

شبیه سازی آکوستیکی محیط بسته با استفاده از روش عددی تفاضل محدود حوزه زمان

مهدی نیلی احمدآبادی^۱، عباس افشاری^{۲*} و احمد شرفی^۳

اطلاعات مقاله	چکیده
<p>واژگان کلیدی: معادله موج، تفاضل محدود، حوزه زمان، آکوستیک در محیط بسته.</p>	<p>رشد روزافزون استفاده از ماشین آلات صنعتی، لوازم خانگی و ... باعث افزایش صداهای نامطلوب شده است. بنابراین نیاز به کنترل و کاهش صداهای ناخواسته، ایجاد شرایط آکوستیکی مناسب و آسایش صوتی، در سال های اخیر باعث ایجاد علاقه مندی زیادی در این رابطه شده است. در این مقاله جهت بررسی نحوه رفتار امواج صوتی در یک محیط بسته از روش تفاضل محدود حوزه زمان استفاده شده است. بدین منظور ابتدا معادله موج با استفاده از قوانین بقای جرم، اندازه حرکت و معادله حالت آدیاباتیکی برای یک سیال تراکم پذیر ایده آل استنتاج شده و سپس معادله شرط مرزی در یک محیط بسته با استفاده از قانون بقای اندازه حرکت و معادله امپدانس دیوار به دست آمده است. در ادامه با داشتن معادله موج و معادله شرط مرزی، این معادلات از طریق روش تفاضل محدود حوزه زمان گسسته سازی شده است. در نهایت معادله موج تحت شرط مرزی دیوار با ضریب جذب دلخواه و شرط اولیه چشمه ضربه صدا از طریق روش تفاضل محدود حوزه زمان حل شده است. هم خوانی بسیار خوب نتایج روش حاضر و نتایج کارهای پیشین، حاکی از دقت این روش در شبیه سازی انتشار امواج صوتی در یک محیط بسته می باشد. بعلاوه نتایج مربوط به بررسی اثر استفاده از مواد جاذب روی سطوح سالن و پدیده آکوستیکی اثر سالن پیچ پیچ، نشان دهنده عملکرد مطلوب روش پیشنهادی در حل این گونه مسائل است.</p>

۱- مقدمه

به دو دسته کلی تقسیم شده که عبارتند از: روش های هندسی و روش های مبتنی بر حل معادله موج.

روش های هندسی استاندارد نظیر روش ردگیری اشعه و روش چشمه مجازی از دیرباز به علت سادگی و نیاز به محاسبات کم تر مورد توجه بوده است [۱]. این روش ها بر پایه تجزیه میدان صدا پایه گذاری شده اند. به عبارت دیگر روش های هندسی بر اساس این فرضیه استوارند که انتشار امواج صدا می تواند مانند اشعه مدل گردد. یک چنین ساده سازی تنها هنگامی صحیح است که ابعاد فضای بسته و سطوح دیوار به طور قابل توجهی بزرگ تر از طول موج باشد. بنابراین در حالی که روش های هندسی دارای کارایی مناسبی در محدوده فرکانس های بالا هستند، مدل سازی انتشار صداهای دارای فرکانس پایین با این روش ها از دقت کافی برخوردار نیست [۲].

در دهه های اخیر رشد چشم گیر استفاده از ماشین آلات صنعتی، لوازم خانگی و ... باعث ایجاد صداهایی شده که تاثیر نامطلوب آن بر کسی پوشیده نیست. بنابراین کنترل و کاهش صداهای ناخواسته، ایجاد شرایط آکوستیکی مناسب و آسایش صوتی امری اجتناب ناپذیر است. نیل به این اهداف تنها از طریق درک کامل نحوه انتشار امواج صوتی و رفتار آن ها در مواجهه با ساختارهای پیچیده امکان پذیر است. روش های مدل سازی انتشار امواج صوتی

* پست الکترونیک نویسنده مسئول: afshar.abbas@gmail.com

۱. استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان

۲. دانشجوی دکتری، مهندسی مکانیک (تبدیل انرژی)، دانشگاه یزد، دانشکده

فنی، گروه مکانیک

۳. مربی، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه هوانی شهید ستاری

معادله موج استوار می‌باشند. برخلاف روش‌های هندسی، این روش‌ها برای شبیه‌سازی میدان صدا، معادلات آکوستیک را مستقیماً به همراه شرایط مرزی مناسب حل می‌نمایند. حل تحلیلی معادله موج تنها برای اشکال ساده مانند یک محیط مستطیلی با دیوارهای سخت (بدون جذب) امکان پذیر است. بنابراین جهت حل معادله موج برای اشکال پیچیده‌تر می‌بایست از روش‌های عددی استفاده نمود.

در دهه‌های اخیر با توجه به افزایش روزافزون توان کامپیوترها استفاده از این روش‌ها در مدل‌سازی میدان صدا افزایش یافته است. برخی از این روش‌ها شامل FDTD^۱، DWM^۲، FEM^۳، BEM^۴ و TLM^۵ می‌باشند [۷-۱۰]. مزیت این گونه روش‌ها نسبت به روش‌های هندسی، مدل‌سازی فضاهای آکوستیکی با بیشترین جزئیات، توانایی مدل‌سازی رفتارهای پیچیده مانند تداخل و انحراف و عملکرد عالی آن‌ها در محدوده فرکانس‌های پایین می‌باشد. با این وجود حجم محاسباتی بالا مخصوصاً برای محیط‌های بسته بزرگ و همچنین محدوده فرکانس‌های بالا، استفاده از این روش‌ها را محدود کرده است.

در این مقاله نحوه انتشار امواج صوتی در محیط‌های بسته با استفاده از حل عددی معادله موج آکوستیک بوسیله روش تفاضل محدود حوزه زمان (FDTD) مورد مطالعه قرار گرفته است.

