

بررسی عددی تأثیر گردابه‌ها بر روی افت فشار و تلفات جریان در داخل کانال با انبساط تدریجی صفحه‌ای

محمد محسن شاه‌مردان^{۱*}، محمود نوروزی^۲، امین شهبانی ظهیری^۳

اطلاعات مقاله	چکیده
دریافت مقاله: ۱۳۹۲/۱۲/۲۴	هدف اصلی از انجام مطالعه حاضر، بررسی تأثیر و نقش شکل‌گیری گردابه‌های متقارن و نامتقارن و تعداد آنها بر روی افت فشار و تلفات جریان در تبدیلات واگرای تدریجی می‌باشد. برای ایجاد گردابه‌های متقارن و نامتقارن، جریان آرام سیال نیوتنی در داخل کانال با انبساط تدریجی صفحه‌ای برای نسبت انبساط ۱:۳ شبیه‌سازی شده است. گسسته‌سازی معادلات حاکم با به‌کارگیری روش عددی حجم محدود در حالت دو بعدی انجام گرفته است. همچنین برای ترکیب متغیر-های سرعت و فشار از الگوریتم پیزو بر روی شبکه ثابت استفاده گردیده است. برای مطالعه اثرات گردابه‌ها، بررسی و محاسبه ضرایب فشار و تلفات برای محدوده وسیعی از زوایای انبساطی ($5 \leq \theta \leq 90$) و در اعداد رینولدز مختلف ($40 \leq Re \leq 120$) انجام گرفته است. برای ارزیابی صحت انجام این تحقیق، نتایج بدست آمده از زاویه انبساطی ۹۰ درجه با تحقیقات گذشته مقایسه گردیده است؛ که دارای مطابقت بسیار خوبی با مطالعات گذشته می‌باشد. خطوط جریان و کانتورهای فشار برای تحلیل و درک بهتر دینامیک جریان ترسیم شده است. برای بررسی نقش تقارن و عدم تقارن گردابه‌ها و نیز اثر تعداد گردابه‌ها، نمودارهای مربوط به تغییرات فشار بر روی خط مرکزی کانال، ضرایب فشار و تلفات به صورت تابعی از زاویه انبساطی و عدد رینولدز ترسیم و تحلیل گردیده است. نکته قابل توجه این است که برای جریان سیال در داخل کانال با انبساط تدریجی صفحه‌ای، ضرایب فشار و تلفات در زاویه انبساطی ۵۳ درجه، مستقل از عدد رینولدز می‌باشند.
پذیرش مقاله: ۱۳۹۳/۱۱/۱۴	
واژگان کلیدی: گردابه‌ها، ضریب فشار، ضریب تلفات، زاویه انبساطی، ویسکوزیته، جابجایی.	

۱- مقدمه

در بسیاری از صنایع و کارخانجات برای جابجایی محصولات و مواد خام اولیه از طریق کانال‌ها و لوله‌ها نیاز به انرژی

برای نیروی محرکه در پمپ‌ها می‌باشد. پمپ‌ها با ایجاد اختلاف فشار در مجاری بسته باعث حرکت سیال می‌شوند. کانال‌های مورد استفاده در صنایع و نیروگاه‌ها بر حسب

* پست الکترونیک نویسنده مسئول:

mshahmardan@shahroodut.ac.ir

۱. دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شاهرود

۲. استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شاهرود

۳. دانشجوی دکتری مهندسی مکانیک، دانشگاه بیرجند

تحقیق اولیویرا و همکاران [۱] از اولین مطالعات انجام شده برای بررسی ضریب افت فشار در هندسه انبساط ناگهانی (دارای تقارن محوری)، می‌باشد. آنها با بررسی عددی جریان آرام سیال نیوتنی، ضریب فشار را برای محدوده اعداد رینولدز $200 \leq Re \leq 0.5$ و نسبت انبساط $1/5 \leq H/h \leq 4$ در قالب جداول گزارش کرده‌اند. آنها همچنین برای ضریب فشار، رابطه‌ای بر حسب عدد رینولدز و نسبت انبساط بدست آورده‌اند. نتوفایتو [۲] در این هندسه با نسبت انبساط ۱:۲، سیالات غیر نیوتنی را مورد مطالعه قرار داد. او با استفاده از قانون توانی با مقدار شاخص توانی $n = 0.18$ ، فشار و گرادیان فشار بر روی خط مرکزی کانال را مورد بررسی عددی قرار داد.

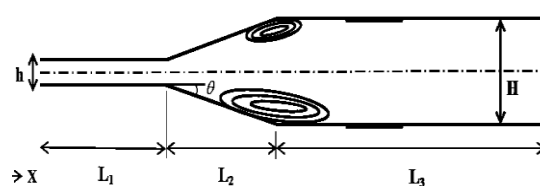
مطالعات افت فشار جریان آرام سیال نیوتنی در هندسه‌های متقارن محوری با انبساط تدریجی (دیفیوزر)، مربوط به تحقیق روسا و پینهو [۳] می‌باشد. آنها ضریب فشار را در نسبت انبساط‌های ۱/۵ و ۲ برای محدوده اعداد رینولدز $200 \leq Re \leq 2$ و محدوده تغییرات زاویه انبساطی صفر تا نود درجه مورد مطالعه قرار دادند. آنها نشان دادند که با افزایش عدد رینولدز و نسبت انبساط، ضریب فشار کاهش می‌یابد. همچنین هر چه اندازه زاویه انبساطی کوچکتر باشد، مقدار این ضریب فشار کمتر می‌شود.

دریکاکیس [۴] نیز مطالعات جامعی را بر روی اثرات نسبت انبساط بر روی طول گردابه‌ها در کانال با انبساط ناگهانی و متقارن محوری انجام داده است. نتایج او نشان می‌دهد که در نسبت انبساط ۱/۵ و کمتر از آن، گردابه‌ای تشکیل نمی‌گردد. همچنین با افزایش نسبت انبساط طول گردابه‌ها افزایش می‌یابد. در تحقیق شاه‌مردان و همکاران [۵]، آستانه ناپایداری جریان و تأثیر مقدار زاویه انبساطی و عدد رینولدز بر طول گردابه‌ها برای نسبت انبساط ۱:۳ در کانال صفحه‌ای مورد بررسی قرار گرفته است. آنها در تحقیق خود نشان دادند که با افزایش اندازه زاویه انبساطی، طول گردابه‌ها و عدم تقارنی آنها بیشتر می‌شود.

همچنین پینهو و همکاران [۶] با مطالعه عددی جریان سیال نیوتنی و غیر نیوتنی و استفاده از مدل قانون توانی،

کاربرد و شرایط محیطی دارای ابعاد و سطح مقطع‌های مختلف هستند، که این تغییر سطح مقطع می‌تواند انبساطی یا انقباضی و به صورت ناگهانی یا تدریجی باشد. در چند دهه اخیر محققین بسیاری به بررسی تجربی، تحلیلی و عددی این جریان‌ها در مجاری مختلف پرداخته‌اند. بیشتر تحقیقات صورت گرفته در این زمینه، برای هندسه‌های دارای انبساط ناگهانی و در حالت متقارن محوری می‌باشد. برای هندسه‌هایی با انبساط تدریجی در حالت صفحه‌ای، مطالعات انجام شده بسیار کم و در حد انگشت شمار می‌باشد.

از آنجایی که در محاسبات مهندسی، پارامترهای جریان مانند سرعت و فشار از عوامل مهم طراحی است، پس باید مقادیر آن به گونه‌ای تعیین گردند تا با کمترین مصرف انرژی، سیستم مورد نظر کارایی لازم برای عملکرد مناسب را داشته باشد. در نتیجه یکی از عوامل بسیار مهم و اساسی در محاسبه اتلافات انرژی، افت فشار می‌باشد.



شکل ۱- شماتیک کانال واگرای تدریجی

همانطور که در شکل ۱ مشاهده می‌شود، تغییرات مقدار سرعت جریان و فشار به دلیل افزایش در سطح مقطع جریان، منجر به شکل‌گیری گردابه‌هایی در بخش واگرای کانال می‌گردد. با افزایش سرعت جریان ورودی که منجر به افزایش عدد رینولدز می‌شود، گردابه‌هایی متقارن در تبدیلات انبساطی شکل می‌گیرد. این گردابه‌ها منجر به ایجاد اختلاف فشار و تغییرات انرژی جنبشی جریان در بخش انبساطی کانال می‌شوند. همچنین با افزایش بیشتر عدد رینولدز و تغییر اندازه زاویه انبساطی، این گردابه‌ها از حالت متقارن به حالت نامتقارن تبدیل می‌شود و تأثیرات آنها باعث تغییراتی در اینرسی جریان و خطوط جریان منتجه از آنها می‌گردد.

مطالعه قرار داده است. او در این تحقیق برای سیال ویسکوالاستیک از مدل اصلاح شده فن-سی آر^۱ استفاده کرده است. نتایج او نشان می‌دهد که هر چه خاصیت الاستیسیته سیال کمتر باشد (یعنی سیال نیوتنی باشد)، افت فشار جریان کمتر می‌گردد. همچنین برای حالتی که گردابه‌ها نامتقارن می‌شود، مقدار افت فشار بیشتر است. او همچنین در تحقیق خود بیان نموده است که در هندسه متقارن محوری (یعنی با سطح مقطع دایره)، گردابه‌ها همیشه متقارن باقی می‌مانند و حالت نامتقارنی گردابه‌ها در هندسه متقارن محوری برای محدوده اعداد رینولدز پایین اصلاً مشاهده نمی‌گردد.

