$$

در این معادله N تعداد کل سهام موجود است σ_{ij} کواریانس بین بازگشت سهام i و j است. μ_i میانگین بازگشت سهام i است و λ هم مقداری بین صفر و یک را می‌گیرد که به آن پارامتر ناسازگاری ریسک می‌گویند. متغیر تصمیم‌گیری(x_i) درصدی از کل سرمایه است که باید در سهام i سرمایه گذاری شود. زمانی که λ برابر صفر است مدل به دنبال حداکثر کردن میانگین بازگشت سرمایه است و جواب بهینه باید تنها شامل سهام‌هایی باشد که بیشترین بازگشت سرمایه را به ما می‌دهند بدون اینکه به ریسک توجهی شود. اما زمانی که مقدار λ برابر یک باشد نشان می‌دهد که فقط به دنبال حداقل کردن ریسک سرمایه گذاری هستیم، به هر حال λ هر مقداری که در بازه (۰،۱) بگیرد تعادل بین ریسک و بازگشت سرمایه را نشان می‌دهد. برای نمونه، نمودار مرز بهینه یک مسئله کوچک(برای بورس Hang Seng) در شکل ۲ نمایش داده شده. این مرز بهینه بوسیله ۲۰۰۰ مقدار متفاوت از λ محاسبه شده است. همانطور که از این نمودار مشخص است هرچقدر ریسک بیشتری (واریانس) را متحمل شویم در انتظار سود بیشتری (میانگین) هستیم. در مقاله مطرح آقای چانگ[۹] بمنظور عام‌تر کردن مدل مارکویتز[۱] محدودیت حدود خرید سهام و محدودیت تعداد خرید سهام‌های ارائه شده را اضافه نموده است. بنابراین مدل می‌تواند بصورت زیر بازنویسی می‌شود.

$$\min \ \lambda \left[\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} x_i x_j \sigma_{ij}\right] - (1-\lambda)\left[\sum_{i=1}^{N} x_i \mu_i\right] \qquad (۴)$$

محدودیت‌ها:

$$\sum_{i=1}^{N} x_i = 1 \qquad (۵)$$

$$\sum_{i=1}^{N} z_i = k \qquad (۶)$$

$$\varepsilon_i z_i \le x_i \le \delta_i z_i \quad i = 1,2,\dots,n \qquad (۷)$$

K همان محدودیت تعداد خرید است. z_i نیز که در این مدل اضافه شده متغیر صفر و یک است که اگر مقدار یک را بگیرد نشان‌دهنده خرید از سهام iام است. پارامتر ε_i و δ_i نیز نشان‌دهنده حد پایین و بالای مقدار خرید هستند. این مدل از نوع برنامه‌ریزی درجه دوم و عدد صحیح است و بدلیل ماهیت آن (NP-Hard) از طریق عادی قابل حل نیست. چراکه فضای بسیار باز مسئله در پیدا کردن جواب بهینه مشکل ساز می‌شود.

۳- الگوریتم ژنتیک

الگوریتم ژنتیک یکی از توانمندترین روشهای بهینه سازی و یک راه حل برای مسائل پیچیده ریاضی است، که با الهام از پدیده طبیعی تکامل، پایه ریزی شده‌اند. این الگوریتم در ابتدا با یک جمعیت اولیه که بصورت کروموزوم تعریف می‌شود شروع به کار می‌کند آنگاه این جمعیت را تحت فرایند تنازع بقاء قرار داده و با استفاده از عملیات تولید مثل و جهش هر بار جمعیت شایسته‌تری ایجاد کرده و به تدریج به تقریب‌های بهتری از جواب بهینه مسئله نزدیک می‌شوند که در هر مرحله از تکرار، توسط فرایندهای انتخاب و تکرار، جمعیت‌های جدیدی را تولید می‌کنند. جمعیت‌های ایجاد شده به تدیج نسبت به جمعیت‌های اولیه با محیط خود و دامنه مسئله مورد نظر سازگاری بیشتری پیدا می‌کنند و این عمل درست مشابه آن فرایندی است که در تطابق طبیعی روی می‌دهد. بنابراین هر الگوریتم ژنتیکی که برای مسئله‌ای بکار می-رود باید مشخصه‌هایی را برایش تعریف کرد. در ادامه به نحوه تعریف آن‌ها برای این مسئله می‌پردازیم.

۳-۱- کروموزوم

طبق الگوریتم ژنتیک، هر عضو از جمعیت بصورت یک کروموزوم تعریف می‌شود. این کروموزوم خود به چند ژن تقسیم می‌شود که در این مسئله تعداد ژن‌ها بیانگر تعداد سهام موجود است که از میان آن‌ها باید تعدادی را انتخاب کرد و سپس به مقدار مشخصی از آن خرید کنیم. برای حل این مساله، کروموزوم را بصورت عدد حقیقی کدگذاری کرده‌ایم. به عبارت دیگر هر کدام از ژن‌ها یک عدد حقیقی را بخود می‌گیرد که این عدد نمایانگر مقدار خرید از آن سهام است. البته باید توجه داشت که طبق رابطه (۲) مجموع اعداد ژن‌ها، باید برابر یک باشد چون هرکدام از ژن‌ها درصدی از کل سرمایه است که باید سرمایه گذاری شوند.

