

## مدل سازی و محاسبه زمان تناوب سازه‌های فولادی مهاربندی شده با سقف‌های تیرچه‌ای نیمه‌صلب

محمدعلی هادیان فرد<sup>۱\*</sup> و سعید صداقت<sup>۲</sup>

اطلاعات مقاله	چکیده
<p><b>واژگان کلیدی:</b>            زمان تناوب سازه            دیافراگم صلب            سقف نیمه صلب            سقف تیرچه ای            ساختمان های فولادی</p>	<p>در آیین‌نامه‌های زلزله دنیا مقدار نیروی زلزله وارد بر ساختمان بستگی به زمان تناوب سازه دارد، در اکثر این آیین‌نامه‌ها برای محاسبه زمان تناوب سازه از روابط تجربی استفاده می‌شود. این روابط برای سازه‌هایی که عملکرد دیافراگم آنها صلب می‌باشد بدست آمده‌اند. بنابراین استفاده از این روابط برای سازه‌های با دیافراگم نیمه‌صلب یا انعطاف‌پذیر صحیح نمی‌باشد و باعث خطا در تعیین نیروی زلزله وارد بر سازه می‌گردد. این مسئله در سازه‌های سخت مانند سازه‌های همراه با دیوار برشی یا مهاربندی و سقف‌های تیرچه‌ای که در یک جهت دارای صلبیت کمتری هستند و سقف دارای عملکرد نیمه‌صلب می‌باشد دارای اهمیت بیشتری است. در این تحقیق زمان تناوب ساختمان‌های مهاربندی اسکلت فولادی با سقف‌های تیرچه‌ای، در دو حالت مدل‌سازی واقعی ساختمان بدون فرض دیافراگم صلب و مدل‌سازی ایده‌آل با فرض دیافراگم صلب مقایسه شده است و نقش انعطاف‌پذیری دیافراگم بر زمان تناوب سازه مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین روابط ساده شده ای جهت محاسبه سریع و تقریبی زمان تناوب سازه‌ها ی با دیافراگم های انعطاف پذیر پیشنهاد گردیده است.</p>

### ۱- مقدمه

های کوتاه دارند و سختی آنها درمقایسه با دیگر اعضای سازه بسیار زیاد است، برای کاهش حجم محاسبات رفتار صلب برای آنها در نظر گرفته می‌شود (شکل ۱). در این رفتار فرض می‌شود که دیافراگم به اندازه کافی دارای سختی درون صفحه‌ای می‌باشد و تغییر شکلی در صفحه آن ایجاد نمی‌شود. در این حالت دیافراگم مانند یک جسم صلب جابجا می‌گردد و تغییر مکان‌های گره‌های موجود در آن بهم وابسته می‌شوند. در اینصورت در مرکز جرم هر دیافراگم یک گره مرجع با سه درجه آزادی وجود دارد که شامل دو درجه آزادی انتقالی درون صفحه‌ای و یک درجه

کف‌ها و دیافراگم‌های کف، اولین جزء از سیستم باربر جانبی هستند که علاوه بر تحمل بارهای ثقلی وظیفه انتقال بارهای جانبی به اعضای قائم سیستم باربر جانبی را نیز بر عهده دارند. در تحلیل سازه به دلیل اینکه دیافراگم‌های کف رفتاری شبیه تیرهای عمیق با دهانه

\*پست الکترونیک نویسنده مسئول: hadianfard@sutech.ac.ir

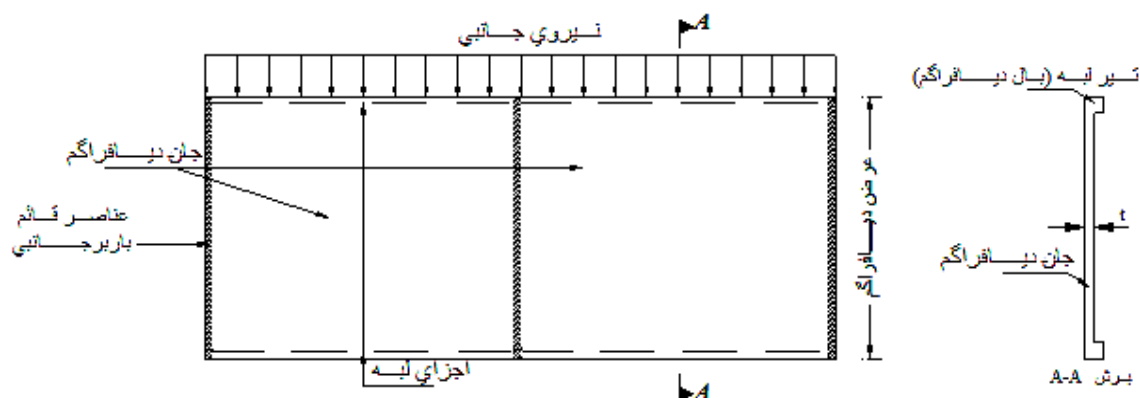
۱. دانشیار، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه صنعتی شیراز  
 ۲. دانش آموخته کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه صنعتی شیراز

طراحی لرزه‌ای این سازه‌ها و دیافراگم کف شد [۸]. اما رفتار دیافراگم‌ها برای سیستم‌های مختلف سازه و سقف به صورت قابل توجهی متفاوت است و بستگی به جزئیات سیستم دیافراگم کف و سازه دارد. یکی از سیستم‌های سازه‌ای که رفتار دیافراگم‌ها در آن ممکن است به صورت کاملاً صلب نباشد، ساختمان‌های مهاربندی اسکلت فولادی با سقف‌های تیرچه‌ای می‌باشد. در این سیستم سازه‌ای، سختی زیاد اعضاء قائم برابر جانبی (بادبندها) و صلبیت کمتر سقف‌های تیرچه‌ای در یک جهت شرایط استفاده از فرض دیافراگم صلب را با سوال روبرو می‌کند. در این سازه‌ها انعطاف پذیری دیافراگم کف با تغییر زمان تناوب سازه و در نتیجه تغییر مقدار نیروی وارد بر سازه و برهم زدن نحوه توزیع آن بین اعضاء قائم برابر جانبی (بادبندها) بر پاسخ سازه اثر می‌گذارد [۹ و ۱۰].

مطالعه رفتار سازه‌های دارای سقف‌های انعطاف پذیر هنوز نیز مورد توجه محققان زیادی می‌باشد و با توسعه نرم افزارهای کامپیوتری مطالعه تحلیلی اینگونه ساختمانها و انجام آنالیزهای دینامیکی خطی و غیر خطی آنها مورد توجه زیادی قرار گرفته است [۱۱ و ۱۲].

آزادی چرخشی خارج از صفحه می‌باشد و درجات آزادی سایر گره‌های دیافراگم به درجات آزادی این گره مرجع وابسته می‌گردد، در صورت استفاده از مدل واقعی دیافراگم، هر گره از کف دارای این سه درجه آزادی مستقل می‌باشد و تعداد درجات آزادی سازه افزایش می‌یابد [۲ و ۱].