همچنین اولیویرا و همکاران [۱۱] با استفاده از همان هندسه و مدل ویسکوالاستیک، در تحقیقی دیگر نسبت انبساط ۱:۴ را برای محدوده اعداد رینولدز $100 \leq Re \leq 1000$ مورد مطالعه قرار دادند. آنها با مطالعه تغییرات توزیع فشار بر روی خط مرکزی کانال در اعداد رینولدز مختلف، مشاهده نمودند که مقدار افت فشار در سیال ویسکوالاستیک نسبت به سیال نیوتنی بیشتر می‌باشد. همچنین سوسا و همکاران [۱۲] نیز با شبیه‌سازی عددی و تجربی، افت فشار جریان آرام را برای انبساط ناگهانی سه بعدی با سطح مقطع مربعی مورد مطالعه قرار داده‌اند. آنها با بررسی جریان سیال نیوتنی در نسبت انبساط‌های ۱:۲، ۱:۴، ۱:۸ و ۱:۱۶ دریافتند که با افزایش دبی جرمی جریان و نسبت انبساط، اختلاف فشار در کانال زیاد می‌گردد.

در تمام تحقیقات پیشین که مرتبط با تبدیلات واگرایی صفحه‌ای می‌باشد، افت فشار تنها برای تبدیلات انبساطی ناگهانی (زاویه ۹۰ درجه) بررسی شده است و برای هندسه با انبساط تدریجی در حالت صفحه‌ای مطالعه‌ای انجام نگرفته است. همچنین نسبت انبساط مورد استفاده در اکثر این تحقیقات دارای مقدار ۱:۳ است.

افت فشار را برای انبساط ناگهانی متقارن محوری با نسبت انبساط ۱:۲/۶ مورد بررسی قرار دادند. آنها با تعریف جدیدی از عدد رینولدز و ضریب فشار، مقادیر اختلاف فشار را بر حسب عدد رینولدز و مقادیر شاخص توانی مختلف، به صورت یک جدول گزارش کردند. در همین هندسه، ترنیک و همکاران [۷] نیز جریان سیال غیر نیوتنی را برای نسبت انبساط و مدلی دیگر مورد بررسی قرار دادند. آنها برای نسبت انبساط ۱:۳، تأثیرات شاخص توانی بر افت فشار را در محدوده اعداد رینولدز $100 \leq Re \leq 1000$ مورد مطالعه قرار داده و مشاهده نمودند که با افزایش عدد رینولدز، افت فشار کاهش می‌یابد. همچنین با کاهش مقدار شاخص توانی n ، تغییرات افت فشار نیز کمتر می‌گردد.

ترنیک [۸] در تحقیقی دیگر، تأثیر شاخص توانی n بر روی تغییرات فشار را برای انبساط ناگهانی صفحه‌ای با نسبت انبساط ۱:۳ در محدوده اعداد رینولدز $100 \leq Re \leq 1500$ مورد مطالعه قرار داده است. نتایج او نشان می‌دهد که با زیاد شدن عدد رینولدز، اختلاف فشار جریان کمتر می‌گردد و ضریب اصطکاک کانال کاهش می‌یابد. همچنین با افزایش مقدار شاخص توانی n (یعنی به سمت مقدار یک میل کند)، مقادیر اختلاف فشار جریان و ضریب اصطکاک کانال کمتر می‌گردد.

ترنیک [۹] برای بررسی جریان خزشی در هندسه انبساط ناگهانی صفحه‌ای، جریان سیال نیوتنی تعمیم یافته را برای اعداد رینولدز بسیار کوچک با استفاده از روش حجم محدود مورد مطالعه قرار داده است. او افت فشار را برای محدوده اعداد رینولدز $10 \leq Re \leq 1000$ و محدوده شاخص توانی $1/40 \leq n \leq 1/60$ به صورت منظم و دسته بندی در جدولی گزارش کرده است. در مطالعه او، با افزایش عدد رینولدز و مقدار شاخص توانی، مقدار افت فشار جریان کاهش می‌یابد و اختلاف فشار کمتر می‌گردد.

اولیویرا [۱۰] برای بررسی کانال صفحه‌ای با انبساط ناگهانی ۱:۳، جریان سیالات نیوتنی و ویسکوالاستیک را مورد

^۱ FENE-CR

در ادامه تحقیق، معادلات حاکم بر جریان به همراه شرایط مرزی و روش حل عددی به صورت اجمالی توضیح داده شده است. برای ارزیابی صحت نتایج، پروفیل سرعت در چند مقطع عرضی کانال برای زاویه انبساطی ۹۰ درجه با نتایج تجربی مطالعات پیشین مقایسه شده است. همچنین برای مطالعه استقلال حل عددی از شبکه محاسباتی، ۳ نوع شبکه‌بندی مختلف در زاویه انبساطی ۳۰ درجه در نظر گرفته شده است. در خاتمه، نمودارهای خطوط جریان و کانترهای فشار برای هر زاویه انبساطی ترسیم شده و اثر شکل‌گیری گردابه‌های متقارن و نامتقارن روی میدان جریان مورد بحث قرار گرفته است.

۲- معادلات حاکم و شرایط مرزی

در مطالعه حاضر، جریان سیال نیوتنی در کانال با تبدیل واگرای صفحه‌ای به صورت دو بعدی، همدمای و تراکم ناپذیر در نظر گرفته شده است. با گسترش تدریجی سطح مقطع تبدیل، جریان از یک کانال با ارتفاع h به یک کانال بزرگتر با ارتفاع H جابجا می‌گردد. معادلات حاکم بر جریان، معادلات بقای جرم و بقای اندازه حرکت هستند که شکل برداری آنها به صورت زیر قابل بیان می‌باشد.

$$\frac{\partial \tilde{v}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \tilde{v}_j \frac{\partial \tilde{v}_i}{\partial \tilde{x}_j} = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial \tilde{x}_i} + \eta \frac{\partial}{\partial \tilde{x}_j} \left[\frac{\partial \tilde{v}_i}{\partial \tilde{x}_j} \right] \quad (2)$$

همچنان که مرسوم است، \tilde{v}_j معرف بردار سرعت، \tilde{x}_j مولفه‌های دستگاه مختصات، \tilde{p} فشار، η ویسکوزیته دینامیکی و ρ چگالی سیال می‌باشد. همچنین متغیرهای مورد استفاده در معادلات حاکم به صورت زیر بی بعد می‌شوند.

$$Re = \frac{U_{in} \cdot h}{\nu} \quad (3)$$

$$x_j = \frac{\tilde{x}_j}{h} \quad (4)$$

البته در مطالعات پیشین، کانال متقارن محوری با انبساط تدریجی برای نسبت انبساط‌های کوچک مورد بررسی قرار گرفته است؛ ولی چون هندسه متقارن محوری است، گردابه‌ها همیشه متقارن بوده و تأثیر نامتقارنی گردابه‌ها بر ضریب افت فشار مشاهده نشده است [۱۰]. در حالی که تشکیل گردابه‌ها متقارن و نامتقارن تابعی از اندازه زاویه انبساطی و عدد رینولدز است و سبب تغییرات زیادی در ضریب افت فشار می‌شود. به همین خاطر، بررسی ضرایب افت فشار و تلفات در دو هندسه صفحه‌ای و متقارن محوری، به کلی از یکدیگر متفاوت می‌باشد.

هدف اصلی مطالعه حاضر، بررسی تأثیر گردابه‌های متقارن و به خصوص نامتقارن بر مقدار ضرایب فشار و تلفات در بخش انبساطی کانال با زوایای مختلف می‌باشد. در این تحقیق، افت فشار برای جریان‌های با گردابه‌های متقارن و نامتقارن در کانال با انبساط تدریجی ۱:۳ مطالعه شده است؛ که از جمله مهم‌ترین نوآوری‌های تحقیق حاضر بشمار می‌رود.

مشخصات هندسی مساله با توجه به شکل ۱، شامل طول و ارتفاع بخش بالادست جریان یا بخش اول کانال (L_1, h) ، طول و ارتفاع بخش پایین دست جریان یا بخش سوم کانال (L_3, h) است. همچنین طول و زاویه انبساطی در بخش دوم کانال (L_2, θ) می‌باشد. البته مقدار نسبت‌های هندسی L_1/h و L_3/h باید به اندازه کافی بزرگ باشند تا جریان در هر دو بخش بالادست و پایین دست کانال (بخش اول و سوم کانال)، به حالت توسعه‌یافته برسد و دهانه خروجی کانال بر شکل‌گیری گردابه‌ها و طول آنها تأثیری نداشته باشد. در مطالعه حاضر برای اطمینان از این موضوع، طول بخش اول ۲۰ برابر و طول بخش سوم ۶۰ برابر ارتفاع بخش اول کانال در نظر گرفته شده است. همانطور که در شکل‌های ۲ و ۳ مشاهده می‌گردد، جریان قبل از رسیدن به دهانه خروجی کانال، به حالت توسعه یافته دست پیدا می‌کند.