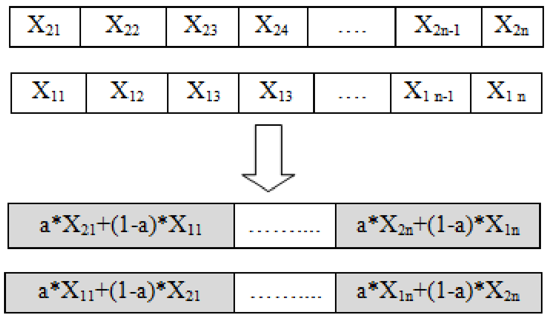
همچنین طبق رابطه (۶) مجموع ژن‌های غیرصفر باید برابر k باشد.

در این پژوهش کروموزوم‌های اولیه بصورت تصادفی مقدار گرفته‌اند.

۳-۲- عملگر انتخاب

عمگر انتخاب در این الگوریتم چرخ گردان است، که کروموزوم‌ها براساس میزان سازگاری نسبی آن‌ها انتخاب می‌شوند.

در ابتدا میزان برازندگی هر کروموزوم را بدست می‌آوریم با توجه به اینکه تابع هدف در جستجوی یافتن جواب



شکل ۳- نمایش نحوه تقاطع

مینیمم است این مقادیر را در ابتدا معکوس کرده و سپس بر مجموع معکوس آن‌ها تقسیم می‌کنیم تا احتمال انتخاب هریک از کروموزوم‌ها با برازندگی کمتر بیشتر شود. بنابراین کروموزوم‌های دارای جواب بهتر شانس بیشتری برای انتخاب شدن دارند، فرایند انتخاب را تا زمان رسیدن به تعداد جمعیت ادامه می‌دهیم.

۳-۳- عملگر تقاطع

پس از مرحله انتخاب نوبت به آن می‌رسد تا تقاطع را بر روی کروموزوم‌های انتخاب شده انجام دهیم. این کار به تولید جواب‌های بهتر کمک می‌کند.

عملگری که در اینجا استفاده شده عملگر ترکیب حسابی است. در ابتدا یک عدد تصادفی a بین (۰،۱) تولید می‌کنیم. اگر دو کروموزوم c_1 و c_2 را در نظر بگیریم عمل تقاطع را به نحو زیر انجام می‌دهیم.

$$C_{01}=a*C_1 + (1-a)*C_2 \qquad (۸)$$

$$C_{02}=a*C_2 + (1-a)*C_1 \qquad (۹)$$

در شکل ۳ نحوه تقاطع برای دو کروموزوم نمونه ۱ و ۲ نمایش داده شده است. در این شکل x_{ij} مقدار خرید از سهام j ام در کروموزوم i ام است.

۳-۴- جهش

جهش در نظر گرفته شده به این صورت عمل می‌کند که در ابتدا به تعداد کل ژن‌های موجود عدد تصادفی تولید می‌شود، سپس اعدادی که کمتر از نرخ جهش انتخابی

جدول۲- سطح فاکتورهای الگوریتم پیشنهادی

فاکتورها	نماد	سطح	نوع
اندازه جمعیت	A	۴	A(1)=10,A(2)=20 A(3)=30,A(4)=40
مقدار $\Delta\lambda$	B	۴	B(1)=0.05,B(2)=0.1 B(3)=0.2,B(4)=0.25
نرخ تقاطع	C	۴	C(1)=0.6,C(2)=0.7 C(3)=0.9,C(4)=1
نرخ جهش	D	۴	D(1)=0.001,D(2)=0.005 D(3)=0.01,D(4)=0.05
تعداد نسل	E	۴	E(1)=100,E(2)=200 E(3)=300,E(4)=400

هستند را در نظر می‌گیریم و ژن مربوط به آن را جهش می‌دهیم یعنی یک مقدار تصادفی با مقدار قبلی آن ژن جمع شده و جایگزین مقدار قبلی می‌گردد.

باید توجه داشت که ممکن است در یک کروموزوم حتی بیش از یک ژن جهش داشته باشد. شکل ۴ نحوه جهش را نشان می‌دهد.

۳-۵- تابع برازندگی

مقدار برازندگی برای هر کروموزوم از رابطه (۴) محاسبه می‌شود که مجموع دو مقدار است. مقدار اول مربوط به میزان ریسک سبد سهام است و مقدار دوم مربوط به میانگین بازگشت سرمایه می‌باشد.

