

توزیع بهینه توان راکتیو در سیستم قدرت با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی بویایی کوسه مبتنی بر معیار پارتو

اویس عابدی نیا^{۱*} و نیما امجدی^۲

اطلاعات مقاله	چکیده
<p>واژگان کلیدی: توزیع توان راکتیو، الگوریتم بویایی کوسه، معیار پارتو، برنامه ریزی بازار برق.</p>	<p>در سال‌های اخیر صنعت برق در برخی از کشورهای دنیا به روش‌های مختلفی به یک بازار رقابتی انرژی تبدیل شده است که در اصطلاح به آن صنعت برق تجدید ساختار شده اطلاق می‌شود. برای حفظ پایداری شبکه‌های قدرت و انتقال توان مطمئن، افزون بر تامین توان اکتیو نیاز به تامین توان راکتیو نیز می‌باشد که برای بهبود ایمنی سیستم بایستی توسط بهره‌بردار سیستم قدرت به‌صورت بهینه تأمین گردد. در این مقاله رویکردی برای تنظیم مدیریت توان راکتیو به‌عنوان یک مساله دراز مدت و غیرخطی در سیستم مورد مطالعه ارائه خواهد شد. لذا مساله برنامه‌ریزی و توسعه شبکه بازار برق با توزیع بهینه توان راکتیو به یک مساله بهینه‌سازی غیرخطی تبدیل گشته و از الگوریتم جدید بویایی کوسه بر اساس معیار پارتو سعی در حل این مساله با در نظر گرفتن قیود عملی و غیرخطی شده است. به‌منظور بررسی و نشان دادن قابلیت‌های الگوریتم مورد نظر از معیارهای مختلف در سیستم‌های مورد مطالعه برای بررسی انحراف معیار و خطاهای ایجاد شده استفاده شده است. جستجوی مناسب با سرعت بالا، به‌گزینی بهترین جواب و ارتقا و تقاطع نسل‌ها از ویژگی‌های بارز این روش می‌باشد.</p>

۱- مقدمه

پیشرفت تکنولوژی و شرایط اقتصادی در برخی از سیستم‌های برق کشورهای دنیا، موجب حرکت سیستم‌های سنتی به سمت صنعت برق تجدید ساختار شده است. در صنعت برق سنتی، تولید، انتقال، توزیع و فروش انرژی الکتریکی بر عهده ارگان‌های دولتی یا شبه دولتی می‌باشد. در حال حاضر در بسیاری از کشورهای دنیا، از جمله ایران، صنعت برق به سبک سنتی بهره‌برداری می‌شود. از طرفی، در دو دهه اخیر در برخی از کشورهای دنیا، بسته به عواملی هم‌چون تکنولوژی، اقتصاد و فرهنگ مصرف، صنعت برق در سطوح مختلفی دچار تجدید

ساختار شده است. تجدید ساختار بر تغییر در ساختار قوانین و فعالیت‌های اقتصادی دلالت دارد که دولت برای کنترل و بهره‌برداری هرچه بهتر از صنعت برق تبیین می‌کند؛ در یک تقسیم‌بندی کلی صنعت برق تجدید ساختار شده به یکی از سه صورت ائتلافی، تبادل دو طرفه و تبادل توان بهره‌برداری می‌شود [۱]. امروزه با روند حرکت سیستم‌های قدرت به سمت ایجاد رقابت و شکستن انحصار، اهمیت سرویس‌های جانبی هم‌چون سرویس توان راکتیو و کنترل ولتاژ، رزرو چرخان، تنظیم کننده و ... بیشتر نمایان شده است. از میان این سرویس‌ها، سرویس تامین توان راکتیو و کنترل ولتاژ دارای اهمیت بیشتری می‌باشند.

با وجود آنکه پخش بار توان راکتیو علاوه بر تاثیر بر روی تلفات خطوط و اندازه ولتاژ شین‌ها، بر روی

* پست الکترونیک نویسنده مسئول: oveis.abedinia@semnan.ac.ir

۱. دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه سمنان.

۲. استاد، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه سمنان.

الگوریتم‌های پیشنهادی دارای کارایی مناسب نبود چرا که با مدل‌سازی سیستم در حالت غیرخطی سبب قرار گرفتن جواب نهایی در نقطه محلی بهینه می‌شود. به همین دلیل در این مقاله از یک الگوریتم پیشنهادی بویایی کوسه با ترکیب معیار پارتو سعی در حل این مساله غیرخطی با محدودیت‌های خطی و غیرخطی عملی شده است.

در ادامه مقاله در بخش دوم مدل‌سازی سیستم مورد مطالعه، در بخش سوم الگوریتم پیشنهادی براساس معیار پارتو، در بخش چهارم نتایج و آنالیزهای مورد مطالعه مورد بحث قرار گرفته است و نهایتاً در بخش آخر نتیجه‌گیری ارائه شده است.

۲- فرمول‌بندی مساله

با افزایش روزافزون مصرف انرژی الکتریکی از چندین دهه گذشته، سیستم‌های مرتبط با تامین آن نیز بسیار گسترش یافته‌اند به گونه‌ای که امروزه توزیع بهینه توان راکتیو برای برنامه‌ریزی و بهره‌برداری بهینه سیستم‌های قدرت بین واحدهای تولید انرژی با کمترین هزینه، به یکی از گسترده‌ترین و پیچیده‌ترین مسائل در بهره‌برداری سیستم‌های قدرت تبدیل شده است. فرمول‌بندی مساله برای برنامه‌ریزی توان راکتیو با در نظر گرفتن قیود خطی و غیرخطی به صورت زیر تعریف می‌شود [۹]:

$$\min \omega = \sum_{i \in I} [CFX_i \cdot r_i + C_{C_i} \cdot qc_i + C_{r_i} \cdot qr_i] \quad (1)$$

که قیود سیستم به صورت زیر بیان می‌شود:

$$P_k(\theta, V, t) - \hat{I}_G PG_g + \hat{I}_L PG_l = 0 \quad (2)$$

$$k \in NB, g \in G, l \in L$$

$$Q_k(\theta, V, t) - \hat{I}_G QG_g + \hat{I}_L QG_l + \hat{I}_q (qc_i - qr_i) \quad (3)$$

$$+ \hat{I}_u (qc_i^0 - qr_i^0) = 0$$

$$k \in NB, g \in G, l \in L, i \in I, u \in U, j \in J$$

$$QG_g^{lower} \leq QG_g \leq QG_g^{upper}, g \in G \quad (4)$$

$$V_k^{lower} \leq V_k \leq V_k^{upper}, k \in NB \quad (5)$$

$$y1_j \geq 0, j \in J \quad (6)$$

$$y2_j \geq 0, j \in J \quad (7)$$

$$t_l \in T, l \in NT \quad (8)$$

$$0 \leq qc_m \leq qc_m^{upper}, r_m, m \in M \quad (9)$$

پخش بار توان اکتیو و هزینه آن نیز تاثیر گذار می‌باشد، اما متأسفانه به هزینه‌های تولید و انتقال توان راکتیو توجه اندکی شده است. مدیریت و کنترل توان راکتیو هم در سیستم‌های سنتی و هم در سیستم‌های رقابتی یکی از دغدغه‌های اصلی بهره‌برداران بوده است. این موضوع در محیط‌های تجدید ساختار یافته با چالش‌های بیشتری روبرو شده است، زیرا نیاز به یک روش قیمت‌گذاری منصفانه و دقیق و طراحی یک بازار برای توان راکتیو می‌باشد.