فرض دیافراگم صلب هم اکنون توسط اکثر آیین‌نامه‌های معتبر دنیا پذیرفته شده است و نیروها و خصوصیات دینامیکی سازه بر اساس فرض دیافراگم صلب بدست می‌آیند [۳]. بطور مثال در این آیین‌نامه‌ها مقدار نیروی زلزله وارد بر سازه بستگی به زمان تناوب سازه دارد و برای محاسبه زمان تناوب سازه از روابط تجربی استفاده می‌شود که این روابط برای سازه‌هایی که عملکرد دیافراگم آنها صلب می‌باشد بدست آمده‌اند. اما استفاده از فرض دیافراگم صلب و روابطی که با توجه به این فرض بدست می‌آیند برای سازه‌هایی که نسبت سختی اعضاء قائم برابر جانبی نسبت به سختی دیافراگم کف قابل توجه است ممکن است صحیح نباشد و منجر به خطا در برآورد نیروها و پاسخ سازه گردد. برای این سازه‌ها، انعطاف پذیری دیافراگم می‌تواند رفتار دینامیکی سازه را تغییر دهد [۴-۷]. اگر چه عملکرد غیر منتظره سازه‌های پارکینگی در زلزله نورتریج منجر به بازبینی در روش



شکل (۱): تشبیه عملکرد تیری دیافراگم

عنوان نسبت دهانه به عرض نامیده می‌شود، پارامتر مهمی در ارزیابی میزان صلبیت سقف‌ها می‌باشد. بطوری که با افزایش این نسبت بر میزان انعطاف پذیری سقف افزوده می‌گردد. در این تحقیق پنج نسبت دهانه به عرض ۳، ۴، ۵، ۶ و ۷ در تحلیل‌ها استفاده شده است. ارتفاع تمام طبقات ۳ متر و اندازه دهانه‌ها ۴ متر فرض شده است. مدل‌ها با فرض دیافراگم صلب و تحلیل استاتیکی خطی مطابق مبحث دهم مقررات ملی برای کاربری مسکونی و مناطق با خطر نسبی خیلی زیاد و تیپ خاک III طراحی شده‌اند.

برای مدل کردن رفتار واقعی دیافراگم (دیافراگم نیمه صلب)، کل سقف توسط المان‌های پوسته مدل می‌شود. در این حالت از گزینه سقف صلب نرم افزار استفاده نمی‌گردد. جهت مدل کردن سقف‌های سازه که صرفاً تحت بار جانبی قرار می‌گیرند، استفاده از یک المان چهار گرهی که هر گره آن دارای دو درجه آزادی می‌باشد کافی است. اما از آنجا که باید مدل سازه به صورت سه بعدی همراه با المان‌های تیر و ستون و مهاربندی‌ها انجام گیرد، تغییر شکل کلی سازه ناشی از بار جانبی باعث به وجود آمدن خمش در دیافراگم می‌گردد. بنابراین سقف سازه حتی بدون در نظر گرفتن بارهای ثقلی هم رفتاری غشایی-خمشی خواهد داشت. در این بخش برای مدل‌سازی دیافراگم کف از المان پوسته استفاده شده است. این المان برای مدل‌های مختلفی از جمله سازه‌های صفحه‌ای و پوسته‌ای سه بعدی، سازه‌های غشایی دو و سه بعدی و سیستم‌های سازه‌ای دارای خمش در صفحه استفاده می‌شود. این المان چهار گرهی ترکیبی از رفتار غشایی و خمشی را در بر دارد (شکل ۲).

بر اساس آیین‌نامه زلزله ایران (استاندارد ۲۸۰۰)، برای محاسبه زمان تناوب سازه‌های فولادی مهاربندی شده از رابطه تجربی (۱) استفاده می‌شود [۳].

$$T = 0.05H^{\frac{3}{4}} \quad (1)$$

که در رابطه فوق،  $H$  ارتفاع ساختمان بر حسب متر از تراز پایه می‌باشد. همچنین به جای استفاده از رابطه تجربی (۱) می‌توان از رابطه (۲) نیز استفاده نمود، ولی مقدار آن نباید از ۱/۲۵ برابر زمان تناوب به دست آمده از رابطه (۱) بیشتر اختیار شود.

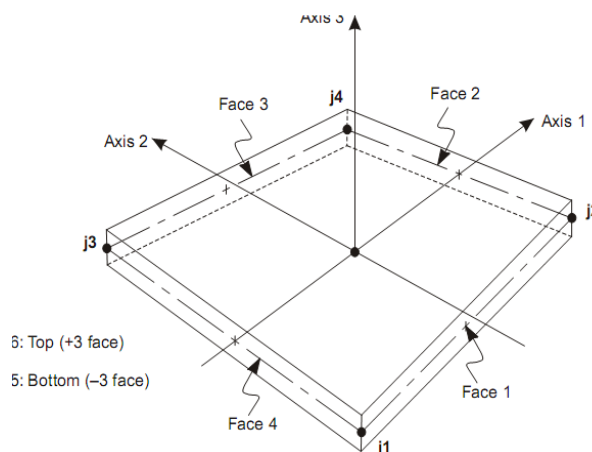
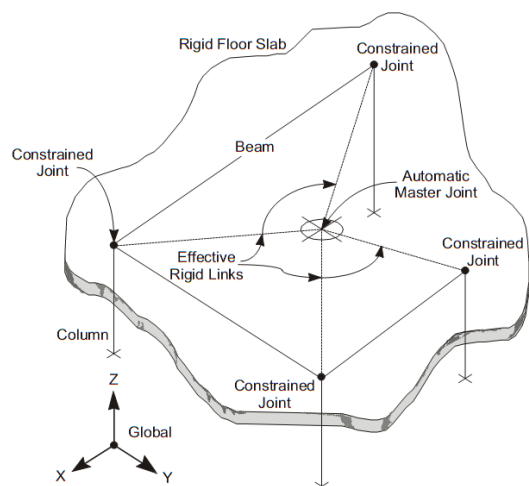
$$T = 2\pi \sqrt{\left[ \sum_{i=1}^n w_i \delta_i^2 \right] \div \left[ g \sum_{i=1}^n F_i \delta_i \right]} \quad (2)$$

در این رابطه  $F_i$ ،  $\delta_i$ ،  $W_i$ ،  $g$  به ترتیب نیروی جانبی وارد به طبقه، تغییر مکان ناشی از نیروی جانبی، وزن طبقه و شتاب ثقل زمین است.

در این تحقیق زمان تناوب ساختمان‌های مهاربندی اسکلت فولادی با سقف‌های تیرچه‌ای که از روش‌های مختلف شامل: مدل تحلیلی سه بعدی در نرم افزار اجزا محدود بدون فرض دیافراگم صلب، مدل تحلیلی سه بعدی در نرم افزار اجزا محدود با رفتار ایده‌آل فرض دیافراگم صلب و روش‌های بیان شده در استاندارد ۲۸۰۰ شامل رابطه تجربی (۱) و رابطه (۲) بدست آمده است، مقایسه شده و نقش پارامترهای مختلف بر زمان تناوب سازه مورد بررسی قرار گرفته است و روش تقریبی برای تعیین زمان تناوب اینگونه سازه‌ها بیان شده است.

## ۲- روش مدل‌سازی

مدل‌های مورد بررسی در این تحقیق ساختمان‌های فولادی مهاربندی شده یک و سه طبقه با سقف تیرچه‌ای می‌باشند. اگر بزرگترین فاصله بین دو قاب مهاربندی شده مجاور را دهانه مهار نشده بنامیم و نسبت آن را به عرض پلان ساختمان (عرض ساختمان موازی با محور مهاربندی شده) محاسبه نمائیم، عدد حاصله که از این به بعد به