۳-۶- استراتژی جایگزینی

پس از انجام کلیه مراحل بالا نوبت به جایگزینی می‌رسد بدین صورت عمل کرده‌ایم که اگر تعداد کل جمعیت را n

فرض کنیم تعداد n/2 از جمعیت مرحله قبل که دارای بالاترین میزان سازگاری است و تعداد n/2 از جمعیتی که بعد از تقاطع بوجود آمده‌اند و دارای بالاترین میزان سازگاری است جمعیت جدید را تشکیل می‌دهند.

X21	X22	X23	X24	….	X2n-1	X2n

⇩

X21	X22	X23+ random	X24	…….	X2n

شکل۴- نمایش نحوه جهش

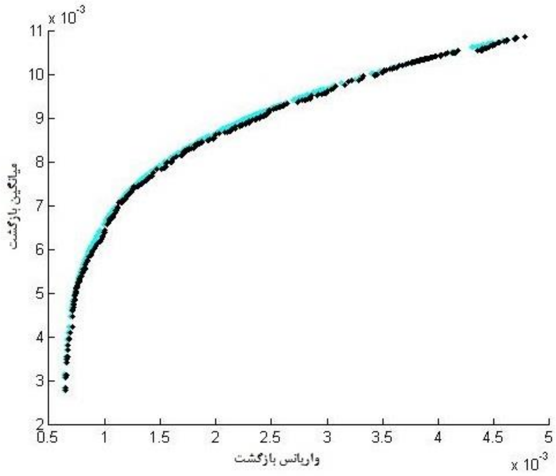
لازم به توضیح است که پس از انجام تقاطع و جهش بررسی دوباره محدودیت‌های (۵)، (۶) و (۷) اجتناب ناپذیر است.

۳-۷- معیار توقف

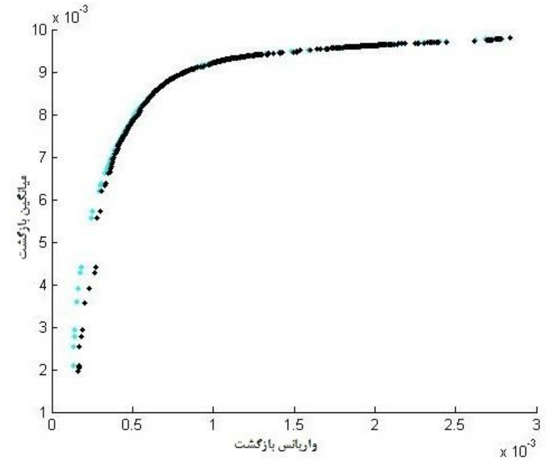
برای توقف الگوریتم واحدی به نام تعداد نسل را در نظر می‌گیریم و زمانی که به این تعداد برسیم الگوریتم متوقف خواهد شد و بهترین جوابی که تا آن زمان استخراج شده نمایش داده می‌شود.

۴- نتایج آزمایش

برای نشان دادن نتایج این روش و مقایسه آن با سایر روش‌های حل ، از اطلاعاتی که در (OR Library) موجود است استفاده کرده‌ایم. این اطلاعات مربوط به مارس ۱۹۹۲تا سپتامبر ۱۹۹۷ می‌باشد که شاخص‌های کواریانس و میانگین را در بازارهای سرمایه بورس، به شرح



شکل ۵- مرز بهینه Hang Seng



شکل ۶- مرز بهینه DAX 100

زیر شامل می‌شود:

Hang Seng: این بازار بورس، توسط اسنلی کوان[1] در تاریخ ۲۴ نوامبر ۱۹۶۹در کشور هنگ‌کنگ تاسیس شد. در این بازار ۳۱ شرکت سهام خود را عرضه می‌کنند.

DAX 100: یکی از مهمترین بازارهای بورس در اروپا است که در کشور آلمان تاسیس شده. تعداد ۸۵ شرکت، سهام خود را در آن عرضه می‌کنند.

FTSE 100: این بازار در کشور انگلستان و از سال ۱۹۸۴ شروع بکار کرده است. عموما آن را با نام فوتسی[2]، می‌شناسند. سهام ۸۹ شرکت در آن بفروش می‌رسد.