از نقطه نظر اقتصادی ارائه بهتر خدمات جانبی در ساختار بازار برای اداره سیستم به صورت یکپارچه ضروری است بر همین اساس در [۲] یک روشی برای مدیریت ذخیره توان راکتیو در سیستم‌های قدرت تجدید ساختار شده ارائه گردیده است. در [۳] مشکلات تدارک و تامین توان راکتیو توسط اپراتور سیستم مستقل (ISO) در بازارهای برق تجدید ساختار ارائه شده است. براساس پیشنهادات قیمت توان راکتیو و محدودیت‌های فنی مبهم در برنامه‌ریزی توان راکتیو، یک رویکرد دو لایه برای تامین سودمندترین قراردادهای توان راکتیو توسط ISO ارائه شده است. در خصوص قیمت‌گذاری توان راکتیو در بازار برق کارهایی انجام گرفته: برای مثال در مرجع [۱] به قیمت‌گذاری زمان واقعی توان راکتیو در صنعت برق سنتی پرداخته است که نویسندگان مقاله یاد شده، با کامل کردن فرمول‌بندی مساله، دو مرجع [۲،۳] را در تئوری و کاربرد قیمت‌گذاری زمان واقعی توان حقیقی و راکتیو ارائه کرده‌اند. مشابه [۱] با روش مرجع مطالعات دیگری در خصوص قیمت‌گذاری زمان واقعی توان حقیقی و راکتیو صورت گرفته است که اساس کار آنها استفاده از پخش بار بهینه است و تفاوت عمده آنها در تابع هدف و قیود انتخاب شده، است [۴] در حالی که در محیط‌های رقابتی به منظور تامین امنیت سیستم قدرت و نگه داشتن ولتاژ باس‌ها در محدوده مجاز تعریف شده، بازار مجزایی برای تامین‌کنندگان توان راکتیو لازم می‌باشد. در سیستم تجدید ساختار یافته در مراجع [۵] و [۶] قیمت‌گذاری توان راکتیو به وسیله توسعه ساختار قیمت‌گذاری توان اکتیو بررسی شده است.

تغییر و دگرگونی شده‌اند. امروزه کمتر گونه‌ای از موجودات کره زمین چنین احترام و ترسی را برمی‌انگیزد. حال علت بقای این موجود و موفق بودن آن در شکار چیست؟

کوسه‌ها دستگاه‌هایی هستند که برای شکار تنظیم شده‌اند. آنها که متکی به حس شنوایی ویژه اشان برای گرفتن شکار هستند، می‌توانند لرزش صدا را در فاصله‌ای بیش از ۳،۰۰۰ پا تشخیص دهند. کوسه‌ها به ویژه به لرزش‌های با بسامد پایین که از سوی شکار پخش می‌شوند، حساسند. لرزش صدای بلندگوه‌ها که مانند صدای ماهی زخمی است، کوسه‌ها را به حالت دیوانگی و از خود بیخودشدگی می‌برد. هرچه که کوسه به شکار نزدیک‌تر می‌شود، حس بویایی‌اش بیشتر به کار می‌افتد. کوسه‌ها می‌توانند یک قطره خون را در ۲۵ گالن آب تشخیص دهند [۱۱]. آب، درون سوراخ‌های بینی کوسه‌ها که در بخش زیرین حلزونی شکل قرار گرفته است جاری می‌شود. هم‌چنین کوسه‌ها منافذی کوچک برای جذب سیگنال‌های الکتریکی، که در هنگام حرکت جانوران ایجاد می‌شود، دارند. این منافذها مانند یک حس اضافی می‌مانند که به کوسه‌ها در یافتن شکار یاری می‌رساند، حتی اگر این موجود در زیر شن‌ها پنهان شده باشد. در این مقاله روند یافتن غذا (طعمه) توسط کوسه به مدل ریاضی تبدیل شده و از آن به عنوان الگوریتم بهینه‌سازی مورد استفاده قرار می‌گیرد. این الگوریتم اولین بار توسط اوئیس عابدی‌نیا و همکاران در سال ۲۰۱۴ ارائه گردید [۱۱]. در ادامه مدل فرمول‌بندی این الگوریتم ارائه شده است. ابتدا برای ساختار صحیح الگوریتم مفروضات زیر در نظر گرفته شده است:

- ماهی (طعمه/هدف) زخمی شده است و خون آن در محیط دریا (جستجو) تزریق شده است. بنابراین سرعت حرکت ماهی کم بوده و در مقایسه با سرعت کوسه قابل اغماض است. در این فرض ماهی ثابت در نظر گرفته شده است.
- خون به صورت مداوم به محیط دریا تزریق می‌شود و از اثرات جریان آب بر روی این ذرات صرفه‌نظر شده است. بنابراین، ذرات خون نزدیک به ماهی، از غلظت بالایی برخوردار خواهد بود و قوی‌تر است. لذا، با دنبال کردن ذرات خون، کوسه می‌تواند به طعمه برسد.

$$0 \leq qr_m \leq qr_m^{upper} \cdot r_m, m \in M \quad (10)$$

$$qc_n \in S_d r_m, n \in N \quad (11)$$

$$qr_n \in S_d r_m, n \in N \quad (12)$$

$$qc_u^0 \in S_d, u \in U \quad (13)$$

$$qr_u^0 \in S_d, u \in U \quad (14)$$

$$r_i \in \{0,1\}, i \in I \quad (15)$$

که در آن هدف مینیمم‌سازی تابع (۱) به منظور کاهش هزینه‌ها و برنامه‌ریزی مجدد برای توان راکتیو می‌باشد. معادله‌های (۲) و (۳) محدودیت‌های استاتیک برای تولید و توازن توان اکتیو راکتیو می‌باشند. معادله (۴) محدودیت تولید برای توان راکتیو در محدوده مجاز را نشان می‌دهد. معادله (۵) محدوده مجاز و قابل قبول برای توان راکتیو در سیستم مورد مطالعه را مورد پوشش قرار می‌دهد. معادلات (۶) و (۷) نشان از مثبت بودن مقدار تزریقی از توان راکتیو را برای مساله مورد نظر نشان می‌دهد. معادله (۸) مقدار گسسته بودن در تب چنجر برای ترانسفورمر مورد مطالعه در سیستم‌های پیشنهادی را نشان می‌دهد. و معادلات (۹) الی (۱۵) مقدار محدودیت‌ها در حالت پیوسته و گسسته بودن محدودیت‌ها را نشان می‌دهد. کلیه معادلات فوق از (۱) الی (۱۵) برای تعیین مقدار امکان‌پذیر توان راکتیو در سیستم مورد مطالعه را نشان می‌دهد که نهایتاً جواب نهایی از حل این فرمول‌ها به تعیین برنامه‌ریزی درست برای توان راکتیو و توزیع بهینه آن در سیستم‌های مورد مطالعه منتج خواهد شد.