Four-node Quadrilateral Shell Element

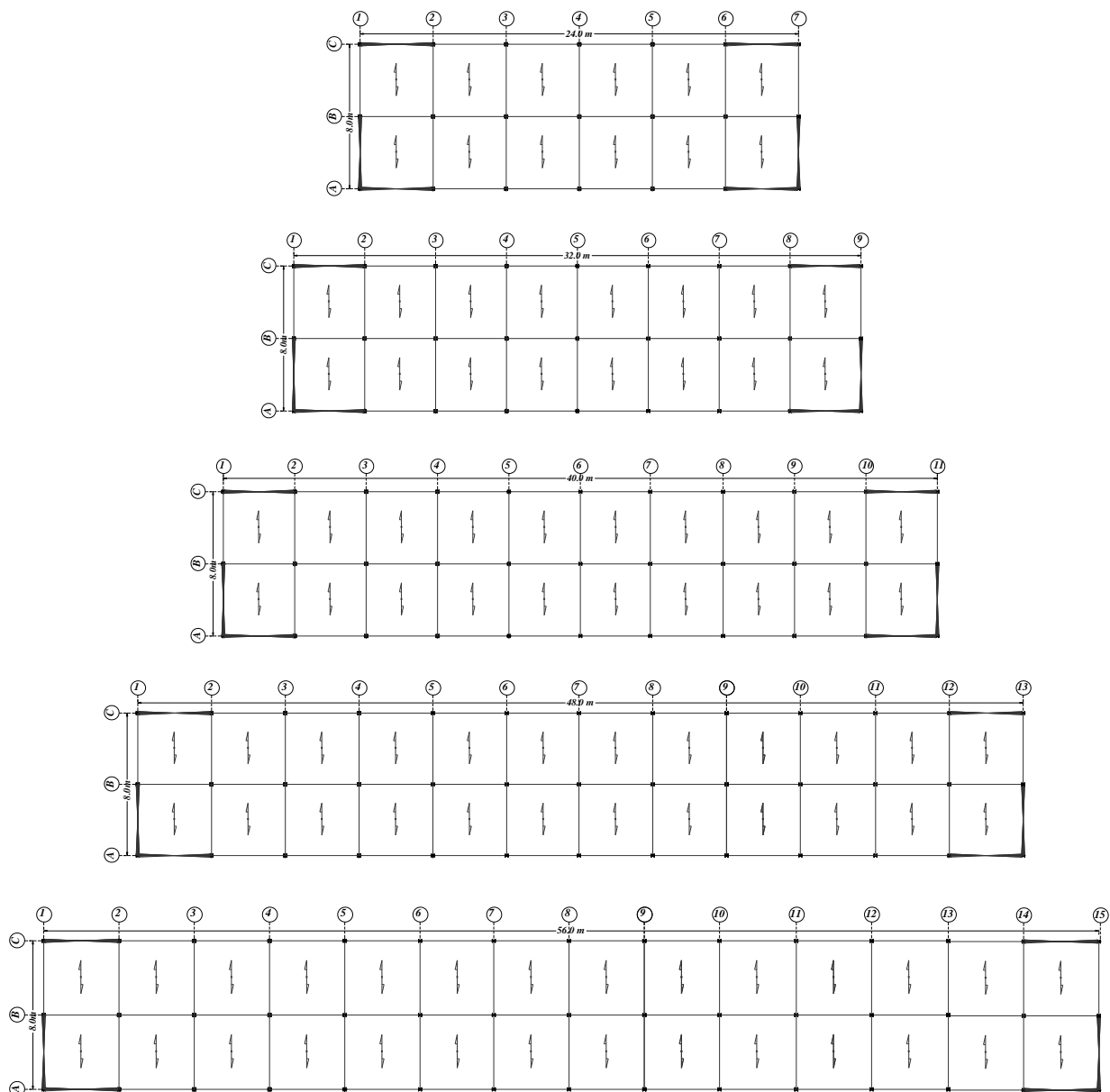
شکل (۲): المان پوسته استفاده شده در نرم افزار Sap2000

شکل ۳- قید دیافراگم استفاده شده در نرم افزار Sap2000

برای محاسبه تغییر شکلها و نیروهای داخلی در دیافراگم کف ها از تحلیل تاریخچه زمانی خطی در نرم افزار Sap2000 استفاده شده است. برای تحلیل تاریخچه زمانی رکورد سه زلزله طبس (ایران، ۱۹۷۸)، رودبار (ایران، ۱۹۹۰) و السنترو<sup>۱</sup> (امپریال ولی، ۱۹۴۰) که هر کدام دارای دو مؤلفه طولی و عرضی می‌باشند انتخاب شده است که برای سازگاری بیشتر زمین لرزه‌های انتخابی با طیف طرح استاندارد ۲۸۰۰ ایران، مطابق این آیین نامه رکوردهای زلزله برای شتاب 0.35g مقیاس شده‌اند. نتایج این تحلیل ها به صورت کامل در مراجع [۱ و ۲] آمده است و در اینجا فقط به ذکر نتایج مربوط به خواص دینامیکی سازه (محاسبه زمان تناوب طبیعی سازه) اکتفا گردیده است. همچنین در این مراجع صلبیت سقف تیرچه و بلوک در دو جهت موازی با تیرچه ها و عمود بر تیرچه ها با هم مقایسه گردیده است. بر اساس نتایج حاصله صلبیت سقف تیرچه بلوک در جهت عمود بر تیرچه ها بیشتر از جهت موازی با تیرچه ها می باشد که بحث در این خصوص خارج از حوصله این مقاله می باشد و در مراجع [۱ و ۲] به صورت کامل ارائه گردیده است.

برای مدل‌سازی تیرچه‌ها و اعضای قاب شامل تیر و ستون‌ها از المان تیر استفاده شده است. برای مدل کردن ساختمان با فرض دیافراگم صلب از تعریف گره مرکز جرم (Master joint) و اعمال قید دیافراگم (Diaphragm Constraint) استفاده شده است (شکل ۳). به کمک این قید می‌توان تغییر مکان‌های کلیه نقاط واقع بر یک دیافراگم را در صفحه آن به هم وابسته نمود. این قید هیچ محدودیتی برای تغییر مکان در خارج از صفحه ایجاد نمی‌نماید. اتصال بین المان‌ها نیز توسط گره‌های مشترک روی نقاط مرزی آن‌ها تعریف می‌شود. در تحلیل استاتیکی معادل، معمولاً نیروهای جانبی افقی به گره مرجع در کف صلب اعمال می‌گردد. ولی در یک سازه با کف نیمه صلب یا انعطاف پذیر، اضافه نمودن این نیروها تنها به گره واقع در مرکز جرم منجر به ایجاد تمرکز تنش در نزدیکی مرکز جرم می‌گردد، بنابراین در این تحقیق نیروی جانبی زلزله به صورت یک بار گسترده در تراز هر طبقه بر روی کف، پخش شده است. پلان ساختمان سه طبقه برای نسبت دهانه به عرض ۳، ۴، ۵، ۶ و ۷ در شکل (۴) نشان داده شده‌اند.

<sup>1</sup> -Elcentro



شکل ۴- پلان مدل‌ها برای نسبت دهانه به عرض ۳، ۴، ۵، ۶، ۷

جدول (۲) زمان تناوب اصلی سازه در دو مدل یک و سه طبقه با دیافراگم انعطاف‌پذیر و صلب حاصل از تحلیل سازه و روش‌های ارائه شده در استاندارد ۲۸۰۰ آورده شده است. همان‌طور که این جداول نشان می‌دهند با افزایش نسبت دهانه به عرض، زمان تناوب سازه در مدل‌های انعطاف‌پذیر نسبت به مدل صلب افزایش یافته است. اگر نسبت بی بعد  $T_{ratio}$  به صورت نسبت زمان تناوب دیافراگم انعطاف‌پذیر به زمان تناوب دیافراگم صلب تعریف شود، مشاهده می‌شود که با افزایش نسبت دهانه به عرض

### ۳- مقایسه زمان تناوب‌های بدست آمده از روش‌های مختلف

زمان تناوب سازه علاوه بر روش‌های عنوان شده در استاندارد ۲۸۰۰ ایران [۳] توسط آنالیز دینامیکی در نرم افزار نیز محاسبه گردیده است. زمان‌های تناوب بدست آمده در نرم افزار مربوط به مود اول ارتعاش سازه می‌باشد که برای محور موازی با عرض ساختمان یعنی جهت موازی با تیرچه‌ها محاسبه گردیده است. در جدول (۱) و

ارائه شده در استاندارد ۲۸۰۰ نیز اختلاف مشاهده می‌شود به طوری که روش تجربی که در رابطه (۱) ارائه شده زمان تناوب کوتاه‌تری نسبت به رابطه (۲) می‌دهد. در حالی که زمان تناوب محاسبه شده از رابطه (۲) برای سازه‌های با دیافراگم صلب به زمان تناوب بدست آمده از روش تحلیلی با فرض دیافراگم صلب نزدیک می‌باشد. در نتیجه استفاده از روابط تجربی آیین‌نامه برای ساختمان‌های با دیافراگم انعطاف‌پذیر که خود نسبت به حالت دیافراگم صلب زمان تناوب طولانی‌تری دارند منجر به خطای زیادی در محاسبه زمان تناوب این سازه‌ها و از طرفی افزایش زیاد برش پایه می‌شود. این افزایش زیاد برش پایه می‌تواند منجر به طراحی محافظه کارانه و غیر اقتصادی در سازه شود.