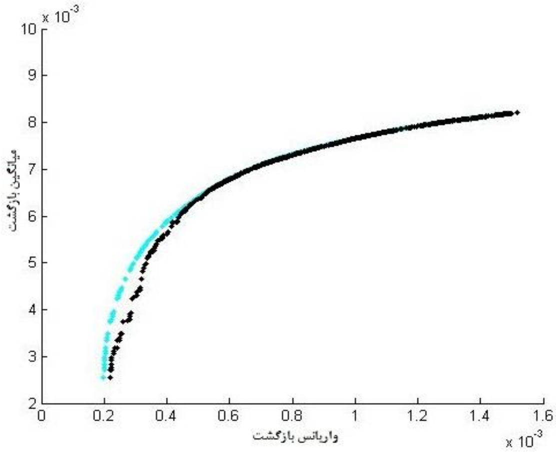
S&P 100: این بازار در کشور ایالات متحده آمریکا ایجاد

---
[1] Stanely Kwan
[2] footsi

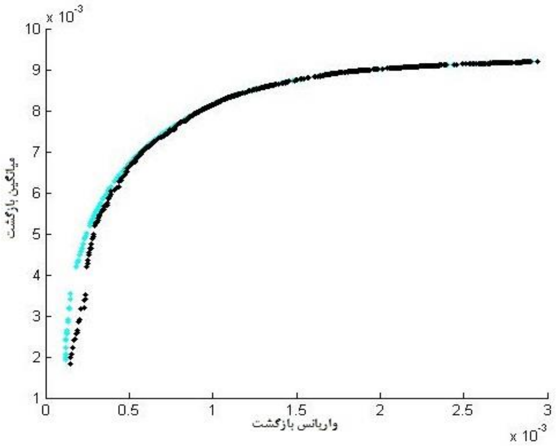
شده و معمولا آن را با نماد OEX می‌شناسند چرا که معروف‌ترین شرکت آن بازار است. ۹۸ شرکت سهام خود را در آن عرضه می‌کنند.

Nikkei: این بازار در کشور ژاپن در سال ۱۹۴۹ تاسیس شده است. از سال ۲۰۱۰ شاخص آن هر ۱۵ ثانیه، در زمان فعالیت بازار، بروز می‌شود و سهام ۲۲۵ شرکت در آن بفروش می‌رسد.

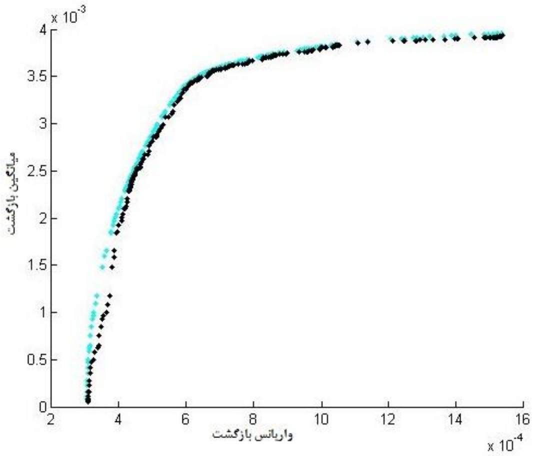
در حل این مسئله تعداد سهامی که در هر بازار می‌توان خریداری کرد برابر ۱۰ در نظر گرفته شده است.(k=10).



شکل ۷ - مرز بهینه FTSE 100



شکل ۸- مرز بهینه S & P



شکل ۹- مرز بهینه Nikkei

جهت مقایسه جواب‌ها با جواب بهینه، از نموداری به نام مرز بهینه استاندارد استفاده شده که در شکل ۲ می‌توان آن را مشاهده کرد. در این نمودار محورy واریانس بازگشت یا همان ریسک سرمایه‌گذاری (یعنی قسمت اول معادله (۴))و محور x میانگین بازگشت (یعنی قسمت دوم رابطه(۴)) را نشان می‌دهد. جواب‌های خود را، با این نمودار مقایسه خواهیم کرد تا پی به فاصله جواب‌های بدست آمده و جواب‌های بهینه ببریم. برای محاسبه دقیق این فاصله از معیارهایی استفاده شده که آن‌ها را شرح می‌دهیم.

ابتدا پارامترها را معرفی می‌کنیم

(v_i^s, r_i^s) $(i=1,2,\ldots,2000)$ واریانس و بازگشت سرمایه نقاط مرز بهینه استاندارد را نشان می‌دهد.

$(v_j^{PH}, r_j^{PH})(j=1,2,\ldots,\zeta)$ مرز بهینه بدست آمده از الگوریتم را نشان می‌دهد.

(v_m^s, r_m^s) نقطه‌ای از مرز بهینه استاندارد است که کمترین فاصله اقلیدسی را تا نقطه (v_j^{PH}, r_j^{PH}) دارد.

بنابراین میانگین فاصله اقلیدسی،خطاهای واریانس بازگشت و میانگین بازگشت را بصورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\mathrm{MED} = \frac{1}{\zeta}\left(\sum_{j=1}^{\zeta} \sqrt{(v_m^s - v_j^{PH})^2 + (r_m^s - r_j^{PH})^2}\right) \tag{۱۰}$$

$$\mathrm{VRE} = \frac{1}{\zeta}\left(\sum_{J=1}^{\zeta} 100 \left|\frac{(v_m^s - v_j^{PH})^2}{v_j^{PH}}\right|\right) \tag{۱۱}$$

$$\mathrm{MRE} = \frac{1}{\zeta}\left(\sum_{J=1}^{\zeta} 100 \left|\frac{(r_m^s - r_j^{PH})^2}{r_j^{PH}}\right|\right) \tag{۱۲}$$

MED میانگین فاصله اقلیدسی، VRE خطای واریانس بازگشت و MRE خطای میانگین بازگشت است.