۳- الگوریتم پیشنهادی

۳-۱- الگوریتم بهینه‌سازی بویایی کوسه^۱

کوسه یکی از آبیان نسبتاً بزرگ است. اقیانوس‌ها بیش از ۲۰ هزار گونه از ماهی‌ها را در خود جای داده‌اند که از این تعداد نزدیک به ۳۸۵ گونه، کوسه هستند. مدت‌ها پیش از به وجود آمدن دایناسورها، کوسه‌ها فرمانروای آب‌ها بودند. آنها نخستین بار بیش از ۴۰۰ میلیون سال پیش شکل گرفتند و در ۱۰۰ میلیون سال اخیر به ندرت دستخوش

¹ Shark Smell Optimization (SSO)

$$V_i^1 = [v_{i,1}^1, v_{i,2}^1, \dots, v_{i,ND}^1], \quad i = 1, \dots, NP \quad (19)$$

کوسه جهت بو را دنبال می‌کند و این حرکت بر اساس افزایش غلظت خون می‌باشد. هم‌چنین با افزایش غلظت خون، سرعت کوسه نیز افزایش پیدا می‌کند. از دیدگاه بهینه‌سازی ما می‌توانیم این حرکت را با گرادیان مدل-سازی کنیم که به سمت تابع هدف منتهی گردد:

$$V_i^k = \eta_k \cdot R1 \cdot \nabla(OF) \Big|_{X_i^k}, \quad (20)$$

$$i = 1, \dots, NP, \quad k = 1, \dots, k_{max}$$

به‌طوریکه، OF بیانگر تابع هدف و $\nabla(OF)$ گرادیان آن را تعیین می‌کند. در این الگوریتم، حرکت رو به جلوی کوسه به تعداد مرحله‌ها تقسیم می‌شود که با k_{max} مشخص شده است و بیانگر سرعت آن در هر مرحله است. برای مثال V_i^k سرعت کوسه در مرحله k است که تقریباً ثابت خواهد بود. هم‌چنین با توجه به اینکه کوسه نمی‌تواند به سرعت مورد نظر تعیین شده توسط گرادیان برسد، پارامتر $\eta_k \in [0, 1]$ در این معادله در نظر گرفته شده است. $R1$ یک پارامتر تصادفی است که در توزیع نرمال بین $[0, 1]$ تولید می‌شود. ایده ترکیب یک عدد تصادفی یکنواخت در بازه $[1, 0]$ به یک فرآیند به روز رسانی سرعت توزیع شده، از جستجوی گرانشی الگوریتم $[12, 11]$ گرفته شده است. بر این اساس، سرعت در هر بعد می‌تواند به فرمت زیر ارائه گردد:

$$V_{i,j}^k = \eta_k \cdot R1 \cdot \frac{\partial(OF)}{\partial x_j} \Big|_{x_{i,j}^k} \quad (21)$$

$$j = 1, \dots, ND, \quad i = 1, \dots, NP, \quad k = 1, \dots, k_{max}$$

از آنجائیکه، کوسه دارای اینرسی می‌باشد، شتاب آن نیز محدود خواهد بود. و سرعت آن وابسته به سرعت و حالت قبل خود خواهد بود. که می‌توان نوشت:

$$v_{i,j}^k = \eta_k \cdot R1 \cdot \frac{\partial(OF)}{\partial x_j} \Big|_{x_{i,j}^k} + \alpha_k \cdot R2 \cdot v_{i,j}^{k-1} \quad (22)$$

$$j = 1, \dots, ND, \quad i = 1, \dots, NP, \quad k = 1, \dots, k_{max}$$

به‌طوریکه، α_k یک عدد بین $[0, 1]$ در مرحله k خواهد بود که ثابت اینرسی یا نرخ حرکت نامیده می‌شود. مقدار بزرگتر این پارامتر بینگر اینرسی بالا و وابستگی بیشتر سرعت در حال حرکت به سرعت قبلی خواهد بود. از دید ریاضی، استفاده از این پارامتر منجر به جستجوی بهتر در فضای جستجو خواهد بود. پارامتر دیگری که به صورت تصادفی بین $[0, 1]$ تولید می‌شود، $R2$ است که به‌عنوان

در محیط جستجو فقط یک ماهی/طعمه وجود دارد.

فرمول‌بندی الگوریتم پیشنهادی عبارت خواهد بود از:

۳-۲- یافتن ذرات بوی اولیه: مقداردهی اولیه

الگوریتم

پروسه جستجو زمانی آغاز خواهد شد که کوسه یک ذره بویی را استشمام کند که غالباً بویی ضعیف‌تر از مقدار اصلی خود است (به دلیل پخش آن از سوی ماهی). برای این منظور جمعیت اولیه مساله بهینه‌سازی که در اینجا توزیع بهینه توان راکتیو می‌باشد، به‌صورت تصادفی در دامنه جستجوی امکان‌پذیر برای مثال یک موقعیت ممکن برای کوسه تولید خواهد شد:

$$[X_1^1, X_2^1, \dots, X_{NP}^1], \quad NP = \text{سایز جمعیت اولیه} \quad (16)$$

به‌طوریکه، X_i^1 بردار اولیه i^{th} مکان است برای مثال مقدار اولیه برای مساله بهینه‌سازی، که عبارت خواهد بود از:

$$X_i^1 = [x_{i,1}^1, x_{i,2}^1, \dots, x_{i,ND}^1], \quad i = 1, \dots, NP \quad (17)$$

به‌طوریکه، $x_{i,j}^1$ بیانگر j^{th} بعد از i^{th} موقعیت کوسه یا هم‌ارز با j^{th} متغیر تصمیم‌گیری از i^{th} متغیر مستقل X_i^1 است. ND تعداد متغیرهای تصمیم‌گیری مساله بهینه‌سازی می‌باشد.

مقدار بوی موجود در هر موقعیت نزدیکی کوسه به شکار را نشان می‌دهد. این رابطه از طریق تابع هدف تعریف شده در الگوریتم SSO مدل شده است. با فرض مساله حداکثرسازی، بدون از دست دادن کلیات، یک مقدار بالاتر از تابع هدف، شبیه به بوی قوی تر، یک موقعیت نزدیک به طعمه برای کوسه و یا یک راه حل بهینه‌تر برای مساله بهینه‌سازی را نشان می‌دهد. تا این نقطه، الگوریتم SSO مقداردهی اولیه شده است.

۳-۳- حرکت کوسه به سمت طعمه: تکامل الگوریتم

کوسه در هر موقعیتی به سمت طعمه با سرعت مشخص شده‌ای در حال حرکت می‌باشد که بر اساس افزایش میزان بو تعیین می‌گردد. پس، با توجه به بردار سرعت، ما تعداد NP سرعت اولیه خواهیم داشت:

$$[V_1^1, V_2^1, \dots, V_{NP}^1]$$

$$(18)$$

به‌طوریکه، هر بردار سرعت از اجزائی متشکل خواهند بود:

به‌طوریکه، Δt_k بیانگر فاصله زمانی در مرحله k است. برای ساده کردن این بحث، مقدار $\Delta t_k=1$ برای تمامی مراحل فرض می‌شود. هر مولفه $v_{i,j}^k$ ($1 \leq j \leq ND$) برای بردار V_i^k از معادله (۲۳) محاسبه می‌شود. علاوه بر آن، حرکت چرخشی کوسه که در پروسه یافتن طعمه انجام می‌شود یک حرکت واقعی در طبیعت است [۱۱]. این حرکت به صورت کاملاً دایره‌ای نیست و حداقل نزدیکی با این حالت دارد. از دید معادله بهینه‌سازی برای این جستجو می‌توان نوشت:

$$Z_i^{k+1,m} = Y_i^{k+1} + R3 \cdot Y_i^{k+1} \quad (25)$$

$$m = 1, \dots, M \quad i = 1, \dots, NP \quad k = 1, \dots, k_{max}$$

به‌طوریکه، $R3$ پارامتری بین $[-1, +1]$ خواهد بود و M بیانگر تعداد نقاط جستجوی محلی در هر مرحله می‌باشد. بر اساس این تعاریف $Z_i^{k+1,m}$ در مجاورت Y_i^{k+1} خواهد بود. اگر کوسه در این جستجوی محلی به یک نقطه بهتر برسد پس به سمت آن نقطه خواهد رفت. این خاصیت الگوریتم پیشنهادی به صورت زیر ارائه خواهد شد:

$$X_i^{k+1} = \text{argmax}\{OF(Y_i^{k+1}), OF(Z_i^{k+1,1}), \dots, OF(Z_i^{k+1,M})\}, \quad i = 1, \dots, NP \quad (26)$$

البته در معادله فوق به صورت بهینه‌سازی ارائه شده است. به عبارت دیگر، Y_i^{k+1} از حرکت رو به جلو کوسه و $Z_i^{k+1,m}$ ($m=1, \dots, M$) از حرکت چرخشی آن بدست می‌آید. این حرکت چرخشی تا زمانیکه k به k_{max} برسد، ادامه خواهد داشت. روندنمای کلی این الگوریتم در شکل ۱ ارائه شده است.