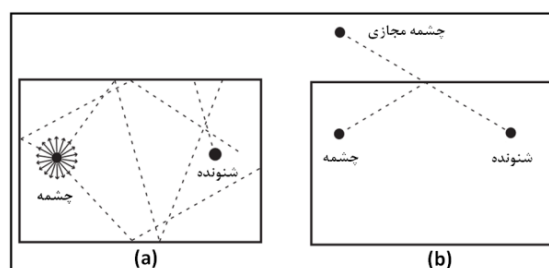
۲- معادلات اساسی آکوستیک

در این بخش، ابتدا قوانین بقای جرم، اندازه حرکت و معادله حالت آدیباتیک برای یک سیال تراکم‌پذیر ایده‌آل نوشته شده است. سپس، این معادلات حول یک حالت پایا خطی شده و پس از انجام مشتقات جزئی و پاره‌ای عملیات جبری، معادله موج دوبعدی به دست آمده است. همچنین به منظور یافتن معادله شرط مرزی برای حل معادله موج در یک محیط بسته، از قانون بقای اندازه حرکت و معادله امپدانس دیوار استفاده شده است. در

در روش ردگیری اشعه، انرژی صوتی به صورت تعداد محدودی اشعه از یک چشمه کروی صدا در تمام جهات ساطع می‌شود، (شکل ۱a). شنونده نیز به صورت یک حجم کروی کوچک مدل می‌شود. مجموع اشعه‌هایی که به این حجم وارد می‌شوند، ویژگی‌های صدای شنیده شده توسط شنونده را تعیین می‌کند. اشعه‌های ساطع شده پس از برخورد به دیوار معمولاً با زاویه‌ای برابر با زاویه برخورد منعکس می‌شوند. انرژی اشعه‌های ساطع شده، به واسطه طی مسافت و نیز به خاطر برخورد با مرزهای محیط بسته تحلیل می‌رود [۳].

روش چشمه مجازی نیز یک روش مبتنی بر اشعه بوده که در آن تمامی مسیرهای انعکاس یافته از دیوار با مسیر مستقیم ناشی از یک چشمه مجازی صدا واقع در نقطه مقابل دیوار جایگزین شده است، (شکل ۱b). مزیت این روش نسبت به روش ردگیری اشعه، تخمین دقیق مسیر انعکاس صدا در برخورد با مرزهای محیط بسته است. از طرف دیگر هزینه محاسباتی این روش به مراتب بیشتر از روش ردگیری اشعه می‌باشد [۴].

البته، در بسیاری از موارد از ترکیب روش‌های هندسی استفاده می‌شود. مانند نرم‌افزار آدین^۱ که در آن انعکاس‌های اولیه با استفاده از روش چشمه مجازی و انعکاس‌های بعدی به وسیله روش ردگیری اشعه مدل شده است [۵]. به طور کلی مشکل عمده روش‌های هندسی، دقت کم آن‌ها در محدوده فرکانس‌های متوسط و پایین و عدم توانایی در مدل‌سازی رفتارهای پیچیده مانند تقویت، انحراف و یا پخش صدا می‌باشد [۶].



شکل ۱- انواع روش‌های هندسی: (a) روش ردگیری اشعه و (b) روش چشمه مجازی.

دسته دوم روش‌های انتشار امواج بر پایه حل عددی

^۲ Finite Difference Time Domain

^۳ Digital Waveguide Mesh

^۴ Finite Element Method

^۵ Boundary Element Method

^۶ Transmission Line Matrix

^۱ ODEON

که $\kappa = C_p/C_v$ عبارت است از نسبت ظرفیت گرمایی در فشار ثابت به ظرفیت گرمایی در حجم ثابت. برای شبیه‌سازی آکوستیکی محیط بسته فرض شده است که سرعت صوت در محیط ثابت بوده و سرعت ذرات هوا در حالت پایا (v_0) برابر صفر می‌باشد. حال چنانچه روابط (۱) در معادلات (۲) تا (۴) جای‌گذاری شوند، با فرض کوچک بودن مقادیر اغتشاشی و نبود نیروی خارجی، معادلات اساسی آکوستیک به صورت زیر به دست خواهد آمد [۱۱].

$$\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} + \nabla p = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \nabla \cdot v = 0 \quad (6)$$

$$p = c^2 \rho, \quad c = \sqrt{\kappa \frac{p_0}{\rho_0}} \quad (7)$$

که c سرعت صوت در هوا می‌باشد. این معادلات خطی بوده و به طور کامل نحوه انتشار صدا در یک میدان را توصیف می‌کند. اکنون برای به دست آوردن معادله موج ابتدا معادله (۷) در معادله (۶) قرار داده شده و سپس از معادله حاصل نسبت به زمان مشتق جزئی گرفته شده است. نتیجه به صورت زیر خواهد بود.

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \rho_0 \nabla \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right) = 0 \quad (8)$$

حال چنانچه معادله (۵) در معادله (۸) قرار داده شود، معادله موج به دست می‌آید که برای حالت دوبعدی داریم:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c^2 \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (9)$$

به منظور حل معادله موج در یک محیط بسته علاوه بر معادله فوق نیاز به معادله شرط مرزی می‌باشد. انعکاس امواج از مرزهای یک فضای آکوستیکی (محیط بسته) نقش اساسی در آکوستیک محیط داشته و می‌بایست تقریب عددی مرزها بدقت انجام گیرد. مدل فیزیکی کامل مرزها باید شامل انتقال امواج در دیوار باشد. با این وجود نتایج شبیه‌سازی در مطالعات قبلی نشان داده که در بسیاری از موارد عملی می‌توان از انتشار امواج صدا در دیوار صرف نظر نمود [۱۲]. بنابراین، در این مطالعه فرض شده است که تمامی سطوح انعکاس دهنده صدا، سطوح واکنش محلی^۲ (LRS) می‌باشند. بدین معنی که ویژگی‌های انعکاس صدا در هر نقطه روی مرز تنها وابسته به امپدانس محلی همان نقطه است. به عبارت دیگر، مولفه عمودی سرعت ذره بر روی سطح دیوار فقط بستگی به فشار صدا در المان جلوی

نهایت با داشتن معادله موج و معادله شرط مرزی، این معادلات با استفاده از تقریب تفاضل محدود مرتبه دوم مرکزی در زمان و مکان گسسته‌سازی شده و مقادیر فشار در مرحله زمانی جدید با استفاده از الگوی صریح پرش-قورباغه^۱ استاندارد به دست آمده است.

۲-۱- استنتاج معادلات و شرایط مرزی

به منظور استنتاج معادله موج آکوستیک ابتدا می‌بایست هوا به عنوان سیالی که صدا در آن انتشار می‌یابد به صورت مجموعه‌ای از ذرات در نظر گرفته شود. ذرات هوا با سرعت پایای v_0 حرکت کرده و دارای فشار استاتیک p_0 و دانسیته ρ_0 می‌باشد. این مقادیر پایا تابع زمان نبوده و تنها تابع مکان هستند.