برای افزایش دقت حل عددی از تراکم مش بیشتری در انتهای بخش اول و ابتدای بخش سوم کانال (در همسایگی بخش انبساطی) استفاده شده است. زیرا مقادیر گردان-های سرعت و فشار در این ناحیه زیاد است.

الگوریتم پیزو در واقع بسط روش سیمپل^۳ با یک مرحله تصحیح اضافه می‌باشد. روند حل در این الگوریتم به این صورت است که ابتدا یک سرعت و فشار حدسی در نظر گرفته می‌شود و بعد معادله مومنتوم به صورت ضمنی برای هر یک از مؤلفه‌های بردار سرعت حل می‌گردد. در نتیجه میدان سرعت جدید U^* تخمین زده می‌شود. با جایگذاری سرعت‌های تصحیح شده در معادله پیوستگی، میدان فشار p^* تخمین زده می‌شود و سرعت و فشار جدید بدست آمده تصحیح می‌گردند (U^{**}, P^{**}). از آنجایی که معادله تصحیح فشار تمایل به واگرایی دارد؛ برای افزایش همگرایی مساله از ضرایب مادون رهایی در معادلات تصحیح سرعت و فشار استفاده می‌گردد (تا اینجا مشابه الگوریتم سیمپل است).

با جایگذاری این سرعت‌های جدید در معادله گسسته شده پیوستگی، معادله تصحیح فشار دوم حاصل می‌گردد تا فشار جدید p^{***} بوجود آید. با حل دوباره معادلات اندازه حرکت و استفاده از فشار جدید p^{***} ، میدان سرعت جدید U^{***} بدست می‌آید (که دوبار تصحیح شده است). فشار جدید نهایی با استفاده از فشارهای قبلی و ضریب مادون رهایی تصحیح می‌گردد. مجدداً با این مقدار فشار جدید الگوریتم تکرار می‌شود. تمام این مراحل به قدری تکرار می‌گردند تا حالت پایداری برای مقدار متغیرها ایجاد شود و اختلاف متغیرها در دو گام تکرار متوالی بسیار کم باشد.

۴- استقلال حل عددی از شبکه محاسباتی

برای بررسی کیفیت و دقت شبکه مورد استفاده در این مطالعه، سه شبکه محاسباتی مختلف در نظر گرفته شده است، که نامگذاری این سه نوع شبکه به صورت M_1 ، M_2

$$v_i = \frac{\tilde{v}_i}{U_{in}} \quad (5)$$

$$p = \frac{\tilde{p}}{\rho \cdot U_{in}^2} \quad (6)$$

با بکارگیری پارامترهای بی بعد شده در معادلات فوق، معادلات حاکم بر مساله بصورت زیر بی بعد می‌شوند.

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_j} = 0 \quad (7)$$

$$v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = - \frac{\partial p}{\partial x_j} + \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right] \quad (8)$$

در این تحقیق به دلیل تشکیل گردابه‌های نامتقارن در میدان جریان، کل فضای داخل کانال به عنوان دامنه محاسباتی در نظر گرفته شده است و استفاده از شرط مرزی تقارن بر روی خط مرکز کانال درست نمی‌باشد. شرایط مرزی مورد استفاده در حل این مساله شامل شرط مرزی عدم لغزش جریان روی دیواره‌ها می‌باشد. همچنین از پروفیل سرعت یکنواخت (U_{in}) در ورودی کانال و از پروفیل سرعت توسعه یافته در خروجی کانال استفاده شده است.

۳- الگوریتم حل

در تحقیق حاضر از روش حجم محدود و از شبکه محاسباتی موسوم به شبکه ثابت^۱ استفاده شده است. شبکه ثابت برای حل عددی گام به گام جریان سیال متداول می‌باشد. همچنین با بکارگیری الگوریتم پیزو^۲، متغیرهای سرعت و فشار با یکدیگر ترکیب شده‌اند. استفاده از الگوریتم پیزو، امکان به هم جفت شدن متغیرها را فراهم کرده و پایداری حل عددی را افزایش می‌دهد [۱۳]. برای محاسبه مقادیر متغیرها بر روی وجوه سلول (برای مرزها و جمله جابجایی معادله مومنتوم) از درون یابی خطی بر روی مقادیر مرکز سلول‌ها استفاده گردیده است.

^۳ SIMPLE algorithm

^۱ Collocated mesh

^۲ PISO algorithm

عنوان شبکه مرجع در نظر گرفته شده است و طول گردابه‌های جریان با شبکه‌های M^1 و M^2 با طول گردابه‌های مربوط به شبکه مرجع مورد مقایسه قرار گرفته است. نتایج این مقایسه و درصد خطای نسبی ناشی از این مقایسه (ERM) در جدول ۲ آورده شده است. همچنین خطای نسبی برای شبکه‌های M^1 و M^2 به ترتیب به صورت ERM^1 و ERM^2 نامگذاری شده است.

جدول ۲- مقایسه طول گردابه‌ها در سه نوع شبکه برای زاویه ۳۰ درجه همراه با درصد خطای نسبی

دیوار	M^1	M^2	M^3	ERM ۱%	ERM ۲%
کمانال	۸/۰۶۴۸	۸/۰۲۲۳	۷/۹۸۹۹	۰/۹۳۷	۰/۴۰۵
پایین	۳/۹۱۰۳	۳/۸۸۷۹	۳/۸۶۷۵	۱/۱۰۷	۰/۵۲۷
بالا					

بدیهی است که زیاد شدن تعداد سلول‌های شبکه محاسباتی باعث افزایش دقت و کاهش خطای کل می‌گردد. ولی بایستی توجه داشت که این امر باعث افزایش شدید حجم و زمان محاسبات نیز می‌شود. با توجه به اطلاعات جدول ۲، می‌توان با تقریب خوبی از شبکه M^2 جهت شبیه‌سازی عددی استفاده نمود. در مطالعه حاضر نیز برای بررسی تغییرات فشار از شبکه M^2 استفاده شده است.

۵- ارزیابی صحت نتایج

همانطور که در مقدمه اشاره شد، جریان در داخل کانال با تبدیلات واگرایی ناگهانی (زاویه انبساطی ۹۰ درجه) برای حالت دوبعدی توسط محققین مورد مطالعه قرار گرفته است. به همین خاطر برای ارزیابی صحت مطالعه حاضر، جریان در داخل کانال با تبدیل دارای زاویه ۹۰ درجه (انبساط ناگهانی) نیز مورد بررسی قرار گرفته است. یکی از پارامترهایی که می‌توان با استدلال به آن از صحت حل مساله مطمئن شد، مؤلفه افقی سرعت در مقاطع عرضی مختلف کانال می‌باشد.

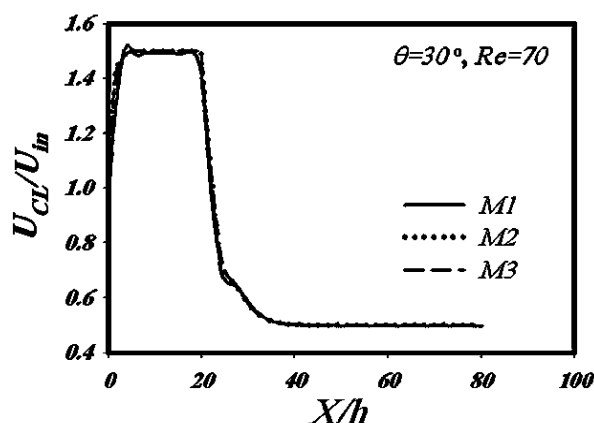
فیرن و همکارانش [۱۴] در سال ۱۹۹۰ جریان سیال نیوتنی در کانال صفحه‌ای با تبدیل واگرایی را به

و M^3 می‌باشد. برای این ۳ نوع شبکه مختلف، تعداد سلول‌های متفاوتی در راستای طولی و عرضی برای هر سه بخش کانال در نظر گرفته شده است. در جدول ۱ مشخصات این شبکه‌ها بیان شده است. برای بررسی استقلال شبکه از حل عددی، طول گردابه‌ها در مجاورت دیوار بالا و پایین کانال برای زاویه ۳۰ درجه و عدد رینولدز ۷۰ محاسبه شده است.