شرایط حرکت و $R1$ برای به‌عنوان شرایط گردان برای بالا بردن قدرت جستجوی الگوریتم ارائه شده‌اند. سرعت اولیه کوسه در مرحله اول ($v_{i,j}^1$) قبل از شروع جستجو یک مقدار کوچکی به‌صورت تصادفی قرار داده می‌شود. هم‌چنین سرعت کوسه می‌تواند تا حد معینی افزایش یابد. برخلاف دیگر ماهی‌ها، کوسه دارای باله‌های مخصوص برای ساکن ماندن در دریا نیست. بنابراین، بایستی به کمک دم قوی خود همواره در حال شنا باشند. سرعت حداقل کوسه ۲۰ کیلومتر بر ساعت و بیشترین سرعت آن ۸۰ کیلومتر بر ساعت می‌باشد. لذا، نسبت بیشترین/کمترین سرعت آن به‌عنوان محدوده سرعت کوسه محاسبه می‌شود (برای مثال: $80/20=4$). این محدوده سرعت در هر مرحله از جستجو به این الگوریتم اعمال می‌شود که خواهیم داشت:

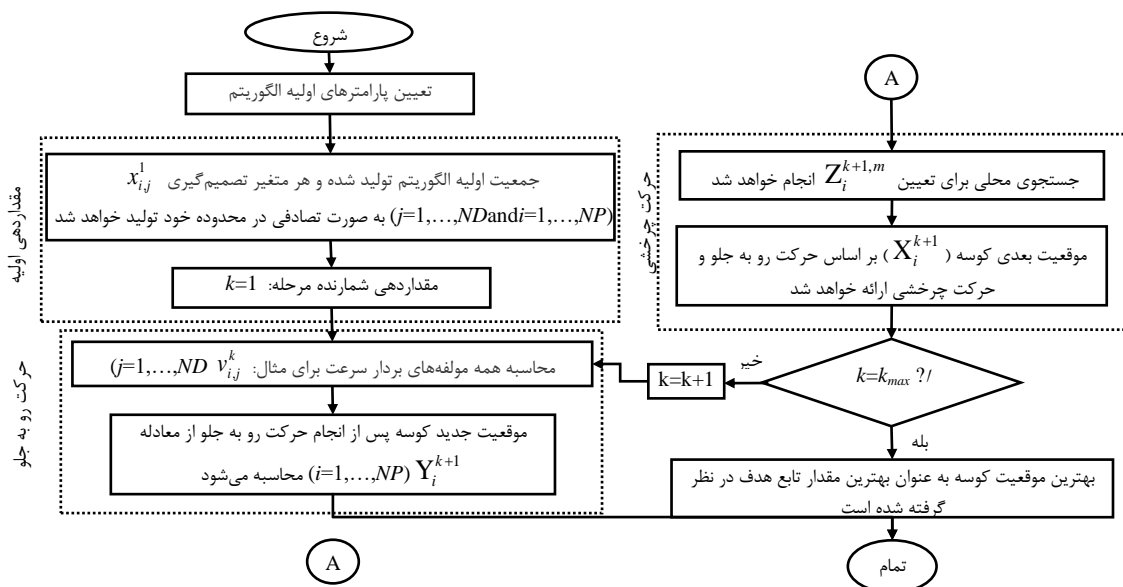
$$|v_{i,j}^k| = \text{Min} \left[\begin{array}{l} \eta_k \cdot R1 \cdot \frac{\partial(OF)}{\partial x_j} \Big|_{x_{i,j}^k} + \alpha_k \cdot R2 \cdot v_{i,j}^{k-1} \\ \beta_k \cdot v_{i,j}^{k-1} \end{array} \right] \quad (23)$$

$$j = 1, \dots, ND, \quad i = 1, \dots, NP, \quad k = 1, \dots, k_{max}$$

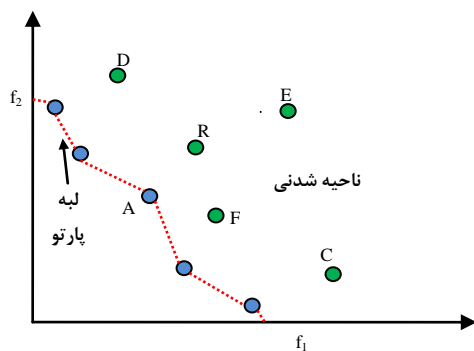
که β_k نسبت محدوده سرعت کوسه در مرحله k است. مقدار $v_{i,j}^k$ از معادله بالا محاسبه می‌شود که یک معادله مینیمم‌سازی است. مکان جدید کوسه بر اساس حرکت چرخشی آن توسط Y_i^{k+1} نشان داده شده که عبارت است از:

$$Y_i^{k+1} = X_i^k + V_i^k \cdot \Delta t_k \quad i = 1, \dots, NP \quad (24)$$

$$k = 1, \dots, k_{max}$$



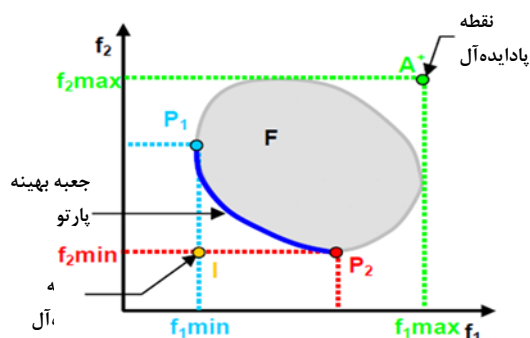
شکل ۱- روندنمای الگوریتم بویایی کوسه



شکل ۲. بیان تصویری بهینگی پارتو در فضای هدف مجموعه همه بردارهای تصمیم نامغلوب در مجموعه A بصورت زیر فرض می‌شود:

$$P(A) = \{a \in A \mid a \text{ is Non-dominated } A\} \quad (29)$$

مجموعه P(A) با توجه به A مجموعه نامغلوب است و مجموعه بردارهای متناظر F(P(A)) نیز لبه نامغلوب آن می‌باشد. به علاوه مجموعه $XP = P(Xf)$ مجموعه بهینه پارتو و $YP = F(Xp)$ جبهه بهینه پارتو تعریف می‌گردد [۱۱]. به عبارت دیگر وقتی مجموعه A برابر با مجموعه جواب‌های شدنی X_f باشد، آنگاه مجموعه P(A) جبهه بهینه پارتو را تولید می‌کند. نقطه ایده‌آل نقطه‌ای است که در آن مقادیر همه توابع هدف کمینه باشد. بدیهی است که معمولاً نقطه ایده‌آل در ناحیه شدنی از فضای هدف وجود ندارد. نقطه‌ی پاد ایده‌آل نیز نقطه‌ای است که در آن مقادیر همه توابع هدف بیشینه باشد [۱۳]. در شکل (۳) نمایی از یک جبهه پارتو، نقطه ایده‌آل و پادایده‌آل ترسیم شده است.



شکل ۳. جبهه پارتو، نقطه ایده‌آل و نقطه پاد ایده‌آل در فضای هدف

جبهه پارتو اطلاعاتی درباره تعادل بین اهداف به دست می‌دهد. این تعادل بیانگر میزان حساسیت اهداف نسبت به یکدیگر بوده و توسط شکل جبهه پارتو قابل تشریح است.