هنگامی که یک موج صدا انتشار می‌یابد، ذرات هوا در اطراف موقعیت اولیه خود ارتعاش می‌نمایند. به عبارتی موج صدا باعث ایجاد تغییرات کوچکی در مقادیر حالت پایا می‌گردد. تغییرات ایجاد شده علاوه بر مکان، تابع زمان می‌باشد. چنانچه تغییر در سرعت ذره با v ، اختلاف فشار لحظه‌ای و فشار استاتیک با p و تغییر در دانسیته با ρ نمایش داده شود، برای مقادیر کل روابط زیر برقرار خواهد بود.

$$\tilde{v} = v_0 + v, \quad \tilde{p} = p_0 + p, \quad \tilde{\rho} = \rho_0 + \rho \quad (1)$$

که \tilde{v} ، \tilde{p} و $\tilde{\rho}$ مقادیر کلی میدان بوده و از یک قسمت پایا و یک بخش اغتشاشی تشکیل شده است. معادلات اساسی هیدرودینامیک برای سیالات تراکم‌پذیر ایده‌آل برقرار است. بنابراین، معادلات بقای جرم و بقای اندازه حرکت به صورت زیر خواهد بود.

$$\tilde{\rho} \frac{d\tilde{v}}{dt} + \nabla \tilde{p} = F (= ma) \quad (2)$$

$$\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} + \nabla \cdot (\tilde{\rho} \tilde{v}) = 0 \quad (3)$$

که ∇ اپراتور گرادینان، F نیروی خارجی، m جرم ذره و a شتاب آن می‌باشد. برای کامل شدن معادلات دینامیک سیال نیاز به یک معادله حالت می‌باشد. از آنجایی که تغییرات حالت سریع اتفاق می‌افتد، فرصت کافی برای انتقال انرژی از سیال به محیط وجود نداشته و می‌توان از فرض آدیاباتیک استفاده نمود.

$$\frac{\tilde{p}}{p_0} = \left(\frac{\tilde{\rho}}{\rho_0} \right)^\kappa \quad (4)$$

² Locally Reacting Surface

¹ Leap Frog

با اعمال تقریب تفاضل محدود مرتبه دوم مرکزی در زمان و مکان روی معادله موج و با در نظر گرفتن فاصله برابر بین نقاط شبکه در راستای X و Y داریم:

$$\frac{p(x, y, t - \Delta t) - 2p(x, y, t) + p(x, y, t + \Delta t)}{(\Delta t)^2} = \frac{c^2}{(\Delta x)^2} (p(x - \Delta x, y, t) + p(x, y - \Delta y, t) + p(x + \Delta x, y, t) + p(x, y + \Delta y, t) - 4p(x, y, t)) \quad (15)$$

برای به دست آوردن رابطه فشار در مرحله زمانی جدید $(n+1)$ ، معادله (۱۵) به صورت زیر بازنویسی شده است.

$$p(x, y, t + \Delta t) = \frac{(c\Delta t)^2}{(\Delta x)^2} (p(x - \Delta x, y, t) + p(x, y - \Delta y, t) + p(x + \Delta x, y, t) + p(x, y + \Delta y, t) - 4p(x, y, t)) + 2p(x, y, t) - p(x, y, t - \Delta t) \quad (16)$$

به منظور ساده شدن شکل معادله (۱۶) بهتر است از روابط زیر استفاده شود.

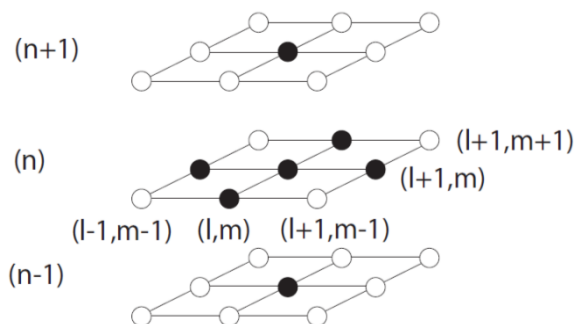
$$p_{l,m}^n := p(l\Delta x, m\Delta y, n\Delta t) \quad (17)$$

$$\lambda := \frac{c\Delta t}{\Delta x} \quad (\text{Courant number}) \quad (18)$$

که λ بیانگر عدد کورانت، n شمارنده زمان و l و m به ترتیب شمارنده مکان در جهت‌های X و Y می‌باشد. با توجه به معادلات (۱۷) و (۱۸)، شکل معادله (۱۶) به صورت زیر خواهد شد.

$$p_{l,m}^{n+1} = \lambda^2 (p_{l+1,m}^n + p_{l-1,m}^n + p_{l,m+1}^n + p_{l,m-1}^n) + 2(1 - 2\lambda^2) p_{l,m}^n - p_{l,m}^{n-1} \quad (19)$$

چنانچه از معادله (۱۹) مشخص است مقدار فشار در هر نقطه در مرحله زمانی $n+1$ وابسته به مقادیر فشار در همان نقطه و چهار نقطه مجاور آن در مرحله زمانی n و همان نقطه در مرحله زمانی $n-1$ می‌باشد. این نوع چیدمان، الگوی صریح پرش‌قورباغه استاندارد نام داشته و به ازای مقادیر $\lambda \leq 1/\sqrt{2}$ پایدار است (شکل ۲).



شکل ۲- الگوی روش پرش‌قورباغه استاندارد.

دیوار داشته و به فشار المان‌های مجاور وابسته نیست. این فرض برای مرزهایی قابل استفاده است که توانایی انتشار ارتعاشات در راستای موازی سطح را ندارند [۱۳]. اگر یک موج صدا در حال حرکت در جهت X+ در نظر گرفته شود امیدانس دیوار (Z_w) در هر نقطه از آن، فشار نقطه را به مولفه سرعت عمود بر دیوار ارتباط می‌دهد.

$$p = Z_w u_x \quad (10)$$

که p فشار و u_x مولفه سرعت عمود بر سطح دیوار می‌باشد. برای امواج حرکت کننده در جهت X- یک علامت منفی به معادله (۱۰) اضافه می‌گردد. برای یک مرز عمود بر راستای X با استفاده از قانون بقای اندازه حرکت داریم:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho_0 \frac{\partial u_x}{\partial t} \quad (11)$$

چنانچه از طرفین معادله (۱۰) نسبت به زمان مشتق جزئی گرفته شود خواهیم داشت:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = Z_w \frac{\partial u_x}{\partial t} \quad (12)$$

با حذف ترم $\partial u_x / \partial t$ بین معادلات (۱۱) و (۱۲) معادله شرط مرزی برای مرز سمت راست (حرکت موج در جهت X+) به صورت زیر به دست آمده است.