جدول ۱- تعداد سلول‌های سه نوع شبکه بندی

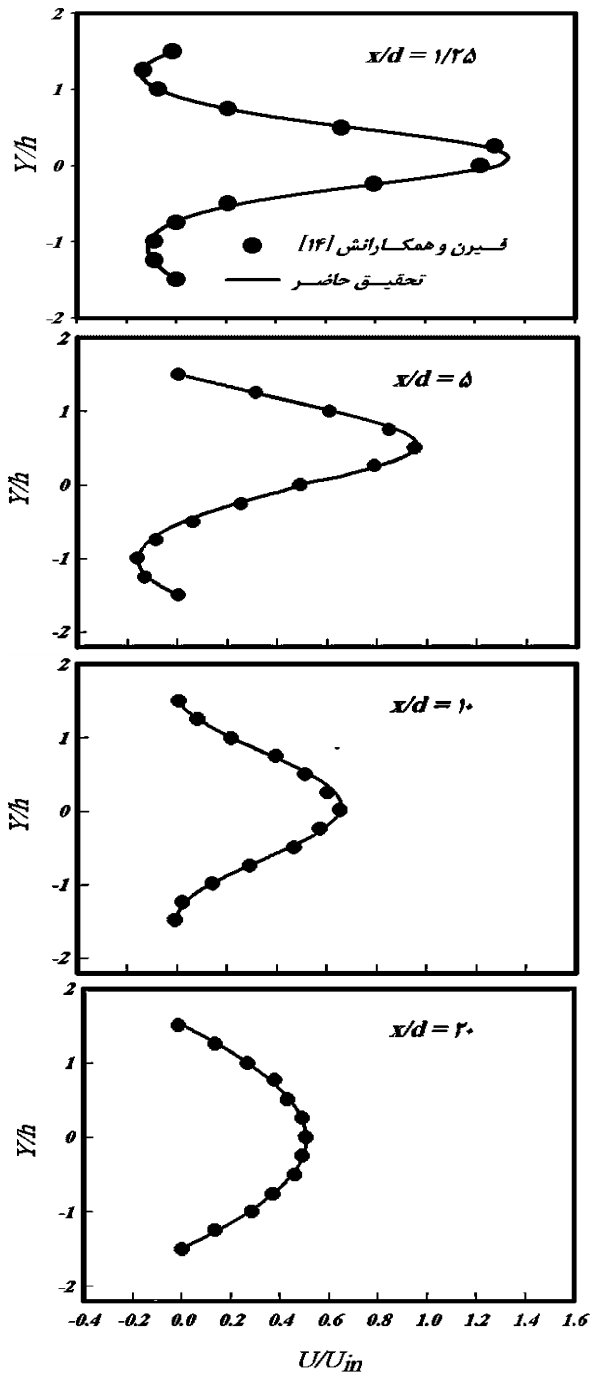
نوع شبکه بندی	تعداد سلول بخش اول	تعداد سلول بخش دوم	تعداد سلول بخش سوم	تعداد سلول ها	تعداد کل سلول ها
M^1	۳۰۰۰	۶۹۰	۹۰۰۰	۱۲۶۹۰	
M^2	۶۰۰۰	۱۳۶۰	۱۸۰۰۰	۲۵۳۶۰	
M^3	۱۲۰۰۰	۳۴۵۰	۳۶۰۰۰	۵۱۴۵۰	

همانطور که در شکل ۲ مشاهده می‌گردد، توزیع سرعت بر روی خط مرکزی کانال برای هر ۳ شبکه محاسباتی بسیار نزدیک به یکدیگر می‌باشند. دقت شبکه محاسباتی M^1 کم است، زیرا نمودار توزیع سرعت روی خط مرکزی کانال دارای نوساناتی در بخش اول کانال می‌باشد؛ ولی شبکه‌های محاسباتی M^2 و M^3 دارای دقت مناسب و کافی برای شبیه‌سازی می‌باشند.



شکل ۲- مقایسه توزیع سرعت روی خط مرکزی کانال برای سه شبکه‌بندی مختلف

هرچه تراکم مش بندی شبکه بیشتر باشد، دقت شبیه‌سازی نیز افزایش می‌یابد. بنابراین در این تحقیق، شبکه M^3 به



شکل ۳- مقایسه پروفیل سرعت در چهار مقطع عرضی کانال دارای انبساط ناگهانی با نتایج فیرن و همکارانش [۱۴]

با زیاد شدن اینرسی جریان، گردابه‌هایی متقارن در بخش انبساطی کانال تشکیل می‌گردد و افزایش بیشتر عدد رینولدز منجر به رشد قدرت و طول گردابه‌ها می‌شود. اگر این افزایش انرژی جنبشی جریان در داخل کانال همچنان ادامه داشته باشد، گردابه‌ها از حالت متقارن تبدیل به حالت نامتقارن می‌شوند. این حالت عدم تقارن گردابه‌ها فقط برای

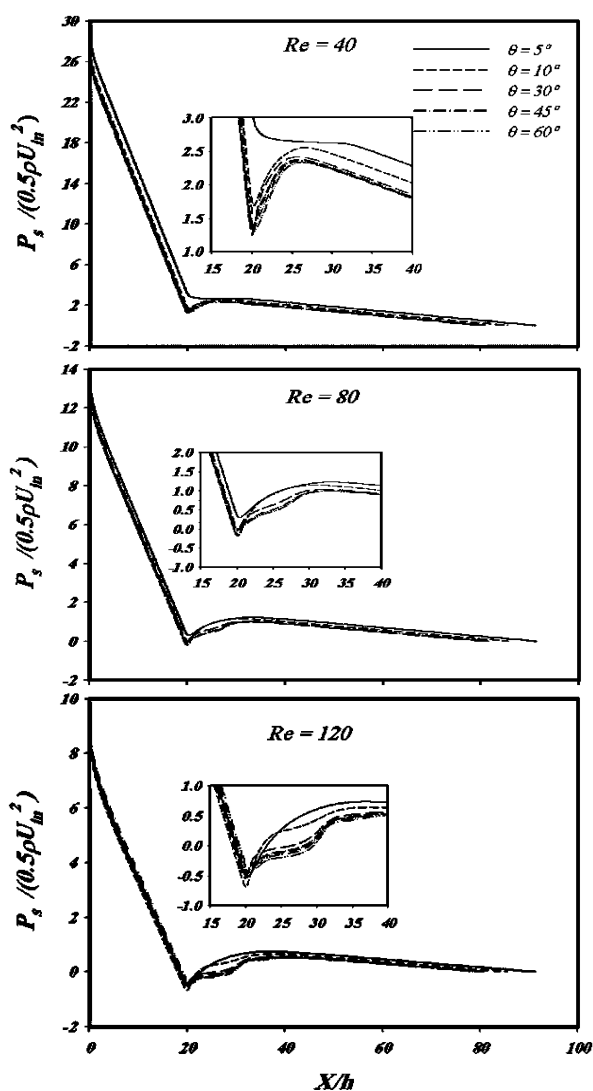
صورت تجربی در محدوده وسیعی از اعداد رینولدز مورد بررسی قرار داده‌اند. در تحقیق آنها، پروفیل سرعت جریان سیال نیوتنی برای اعداد رینولدز مختلف و در نسبت انبساط ۱:۳ گزارش شده است.

در شکل ۳، پروفیل سرعت برای مقاطع عرضی مختلف کانال در چهار موقعیت ۲۰، ۱۰، ۵، ۱/۲۵ x/h برای عدد رینولدز ۸۰ و زاویه انبساطی ۹۰ درجه به صورت بی‌بعد با نتایج فیرن و همکارانش [۱۴] مقایسه شده است. همانطور که در شکل ۳ مشاهده می‌گردد، نتایج مطالعه حاضر مطابقت بسیار خوبی با نتایج تحقیق آنها دارد. پس از اطمینان از صحت نتایج، در ادامه تأثیر پارامترهای جریان بر تغییرات فشار در زوایای انبساطی مختلف مورد ارزیابی قرار گرفته است.

۶- نتایج و بحث

هدف اصلی از انجام این تحقیق، بررسی افت فشار جریان و تلفات آن در داخل تبدیلات واگرای تدریجی و تأثیر شکل-گیری گردابه‌های متقارن و نامتقارن بر آن می‌باشد. همانطور که قبلاً اشاره گردید، تحقیقات پیشین برای هندسه متقارن محوری و برای نسبت انبساط‌های کمتر از ۲ می‌باشد. همچنین به دلیل وجود تقارن محوری در هندسه، گردابه‌ها همیشه متقارن می‌باشند. اما برای بررسی تأثیر عدم تقارنی گردابه‌ها بر تغییرات فشار و تلفات جریان در تحقیق حاضر، انبساط تدریجی در حالت صفحه‌ای (با سطح مقطع غیر دایره‌ای) مورد مطالعه قرار گرفته است. همچنین برای تحلیل بهتر دینامیک جریان و تأثیر آن بر مقدار افت فشار و تلفات، خطوط جریان و کانتور فشار برای زوایای انبساطی و اعداد رینولدز مختلف ترسیم گردیده است.

نمودن پارامتر نامتقارنی هندسه (به همراه عوامل جابجایی و ویسکوزیته) آنالیز پایداری را انجام دادند. نتایج تحقیق آنها نشان می‌دهد که پارامتر نامتقارنی هندسه می‌تواند تأثیر بسزایی در این تغییر حالت پایداری داشته باشد. در شکل ۴، توزیع فشار بر روی خط مرکزی کانال در اعداد رینولدز و زوایای انبساطی مختلف ترسیم شده است.



شکل ۴- توزیع فشار روی خط مرکزی کانال برای زوایای انبساطی و اعداد رینولدز مختلف

با پیشروی در طول کانال فشار جریان کاهش می‌یابد و این به دلیل خاصیت ویسکوزیته سیال است. ولی هنگامی که جریان به بخش انبساطی (بخش دوم) کانال می‌رسد، با افزایش سطح مقطع کانال، سرعت جریان کاهش می‌یابد و

هندسه‌های صفحه‌ای اتفاق می‌افتد. با افزایش سرعت جریان در حالت نامتقارنی، طول و قدرت برای یکی از گردابه‌ها افزایش و برای گردابه دیگر کاهش می‌یابد. همچنین زیاد شدن بیشتر سرعت جریان در حالت نامتقارنی، منجر به تشکیل گردابه سوم می‌گردد.