همانند بقیه الگوریتم‌های تکاملی، این الگوریتم نیز دارای پارامترهای جمعیت اولیه (NP)، تعداد مرحله (k_{max}) و α ، η ، β برای هر مرحله می‌باشد. در این مقاله مقادیر این پارامترها عبارت خواهند بود از: $\beta=4$ ، $\alpha=0.1$ ، $\eta=0.9$.

۳-۴- الگوریتم بویایی کوسه بر اساس معیار پارتو

همانطور که اشاره شد، برای حل مسائل بهینه‌سازی چندهدفه به مفهوم بهینگی ویژه‌ای نیاز است. بر اساس مفهوم غلبه یا چیرگی پارتو بصورت زیر می‌توان معیار بهینگی در یک مسئله چندهدفه را تعریف نمود:

برای دو بردار تصمیم X_1 و X_2 ، بردار X_1 بر دار X_2 را مغلوب می‌کند، اگر و فقط اگر دو شرط برقرار باشد. اول اینکه X_1 در همه اهداف، بدتر از X_2 نباشد و دوم اینکه X_1 در حداقل یک هدف، مطلقاً بهتر از X_2 باشد. عبارت فوق به زبان ریاضی چنین بیان می‌شود [۱۲ و ۱۳].

$$X_1 < X_2 \Leftrightarrow (\forall_i \in \{1, 2, \dots, n\} : f_i(X_1) \leq f_i(X_2)) \wedge (\exists_i \in \{1, 2, \dots, n\} : f_i(X_1) < f_i(X_2)) \quad (27)$$

هم‌چنین بردار تصمیم $X \in X_f$ نسبت به مجموعه نامغلوب خوانده می‌شود، اگر و تنها اگر

$$\exists_a \in A : X < a \quad (28)$$

X بهینه‌ی پارتو است اگر و تنها اگر نسبت به X_f نامغلوب باشد [۱۳]. بنابراین می‌توان بردار تصمیم X را بهینه دانست از این نظر که نمی‌توان هیچ یک از اهداف آن را بهبود داد، بدون آنکه مقدار هدف دیگر آن را بدتر نمود. به چنین جوابی بهینه پارتو یا ناپست نیز گفته می‌شود [۱۲]. نقاط تیره رنگ روی خط چین در شکل (۲) جوابهای بهینه پارتو هستند. این نقاط نسبت به یکدیگر بی‌تفاوت هستند. فرق اساسی میان مسأله تک هدفه و چندهدفه در اینجا مشخص می‌شود. مسائل چندهدفی محدود به یک جواب بهینه واحد نیستند، بلکه در آنها مجموعه‌ای از جوابهای بهینه وجود دارد. هیچ‌کدام از جوابها را نمی‌توان بر جواب دیگر برتر دانست، مگر آنکه ترجیحات تصمیم‌گیر تعریف شده باشد.

مجموعه تمام جواب‌های بهینه‌ی پارتو در یک مسأله چندهدفه مجموعه بهینه پارتو و بردارهای هدف متناظر با آن لبه یا جبهه بهینه پارتو نامیده می‌شوند.

ورژن ۲۰۱۱ با پردازنده ۲/۴۰ گیگا هرتز استفاده شده است. شبیه‌سازی در چند سناریو مختلف با سیستم‌های مورد مطالعه پیگیری شده است. که در ادامه به آنالیز نتایج و داده‌ها پرداخته شده است.

۵-۱- سیستم ۳۰ باسه استاندارد

اولین سیستم مورد مطالعه سیستم استاندارد IEEE با ۳۰ باس، ۵ ژنراتور و ۴۱ شاخه می‌باشد. که باس‌های ۲، ۵، ۸، ۱۱، ۱۳ و ۳۰ به‌عنوان باس‌های کاندید شده برای توسعه گسسته توان راکتیو انتخاب شده‌اند. مقدار محدودیت و میزان تقاضا برای این باس بارها در جدول ۲ نشان داده شده است. مقدار گام برای منابع توان راکتیو ($\Delta_{\Pi}=2\text{Mvar}$) و مقدار ضریب امنیت ($\varepsilon=3\%$) می‌باشد. همچنین مقدار بار نرمال و بار سنگین (۱۰۳٪) و یک خط برای احتمال اتفاقی (۱-۲) در نظر گرفته شده است. هم‌چنین مقدار بالایی و پایینی برای ولتاژها برابر با ۰/۹۵ و ۱/۰۵ پریونیت در نظر گرفته شده است. نتایج حاصل از شبیه‌سازی در جدول ۳ آورده شده است که با مرجع [۹] مقایسه شده است.

جدول ۲. اطلاعات برای سیستم ۳۰ باسه IEEE

BUSES	CFXI, US\$	CCI AND CRI, US\$/MVAR	qc_m^{upper} and qr_m^{upper} , Mvar
2	30	1	30
5	30	1	45
8	15	1	40
11	30	1	40
13	35	1	30
30	30	1	30

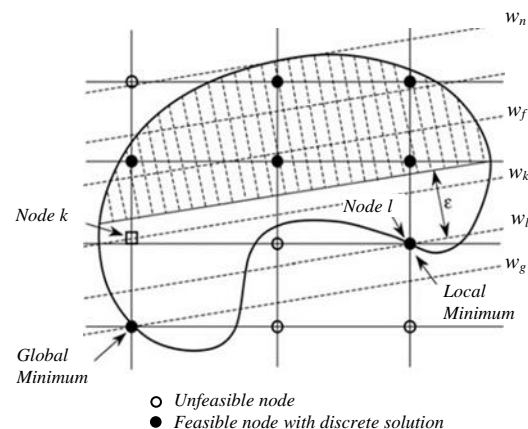
همان‌گونه که از جدول ۳ نشان داده شده است سیستم مورد مطالعه نیاز به توان راکتیو در بار نامی و بار سنگین نبوده است که این نتیجه توسط دو الگوریتم انجام گرفته مورد تایید قرار گرفته است. هم‌چنین نتایج جدول ۳ نشان می‌دهد که باس‌های یافته شده به کمک روش پیشنهادی در حالت نرمال ۲، ۵ و ۸ و در حالت بار سنگین ۲، ۵، ۷ و ۱۰ می‌باشد که مجموع توان تزریقی در حالت نرمال و سنگین به ترتیب ۷۸ و ۱۰۱ مگاوار می‌باشد که در مقایسه با روش پیشنهادی در مقاله [۹] که

۴- نحوه عمل‌کرد الگوریتم بر روی مساله پیشنهادی

در این قسمت الگوریتم پیشنهادی بر روی سیستم‌های مورد مطالعه اعمال می‌شود. قبل از هر چیزی ابتدا پارامترهای اولیه سیستم اعمال می‌شوند که در جدول ۱ ارائه شده است. پس از مقداردهی اولیه و شروع الگوریتم مقادیر بهینه در حل این مساله به‌وجود خواهند آمد. در نهایت شرط خاتمه یافت برنامه بررسی می‌شود. اگر برنامه پایان پذیرفته جواب‌های نشان داده شده را چاپ نماید در غیر اینصورت اگر جواب بدست آمده در این مرحله از جواب قبلی بهتر بوده است جایگزین آن شود و اگر بدتر از آن بوده همان جواب قبلی نگه داشته شود و به مرحله ارتقا نسل‌ها منتقل یابد. شکل ۴ نحوه جستجو با وجود قیود مختلف را نشان می‌دهد.