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -c \xi_w \frac{\partial p}{\partial x}, \quad \xi_w = \frac{Z_w}{\rho_0 c} \quad (13)$$

که ξ_w امیدانس نرمال شده دیوار و یا امیدانس آکوستیک ویژه بوده و Z_w با استفاده از ضریب جذب صدای دیوار قابل محاسبه است [۶].

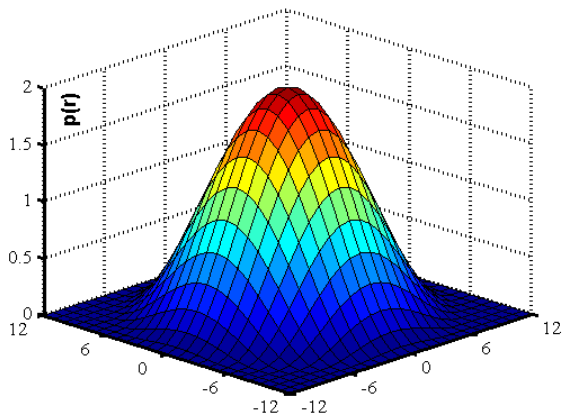
۲-۲- تقریب تفاضل محدود

روش تفاضل محدود حوزه زمان یک روش عددی معمول در مدل‌سازی انتشار صدا در یک محیط بسته محسوب می‌شود. در این روش معادله موج از طریق قراردادن تقریب تفاضل محدود به جای مشتقات جزئی گسسته می‌شود. تقریب تفاضل محدود مرتبه دوم مرکزی در مکان برای مشتق جزئی مرتبه دوم فشار به صورت زیر خواهد بود.

$$\frac{\partial^2 p(x)}{\partial x^2} = \frac{p(x + \Delta x) - 2p(x) + p(x - \Delta x)}{(\Delta x)^2} + O(\Delta x^2) \quad (14)$$

$$p(r) = \begin{cases} 1 + \cos\pi \frac{r}{12\Delta h} & (r < 12\Delta h) \\ 0 & (r > 12\Delta h) \end{cases} \quad (24)$$

که r مقدار فاصله نقاط شبکه تا محل چشمه صدا بوده و Δh فاصله بین نقاط شبکه در راستای X و Y می‌باشد [۶]. نمودار توزیع فشار چشمه ضربه صدا^۱ در شکل (۴) نشان داده شده است.



شکل ۴- توزیع فشار چشمه ضربه صدا به‌عنوان شرط اولیه حل معادله موج ($\Delta h=1$).

۳- ارائه نتایج مدل سازی عددی

در این بخش ابتدا به منظور صحت سنجی روش حاضر، نتایج حاصل از آن با نتایج کارهای پیشین مقایسه شده است. در ادامه پس از اطمینان از صحت عملکرد روش، به منظور ایجاد درک صحیحی از نحوه انتشار امواج صوتی در یک محیط بسته، انتشار این امواج در داخل یک مستطیل مورد مطالعه قرار گرفته است. در نهایت جهت آشنایی با برخی از کاربردهای ویژه پژوهش حاضر در طراحی مکان‌های آکوستیکی، اثر استفاده از مواد جاذب بر روی سطوح سالن جهت ایجاد شرایط شنیداری مناسب و همچنین یک پدیده جالب آکوستیکی به نام اثر سالن پیچ^۲ مورد بررسی قرار گرفته است.

برای انجام محاسبات فاصله بین نقاط شبکه در هر دو راستای X و Y برابر ۲ cm، گام زمانی ۰/۰۴ ms و ضریب جذب تمامی سطوح به استثنای مواردی که اثر ضریب جذب سطح بررسی شده، برابر با ۰/۲ در نظر گرفته شده است. در ضمن برای نوشتن این کد از نرم افزار متلب نسخه ۷/۱۰ استفاده شده است.

برای حل عددی معادله موج در یک محیط بسته علاوه بر شکل گسسته معادله موج نیاز به استفاده از شکل گسسته معادله شرط مرزی می‌باشد. تقریب تفاضل محدود مرتبه دوم مرکزی در مکان برای مشتق جزئی مرتبه اول فشار به‌صورت زیر می‌باشد.

$$\frac{\partial p(x)}{\partial x} = \frac{p(x + \Delta x) - p(x - \Delta x)}{2\Delta x} + O(\Delta x^2) \quad (20)$$

با اعمال تقریب مرتبه دوم مرکزی در زمان و مکان روی معادله شرط مرزی و با در نظر گرفتن معادلات (۱۷) و (۱۸) داریم:

$$p_{l+1,m}^n = p_{l-1,m}^n + \frac{1}{\lambda \xi_w} (p_{l,m}^{n-1} - p_{l,m}^{n+1}) \quad (21)$$

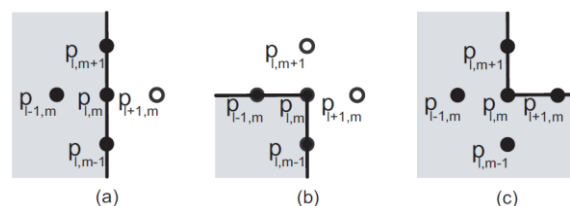
این معادله، شکل گسسته معادله شرط مرزی برای مرز سمت راست می‌باشد. شکل معادله برای مرز بالایی (عمود بر محور Y) به‌صورت زیر خواهد بود.

$$p_{l,m+1}^n = p_{l,m-1}^n + \frac{1}{\lambda \xi_w} (p_{l,m}^{n-1} - p_{l,m}^{n+1}) \quad (22)$$

با توجه به متفاوت بودن شکل معادله شرط مرزی برای مرزهای مختلف (مرز راست، چپ و یا گوشه، شکل ۳)، قبل از اعمال رابطه شرط مرزی می‌بایست نوع مرز مشخص گردد. بسته به نوع مرز، با استفاده از شکل گسسته رابطه شرط مرزی، معادله (۱۹) تصحیح خواهد شد [۱۴].