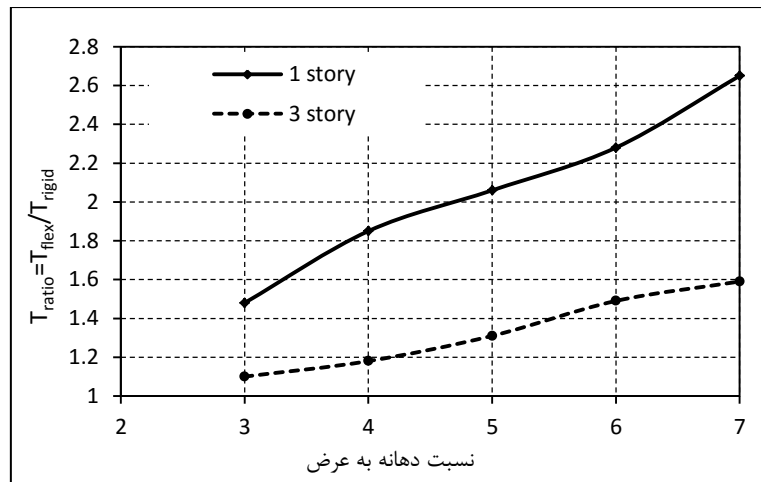
دیافراگم، این نسبت افزایش پیدا می‌کند. به طوری که در مدل یک طبقه با نسبت دهانه به عرض ۷ این نسبت ۲/۶۵ بدست آمده است در حالی که در مدل یک طبقه با نسبت دهانه به عرض ۳ این نسبت ۱/۴۸ می‌باشد. به عبارت دیگر با افزایش انعطاف‌پذیری دیافراگم کف، تفاوت بین زمان تناوب بدست آمده از فرض دیافراگم صلب و دیافراگم انعطاف پذیر افزایش می‌یابد. همچنین شکل (۵) نشان می‌دهد که اختلاف بین زمان تناوب در مدل دیافراگم انعطاف پذیر و مدل دیافراگم صلب با کاهش طبقات ساختمان افزایش می‌یابد. به طور مثال مقدار  $T_{ratio}$  در مدل سه طبقه با نسبت دهانه به عرض ۷ برابر ۱/۵۹ می‌باشد در حالی که در مدل یک طبقه  $T_{ratio}$  برای همین مدل ۲/۶۵ بدست آمده است. از طرفی همان‌طور که جدول (۱) و جدول (۲) نشان می‌دهند بین دو روش

جدول ۱- زمان تناوب بدست آمده از روش‌های مختلف در مدل ۱ طبقه

مدل	زمان تناوب با استفاده از رابطه (۱) (ثانیه)	زمان تناوب با استفاده از رابطه (۲) (ثانیه)	زمان تناوب با فرض دیافراگم صلب (ثانیه)	زمان تناوب با دیافراگم انعطاف‌پذیر (ثانیه)	نسبت زمان تناوب دیافراگم انعطاف‌پذیر به زمان تناوب دیافراگم صلب $T_{ratio}$
نسبت دهانه به عرض ۳	۰/۱۱۴	۰/۱۰۵	۰/۱۰۵	۰/۱۶۱	۱/۵۰
نسبت دهانه به عرض ۴	۰/۱۱۴	۰/۱۲۶	۰/۱۳۰	۰/۲۱۴	۱/۸۵
نسبت دهانه به عرض ۵	۰/۱۱۴	۰/۱۳۷	۰/۱۴۲	۰/۲۹۲	۲/۰۶
نسبت دهانه به عرض ۶	۰/۱۱۴	۰/۱۵۰	۰/۱۵۳	۰/۳۴۹	۲/۲۸
نسبت دهانه به عرض ۷	۰/۱۱۴	۰/۱۶۷	۰/۱۶۵	۰/۴۳۹	۲/۶۵

جدول ۱- زمان تناوب بدست آمده از روش‌های مختلف مدل ۳ طبقه

مدل	زمان تناوب با استفاده از رابطه (۱) (ثانیه)	زمان تناوب با استفاده از رابطه (۲) (ثانیه)	زمان تناوب با فرض دیافراگم صلب (ثانیه)	زمان تناوب با دیافراگم انعطاف‌پذیر (ثانیه)	نسبت زمان تناوب دیافراگم انعطاف‌پذیر به زمان تناوب دیافراگم صلب $T_{ratio}$
نسبت دهانه به عرض ۳	۰/۲۶۰	۰/۳۵۵	۰/۳۵۱	۰/۳۸۴	۱/۱۰
نسبت دهانه به عرض ۴	۰/۲۶۰	۰/۳۷۰	۰/۳۶۸	۰/۴۳۶	۱/۱۸
نسبت دهانه به عرض ۵	۰/۲۶۰	۰/۳۸۵	۰/۳۸۹	۰/۵۴۰	۱/۳۱
نسبت دهانه به عرض ۶	۰/۲۶۰	۰/۴۰۵	۰/۴۱۰	۰/۶۱۳	۱/۴۹
نسبت دهانه به عرض ۷	۰/۲۶۰	۰/۴۶۱	۰/۴۶۴	۰/۷۴۰	۱/۵۹



شکل ۵- تأثیر انعطاف پذیری دیافراگم بر روی زمان تناوب سازه

#### ۴-۱- روش تقریبی محاسبه زمان تناوب سازه های یک

##### طبقه با دیافراگم نیمه صلب

برای محاسبه زمان تناوب سازه های یک درجه آزادی دو روش در این تحقیق پیشنهاد شده است. در روش اول برای بدست آوردن زمان تناوب سازه، دیافراگم سقف را به صورت یک تیر عمیق فرض نموده و علاوه بر تعیین زمان تناوب سازه با فرض دیافراگم صلب، زمان تناوب خود دیافراگم را نیز تعیین نموده و نتایج را به صورت دو سیستم سری با هم ترکیب می نمایم. در روش دوم با اصلاح سختی سازه، زمان تناوب سازه با تأثیر انعطاف پذیری دیافراگم محاسبه می گردد.

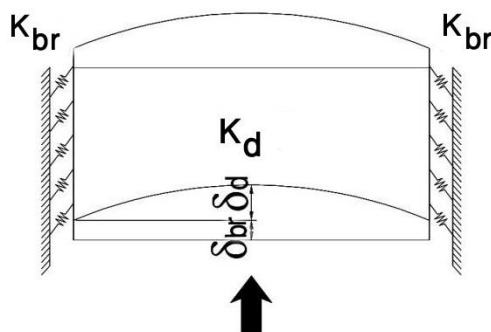
#### ۴-۱-۱- روش اول: فرض دیافراگم به صورت تیر عمیق

برای محاسبه زمان تناوب دیافراگم، می توان دیافراگم را مانند یک تیر عمیق فرض نمود، که بر روی تکیه گاه هایی که همان اجزای قائم باربر جانبی (بادبندها) هستند واقع شده است شکل (۶). اگر مجموع سختی بادبندها با  $K_{br}$  و سختی درون صفحه ای دیافراگم با  $K_d$  و جرم موثر طبقه  $m_d$  باشد مدل تحلیلی دیافراگم را می توان به صورت شکل (۷) نشان داد.