جدول ۱. نحوه تعریف برای پارامترهای اولیه

	Variables Operation	Investment
Continuous	$v_k, \forall k \in NB$	$qc_m, m \in M$
	$\theta_k, \forall k \in NB$	$qr_m, m \in M$
	$QG_g, \forall g \in G$	
Discrete	$t_l, \forall l \in NT$	$r_m, m \in M$
	$qc_u^0, \forall u \in U$	$qc_n, n \in N$
	$qr_u^0, \forall u \in U$	$qr_n, n \in N$



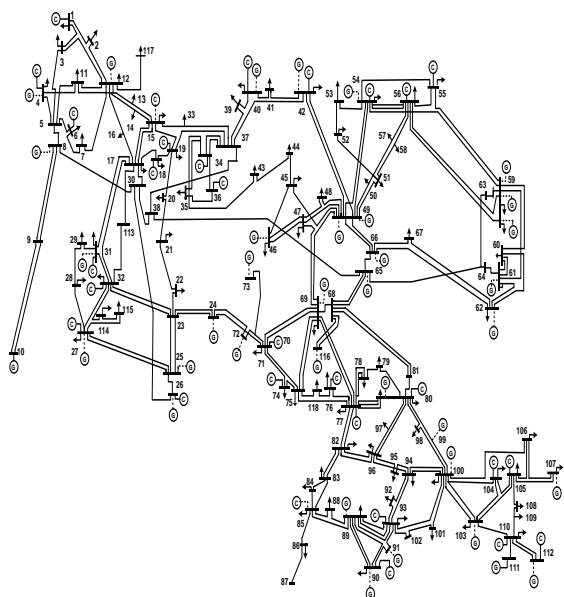
شکل ۴. نحوه جستجو در فضای مورد مطالعه

۵- نتایج شبیه‌سازی

در این مقاله نتایج به‌وجود آمده توسط کامپیوتر با i5 core CPU و ۴ گیگ RAM به وسیله نرم‌افزار متلب

جدول ۴. اطلاعات برای سیستم ۱۱۸ باسه IEEE

BUSES	CFXI, US\$	CCI AND CRI, US\$/MVAR	qc_m^{upper} and qr_m^{upper} , Mvar
10	12	1	100
12	10	1	100
21	10	1	100
31	10	1	100
35	5	1	100
49	5	1	100
56	10	1	100
60	5	1	100
71	10	1	100
76	5	1	100
83	10	1	100
85	5	1	100
94	10	1	100



شکل ۵. نحوه اتصالات سیستم ۱۱۸ باسه استاندارد IEEE

همان‌گونه که از جدول نشان داده شده است نحوه تولیدات و باس‌های مورد نظر برای برنامه‌ریزی توان راکتیو به‌ازای شرایط کاری مختلف هزینه کمتری در مقایسه با روش انجام گرفته در مرجع [۹] می‌باشد که این نتیجه مقایسه‌ای در جدول ۶ نشان داده شده است. الگوریتم پیشنهادی با ترکیب بهتر برای توان منابع راکتیو کارایی بهتری داشته است. همان‌گونه که از جدول ۶ بر می‌آید الگوریتم پیشنهادی هم‌چنین دارای سرعت بالاتری در مقایسه با روش پیشنهاد شده در مقاله [۹] می‌باشد.

به‌منظور نشان دادن کارایی الگوریتم پیشنهادی در حل مساله برنامه‌ریزی توان راکتیو، الگوریتم پیشنهادی به دفعات مختلف در بار نامی و سنگین به‌طور مجزا بر روی

۸۸ و ۱۱۲ مگاوار مقدار ۱۰ و ۱۱ مگاوار بهتر شده است. از طرفی هزینه کلی برای روش پیشنهادی به اندازه ۱۱ واحد در بار نامی و ۱۰ واحد در بار سنگین نسبت به روش انجام گرفته در مرجع گفته شده بهتر شده است. هم‌چنین مقایسه‌ای برای زمان اجرای برنامه‌ها نشان از سرعت بهتر روش پیشنهادی می‌باشد.

جدول ۳. نتایج حاصل از شبیه‌سازی برای سیستم ۳۰ باسه

MIE T HOD	B&B ALGORITHM [9]			PROPOSED ALGORITHM		
	Buses	Base case	Contingen- cy #1: 1-2	Buses	Base case	Contingen- cy #1: 1-2
Load level		qc_i , MVA r	qc_i , MVA r		qc_i , MVA r	qc_i , MVA r
Nominal	2	-	30	2	-	۲۴
	5	-	18	5	-	۱۴
	8	-	40	8	-	40
	w	-	US\$ 163	w	-	US\$ 15۲
	CP U tim e	1 s	34 s	CP U tim e	0.9۶ s	26 s
Heavy	2	-	30	2	-	۲۸
	5	-	28	۵	-	30
	8	-	40	۷	-	۳۲
	13	-	14	۱۰	-	۱۱
	w	-	US\$ 222	w	-	US\$ 21۲
CP U tim e	1 s	30	CP U tim e	0.9۶ s	۲۴ s	

۵-۲- سیستم ۱۱۸ باسه IEEE

سیستم مورد مطالعه بعدی سیستم ۱۱۸ باسه IEEE با ۵۴ واحد نیروگاهی می‌باشد که نحوه اتصالات شبکه آن در شکل ۵ نشان داده شده است. در این سیستم ۱۳ باس برای تزریق توان راکتیو در نظر گرفته شده است که در جدول ۴ نشان داده شده است.

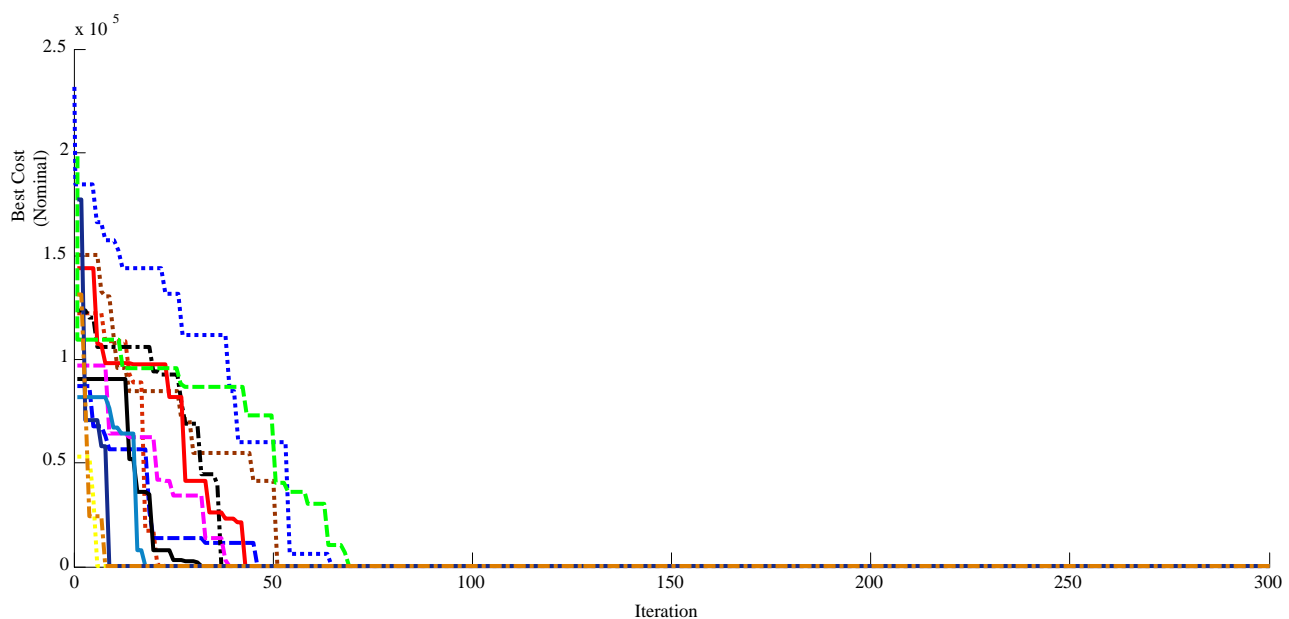
در این سیستم خطوط (۵-۸, ۲۶-۳۰, ۶۵-۶۸, ۸۹-۹۲) برای عملیات اتفاقی در نظر گرفته شده است. نتایج حاصل از شبیه‌سازی در جدول ۵ آورده شده است. هم‌چنین برای شبیه‌سازی در این سیستم از سه بار نامی، سبک (۰.۸۰) و بار سنگین (۰.۱۲۰) استفاده شده است.