هووا و روساک [۱۵] دینامیک جریان سیال نیوتنی در داخل انبساط ناگهانی با نسبت انبساط ۱:۳ را برای حالت دو بعدی مورد مطالعه قرار دادند. آنها با انجام آنالیز پایداری خطی و روش حل عددی، جریان با گردابه‌های متقارن و نامتقارن را بررسی کردند. آنها نشان دادند که زمانی که مقدار عدد رینولدز از مقدار بحرانی بیشتر می‌شود، گردابه‌های جریان نامتقارن می‌گردد. در واقع تشکیل گردابه‌های نامتقارن به دلیل افت پایداری جریان می‌باشد.

همچنین تشکیل این حالت پایداری جدید ناشی از برهم کنش تأثیرات پراکندگی ویسکوزیته^۱، جابجایی اختلالات متقارن جریان پایین دست^۲ و اختلالات نامتقارن موجود در جابجایی‌های اعمال شده توسط جریان بالادست^۳ می‌باشد. پراکندگی ویسکوزیته و جابجایی اختلالات متقارن جریان پایین دست باعث افزایش پایداری جریان می‌گردد. معمولاً تأثیر جابجایی اختلالات متقارن جریان پایین دست نسبت به دو عوامل دیگر کمتر است. با افزایش عدد رینولدز، تأثیر اختلالات نامتقارن موجود در جریان بالادست بیشتر شده و بر عوامل دیگر غالب می‌گردد؛ بنابراین جریان متقارن ناپایدار^۴ می‌شود.

با ترکیب اختلالات موجود در گردابه‌ها و جریان سیال، رشد اختلالات متوقف شده و یک حالت جدیدی از پایداری ایجاد می‌گردد. در این حالت پایدار جدید، شکل گردابه‌ها نامتقارن می‌باشد. همچنین هووا و روساک [۱۶] در تحقیقی دیگر، با انجام آنالیز پایداری به همراه مدلسازی عددی بر روی جریان سیال نیوتنی در داخل انبساط ناگهانی ۱:۳، تأثیر نامتقارنی هندسه بر تشکیل گردابه متقارن و نامتقارن را مورد مطالعه قرار دادند. آنها با لحاظ

^۳ Upstream convection induced

^۴ Unstable

^۱ Viscous dissipation

^۲ Downstream convection of perturbations

کم می‌باشد، نقطه می‌نیمم فشار در این حالت منفی نمی‌شود. روند تغییرات فشار تا انتهای طول گردابه‌های متقارن به صورت افزایشی و بعد از آن به صورت کاهش می‌باشد. برای عدد رینولدز ۸۰ در شکل ۶، انرژی جنبشی جریان افزایش یافته و منجر به افزایش اختلالات جریان می‌گردد. در حالت جدیدی از تعادل بین اثرات ترم ویسکوزیته و ترم جابجایی، جهت جریان در بخش سوم کانال به سمت دیوار بالا منحرف شده و گردابه‌ها نامتقارن می‌گردند. با افزایش اندازه زاویه انبساطی، قدرت و طول گردابه‌ها بیشتر می‌گردد و در پشت این گردابه‌های نامتقارن، توزیع نواحی هم فشار متفاوت است، به گونه‌ای که به دلیل کاهش سرعت و افزایش فشار در پشت گردابه بزرگتر، خطوط فشار ثابت به صورت هلالی مانند از مجاورت دیوار پایین آغاز گردیده و تا خط مرکز کانال ادامه دارد و هرچه این خطوط هلالی مانند به دیوار مجاور گردابه بزرگتر نزدیک می‌شود، مقدار فشار بیشتر می‌گردد.

مطابق شکل ۷، با افزایش بیشتر سرعت جریان و اندازه زاویه انبساطی، مجدداً با ایجاد یک حالت تعادلی جدید بین ترم ویسکوزیته و ترم جابجایی، گردابه سوم نیز در بخش سوم کانال تشکیل می‌گردد. با شکل‌گیری گردابه سوم، توزیع فشار در داخل کانال تا قبل از مرکز گردابه دوم، دارای مقدار منفی است. نامنظم بودن توزیع فشار در این حالت ناشی از تشکیل گردابه سوم می‌باشد.

همچنین به دلیل کاهش سرعت و افزایش فشار در پشت گردابه سوم، خطوط فشار به صورت هلالی مانند از مجاورت دیوار بالا آغاز گردیده و تا مجاورت دیوار پایین ادامه دارد و هرچه فاصله این خطوط هلالی مانند از دیوار مجاور گردابه سوم بیشتر می‌شود، اندازه خطوط فشار کمتر می‌گردد. برای تحلیل و بررسی افت فشار و تلفات جریان در داخل کانال، نیاز به محاسبه ضریب فشار و ضریب تلفات در زوایای انبساطی و اعداد رینولدز مختلف می‌باشد. ضریب فشار (C_p) جریان در تبدیلات صفحه‌ای با استفاده از رابطه (۹) محاسبه می‌گردد.

فشار بیشتر می‌گردد و مجدداً با پیشروی در امتداد بخش سوم کانال فشار کاهش پیدا می‌کند.

با توجه به شکل ۴ برای عدد رینولدز ۴۰ و زاویه انبساطی ۵ درجه، تغییرات توزیع فشار روی خط مرکزی کانال در بخش انبساطی بسیار ناچیز است؛ زیرا تأثیرات خاصیت ویسکوزیته، نیروی اینرسی جریان را در طول بخش انبساطی خنثی می‌کند. در حالیکه با افزایش زاویه انبساطی، طول بخش انبساطی کانال کاهش یافته (چون نسبت انبساط ثابت است) و تأثیرات ویسکوزیته کمتر می‌گردد. از طرف دیگر با افزایش سرعت جریان ورودی، انرژی جنبشی جریان افزایش یافته و نیروی ترم جابجایی بر ترم ویسکوزیته غلبه می‌کند. به همین خاطر با افزایش زاویه انبساطی یا کاهش عدد رینولدز، تغییرات فشار روی خط مرکزی کانال در بخش انبساطی بیشتر می‌شود.

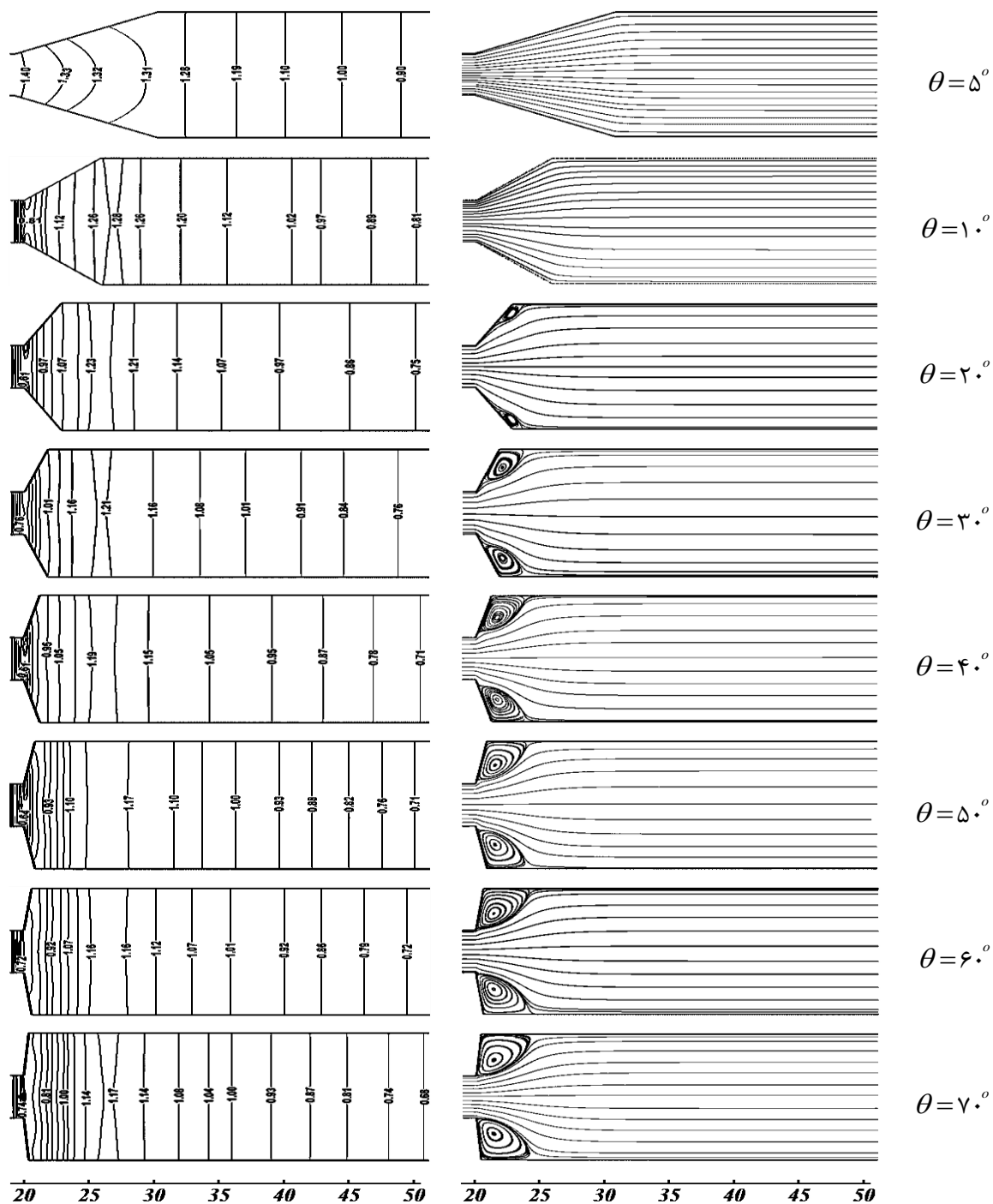
البته با افزایش عدد رینولدز، نقطه می‌نیمم تغییرات فشار دارای مقدار منفی است و تأثیرات اندازه زاویه انبساطی بر روی تغییرات فشار در بخش انبساطی کانال بیشتر می‌گردد. نکته جالب دیگر برای تغییرات فشار بر روی خط مرکزی کانال، مربوط به بخش سوم کانال می‌گردد. هنگامی که گردابه‌ها متقارن هستند، افزایش فشار بر روی خط مرکزی کانال در ابتدای بخش سوم به صورت خطی با شیب زیاد می‌باشد. وقتی که گردابه سوم تشکیل می‌شود، تغییرات افزایشی فشار بترتیب بصورت لگاریتمی و هلالی با شیب کمتر می‌باشد. این روند تغییرات افزایشی فشار بر روی خط مرکزی، در بخش سوم کانال تا انتهای طول گردابه سوم ادامه دارد.