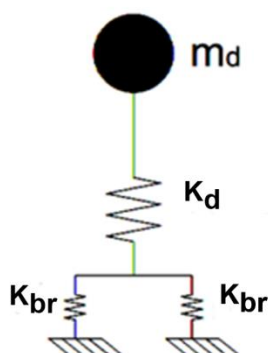
#### ۴- ارائه روش تقریبی برای محاسبه

##### زمان تناوب سازه با دیافراگم انعطاف پذیر

به طور کلی برای تحلیل سازه در برابر نیروی زلزله سه روش کلی وجود دارد. این سه روش عبارتند از روش استاتیکی معادل، روش شبه دینامیکی (طیفی) و روش دینامیکی تاریخچه زمانی. در هر سه روش بیان شده تعیین زمان تناوب اصلی سازه ضروری بوده و دقت نتایج کاملاً به دقت در تخمین زمان تناوب سازه وابسته می باشد. همانطور که در بخش قبل اشاره شد روابط آیین نامه تجربی و ساده بوده و بر اساس فرض دیافراگم صلب بدست آمده است در تعیین زمان تناوب سازه های با دیافراگم انعطاف پذیر دارای خطای زیادی می باشد. به طور کلی بهترین روش برای تعیین زمان تناوب این سازه ها، استفاده از مدل سه بعدی سازه با در نظر گرفتن تمام جزئیات در نرم افزارهای اجزای محدود می باشد. اما برای سهولت در این بخش، روابط ساده و روشنی جهت محاسبه زمان تناوب این سازه ها پیشنهاد می گردد.



شکل ۶- مدل تیر عمیق دیافراگم



شکل ۷- مدل تحلیلی دیافراگم با در نظر گرفتن سختی دیافراگم و بادبندها

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}} \rightarrow \frac{1}{K} = \frac{T^2}{4\pi^2 m} \quad (5)$$

با استفاده از رابطه (۴) و رابطه (۵) می‌توان نوشت:

$$\frac{T_{eq}^2}{4\pi^2 m_d} = \frac{T_r^2}{4\pi^2 m_d} + \frac{T_d^2}{4\pi^2 m_d} \quad (6)$$

$$T_f^2 = T_{eq}^2 = T_r^2 + T_d^2 \quad (7)$$

$$T_f = \sqrt{T_r^2 + T_d^2} \quad (8)$$

که در این رابطه \$T\_d\$ زمان تناوب دیافراگم، \$T\_r\$ زمان تناوب سازه با فرض دیافراگم صلب، \$T\_f\$ زمان تناوب معادل سازه با در نظر گرفتن انعطاف‌پذیری دیافراگم کف می‌باشد.

با توجه به اشکال (۱۰) و (۱۱) جابجایی کل و سختی معادل سیستم را می‌توان به صورت رابطه زیر بیان نمود.

$$\delta_{TOT} = \delta_d + \delta_{br} \quad (3)$$

$$\frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{K_{br}} + \frac{1}{K_d} \quad (4)$$

که در این روابط \$\delta\_d\$ تغییر شکل دیافراگم، \$\delta\_{br}\$ جابجایی نسبی طبقه، \$K\_d\$ سختی معادل دیافراگم، \$K\_{br}\$ سختی معادل بادبندها و \$K\_{eq}\$ سختی معادل کل سیستم می‌باشد.

با توجه به اینکه سختی معادل دیافراگم و سختی معادل کل بادبندها به صورت سری به هم متصل هستند، زمان تناوب اصلی ارتعاش کل سیستم را می‌توان به طور تقریبی از دو ترم جداگانه با استفاده از جذر مجموع مربعات به صورت زیر بدست آورد:



با جایگذاری رابطه (۱۱) و رابطه (۱۲) در رابطه (۱۰) می‌توان سختی درون صفحه‌ای دیافراگم را به صورت تقریبی مطابق رابطه (۱۳) حساب نمود.

$$K_d = \frac{1}{\frac{5L^3}{384EI} + \frac{\alpha L}{8GA}} \quad (13)$$

با محاسبه سختی از رابطه (۱۳) و محاسبه زمان تناوب تقریبی دیافراگم با استفاده از رابطه (۹) و محاسبه زمان تناوب تناوب سازه با فرض دیافراگم صلب مطابق روش‌های تجربی آیین‌نامه یا روش تحلیلی، می‌توان زمان تناوب سازه با دیافراگم انعطاف‌پذیر را با استفاده از رابطه (۸) بدست آورد. به طور مثال برای مدل یک طبقه با نسبت دهانه به عرض ۳ می‌توان مشخصات دیافراگم شامل ممان اینرسی دیافراگم، مساحت دیافراگم، سختی و زمان تناوب دیافراگم را به این صورت بدست آورد:

$$I = 4.21m^4$$

$$A = 0.67m^2$$

$$K_d = \frac{1}{\frac{5 \times 24^3}{384 \times 2.18e^6 \times 4.21} + \frac{1.5 \times 24}{8 \times 0.4 \times 2.18e^6 \times 0.67}}$$

$$K_d = 36640 \text{ ton/m}$$

مقدار وزن موثر دیافراگم برابر ۱۴۶ تن می‌باشد

$$T_d = 2\pi \sqrt{\frac{146}{9.81} \times \frac{1}{36640}} = 0.125s$$

$$T_f = 0.163 = \sqrt{0.105^2 + 0.125^2}$$

برای محاسبه زمان تناوب دیافراگم بر حسب وزن موثر (W) و سختی دیافراگم ( $K_d$ ) می‌توان از رابطه (۹) استفاده نمود:

$$T_d = 2\pi \sqrt{\frac{W}{g} \times \frac{1}{K_d}} \quad (9)$$

مطابق رابطه (۱۰) سختی دیافراگم را می‌توان بر حسب نیروی جانبی وارد بر دیافراگم ( $F_d$ ) و تغییر شکل دیافراگم ( $\delta_d$ ) تحت این بار بدست آورد.

$$K_d = \frac{F_d}{\delta_d} \quad (10)$$

برای محاسبه تغییر شکل دیافراگم مانند تیرهای عمیق باید علاوه بر تغییر شکل خمشی ( $\delta_f$ )، تغییر شکل برشی ( $\delta_s$ ) نیز منظور گردد. به عنوان نمونه تغییر شکل خمشی و تغییر شکل برشی برای دیافراگمی که با تیر عمیق دو سر ساده مدل شده است از رابطه (۱۱) بدست می‌آید.

$$\omega = \frac{F_d}{L} \quad (11)$$

$$\delta_d = \delta_f + \delta_s = \frac{5\omega L^4}{384EI} + \frac{\alpha\omega L^2}{8GA} \quad (12)$$