به‌عنوان نمونه برای نقاط روی دیوار سمت راست (شکل ۳a)، با استفاده از معادله (۲۱) ترم $p_{l+1,m}^n$ از معادله (۱۹) حذف شده و داریم:

$$p_{l,m}^{n+1} = [2(1 - 2\lambda^2)p_{l,m}^n + \lambda^2(p_{l,m+1}^n + p_{l,m-1}^n) + 2\lambda^2 p_{l-1,m}^n + \left(\frac{\lambda}{\xi_w} - 1\right)p_{l,m}^{n-1}] / \left(1 + \frac{\lambda}{\xi_w}\right) \quad (23)$$



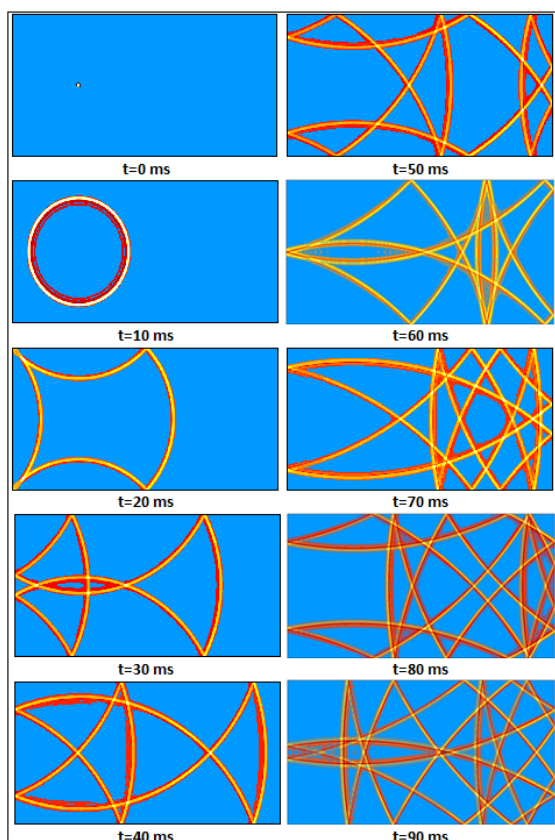
شکل ۳- انواع مرز: (a) مرز راست و (b) و (c) مرز گوشه.

با داشتن شکل گسسته معادله موج و معادله شرط مرزی، به منظور اعمال شرط اولیه معادله، از یک چشمه ضربه صدا با توزیع فشار پیوسته و شیب نسبتاً ملایم استفاده شده است. معادله (۲۴) بیان‌گر توزیع فشار چشمه ضربه صدا می‌باشد.

¹ Impulsive Sound Source

² Whispering Gallery Effect

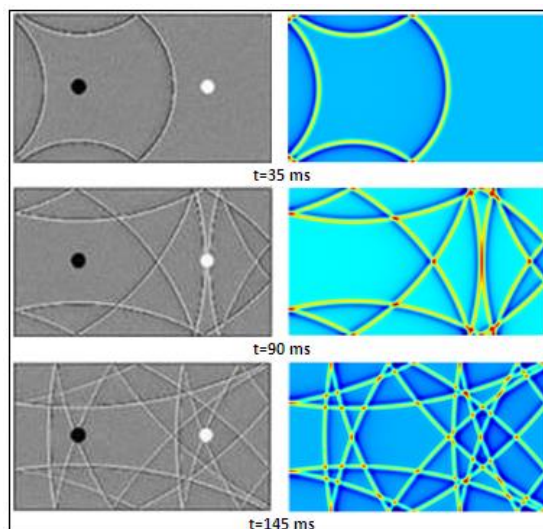
در شکل ۷، نحوه انتشار امواج صوتی ناشی از یک چشمه ضربه صدا در زمان‌های مختلف نشان داده شده است. با توجه به شکل، امواج صوتی پس از برخورد با سطوح منعکس شده‌اند. در این مورد ۲۰ درصد از انرژی امواج صوتی در هر برخورد توسط دیوار جذب و مابقی منعکس شده است.



شکل ۷- نحوه انتشار امواج صوتی در یک محیط بسته.

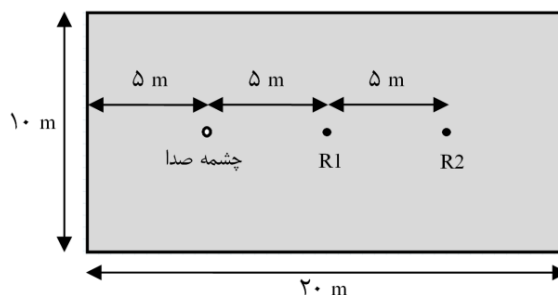
نمودار تغییرات فشار برحسب زمان در موقعیت‌های R1 و R2 در شکل ۸ نشان داده شده است. با توجه به نمودار مربوط به موقعیت R1، تا قبل از زمان حدود ۱۵ ms هیچ‌گونه تغییرات فشاری در این نقطه مشاهده نمی‌شود. تغییرات فشار در این لحظه به واسطه رسیدن جبهه موج مستقیم صدا به این نقطه می‌باشد. با توجه به سرعت صوت (۳۴۰ m/s) و فاصله موقعیت R1 تا منبع صدا (۵ m) زمان رسیدن جبهه موج مستقیم به درستی محاسبه شده است. بعد از عبور جبهه مستقیم موج صدا، تا لحظه حدود ۳۳ ms تغییرات فشاری در این نقطه دیده نمی‌شود. تغییرات مشاهده شده در لحظه ۳۳ ms، به دلیل رسیدن امواج انعکاس یافته از مرزهای بالا و پایین

مقایسه نحوه انتشار امواج صوتی ناشی از یک چشمه ضربه صدا (واقع در نقطه سیاه رنگ) در زمان‌های مختلف در شکل ۵ به تصویر کشیده شده است. چشمه صدا در نقطه یک چهارم طول واقع شده و مساحت سالن $518/4 \text{ m}^2$ می‌باشد [۶]. با توجه به شکل، هم‌خوانی بسیار خوبی بین نتایج روش حاضر و نتایج یاکاتا و همکارانش وجود دارد.

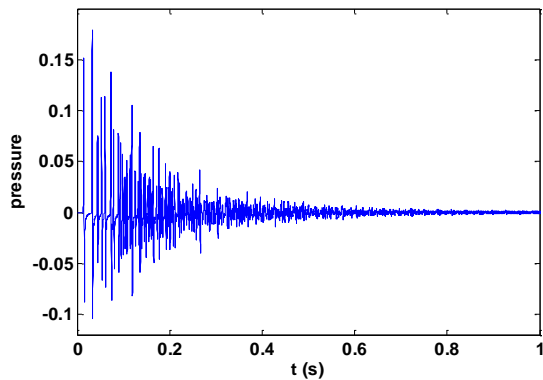


شکل ۵- مقایسه نحوه انتشار امواج صوتی (سمت راست: روش حاضر و سمت چپ: روش یاکاتا و همکارانش [۶]).