همانطور که در شکل ۵ مشاهده می‌گردد، با افزایش زاویه انبساطی در عدد رینولدز ۴۰ گردابه‌هایی متقارن تشکیل می‌گردد. به همین خاطر کانتور فشار آن منظم است و با عبور جریان از بخش انبساطی به بخش سوم، افزایش فشار بر روی خط مرکزی کانال به صورت خطی و با شیب زیاد می‌باشد. از آنجایی که گردابه‌ها کوچک هستند و قدرت آنها

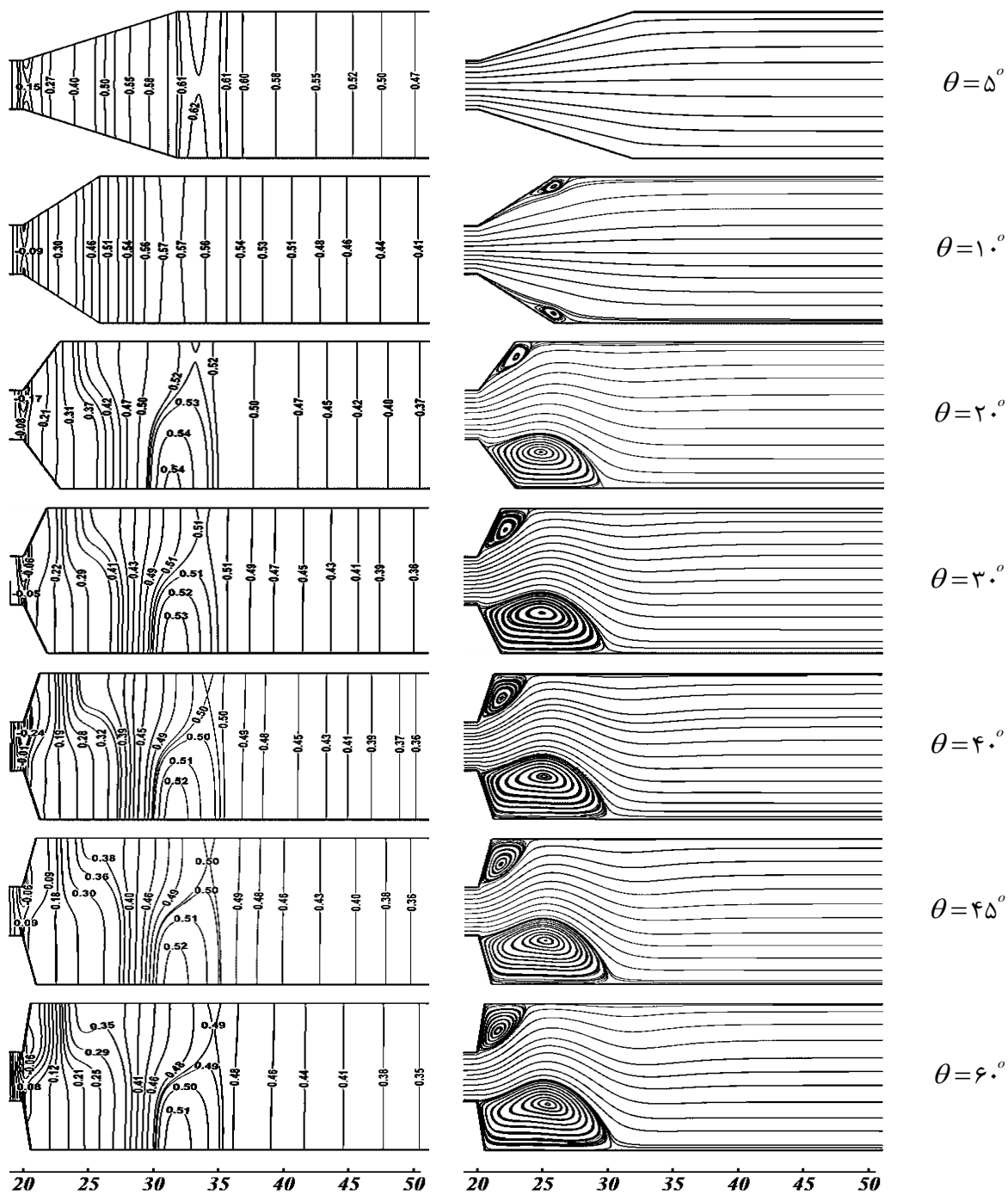
$$K = \frac{h_{loss}}{\frac{U_{in}^2}{2g}} = 1 - \left(\frac{h}{H}\right)^2 - C_p \quad (10)$$

$$C_p = \frac{(P_2 - P_1)}{\frac{1}{2}\rho U_{in}^2} \quad (9)$$

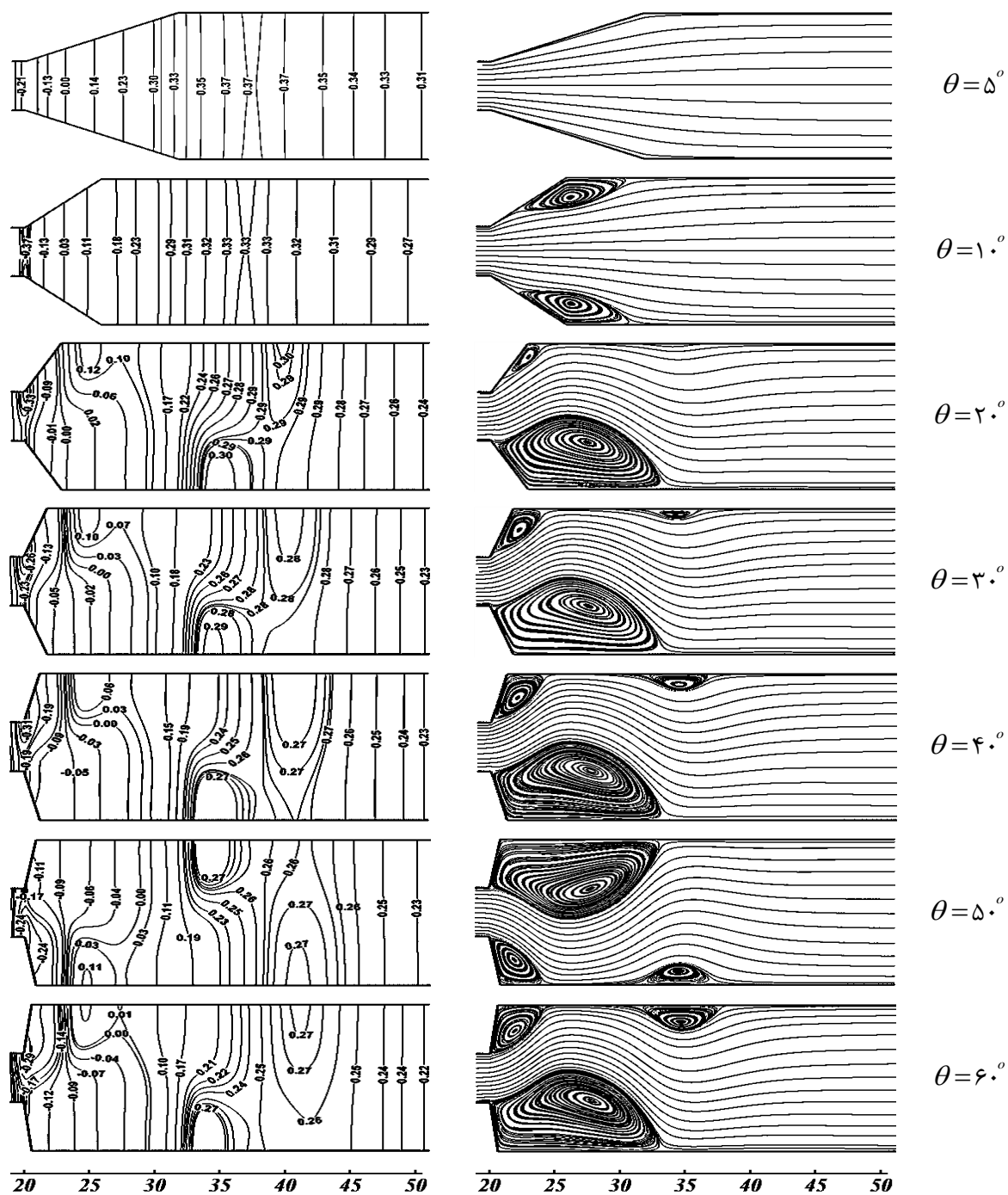
همچنین برای محاسبه ضریب تلفات (K) در تبدیلات صفحه‌ای، از رابطه (۱۰) زیر استفاده می‌شود.