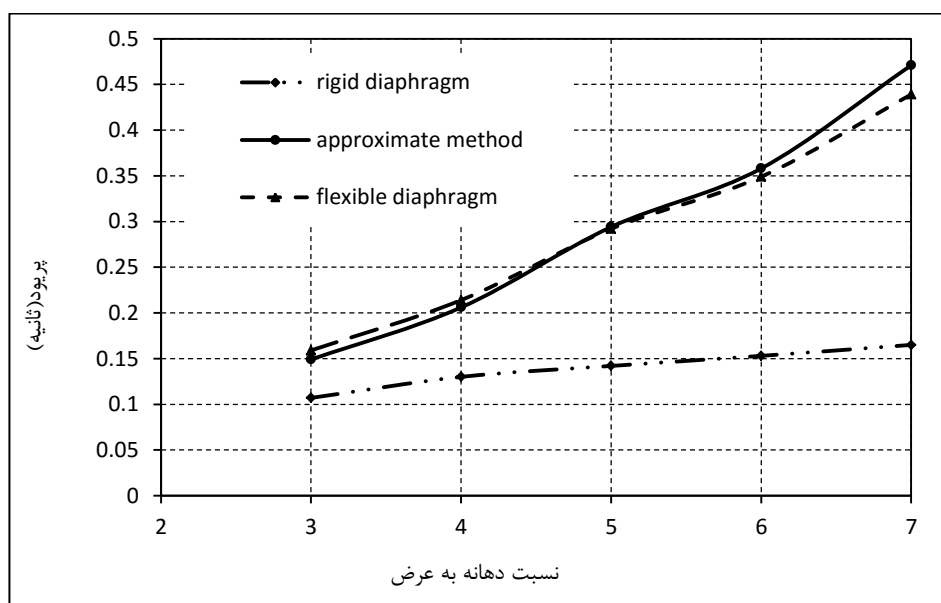
در این رابطه  $\omega$  بار گسترده در واحد طول تیر،  $L$  طول تیر،  $E$  مدول الاستیسیته و  $I$  ممان اینرسی مقطع،  $\alpha$  ضریب شکل (برای دال‌های بتنی برابر با ۱/۵ فرض می‌شود)،  $A$  سطح مقطع کل دیافراگم و  $G$  مدول برشی مصالح دیافراگم می‌باشد که برای بتن برابر ۰/۴ مقدار مدول ارتجاعی آن در نظر گرفته می‌شود.

می‌دهد روش تقریبی تخمین قابل قبولی از زمان تناوب واقعی سازه می‌زند و از این روش می‌توان برای تخمین زمان تناوب سازه‌های فولادی مهاربندی شده با دیافراگم انعطاف پذیر استفاده نمود.

در جدول (۳) و شکل (۵) مقایسه‌ای بین زمان تناوب بدست آمده از روش تقریبی و روش تحلیل سه بعدی با در نظر گرفتن انعطاف پذیری دیافراگم و روش دیافراگم صلب انجام شده است. همانطور که شکل (۸) نشان

جدول ۳- مقایسه زمان تناوب بدست آمده از روش تقریبی و روش تحلیلی برای مدل ۱ طبقه

مدل	زمان تناوب با فرض دیافراگم صلب (ثانیه)	زمان تناوب با استفاده از رابطه تقریبی (ثانیه)	زمان تناوب با دیافراگم انعطاف پذیر (ثانیه)	نسبت زمان تناوب دیافراگم انعطاف پذیر به زمان تناوب روش تقریبی $T_{ratio}$
نسبت دهانه به عرض ۳	۰/۱۰۵	۰/۱۶۳	۰/۱۶۱	۰/۹۸
نسبت دهانه به عرض ۴	۰/۱۳۰	۰/۲۰۶	۰/۲۱۴	۱/۰۴
نسبت دهانه به عرض ۵	۰/۱۴۲	۰/۲۹۴	۰/۲۹۲	۰/۹۹
نسبت دهانه به عرض ۶	۰/۱۵۳	۰/۳۵۸	۰/۳۴۹	۰/۹۷
نسبت دهانه به عرض ۷	۰/۱۶۵	۰/۴۷۱	۰/۴۳۹	۰/۹۳



شکل ۸- مقایسه بین روش تقریبی و روش‌های تحلیلی با فرض دیافراگم صلب و انعطاف پذیر

صلب می باشد)، را ضریب انعطاف پذیری طبقه،  $\gamma$  بنامیم این ضریب از رابطه (۱۴) بدست می آید.

$$\gamma = \frac{\delta_d}{\delta_{br}} \quad (14)$$

در این رابطه  $\delta_d$  حداکثر جابجایی نسبی طبقه و  $\delta_{br}$  حداکثر تغییر شکل نسبی بادبندها درحالت دیافراگم صلب می‌باشد.

#### ۴-۱-۲- روش دوم: اصلاح سختی سازه

در روش تقریبی دوم با اصلاح سختی سازه، زمان تناوب سازه با استفاده از روابط تجربی آیین نامه حساب می‌شود. اگر نسبت میزان حداکثر تغییر شکل درون صفحه دیافراگم طبقه به حداکثر جابجایی نسبی طبقه ( که برابر با حداکثر تغییر شکل نسبی بادبندها درحالت دیافراگم

در نتیجه با محاسبه ضریب  $\beta = \frac{1}{1+\gamma}$  و محاسبه

زمان تناوب سازه با استفاده روابط آیین نامه می‌توان زمان تناوب سازه را برای حالت انعطاف‌پذیری دیافراگم اصلاح نمود. بطور مثال برای سازه یک طبقه با نسبت دهانه به عرض ۳ ضریب  $\beta = 0.65$  بدست می‌آید با جایگذاری این مقدار در رابطه (۲۲) زمان تناوب سازه با سقف انعطاف‌پذیره صورت زیر بدست می‌آید:

$$T_{flex} = \beta^{-0.5} T_{rigid} = (0.65)^{-0.5} \times 0.105 = 0.130s$$

#### ۴-۲- روش تقریبی محاسبه زمان تناوب سازه های

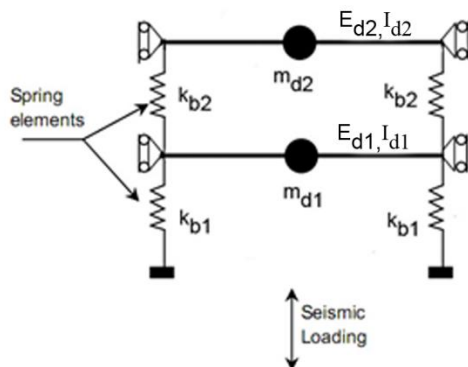
چند درجه آزادی با دیافراگم های نیمه صلب برای سازه های چند طبقه (چند درجه آزادی) نیز به دو روش زیر می‌توان زمان تناوب سازه را با تأثیر انعطاف پذیری دیافراگم تعیین نمود.

الف) روش تحلیلی و دقیق با استفاده از اصلاح ماتریس سختی سازه

ب) روش تقریبی، با استفاده از روابط تجربی آیین نامه و در نظر گرفتن انعطاف پذیری دیافراگم توسط اعمال ضرائب اصلاحی در زمان تناوب.

#### ۴-۲-۱- روش تحلیلی

در شکل (۹) مدل تحلیلی یک سازه دو طبقه با دیافراگم غیر صلب نشان داده شده است.



شکل ۹- مدل تحلیلی ساختمان دو طبقه

با توجه به رابطه های زیر می توان نسبت سختی دیافراگم به مجموع سختی بادبندهای طبقه را به صورت زیر نوشت

$$K_{br} = \frac{F_d}{\delta_{br}} \quad (15)$$

$$K_d = \frac{F_d}{\delta_d} \quad (16)$$

$$K_d = \frac{K_{br}}{\gamma} \quad (17)$$

که  $F_d$  نیروی جانبی طبقه ام و  $K_{br}$  مجموع سختی بادبندهای طبقه ام می باشد.

با توجه به اینکه دیافراگم طبقه به صورت یک فنر سری به اعضای باربر جانبی (بادبندها) متصل می باشند می توان سختی سازه در حالت دیافراگم انعطاف پذیر در هر طبقه را به صورت زیر نوشت:

$$\frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{K_{br}} + \frac{\gamma}{K_{br}} \quad (18)$$

$$K_{eq} = \frac{K_{br}}{1+\gamma} \quad (19)$$

اگر  $\beta = \frac{1}{1+\gamma}$  باشد:

$$K_{eq} = \beta K_{br} \quad (20)$$

$$T_{rigid} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K_{br}}} \quad (21)$$

$$T_{flex} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K_{eq}}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{\beta K_{br}}} = \beta^{-0.5} T_{rigid} \quad (22)$$

$$K_{dn} = \frac{K_{bm}}{\gamma_n} \quad (29)$$

که  $F_{dn}$  نیروی جانبی طبقه نام و  $K_{bm}$  مجموع سختی بادبندهای طبقه نام می باشد.