۴-۱- تعیین پارامترها

می‌دانیم که برای اجرای الگوریتم ژنتیک می‌بایست پارامترهای مختلفی را وارد نماییم مانند نرخ جهش، تعداد جمعیت، نرخ تقاطع و ... . انتخاب هر مقداری برای این‌ها می‌تواند جوابهای مختلفی را بوجود آورد. پس باید این مقادیر را کالیبره نمود برای این منظور روش‌های مختلفی وجود دارد تا تعداد آزمایش این پارامترها را کاهش داد. یکی از این‌ها روش FFE است که توسط کچران و ککس [۲۲] ارئه شده است. در این روش تعدادی جزئی از کل حالات امکان پذیر را بررسی می‌کند تا آن‌هایی را که بیشترین تاثیر را دارند را شناسایی کند.

یک روش دیگر نیز روش تاگوچی است[۲۳]. روش

جدول۳- مقادیر خروجی مسئله از الگوریتم

شماره آزمایش	سطح انتخابی فاکتورها در آزمایش A	B	C	D	E	بهترین خروجی
۱	۱	۱	۱	۱	۱	1.85E-04
۲	۱	۲	۲	۲	۲	9.67E-05
۳	۱	۳	۳	۳	۳	6.84E-05
۴	۱	۴	۴	۴	۴	3.51E-05
۵	۲	۱	۲	۳	۴	1.29E-05
۶	۲	۲	۱	۴	۳	3.64E-06
۷	۲	۳	۴	۱	۲	1.32E-04
۸	۲	۴	۳	۲	۱	1.38E-04
۹	۳	۱	۳	۴	۲	4.30E-06
۱۰	۳	۲	۴	۳	۱	8.74E-05
۱۱	۳	۳	۱	۲	۴	4.12E-05
۱۲	۳	۴	۲	۱	۳	8.99E-05
۱۳	۴	۱	۴	۲	۳	2.87E-05
۱۴	۴	۲	۳	۱	۴	6.69E-05
۱۵	۴	۳	۲	۴	۱	3.24E-05
۱۶	۴	۴	۱	۳	۲	3.96E-05

جدول۴- مقادیر سیگنال به نویز

شماره آزمایش	SB	SN
۱	3.44E-08	7.46E+01
۲	9.36E-09	8.03E+01
۳	4.67E-09	8.33E+01
۴	1.23E-09	8.91E+01
۵	1.65E-10	9.78E+01
۶	1.33E-11	1.09E+02
۷	1.74E-08	7.76E+01
۸	1.91E-08	7.72E+01
۹	1.85E-11	1.07E+02
۱۰	7.64E-09	8.12E+01
۱۱	1.69E-09	8.77E+01
۱۲	8.08E-09	8.09E+01
۱۳	8.25E-10	9.08E+01
۱۴	4.47E-09	8.35E+01
۱۵	1.05E-09	8.98E+01
۱۶	1.57E-09	8.80E+01

طراحی آزمایشات تاگوچی در سال ۱۹۶۰ توسط پروفسور تاگوچی معرفی گردید. این روش می‌تواند با کمترین تعداد آزمایشات، شرایط بهینه را تعیین کند و باعث کاهش چشمگیر زمان و هزینه انجام آزمایشات مورد نیاز می‌گردد.

در روش تاگوچی[۲۳] با توجه به تعداد پارامترهای انتخابی و سطوح مربوطه، از آرایه‌های متعامد (ارتوگونال) مختلفی به عنوان ماتریس آزمایشات استفاده می‌شود. در این روش تغییرات با عاملی به نام نسبت سیگنال به نویز (S/N) معرفی می‌گردد و شرایط آزمایشی که دارای بیشترین مقدار سیگنال به نویز باشد به عنوان شرایط بهینه انتخاب می‌شود.

روش تاگوچی[۲۳] برای توابع کمینه سازی یا بیشینه سازی متفاوت است. ما با توجه به اینکه به دنبال پارامترهایی هستیم که مقادیر خطا یعنی مقدار فرمول-های (۱۰)، (۱۱) و (۱۲)را کاهش دهد نوع کوچکتر- بهتر

را استفاده می‌کنیم. در این‌جا سعی در کاهش خطای MED داریم.