شکل ۵- خطوط جریان و کانتور فشار در زوایای انبساطی مختلف برای عدد رینولدز $Re = 40$



شکل ۶- خطوط جریان و کانتور فشار در زوایای انبساطی مختلف برای عدد رینولدز $Re = 80$



شکل ۷- خطوط جریان و کانتور فشار در زوایای انبساطی مختلف برای عدد رینولدز $Re = 120$

گردد. همانطور که از شکل ۸ مشاهده می‌گردد، با افزایش اندازه زاویه انبساطی در $Re = 40$ تا قبل از تشکیل گردابه‌های متقارن، ضریب فشار به دلیل کاهش اثرات ویسکوزیته افزایش می‌یابد. ولی با تشکیل گردابه‌های متقارن، روند تغییرات ضریب فشار از حالت صعودی تبدیل به حالت

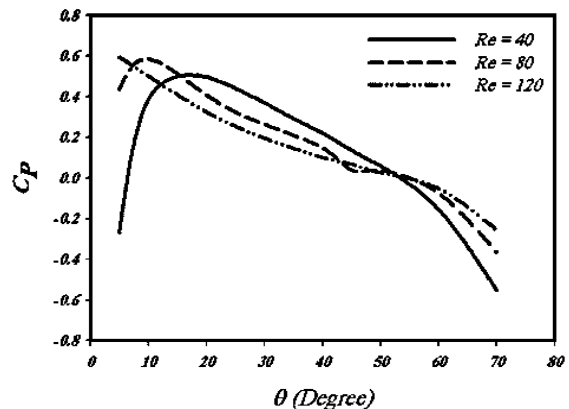
در شکل‌های ۸ و ۹، ضریب فشار و ضریب تلفات بخش انبساطی کانال به صورت تابعی از اندازه زاویه انبساطی برای اعداد رینولدز مختلف ترسیم گردیده است. مقادیر اعداد رینولدز ۴۰، ۸۰ و ۱۲۰ برای زوایای انبساطی مختلف در نظر گرفته شده است تا ضرایب افت فشار و تلفات در حالت‌های بدون گردابه و با گردابه‌های متقارن و نامتقارن بررسی

شدن ترم جابجایی، ضریب فشار افزایش می‌یابد. از سوی دیگر افزایش اختلالات ناشی از ترم جابجایی باعث تشکیل گردابه‌ها و رشد آنها می‌شود. در نتیجه با تشکیل گردابه‌ها و قویتر شدن آنها، مقدار ضریب تلفات جریان افزایش می‌یابد. تا زمانی که گردابه سوم در بخش سوم کانال تشکیل نشده است، نمودار ضریب تلفات دارای نقطه کمینه می‌باشد. هنگامی که گردابه‌های متقارن شروع به شکل‌گیری می‌کنند، مقدار ضریب تلفات دارای کمترین مقدار است. همچنین مقدار ضریب فشار و ضریب تلفات در زاویه انبساطی ۵۳ درجه از سرعت جریان مستقل است. زاویه انبساطی ۵۳ درجه همان محل تلاقی هر سه منحنی در شکل ۸ و ۹ می‌باشد.

در شکل‌های ۱۰ و ۱۱ اثر عدد رینولدز بر ضریب فشار و ضریب تلفات در زوایای انبساط مختلف بررسی شده است. همانطور که در شکل ۱۰ مشاهده می‌شود، افزایش سرعت جریان ورودی منجر به زیاد شدن انرژی جنبشی جریان می‌گردد و این افزایش اثر ترم جابجایی، کاهش ضریب فشار را به دنبال دارد. ولی در زاویه انبساطی ۵ درجه به دلیل افزایش طول بخش انبساطی و غلبه ترم ویسکوزیته، روند تغییرات ضریب فشار با عدد رینولدز به صورت افزایشی است. همچنین در زاویه انبساطی ۱۰ درجه، در ابتدا به دلیل غلبه اثر ویسکوزیته بر ترم جابجایی، روند تغییرات ضریب فشار با عدد رینولدز به صورت صعودی است و با افزایش بیشتر عدد رینولدز (بعد از تشکیل گردابه‌های متقارن)، روند تغییرات از حالت صعودی به حالت نزولی تغییر می‌کند.

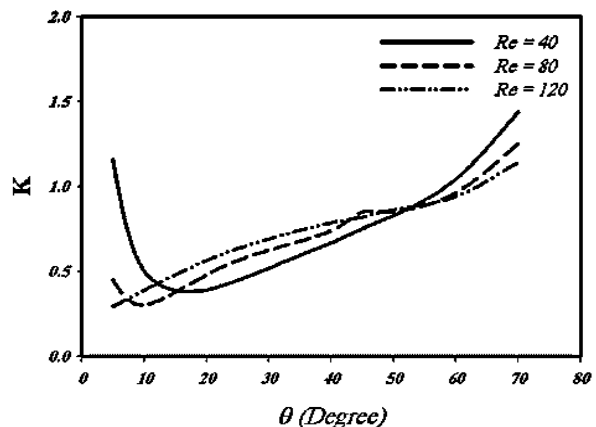
با تشکیل گردابه‌های نامتقارن و کاهش انرژی جنبشی جریان در محدوده زوایای انبساطی $60 < \theta < 10$ درجه، همچنان نیروی ترم جابجایی بر اثر ویسکوزیته غالب می‌باشد و اندازه ضریب فشار با افزایش عدد رینولدز کاهش می‌یابد. ولی در زاویه انبساطی ۶۰ درجه، تشکیل گردابه‌های قوی منجر به کاهش شدید انرژی جنبشی جریان می‌گردد و در اثر غالب شدن خاصیت ویسکوزیته بر اینرسی

نزولی می‌گردد و این به دلیل کاهش انرژی جنبشی جریان توسط گردابه‌های متقارن می‌باشد.



شکل ۸- دیاگرام ضریب فشار در زوایای انبساطی مختلف

تا وقتی که گردابه سوم تشکیل نشده است، نمودار ضریب فشار دارای نقطه بیشینه می‌باشد و بیشترین مقدار ضریب فشار در زوایای انبساطی مختلف، هنگامی ظاهر می‌شود که گردابه‌های متقارن تشکیل می‌گردند. با بیشتر شدن اینرسی جریان و تشکیل گردابه سوم، روند تغییرات ضریب فشار با اندازه زاویه انبساطی به صورت نزولی می‌باشد.



شکل ۹- دیاگرام ضریب تلفات در زوایای انبساطی مختلف

در شکل ۹، روند تغییرات ضریب تلفات برعکس روند تغییرات ضریب فشار می‌باشد و این نتیجه بدست آمده کاملاً صحیح می‌باشد. زیرا با افزایش اندازه زاویه انبساطی، طول بخش انبساطی کاهش یافته و اثرات ترم ویسکوزیته کمتر می‌گردد. با کمتر شدن اثرات ترم ویسکوزیته و غالب

می‌باشد. ولی در زاویه ۶۰ درجه به دلیل کم شدن بیش از حد طول بخش انبساطی، مقدار ضریب تلفات با افزایش عدد رینولدز کمتر می‌گردد.

۷- نتیجه‌گیری

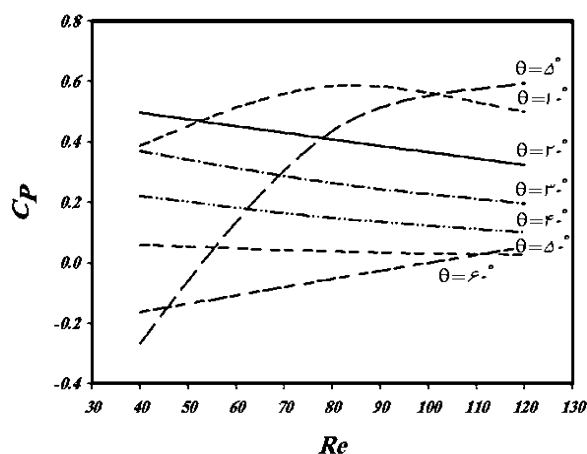
هدف اصلی از انجام این تحقیق، مطالعه تأثیرات شکل‌گیری گردابه‌ها و تعداد آنها بر تغییرات فشار و تلفات جریان در داخل تبدیلات واگرای تدریجی می‌باشد. به منظور لحاظ کردن اثر نامتقارنی گردابه‌ها، شبیه‌سازی عددی در هندسه صفحه‌ای انجام گرفته است. همچنین با تعریف ضرایب فشار و تلفات برای جریان، تأثیرات اندازه زاویه انبساطی و عدد رینولدز بر روند تغییرات آنها مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج حاصل از این پژوهش به طور خلاصه از قرار زیر می‌باشد:

۱- با تشکیل گردابه‌های متقارن در جریان، افزایش فشار روی خط مرکزی کانال در ابتدای بخش سوم به صورت خطی و با شیب زیاد می‌باشد. ولی تشکیل گردابه‌های نامتقارن و گردابه سوم به ترتیب روند تغییرات افزایشی فشار را به صورت لگاریتمی و هلالی با شیب کمتر تغییر می‌دهد. همچنین این روند تغییرات افزایشی فشار روی خط مرکزی در بخش سوم کانال تا بعد از طول گردابه سوم ادامه دارد.