با توجه به اینکه دیافراگم هر طبقه به صورت یک فنر سری به اعضای باربر جانبی (بادبندها) متصل می باشند می توان سختی سازه در حالت دیافراگم انعطاف پذیر در هر طبقه را به صورت زیر نوشت:

$$\frac{1}{K_{eqn}} = \frac{1}{K_{bm}} + \frac{\gamma_n}{K_{bm}} \quad (30)$$

$$K_{eqn} = \frac{K_{bm}}{1 + \gamma_n} \quad (31)$$

اگر  $\beta_n = \frac{1}{1 + \gamma_n}$  باشد:

$$K_{eqn} = \beta_n K_{bm} \quad (32)$$

در نتیجه با اصلاح ماتریس سختی سازه و حل معادله مشخصه برای سازه با دیافراگم انعطاف پذیر می توان فرکانس و زمان تناوب طبیعی سازه را بدست آورد. به طور مثال برای سازه دو طبقه معادله مشخصه و حل این معادله به صورت روابط (۳۳) و (۳۴) ظاهر می شود:

$$\begin{vmatrix} \beta_1 K_{br1} + \beta_2 K_{br2} - m_{d1} \omega^2 & -\beta_2 K_{br2} \\ -\beta_2 K_{br2} & \beta_2 K_{br2} - m_{d2} \omega^2 \end{vmatrix} = 0 \quad (33)$$

$$\omega_n^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{\beta_1 K_{br1} + \beta_2 K_{br2}}{M_{d1}} + \frac{\beta_2 K_{br2}}{M_{d2}} \right) \pm \left[ \left( \frac{\beta_1 K_{br1} + \beta_2 K_{br2}}{M_{d1}} + \frac{\beta_2 K_{br2}}{M_{d2}} \right)^2 - \left( \frac{4\beta_1 K_{br1} \beta_2 K_{br2}}{M_{d1} M_{d2}} \right) \right]^{0.5} \quad (34)$$

#### ۴-۲-۲- روش تقریبی

در روش تقریبی زمان تناوب تجربی عنوان شده در آئین نامه جهت ساختمان با دیافراگم صلب، به صورت تقریبی

در صورتی که دیافراگم این سازه صلب در نظر گرفته شود می توان فرکانس طبیعی این سازه را با استفاده از حل معادله مشخصه سیستم مطابق رابطه (۲۳) بدست آورد [۱۳].

$$[K_{br}] - \omega^2 [M] = 0 \quad (23)$$

در این رابطه  $[K_{br}]$  ماتریس سختی سازه،  $[M]$  ماتریس جرم و  $\omega$  فرکانس طبیعی سازه می باشد. از بسط این دترمینان و حل معادله خواهیم داشت:

$$\begin{vmatrix} K_{br1} + K_{br2} - m_{d1} \omega^2 & -K_{br2} \\ -K_{br2} & K_{br2} - m_{d2} \omega^2 \end{vmatrix} = 0 \quad (24)$$

$$\omega_n^2 = \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{1}{2} \left( \frac{K_{br1} + K_{br2}}{M_{d1}} + \frac{K_{br2}}{M_{d2}} \right) \pm \left[ \left( \frac{K_{br1} + K_{br2}}{M_{d1}} + \frac{K_{br2}}{M_{d2}} \right)^2 - \left( \frac{4K_{br1} K_{br2}}{M_{d1} M_{d2}} \right) \right]^{0.5} \quad (25)$$

اگر نسبت میزان حداکثر تغییر شکل درون صفحه دیافراگم طبقه نام به حداکثر جابجایی نسبی طبقه نام که برابر با حداکثر تغییر شکل نسبی بادبندها در حالت دیافراگم صلب می باشد،  $\gamma_n$  (ضریب انعطاف پذیری طبقه نام) تعریف شود رابطه (۲۶) مطابق زیر حاصل می گردد:

$$\gamma_n = \frac{\delta_{dn}}{\delta_{bm}} \quad (26)$$

در این رابطه  $\delta_{dn}$  حداکثر جابجایی نسبی طبقه نام،  $\delta_{bm}$  حداکثر تغییر شکل نسبی بادبندها در حالت دیافراگم صلب می باشد.

با توجه به رابطه های زیر می توان نسبت سختی دیافراگم به مجموع سختی بادبندهای طبقه را به صورت زیر نوشت

$$K_{bm} = \frac{F_{dn}}{\delta_{bm}} \quad (27)$$

$$K_{dn} = \frac{F_{dn}}{\delta_{dn}} \quad (28)$$

مقدار وزن موثر دیافراگم طبقه سوم ۳۶۱ تن، وزن موثر طبقه دوم ۳۹۷ تن و طبقه اول ۳۹۹ تن می باشد. که بر اساس وزن های فوق الذکر زمان تناوب دیافراگم سقف طبقات مطابق زیر محاسبه می گردد:

$$T_{d3} = 2\pi \sqrt{\frac{361}{9.81} \times \frac{1}{3745}} = 0.622s$$

$$T_{d2} = 2\pi \sqrt{\frac{397}{9.81} \times \frac{1}{3745}} = 0.653s$$

$$T_{d1} = 2\pi \sqrt{\frac{399}{9.81} \times \frac{1}{3745}} = 0.653s$$

$$T_f = 0.693 = \sqrt{0.26^2 + \left(\frac{0.653 + 0.653 + 0.622}{3}\right)^2}$$

همانطور که دیده می شود زمان تناوب حاصل از رابطه تقریبی ( $T=0.693$ ) با مقدار دقیق حاصل از آنالیز اجزای محدود سازه ( $T=0.740$ )، در قیاس با مقدار تجربی آئین نامه ( $T=0.260$ ) بسیار نزدیک بوده و از دقت خوبی برخوردار می باشد.

در جدول (۴) زمان تناوب های محاسبه شده برای ساختمانهای سه طبقه با نسبت های مختلف دهانه به عرض به روش های دقیق و تقریبی محاسبه و با هم مقایسه گردیده اند. نتایج این جدول حاکی از دقت بسیار خوب روش تقریبی بوده و نشان دهنده این است که با روش های تقریبی می توان زمان تناوب تجربی آئین نامه را که برای ساختمانهای با دیافراگم های انعطاف پذیر دارای خطای زیادی می باشد، به میزان بسیار خوبی بهبود بخشید.

اصلاح می گردد. به عنوان نمونه در مرجع [۶] با جمع کردن زمان تناوب سازه با فرض دیافراگم صلب با مقدار زمان تناوب مربوط به دیافراگم، زمان تناوب کل سازه با دیافراگم انعطاف پذیر تخمین زده می شود. روش پیشنهادی در این مقاله که از روش های پیشنهادی توسط سایر محققین دقیق تر می باشد، از روش عنوان شده جهت سازه های یک طبقه اقتباس شده است.

در این روش می توان با استفاده از رابطه تجربی آیین نامه مقدار زمان تناوب سازه با فرض دیافراگم صلب را بدست آورد. در مرحله بعد با استفاده از رابطه (۹) مقدار زمان تناوب دیافراگم طبقات را محاسبه نموده و میانگین مقادیر را بدست می آوریم و در آخر با استفاده از روش جذر مجموع مربعات مطابق رابطه (۳۵) زمان تناوب سازه با تأثیر انعطاف پذیری دیافراگم حساب می گردد.

$$T_f = \sqrt{T_r^2 + \left(\frac{\sum T_{di}}{n}\right)^2} \quad (35)$$

در این رابطه  $T_{di}$  زمان تناوب دیافراگم طبقه  $i$ ام است و  $n$  تعداد طبقات سازه می باشد.