هم‌چنین مقدار میانگین برای سیر هم‌گرایی نشان از انحراف معیار مناسب می‌باشد. شکل ۸ نحوه تغییرات برای انحراف معیار میانگین برای سیر هم‌گرایی در شکل‌های ۶ و ۷ را نشان می‌دهد. انحراف معیار برای جواب نهایی برابر با 0.0000001 می‌باشد که در سیر هم‌گرایی دو شکل فوق نشان داده شده است.

سیستم ۱۱۸ باسه اجرا شده است. تابع هدف مورد بهینه در این بخش مجموع کل هزینه (w) در هر ۵ حالت شامل Base Case و چهار حالت Contingency می‌باشد. نتیجه هم‌گرایی برای این دو بار سبک و سنگین در شکل ۶ و ۷ نشان داده شده است. همان‌گونه که سیر هم‌گرایی نشان می‌دهد، الگوریتم پیشنهادی همواره توانسته به یک جواب میرا شود که این نشان از کارایی خوب و انحراف معیار مناسب آن در یافتن جواب نهایی مطلق می‌باشد.

جدول ۵. نتایج حاصل از شبیه‌سازی برای سیستم ۱۱۸ باسه با الگوریتم پیشنهادی

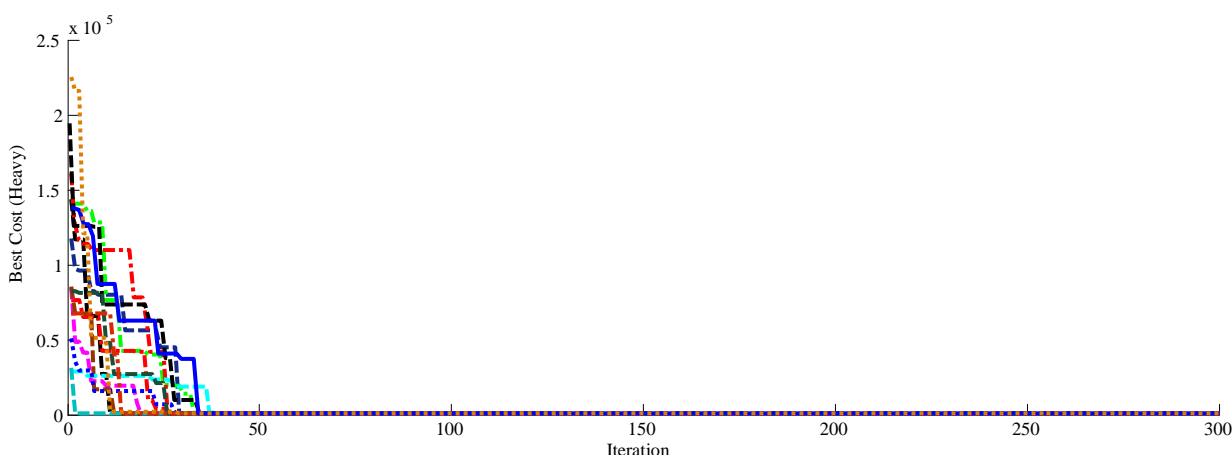
Load level	Buses	Base case		Contingency								
		qC _i MVA _r	qF _i MVA _r	#1: 5-8		#2: 26-30		#3: 65-68		#4: 89-92		
				qC _i MVA _r	qF _i MVA _r	qC _i MVA _r	qF _i MVA _r	qC _i MVA _r	qF _i MVA _r	qC _i MVA _r	qF _i MVA _r	
Nominal	10	-	-	-	12.00	12.00	-	-	-	-	۵,۱۳۲	-
	21	-	-	-	-	-	-	-	8.0	-	-	-
	60	-	-	-	-	-	-	۲۲	-	۲۲	-	-
	85	۲۲	-	۲۲	-	۲۲	-	-	-	-	۵۱,۸۹۰	-
	w	US\$ 2۴		US\$ 52.۲۳		US\$ ۵۱/۸۶		US\$ 28.۰۴		US\$ ۹۷/۶۹		
	CPU time	1.۸۹ s		2.۸۰ s		1.۷۸ s		2.۷۹ s		10.1۱ s		
Low	12	-	-	-	12.۰۰	-	-	-	-	-	-	-
	w	-		-		-		-		-		
	CPU time	1 s		1 s		1 s		1 s		1 s		
Heavy	10	-	-	-	12.00	-	-	-	-	-	-	-
	12	-	-	۷۴.00	-	-	-	-	-	-	-	-
	21	-	-	۱۳.00	-	35.00	-	-	-	-	-	-
	60	۵۵/۶	-	۶۲.15	-	۵۸.00	-	۴۹.00	-	50.00	-	-
	83	۳۴/۶	-	-	-	-	-	-	-	70.00	-	-
	85	-	-	35.۲۲	-	35.۲۲	-	35.۲۲	-	70.00	-	-
	94	36.۲۱	-	35.۲۲	-	35.۲۲	-	35.۲۲	-	50.۲۱	-	-
	w	US\$ ۱۵۸.0		US\$ ۲۷۵/۳۵		US\$ ۲۰۰/۴۳		US\$ ۱۵۶/۳۳		US\$ ۲۸۷/۴۵		
	CPU time	۳۶ s		۴۲ s		۲۷ s		۲۳ s		۱۵ s		



شکل ۶. نحوه هم‌گرایی برای الگوریتم پیشنهادی در سیستم ۳۰ باسه در بار نرمال

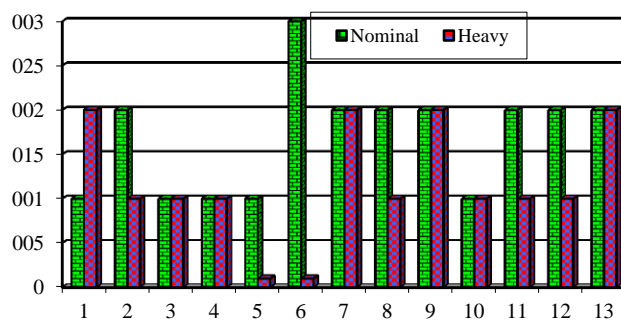
جدول ۶. نتایج مقایسه‌ای برای روش‌های بدست آمده در سیستم ۱۱۸ باسه

Proposed Algorithm	Level Load	Index	Base case	#1: 5 – 8	#2: 26 –30	#3: 65 –68	#4: 89 –92
			Nominal	w	25	۵۱,۹۸	52.۱۱
Low	CPU time	w	1.۹۸	2.۷۸	1.۸۰	2.۸۳	10.۰۱
		w	0	0	0	0	0
Heavy	CPU time	w	1	1	1	1	1
		w	160	۲۷۵,۴۶	۲۰۰,۴۳	۱۵۶,۳۷	۲۸۸,۴۵
B&B Algorithm [9]	Nominal	w	30	۵۳,۵	52.۰	30	۱۰.۲
		CPU time	2	۲	3	2	۱۱
	Low	w	۲۳	0	0	0	0
		CPU time	1	1	1	1	1
	Heavy	w	۱۶۱	۲۹۳	۲۰.۸	۱۶۱	۲۹۱
		CPU time	۳۷	۴۴	۲۸	۲۷	۱۸



شکل ۷. نحوه هم‌گرایی برای الگوریتم پیشنهادی در سیستم ۳۰ باسه در بار سنگین

مساله غیر خطی مورد مطالعه به صورت یک مساله بهینه‌سازی تبدیل گشته است و از الگوریتم پیشنهادی بویایی کوسه با معیار پارتو سعی در حل آن شده است. الگوریتم پیشنهادی بر روی سیستم استاندارد ۳۰ و ۱۱۸ باسه IEEE بررسی شده است. برای مقایسه بهتر الگوریتم به دفعات مختلف اجرا شده است نحوه هم‌گرایی و انحراف معیار آن مورد بررسی قرار گرفته است.