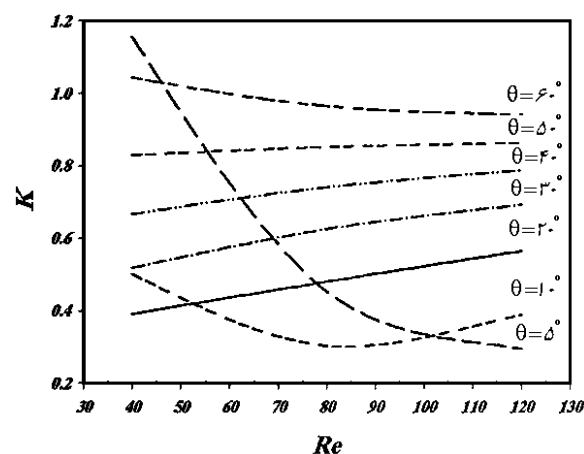
۲- وقتی جریان دارای دو گردابه متقارن یا نامتقارن است (گردابه سوم تشکیل نگردد)، نمودار ضریب فشار دارای نقطه بیشینه می‌باشد. هنگامی که گردابه‌های متقارن شروع به شکل‌گیری می‌کنند، بیشترین مقدار ضریب فشار در زوایای انبساطی مختلف حاصل می‌گردد. با افزایش انرژی جنبشی جریان و تشکیل گردابه سوم، روند تغییرات ضریب فشار با اندازه زاویه انبساطی به صورت نزولی می‌گردد.

۳- تا قبل از تشکیل گردابه سوم، روند تغییرات ضریب تلفات دارای نقطه کمینه است و هنگامی که گردابه‌های متقارن شروع به شکل‌گیری می‌کنند، مقدار ضریب تلفات دارای کمترین مقدار می‌باشد. همچنین مقادیر ضریب فشار

جریان، مقدار ضریب فشار با افزایش عدد رینولدز بیشتر می‌شود.



شکل ۱۰- دیاگرام ضریب فشار در اعداد رینولدز مختلف



شکل ۱۱- دیاگرام ضریب تلفات در اعداد رینولدز مختلف

مطابق با شکل ۱۱، در زوایای انبساطی کمتر از ۱۰ درجه، گردابه‌ای در میدان جریان تشکیل نمی‌گردد و به این ترتیب تلفات جریان تنها ناشی از اثرات ویسکوزیته می‌باشد. به همین دلیل در نبود گردابه‌ها، با ازدیاد عدد رینولدز و افزایش سهم انرژی جنبشی جریان، مقدار نسبت افت فشار به انرژی جنبشی کاهش یافته و در نتیجه ضریب تلفات کاهش می‌یابد. برای زوایای انبساطی در محدوده $10 < \theta < 60$ درجه، با وجود کم شدن اثر خاصیت ویسکوزیته (ناشی از کم شدن طول بخش انبساطی) و بیشتر شدن سرعت جریان، مقدار ضریب تلفات افزایش می‌یابد؛ که این امر به سبب افزایش تعداد و قدرت گردابه‌ها

L_1	طول بخش اول کانال (m)	و ضریب تلفات در زاویه انبساطی ۵۳ درجه از سرعت جریان مستقل است.
L_2	طول بخش دوم کانال (m)	
L_3	طول بخش سوم کانال (m)	۴- برای زوایای انبساطی در محدوده $10 < \theta < 60$
$M1$	شبکه نوع اول	درجه، روند تغییرات ضریب فشار با عدد رینولدز به صورت کاهشی است و در خارج از این محدوده، روند تغییرات ضریب فشار با عدد رینولدز به صورت افزایشی می‌باشد.
$M2$	شبکه نوع دوم	
$M3$	شبکه نوع سوم	همچنین در زوایای انبساطی کوچک، شیب تغییرات ضریب فشار با سرعت جریان بیشتر است.
P	فشار (N/m^2)	
Re	عدد بی بعد رینولدز	۵- به سبب افزایش تعداد و قدرت گردابه‌ها در محدوده $10 < \theta < 60$ درجه، مقدار ضریب تلفات افزایش می‌یابد و برای زوایای انبساطی خارج از این محدوده، ضریب تلفات با افزایش سرعت جریان کاهش می‌یابد. با کاهش اندازه زاویه انبساطی، شیب تغییرات ضریب تلفات با سرعت جریان بیشتر است.
V, U	سرعت سیال (m/s)	
x, y	مختصات کارترین (m)	
۸-۱- علائم یونانی		
θ	زاویه بخش انبساطی (°)	
ρ	چگالی (kg/m^3)	
ν	ویسکوزیته سینماتیکی (m^2/s)	
η	ویسکوزیته دینامیکی ($N.s/m^2$)	
Δ	اختلاف مقادیر	
۸-۲- زیر نویس‌ها		
Exp	بخش انبساطی	C_p ضریب فشار
i, j	شمارنده مولفه های بردار	Er خطای مطلق طول گردابه (m)
r	شمارنده گردابه‌ها	ER نسبت انبساطی
in	ورودی کانال	$ERM1$ خطای نسبی برای شبکه نوع اول
s	استاتیکی	$ERM2$ خطای نسبی برای شبکه نوع دوم
$wall$	مجاورت دیواره کانال	g شتاب گرانش (m/s^2)
		H ارتفاع کانال در بخش سوم کانال (m)
		h ارتفاع کانال در بخش اول کانال (m)
		h_{loss} هد تلفات جریان (m)
		K ضریب تلفات

۹- مراجع

- [1] Oliveira, P.J., Pinho, F.Y., Schulte, A. (1998). "A general correlation for the local loss coefficient in Newtonian axisymmetric sudden expansions". Int. J. Heat and Fluid Flow, Vol. 19, pp.655-660
- [2] Neofytou, P. (2006). "Transition to asymmetry of generalised Newtonian fluid flows through a symmetric sudden expansion". J. Non-Newtonian Fluid Mechanics, Vol. 133, pp.132-140.
- [3] Rosa, S., Pinho, F.T. (2006). "Pressure drop coefficient of laminar Newtonian flow in axisymmetric diffusers". Int. J. Heat and Fluid Flow, Vol. 27, pp.319-328.
- [4] Drikakis, D. (1997). "Bifurcation phenomena in incompressible sudden expansion flows". J. Phys. Fluids, Vol.9, pp.76-86.

- [۵] شاه‌مردان، م.م.، نوروزی م.، شهبانی ظهیری ا. (۱۳۹۲)، بررسی ناپایداری جریان نیوتنی در تبدیل تدریجی واگرایی صفحه‌ای. مجله مهندسی مکانیک مدرس، دوره ۱۳، شماره ۳، صفحه ۲۸-۳۶.
- [6] Pinho, F.T., Oliveira, P.J., Miranda, J.P. (2003). "Pressure losses in the laminar flow of shear-thinning power-law fluids across a sudden axisymmetric expansion". *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol.24, pp. 747-761.
- [7] Ternik, P., Marn, J., Zunic, Z. (2006). "Non-Newtonian fluid flow through a planar symmetric expansion: Shear-thickening fluids". *J. Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 135, pp.136-148
- [8] Ternik, P. (2009). "Planar sudden symmetric expansion flows and bifurcation phenomena of purely viscous shear-thinning fluids". *J. Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 157, pp. 15-25.
- [9] Ternik, P. (2010). "New contributions on laminar flow of inelastic non-Newtonian fluid in the two-dimensional symmetric expansion: Creeping and slowly moving flow conditions". *J. Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 165, pp. 1400-1411.
- [10] Oliveira, P.J. (2003). "Asymmetric flows of viscoelastic fluids in symmetric planar expansion geometries". *J. Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 114, pp.33-63.
- [11] Rocha, G.N., Poole, R.J., Oliveira, P.J. (2007). "Bifurcation phenomena in viscoelastic flows through a symmetric 1:4 expansion". *J. Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 141, pp.1-17
- [12] Sousa, P.C., Coelho, P.M., Oliveira, M.S.N., Alves, M.A. (2011). "Laminar flow in three-dimensional square-square expansions". *J. Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 166, pp.1033-1048.
- [13] Neofytou, P. (2005). "A 3rd order upwind finite volume method for generalized Newtonian fluid flows". *Advances in Engineering Software*, Vol. 36, pp. 664-680.
- [14] Fearn, R.M., Mullin, T., Cliffe, K.A. (1990). "Nonlinear flow phenomena in a symmetric sudden expansion". *J. Fluid Mechanics*, Vol. 211, pp. 595-608.
- [15] Hawa, T., Rusak, Z., (2001). "The dynamics of a laminar flow in a symmetric channel with a sudden expansion". *J. Fluid Mech.*, Vol. 436, pp. 283-320.
- [16] Hawa, T., Rusak, Z., (2000). "Viscous flow in a slightly asymmetric channel with a sudden expansion". *Phys. Fluids*, Vol. 12, No. 9, pp. 2257-2267.