به طور مثال برای مدل سه طبقه با نسبت دهانه به عرض ۷ زمان تناوب سازه مطابق زیر محاسبه می گردد:

با توجه به اینکه شکل هندسی و المان های مرزی دیافراگم طبقات شبیه هم می باشد، سختی دیافراگم ها هم تقریباً یکسان است.

$$I = 4.21m^4$$

$$A = 0.67m^2$$

$$K_d = \frac{1}{\frac{5 \times 56^3}{384 \times 2.18e^6 \times 4.21} + \frac{1.5 \times 56}{8 \times 0.4 \times 2.18e^6 \times 0.67}}$$

$$K_d = 3745 \text{ ton/m}$$

جدول ۴-مقایسه زمان تناوب بدست آمده از روش تقریبی و روش تحلیلی برای مدل ۳ طبقه

مدل	زمان تناوب با استفاده از رابطه (۱) (ثانیه)	زمان تناوب با استفاده از رابطه تقریبی (۳۵) (ثانیه)	زمان تناوب با دیافراگم انعطاف‌پذیر (ثانیه)	نسبت زمان تناوب دیافراگم انعطاف‌پذیر به زمان تناوب روش تقریبی $T_{ratio}$
نسبت دهانه به عرض ۳	۰/۲۶۰	۰/۳۰۴	۰/۳۸۴	۱/۲۶
نسبت دهانه به عرض ۴	۰/۲۶۰	۰/۳۵۴	۰/۴۳۶	۱/۲۳
نسبت دهانه به عرض ۵	۰/۲۶۰	۰/۴۴۸	۰/۵۴۰	۱/۲۰
نسبت دهانه به عرض ۶	۰/۲۶۰	۰/۵۳۶	۰/۶۱۳	۱/۱۴
نسبت دهانه به عرض ۷	۰/۲۶۰	۰/۶۹۳	۰/۷۴۰	۱/۰۷

## ۵- خلاصه و نتیجه گیری

به خطای زیادی در محاسبه زمان تناوب این سازه‌ها و از طرفی افزایش زیاد برش پایه می‌شود. این افزایش زیاد برش پایه می‌تواند منجر به طراحی محافظه‌کارانه و غیراقتصادی در سازه شود. در این تحقیق علاوه بر بررسی اثر انعطاف‌پذیری سقف‌ها بر زمان تناوب سازه، روش‌های تقریبی نیز برای بدست آوردن سریع و آسان زمان تناوب سازه‌های با دیافراگم انعطاف‌پذیر ارائه گردیده است. در روش‌های تقریبی دیافراگم سقف و عناصر باربر جانبی هر طبقه به صورت فنرهای سری در نظر گرفته شده و زمان تناوب کل سیستم با ترکیب زمان تناوب سازه با دیافراگم صلب و زمان تناوب سقف‌های انعطاف‌پذیر و یا با اصلاح سختی سیستم محاسبه می‌گردد. روش‌های تقریبی پیشنهادی در این مقاله برای سازه‌های یک طبقه و چند طبقه دارای کاربرد بوده و از دقت نسبتاً بالایی برخوردار می‌باشند و به کمک آنها می‌توان زمان تناوب تجربی عنوان شده در آئین نامه‌های زلزله را که برای ساختمانهای با دیافراگم صلب ارائه گردیده است جهت ساختمانهای با دیافراگم‌های انعطاف‌پذیر اصلاح نمود.

در این تحقیق تأثیر انعطاف‌پذیری دیافراگم کف بر زمان تناوب سازه‌های فولادی مهاربندی شده با سقف تیرچه‌ای مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش نسبت دهانه به عرض، زمان تناوب سازه در مدل‌های انعطاف‌پذیر نسبت به مدل صلب افزایش می‌یابد. به عبارت دیگر با افزایش انعطاف‌پذیری دیافراگم کف، تفاوت بین زمان تناوب بدست آمده از فرض دیافراگم صلب و دیافراگم انعطاف‌پذیر بیشتر می‌شود، و این اختلاف قابل توجه ایجاد خطای زیادی در برآورد نیروی زلزله وارد بر ساختمان می‌نماید. اختلاف بین زمان تناوب در مدل دیافراگم انعطاف‌پذیر و مدل دیافراگم صلب با کاهش تعداد طبقات ساختمان افزایش می‌یابد. همچنین بین دو روش ارائه شده در استاندارد ۲۸۰۰ نیز اختلاف مشاهده می‌شود بطوری که روش تجربی ارائه شده زمان تناوب کوتاه‌تری نسبت به رابطه تحلیلی آیین نامه می‌دهد. در نتیجه استفاده از روابط تجربی آیین‌نامه برای ساختمان‌های با دیافراگم انعطاف‌پذیر که خود نسبت به حالت دیافراگم صلب زمان تناوب طولانی‌تری دارند منجر

## ۶- مراجع

- [۱] صداقت، س.، هادیان فرد، م.ع.، لشکری، ع. (۱۳۹۰). "مقایسه عملکرد سازه‌های فولادی با دیافراگم صلب و نیمه صلب در محدوده خطی و غیرخطی". ششمین کنفرانس بین‌المللی زلزله‌شناسی و مهندسی زلزله، پژوهشگاه بین‌المللی زلزله‌شناسی و مهندسی زلزله، تهران، ایران.

[۲] صداقت، س. (۱۳۹۰). "بررسی شرایط صلبیت و انعطاف پذیری سقف های تیرچه ای در سازه های فولادی مهاربندی شده و اثر آن بر طرح لرزه ای سازه در محدوده خطی و غیر خطی". پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شیراز.

[۳] استاندارد ۲۸۰۰ ایران (ویرایش سوم). (۱۳۸۴). "آیین نامه طرح ساختمان ها در برابر زلزله". انتشارات مرکز تحقیقات ساختمان و مسکن، تهران.

- [4] Ju, S.H., Lin, M.C. (1996). "Comparison of building analyses assuming rigid or flexible floors". *Journal of Structural Engineering*, Vol. 122, pp. 439-445.
- [5] Al Harash, M., Panahshahi, N., Truman, K. (2008). "Inelastic seismic response of reinforced concrete buildings with floor diaphragm openings". 14th World Conference on Earthquake Engineering, Structural and Environmental Engineering, Beijing, China.
- [6] Sadashiva, V.K., MacRae, G.A., Deam, B.L., Spooner, M.S. (2009). "Quantifying the seismic response of structures with flexible diaphragms". NZSEE Conference.
- [7] Fleischman, R.B., Sauser, R., Pessiki, S., Rhodes, A.B. (1998). "Seismic behavior of parking structure diaphragms". *PCI Journal*, Vol. 43, pp. 39-53.
- [8] Barron, J.M, Hueste, M.B. (2004). "Diaphragm effects in rectangular reinforced concrete". *ACI Structural Journal*, Vol. 101, pp. 615-624.
- [9] Hadianfard, M.A., Sedaghat, S. (2011). "Nonlinear seismic response of braced steel structures with flexible block-joint floor". World Congress on Advances in Structural Engineering and Mechanics, Seoul, Korea, September.
- [10] Tremblay, R., Stierner, S.F. (1996). "Seismic behavior of single-story steel structures with a flexible roof diaphragm". *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol. 23, pp. 49-62.
- [11] Sadashiva, V.K., MacRae, G.A., Deam, B.L., Spooner, M.S. (2012). "Quantifying the seismic response of structures with flexible diaphragms". *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 41(10), pp. 1365-1389.
- [12] Humar, J., Popovski, M. (2013). "Seismic response of single-story buildings with flexible diaphragms". *Canadian Journal of Civil Engineering*, 40(9), pp. 875-886.
- [13] Chopra, A.K. (2000). "Dynamics of structures: Theory and applications to earthquake engineering". New Jersey, Prentice Hall.