ماتریسی طبق جدول ۲ تشکیل می‌دهیم که فاکتورها و سطوح آن‌ها را مشخص می‌کنیم. این الگوریتم شامل ۵ فاکتور است که هرکدام شامل ۴ سطح می‌باشد. حال باید مقدار SB را از فرمول زیر محاسبه کنیم که در آنها n تعداد تکرارها و yi خروجی‌های اندازه گیری است.

$$SB = \frac{1}{N}\sum y_i^2 \qquad (۱۳)$$

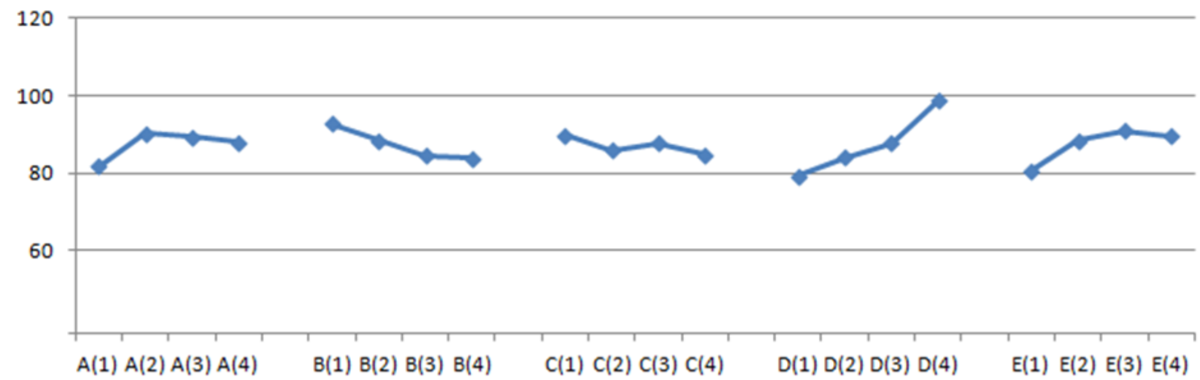
در مرحله بعد مقدار سیگنال به نویز کل برای هر یک از خروجی‌های مسئله طبق رابطه ۱۴ محاسبه می‌شود.

$$SN = -10\mathrm{Log}(L_i) \qquad (۱۴)$$

جدول۵- میانگین سیگنال به نویز هر سطح

	سطح۱	سطح۲	سطح۳	سطح۴
اندازه جمعیت	۸۱,۸	۹۰,۳	۸۹,۳	۸۸,۰
مقدار $\Delta\lambda$	۹۲,۷	۸۸,۴	۸۴,۶	۸۳,۸
نرخ تقاطع	۸۹,۸	۸۵,۸	۸۷,۸	۸۴,۷
نرخ جهش	۷۹,۲	۸۴	۸۷,۶	۹۸,۷
تعداد نسل	۸۰,۷	۸۸,۳	۹۱,۰	۸۹,۵

و در نهایت مقدار سیگنال به نویز هریک از سطوح فاکتورها را محاسبه می‌کنیم. در روش تاگوچی[۲۳] سطوحی از فاکتورها که دارای بیشترین مقادیر سیگنال به نویز باشد، را به عنوان سطوح بهینه معرفی می‌گردند.



شکل ۱۰ - میانگین سیگنال به نویز هر سطح

جدول ۶ – مقایسه مقادیر خطاها[۲۴]

بازار سهام	تعداد سهام	خطاها	ژنتیک	TS	SA	PSO	ژنتیک تنظیم شده
Hang Seng	۳۱	میانگین فاصله اقلیدسی	۰,۰۰۴	۰,۰۰۴	۰,۰۰۴	۰,۰۰۴۹	۰,۰۰۰۱
		خطای واریانس بازگشت	۱,۶۴۴۱	۱,۶۵۷۸	۱,۶۶۲۸	۲,۲۴۲۱	۰,۱۳۹۷
		خطای میانگین بازگشت	۰,۶۴۰۷۲	۰,۶۱۰۷	۰,۶۲۳۸	۰,۷۴۲۷	۰,۰۱۹۵
DAX 100	۸۵	میانگین فاصله اقلیدسی	۰,۰۰۷۶	۰,۰۰۸۲	۰,۰۰۷۸	۰,۰۰۹۰	۰,۰۰۰۳
		خطای واریانس بازگشت	۷,۲۱۸۰	۹,۰۳۰۹	۸,۵۴۸۵	۶,۸۵۸۸	۰,۳۰۶۹
		خطای میانگین بازگشت	۱,۲۷۹۱	۱,۹۰۷۸	۱,۲۸۱۷	۱,۵۸۸۵	۰,۰۱۹۲
FTSE 100	۸۹	میانگین فاصله اقلیدسی	۰,۰۰۲	۰,۰۰۲۱	۰,۰۰۲۱	۰,۰۰۲۲	۰,۰۰۰۲
		خطای واریانس بازگشت	۲,۸۶۶۰	۴,۰۱۲۳	۳,۸۲۰۵	۳,۰۵۹۶	۰,۳۰۷۸
		خطای میانگین بازگشت	۰,۳۲۷۷	۰,۳۲۹۸	۰,۳۳۰۴	۰,۳۶۴۰	۰,۰۱۱۶