برای بررسی نحوه انتشار و انعکاس امواج صوتی در مواجهه با دیوارهای یک محیط بسته، از یک مستطیل به ابعاد $10 \times 20 \text{ m}$ استفاده شده است. دامنه مورد نظر می‌تواند مربوط به یک سالن کنفرانس، سینما و یا تالار اجرای زنده موسیقی باشد. شکل و ابعاد دامنه حل و همچنین محل قرارگیری چشمه صدا در شکل ۶ نشان داده شده است.



شکل ۶- شکل و ابعاد دامنه حل و موقعیت چشمه صدا.



شکل ۹- زمان تباهی صدا در موقعیت R1 ($\alpha=0/2$).

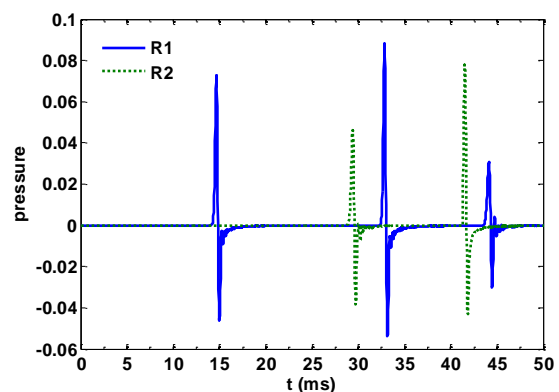
میزان موثر بودن یک ماده جاذب صدا با توجه به ضریب جذب آن (α) تعیین می‌گردد. این ضریب نشان‌دهنده میزان جذب انرژی صوتی یک ماده در یک برخورد است.

از لحاظ تئوری، این ضریب میان صفر (زمانی که هیچ انرژی صوتی جذب نمی‌شود) و یک (زمانی که جذب انرژی صوتی کامل بوده و تمام انرژی برخورد کرده جذب می‌شود) می‌تواند تغییر کند. ضریب‌ها با سنجش در آزمایشگاه و یا از طریق اندازه‌گیری در اتاق‌های نازک‌کاری شده مخصوص تخمین زده می‌شوند [۱۶].

در این قسمت به منظور بررسی اثر استفاده از مواد جاذب بر روی سطوح یک محیط بسته، نحوه تغییرات فشار در موقعیت R1 به ازای ضرایب جذب مختلف ($\alpha=0/0$ ، $\alpha=0/2$ و $\alpha=0/4$) در شکل ۱۰ نشان داده شده است. باتوجه به شکل، تا لحظه حدود ۳۳ ms یعنی قبل از رسیدن امواج انعکاسی از مرزها به نقطه R1 هر سه نمودار بر روی هم قرار دارند. بعد از این زمان، به دلیل جذب انرژی امواج برخوردی با دیوار و انعکاس موج ضعیف شده، افزایش ضریب جذب دیوار باعث کاهش دامنه نوسانات فشار شده است.

به طور کلی در هنگام برخورد امواج صوتی با دیوارهای یک اتاق، بخشی از آن توسط دیوار جذب شده و بخشی دیگر به داخل اتاق منعکس می‌شود. هر چه میزان ضریب جذب صدای دیوار بیشتر باشد، در هر برخورد انرژی بیشتری جذب شده و بنابراین دامنه نوسانات بیشتر کاهش یافته و زمان تباهی صدا کم‌تر می‌گردد.

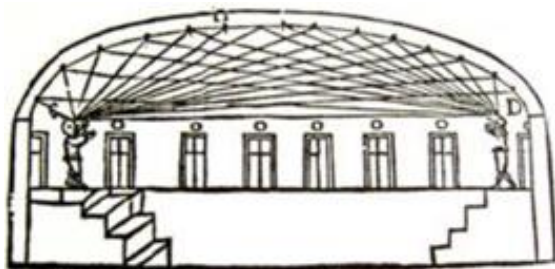
مستطیل به این نقطه می‌باشد. همچنین با رسیدن امواج انعکاسی از مرز سمت چپ، تغییرات به مراتب کوچک‌تری در لحظه حدود ۴۵ ms دیده می‌شود. با توجه به نمودار تغییرات فشار در موقعیت R2، اولین تغییرات فشار در لحظه حدود ۳۰ ms رخ می‌دهد. این تغییر فشار ناشی از رسیدن جبهه موج مستقیم به این نقطه بوده و با توجه به دو برابر شدن فاصله از منبع صدا (۱۰ m) نسبت به موقعیت R1، زمان ۳۰ ms قابل پیش‌بینی می‌باشد. چنانچه مشخص است دامنه این تغییرات کوچک‌تر از دامنه اولین تغییرات در موقعیت R1 است. این امر نشان‌دهنده افت فشار امواج صوتی با افزایش فاصله از منبع صدا می‌باشد. همچنین تغییرات فشار ناشی از رسیدن امواج انعکاس یافته از مرزهای بالا و پایین مستطیل در لحظه حدود ۴۲ ms رخ داده است.



شکل ۸- مقایسه نمودار تغییرات فشار در موقعیت R1 و R2 ($\alpha=0/2$).

زمان تباهی صدا در موقعیت R1، در شکل ۹ نشان داده شده است. با توجه به شکل، بعد از ایجاد ضربه صدا، حدود ۱ s طول می‌کشد تا صدا به طور کامل در داخل سالن از بین برود. این پارامتر در طراحی سالن‌های تئاتر، کنفرانس و غیره از اهمیت زیادی برخوردار است. برای نمونه زمان تباهی ایده‌آل صدا برای سالن‌های کنسرت بین ۱/۵ تا ۲ s می‌باشد درحالی‌که این زمان برای استودیوهای ضبط صدا می‌بایست کمتر از ۱ s باشد. بعلاوه زیاد بودن این زمان باعث ایجاد شرایط شنیداری نامناسب در یک محیط بسته می‌گردد [۱۵].

اثر سالن پیچ پیچ یک پدیده جالب آکوستیکی است که طی آن انرژی صوتی در طول سطح سقف گنبدی سالن منعکس شده و امکان مکالمه با صدای آهسته را بین افرادی که در دو انتهای سالن ایستاده‌اند فراهم می‌کند، شکل ۱۲. از معروف‌ترین بناهای تاریخی که این اثر به‌طور خیره‌کننده‌ای در آن وجود دارد، کلیسای استی پال در لندن، تالار قدیمی سنات در واشنگتن و ورودی بنای عالی قاپو در اصفهان می‌باشد.