شکل ۸. انحراف استاندارد برای میانگین بدست آمده از اجراهای مختلف

زیرنویس‌ها

- B&B Algorithm الگوریتم Branch-and-Bound
- NB تعداد باس‌های سیستم
- M and N مجموعه باس‌های انتخاب شده که در آن منابع قدرت راکتیو به صورت پیوسته و ناپیوسته نصب شده‌اند.

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله به بررسی منابع توان راکتیو برای کنترل بازار برق تجدید ساختار یافته و مدل‌سازی آن در یک سیستم غیرخطی با قيود عملی و غیر عملی پرداخته شده است.

Qk (u, V, t)	توان راکتیو تزریقی به باس مورد نظر	G, L	به ترتیب مجموعه ژنراتورها و بار متصل به باس‌ها
$\Gamma^G G:R^{NB}_{RG}$	نتایج زیر بردار مقابل	J	مجموعه باس‌هایی که منبع توان راکتیو به آن تزریق می‌شوند
$\Gamma^L L:R^{NB}_{RL}$	نتایج زیر بردار مقابل	NT	مجموعه ترانسفورماتورها با تپ کنترل اتوماتیک
$\Gamma^q I:R^{NB}_{RI}$	نتایج زیر بردار مقابل	U	باس‌های متصل شده به توان راکتیو کنترل شده
$\Gamma^u U:R^{NB}_{RU}$	نتایج زیر بردار مقابل	W	تابع هدف
$\Gamma^D J:R^{NB}_{RJ}$	نتایج زیر بردار مقابل	CFXi	قیمت ثابت برای توان راکتیو جایی شده در باس مورد نظر
PGg, QGg	توان اکتیو و راکتیو تولید شده در باس مورد نظر	Cci, Cri	به ترتیب قیمت متغیر منتج از جایابی توان راکتیو جدید و توان راکتیو استنتاجی در باس مورد نظر
PCl, QCl	توان اکتیو و راکتیو بار در باس مورد نظر	qci, qri	متغیرهای سرمایه‌گذاری
qcu0, qru0	به ترتیب ظرفیت توان راکتیو خازنی و استقرا در باس مورد نظر	ylj, y2j	به ترتیب تزریق ساختگی از خازنی و توان راکتیو مستقر شده در باس مورد نظر
QGg^{lower}, QGg^{upper}	محدوده بالا و پایین توان راکتیو در باس مورد نظر	ri	متغیر تصمیم‌باینری
Vk^{lower}, Vk^{upper}	محدوده بالا و پایین دامنه ولتاژ در باس مورد نظر	γ	پنالتی فکتور
Tl	تپ ترانسفورماتور در شاخه مورد نظر	(V, u, t)	به ترتیب دامنه ولتاژ، زاویه تغییر زاویه فاز ولتاژ باس بار و تپ ترانسفورماتور
QGg	توان راکتیو تولید شده در باس مورد نظر	Pk (u, V, t)	توان اکتیو تزریقی به باس مورد نظر
Vk	دامنه ولتاژ در باس مورد نظر		
qcm^{upper}, qrm^{upper}	حد بالای توان راکتیو برای منابع پیوسته در باس مورد نظر		
Sd	بیشینه تعداد مراحل مجاز برای توان راکتیو منابع ناپیوسته		
T	مجموعه جواب‌های ناپیوسته برای تپ ترانسفورماتور		
Δn	سایز مراحل برای متغیرهای ناپیوسته		

۷- مراجع

- [1] Baughman, M. L., and Siddiqi, S. N., (1991), "Real-time Pricing of Reactive Power: Theory and Case Study Results," IEEE Transactions on Power Systems. vol. 6, no. 2, pp. 23-9.
- [2] Baughman, M. L., Siddiqi, S. N., and Zarnikau, J. W., (1997), "Advanced Pricing in Electrical Systems. I. Theory," IEEE Transactions on Power Systems, vol. 12, no. 1, pp. 489-95.
- [3] Baughman, M. L., Siddiqi, S. N., and Zarnikau, J. W., (1997), "Advanced Pricing in Electrical Systems. II. Implications," IEEE Transactions on Power Systems, vol. 12, no. 1, pp. 496-502.
- [4] Li, Y. Z., and David, A. K., (1993), "Pricing Reactive Power Conveyance," IEE-Proceedings-C-(Generation, Transmission-and-Distribution) vol. 140, no. 3, pp.174-80.
- [5] Li, Y. Z., and David, A. K., (1994), "Wheeling Rates of Reactive Power Flow under Marginal Cost Pricing," IEEE Transactions on Power Systems. vol. 9, no. 3, pp.1263-9.

- [6] Jong-Bae P, Ki-Song L; Joong-Rin S; Lee, K.Y, (2005), "Particle swarm optimization for economic dispatch considering the generator constraints", IEEE Trans. on Power Syst., vol. 20, no. 1, pp. 34 – 42.
- [7] Hosam K. Youssef and Khaled M. El-Naggar, (2000), "Genetic based algorithm for security constrained power system economic dispatch", Electric Power Systems Research, vol. 53, no. 1, pp. 47-51.
- [8] Granville. S., Pereira. M.V.F., Monticelli. A., (1988), 'An integrated methodology for VAR sources planning', IEEE Trans. Power Syst., vol. 3, no. 2, pp. 549–557.
- [9] Estevam. C.R.N., Rider. M.J., Amorim. E., Mantovani. J.R.S., (2010), "Reactive power dispatch and planning using a non-linear branch-and-bound algorithm," IET Gener. Transm. Distrib., vol. 4, no. 8, pp. 963–973.
- [10] Abedinia. O., Amjady. N., Ghasemi. A., Hejrati. Z., (2013), Solution of Economic Load Dispatch Problem via Hybrid PSO-TVAC and BFA Techniques, European Transaction on Electrical Power, Vol. 23, Issue 8, pp. 1504–1522.
- [11] Abedinia. O., Amjady. N., Ghasemi. A., (2014), A New Meta-heuristic Algorithm Based on Shark Smell Optimization, Complexity Journal, DOI: 10.1002/cplx.21634.
- [12] Yao-Tsu Wu. T, (1971). "Hydromechanics of swimming propulsion. part 1. Swimming of a two-dimensional flexible plate at variable forward speeds in an inviscid fluid," J. Fluid Mech., vol. 46, part 2, pp. 337-355.
- [13] Lahanas. M., Karouzakis. K., Giannouli. S., Mould. R. F. and Baltas. D., (2002), "Inverse Planning in Brachytherapy: Radium to High Dose Rate 192 Iridium Afterloading" Phys. Med. Biol. pp. 1-39.