S&P 100	۹۸	میانگین فاصله اقلیدسی	۰,۰۰۴۱	۰,۰۰۴۱	۰,۰۰۴۱	۰,۰۰۵۲	۰,۰۰۰۴
		خطای واریانس بازگشت	۳,۴۸۰۲	۵,۷۱۳۹	۵,۴۲۴۷	۳,۹۱۳۶	۰,۵۳۴۲
		خطای میانگین بازگشت	۱,۲۲۵۸	۰,۷۱۲۵	۰,۸۴۱۶	۱,۴۰۴۰	۰,۰۱۶۴
Nikkei	۲۲۵	میانگین فاصله اقلیدسی	۰,۰۰۹۳	۰,۰۰۱	۰,۰۰۱	۰,۰۰۱۹	۰,۰۰۰۱
		خطای واریانس بازگشت	۱,۲۰۵۶	۱,۲۴۳۱	۱,۲۰۱۷	۲,۴۲۷۴	۱,۲۰۱۱
		خطای میانگین بازگشت	۵,۳۲۶۶	۰,۴۲۰۷	۰,۴۱۲۶	۰,۷۹۹۷	۰,۳۰۲۶

همانطور که در جدول۳ نشان داده شده تعداد آزمایش‌ها به ۱۶مورد کاهش پیدا کرده. در این‌جا خروجی ما همان خطای MED است که پس از چندبار تکرار بهترین آن انتخاب شده. پس از این مرحله نوبت به محاسبه SB و SN می‌رسد که در جدول۴ مشاهده می‌کنیم.

در این مرحله باید مقادیر سیگنال به نویز میانگین برای سطوح مختلف فاکتورها را محاسبه کنیم به این صورت که مثلا میانگین S/N در سطح اول برای اندازه جمعیت، برابر میانگین S/N آزمایشاتی است که در آنها نرخ همبری در سطح اول خود یعنی ۱۰ ایفای نقش کرده است که با توجه به آرایه متعامد، شامل آزمایشات ۱ و۲ و۳و ۴ می‌شود. برای بقیه فاکتورها و سطوح آنها نیز به همین صورت عمل می‌کنیم.

از مقایسه مقادیر در جدول۵ و شکل ۱۰ می‌توان فهمید که فاکتورها در سطوحA(2),B(1),C(1),D(4),E(3) کارا و بهینه هستند.

۵- نتایج عددی

ما این الگوریتم را با سایر الگوریتم ها مقایسه کرده‌ایم این مقایسه در جدول ۶ نشان داده شده است. جواب‌های الگوریتم‌های دیگر که در این جدول آورده شده به مراتب بهتر از مقالات قبلی است. همانطور که مشاهده می‌کنید نتایج عددی خطای فاصله، در این روش آورده شده است کلیه نتایج خطاهای فاصله، نشان از بهبود جواب‌ها می‌دهد. شکل‌های۵ تا ۹ نیز تفاوت مرز بهینه را با جواب-های مرز بهینه الگوریتم ما را نشان می‌دهد. در این شکل‌ها نقاط کم رنگ‌تر جواب پارتو و نقاط پر رنگ جواب‌های بدست آمده از الگوریتم ما را نمایش می‌دهد. نتایج بدست آمده نشان از کارا بودن الگوریتم بهبود یافته، برای مسئله سبد سهام با محدودیت می‌دهد. تمامی برنامه نویسی‌ها در نرم‌افزار MATLAB اجرا شده است.

۶- نتیجه گیری

این مقاله مسئله سبد سهام واقعی را بررسی کرد. ما برروی مدل عمومی مارکویتز[۱] تمرکز کردیم که شامل محدودیت خرید و حدود خرید بالا و پایین بود، بدین صورت که اگر سهامی انتخاب گردد نه تنها باید از یک مقداری بیشتر خرید نمود بلکه محدودیت حداکثر مقدار خرید را نیز شامل می‌شود. ما برای حل این مسئله الگوریتم ژنتیک را با اصلاحاتی در جهت بهبود پیشنهاد داده‌ایم. پارامترهای مختلف نیز با روش آماری تاگوچی[۲۳] برای پشتیبانی از الگوریتم، کالیبره شده‌اند. این الگوریتم در بازارهای مختلف که تعداد سهام متفاوتی را داشتند بکار گرفته شد که همگی مهر تاییدی بر کارایی این الگوریتم زدند به عبارت دیگر خطاها نزدیک به صفر بودند. جواب‌ها تا حدود زیادی بهبود یافته‌اند بنابراین از آن می‌توان به عنوان یک روش قوی برای حل این دسته از مسائل استفاده کرد.