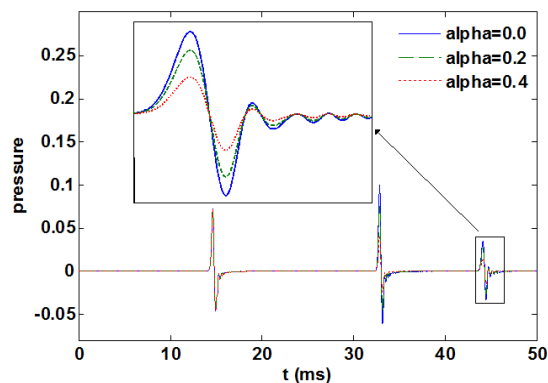
شکل ۱۲- انتقال صدای آهسته به علت حضور سقف بیضوی، کرچر ۱۶۵۰ [۱۷].

در این بخش جهت بررسی این پدیده آکوستیکی که ظاهراً به‌واسطه انحنای سقف رخ می‌دهد، نحوه انتشار امواج صوتی و تغییرات فشار ناشی از یک چشمه ضربه صدا واقع در یک گوشه سالن بررسی شده است. برای این منظور از یک سالن با سقف معمولی به ابعاد 10×20 m و یک سالن با سقف بیضوی استفاده شده است (شکل ۱۳).

نحوه انتشار امواج صوتی در زمان‌های مختلف برای هر دو سالن در شکل ۱۳ به تصویر کشیده شده است. چنانچه مشخص است در مورد سقف بیضوی، بر خلاف سقف مسطح، انحنای سقف باعث تمرکز صدا در گوشه دیگر سالن شده است.

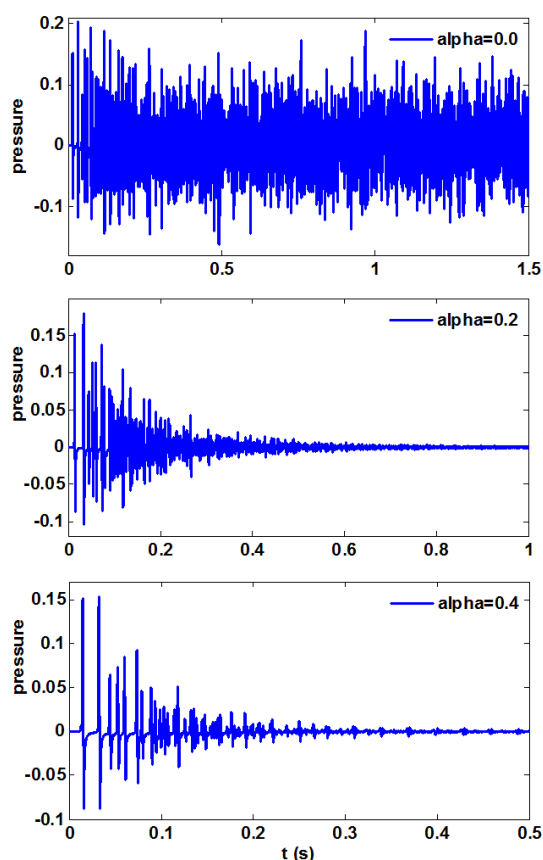
در شکل ۱۴، نمودار تغییرات فشار بر حسب زمان در موقعیت شنونده برای هر دو سالن نشان داده شده است. با توجه به نمودارها، دامنه نوسانات فشار در مورد سقف بیضوی، چندین برابر بزرگتر از سقف معمولی می‌باشد.

بنابراین با توجه به نمودارهای فوق می‌توان گفت که انحنای سقف، باعث تمرکز صدا در گوشه دیگر سالن و در نتیجه شنیده شدن صدای آهسته در فاصله‌ای دور شده است. این در صورتی است که در مورد سقف مسطح به دلیل عدم تمرکز امواج صوتی چنین اثری مشاهده نمی‌شود.



شکل ۱۰- مقایسه نمودار تغییرات فشار در موقعیت R1 به ازای ضرایب جذب مختلف.

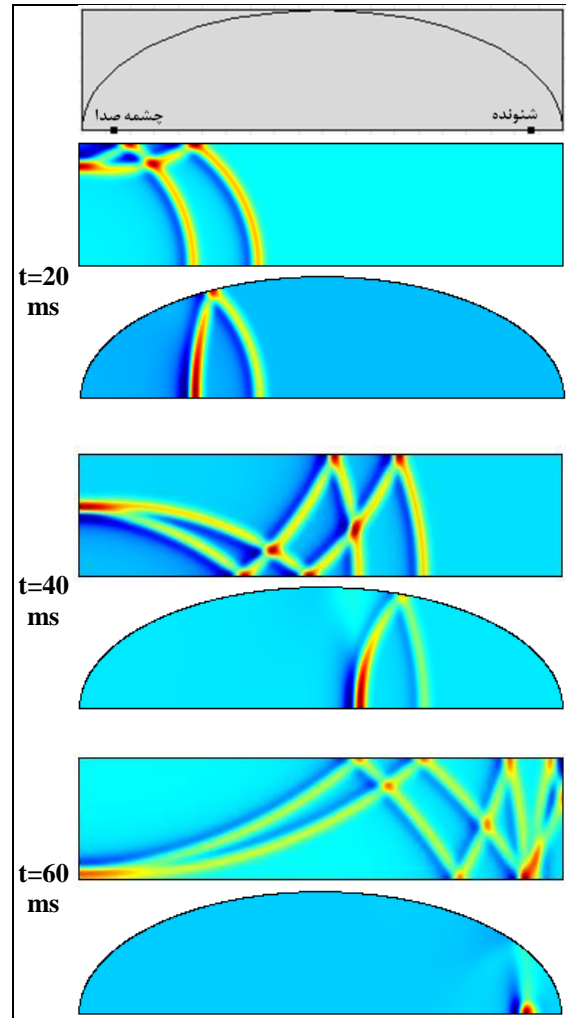
کاهش زمان تباهی صدا به دلیل افزایش ضریب جذب دیوار در شکل ۱۱ نشان داده شده است. با توجه به شکل به ازای ضریب جذب صفر، نوسانات فشار در موقعیت R1 با گذشت زمان کاهش نمی‌یابد. چراکه هیچ‌گونه انرژی صوتی از مرزهای محیط بسته خارج نمی‌گردد. همچنین با افزایش ضریب جذب از $0/2$ به $0/4$ ، زمان تباهی صدا از حدود ۱ s به حدود $0/5$ s کاهش می‌یابد.