مراجع

[1] Markowitz, H. M. (1952) “Portfolio selection”, The Journal of Finance, 7(1); 77-91.

[2] Konno, H., and Yamazaki, H. (1991) “Mean-absolute deviation portfolio optimization model and its application to the Tokyo Stock Market”, Management Science, 37(5); 519-531 .

[3] Moon, Y., and Yao, T. (2011). “A robust mean absolute deviation model for portfolio optimization”, Computers & Operations Research, 38(9); 1251-1258 .

[4] Simaan, Y. (1997) “Estimation Risk in Portfolio Selection: The Mean Variance Model Versus the Mean Absolute Deviation Model”, Management Science, 43(10); 1437-1446.

[5] Lee, S. M., and Chesser, D. L. (1980) “Goal programming for portfolio selection”, The journal of portfolio management, 6(3); 22-26.

[6] Young M. R. (1998) “A Minimax Portfolio Selection Rule with Linear Programming Solution” Management Science, 44(5); 673-683.

[7] Polak, G. G., Rogers, D. F., and Sweeney, D. J. (2010) “Risk management strategies via minimax portfolio optimization” European Journal of Operational Research. 207(1); 409-419.

[8] Anagnostopoulos, K. P., and Mamanis, G. (2010) “A portfolio optimization model with three objectives and discrete variables”,Computers & Operations Research, 37(7); 1285-1297 .

[9] Chang, T.-J., Meade, N., Beasley, J. E., and Sharaiha, Y. M. (2000) “Heuristics for cardinality constrained portfolio optimization” Computers & Operations Research. 27(13); 1271-1302 .

[10] Yang, X. (2006) “Improving portfolio efficiency: a Genetic Algorithm Approach”, Computational Economics, 28(1); 1-14 .

[11] Lin, Chi-Ming, and Gen, M. (2007) “An Effective Decision-Based Genetic Algorithm Approach to Multiobjective Portfolio Optimization Problem”, Applied Mathematical sciences, 1(5); 201-210.

[12] Lin, Chang-Chun, and Liu, Yi-Ting (2008) “Genetic algorithms for portfolio selection problems minimum transaction lots”, European Journal of Operational Research, 185(1); 393-404 .

[13] Aranha, C., and Iba, H. (2009), “The Memetic Tree-based Genetic Algorithm and its application to Portfolio Optimization”, Memetic Computing 1(1); 139–151.

[14] Hao, F.F., and Liu, Y.K. (2009) “Mean-variance models for portfolio selection with fuzzy random returns”, Journal of Applied Mathematics and Computing 30(1); 9–38

[15] Chang, T. J., Yang, S. C., and Chang, K. J. (2009) “Portfolio optimization problems in different risk measures using genetic algorithm”, Expert Systems with Applications 36(1); 10529–10537 .

[16] Chen, W., and Zhang, Wei-Guo (2010) “The admissible portfolio selection problem with transaction costs and an improved PSO algorithm”, Statistical Mechanics and its Applications, 389(10); 2070-2076.

[17] Pinto, D. D. D., Monteiro, J.G.M..S., and Nakao, E. H. (2011) “An approach to portfolio selection using an ARX predictor for securities’ risk and return”, Expert Systems with Applications, 38(12); 15009-15013.

[18] Naimi Sadigh, A., Mokhtari, H., Iranpoor, M., and Fatemi Ghomi S. M. T. (2012) “Cardinality Constrained Portfolio Optimization Using a Hybrid Approach based on Particle Swarm Optimization and Hopfield Neural Network”, Advanced Science Letters, 17(1) 11–20.

[19] Gupta, P., Inuiguchi, M., Mehlawat, M. K., and Mittal G. (2013) “Multiobjective credibilistic portfolio selection model with fuzzy chance-constraints”, Information Sciences, 229(1); 1-17.

[20] Liu, Yong-Jun, and Zhang, Wei-Guo (2013) “ Fuzzy portfolio optimization model under real constraints”, Mathematics and Economics, 53(3); 704-711.

[21] Zhang, X., Zhang, W., and Xiao, W. (2013) “Multi-period portfolio optimization under possibility measures”. Economic Modelling, 35(1); 401-408.

[22] Cochran W. G., and Cox, G. M. (1992) “Experimental Design, 2nd edition”, Wiley, New York. John Wiley& Sons.

[23] Taguchi, G. (1986) “Introduction to quality engineering”, White Plains: Asian Productivity Organization/UNIPUB.

[24] Mozafari, M., Tafazzoli, S., and Jolai, F. (2011) “A new IPSO-SA approach for cardinality constrained portfolio optimization”, International Journal of Industrial Engineering Computation, 2(2); 249-262.