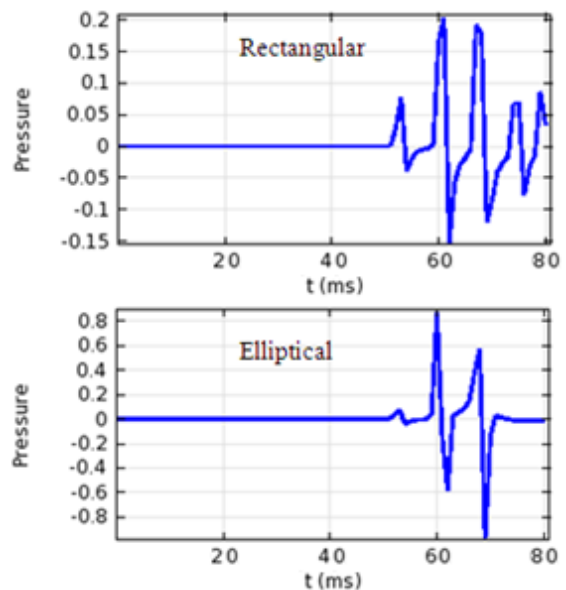
شکل ۱۱- مقایسه زمان تباهی صدا در موقعیت R1 به ازای ضرایب جذب مختلف..

۴- نتیجه‌گیری

به منظور بررسی نحوه انتشار امواج صوتی در یک محیط بسته، ابتدا معادله موج و معادله شرط مرزی با استفاده از قوانین بقای جرم، اندازه حرکت، معادله حالت آدیاباتیکی برای یک سیال تراکم‌پذیر ایده‌آل و معادله امپدانس دیوار استنتاج شد. در ادامه این معادلات از طریق روش تفاضل محدود حوزه زمان گسسته‌سازی شده و نحوه انتشار امواج صوتی در یک محیط بسته مستطیلی با ضریب جذب دیوار دلخواه و شرط اولیه چشمه ضربه صدا از طریق روش تفاضل محدود حوزه زمان مورد مطالعه قرار گرفت. مطابقت بسیار عالی نتایج روش حاضر و نتایج کارهای پیشین، نشان‌دهنده دقت این روش در شبیه‌سازی انتشار امواج صوتی در یک محیط بسته می‌باشد. به علاوه نتایج به دست آمده شامل کانتور توزیع فشار، تغییرات فشار برحسب زمان در موقعیت‌های مختلف، به دست آوردن زمان تباهی صدا، بررسی اثر استفاده از مواد جاذب روی سطوح سالن و نهایتاً بررسی پدیده آکوستیکی اثر سالن پیچ پیچ، حاکی از کارایی مطلوب روش پیشنهادی در حل مسائل مربوط به انتشار امواج آکوستیکی در محیط‌های بسته است.



شکل ۱۳- مقایسه نحوه انتشار امواج صوتی ناشی از یک چشمه ضربه صدا واقع در گوشه سمت چپ سالن.



شکل ۱۴- مقایسه نمودار تغییرات فشار برحسب زمان در موقعیت شنونده.

۵- مراجع

- [1] Rindel, J.H., Naylor, G. (1992). "Computer Modeling of Sound Fields in Rooms". The State of the Art and Outlook to the Future, ICA 14, F2-1.
- [2] Svensson, U.P. (2002). "Modelling Acoustic Spaces for Audio Virtual Reality". Work on Model based Proc. and Coding of Audio (MPCA), pages 109–116, Belgium.
- [3] Krokstad, A., Strom, S., Sorsdal, S. (1968). "Calculating the Acoustical Room Response by the Use of a Ray Tracing Method". J. of Sound and Vibration, 8(1):118125.
- [4] Allen, J., Berkley, D. (1979). "Image Method for Efficiently Simulating Small-Room Acoustics". J. Acoust. Soc. Am., 65(4):943950.
- [5] Naylor, G.M. (1993). "ODEON another Hybrid Room Acoustical Model". Appl. Acoust., 38:131–143.
- [6] Yokota, T. (2002). "Visualization of Sound Propagation and Scattering in Rooms". Acoust. Sci. & Tech., 23, 1, p40-46.
- [7] Kowalczyk, K., van Walstijn, M. (2008). "Modelling Frequency Dependent Boundaries as Digital Impedance Filters in FDTD and K-DWM Room Acoustics Simulations". J. Audio Eng. Soc., 56(7/8):569–583.
- [8] Mitchell, A.R., Wait, R. (1977). "The Finite Element Method in Partial Differential Equations". John Wiley & Sons, London.
- [9] Kludzuweit, A. (1991). "Time Iterative Boundary Element Method (TIBEM) ein neues numerisches verfahren der 4- dimensionalen systemanalyse von wellenvorgangen zur berechnung der raumimpulsantwort. Acustica, 75:17–27.
- [10] de Cogan D. (1998). Transmission Line Matrix (TLM) Techniques for Diffusion Applications. Gordon and Breach Science Publishers, Amsterdam.
- [11] Hofmann, M. (2011). "Sound Field Simulation Using Finite Differences in the Time Domain (FDTD)". Seminar on Selected Topics in Multimedia Communications, Universität Erlangen-Nürnberg.
- [12] Botteldooren, D. (1995). "Finite Difference Time Domain Simulation of Low Frequency Room Acoustic Problems". J. Acoust. Soc. Am., 98(6):3302–3308.
- [13] Kuttruff, H. (1973). "Room acoustics". Applied Science Publishers Ltd, London.
- [14] Kowalczyk, K. (2008). "Formulation of Locally Reacting Surfaces in FDTD/K-DWM Modelling of Acoustic Spaces". Acta Acustica United With Acustica, Vol. 94, p891 –906.
- [15] Crompton, J.S., Gritter, L.T., Yushanov, S.Y., Koppenhoefer, K.C., Magyari, D. (2010). "Analysis of Acoustic Response of Rooms". COMSOL Conference Boston.
- [16] Egan, M.D. (2007). "Architectural Acoustics". J. Ross Publishing, Fort Lauderdale.
- [17] Vercammen, M. (2012). "Sound Concentration Caused by Curved Surfaces". Eindhoven University press, Netherlands.