

## بررسی رفتار ارتعاشی غیرخطی میکروتیرک‌های پیزوالکتریک در برهم‌کنش با نانو ذرات کروی

رضا قادری<sup>۱\*</sup>، مهدی جهانگیری<sup>۲</sup>، احمد حقانی<sup>۲</sup>، سعید دانشمند<sup>۳</sup>

اطلاعات مقاله	چکیده
دریافت مقاله: ۱۳۹۳/۰۶/۰۲	
پذیرش مقاله: ۱۳۹۴/۰۱/۲۶	
<b>واژگان کلیدی:</b>	
ارتعاش غیرخطی، میکروتیرک پیزوالکتریک، نانو ذره، المان محدود، تحلیل حساسیت.	امروزه میکروتیرک‌های پیزوالکتریک بواسطه داشتن ساختاری انعطاف‌پذیر، حساسیت بالا به نیروهای مولکولی و اتمی و همچنین پاسخ‌دهی بسیار سریع بطور گسترده‌ای در میکروسکوپ‌های نیروی اتمی، اصطکاکی و اسکن حرارتی مورد توجه قرار گرفته‌اند. با توجه به جای‌های‌های کوچک این نوع میکروتیرک‌ها، تحلیل ارتعاشی کامل و مطالعه چگونگی رفتار آنها می‌تواند، نقشی کلیدی در دقت اندازه‌گیری‌های آنها و همچنین طراحی بهینه‌شان داشته باشد. در مد غیرتماسی میکروسکوپ نیروی اتمی، نیروی غیرخطی و اندروالسی باعث غیرخطی شدن حرکت ارتعاشی میکروتیرک می‌شود. به منظور حل معادله دیفرانسیل غیرخطی حرکت در این مقاله از روش عددی (رانج کوتا و المان محدود) و تحلیلی (چند مقیاسی) استفاده می‌شود. بهره‌گیری از روش‌های حل مختلف، امکان مقایسه آنها در حل معادله دیفرانسیل حرکت در شرایط مختلف را مهیا می‌کند. به منظور مطالعه علمی چگونگی تاثیر ضرایب نیرویی بر پارامترهای اصلی حرکت ارتعاشی تحلیل حساسیت ضروری می‌باشد. به این منظور به کمک روش Sobol که مبتنی بر واریانس داده‌های خروجی است، تحلیل حساسیت انجام می‌پذیرد. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که مدل تیر ناپیوسته و همچنین روش المان محدود از دقت قابل قبولی در محاسبه فرکانس طبیعی و دامنه تشدید این نوع میکرو-تیرک‌خوردار است. با نزدیک شدن میکروتیرک به سطح نمونه و شدت گرفتن نیروی غیرخطی برهم‌کنش نتایج روش چند مقیاسی از نتایج دو روش حل دیگر فاصله می‌گیرد. این موضوع بیانگر کاهش دقت روش چند مقیاسی با شدت گرفتن غیرخطی شدن سیستم می‌باشد. نتایج تحلیل حساسیت نیز مشخص می‌کنند که مداخل حرکت ارتعاشی میکرو تیرک مناسب ترین مد جهت توپوگرافی سطح و نانو ذره می‌باشد.

### ۱- مقدمه

تجهیزات از محبوبیت بالایی در بسیاری از کاربردهای علمی برخوردار شده‌اند. از میکروتیرک‌ها در کاربردهایی چون بیولوژی [۱-۳]، شیمی [۴-۶]، فیزیک [۷-۸] و رئولوژی [۹]

از آنجایی که میکرو تیرک‌ها را می‌توان برای توسعه فناوری میکرو سنسورها مورد استفاده قرار داد، امروزه این نوع

۳. استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، واحد شهر مجلسی، دانشگاه آزاد اسلامی، اصفهان، ایران

\* پست الکترونیک نویسنده مسئول: Reza.Ghaderi@iaushk.ac.ir

۱. استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، واحد شهرکرد، دانشگاه آزاد اسلامی، شهرکرد، ایران  
۲. مربی، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، واحد شهرکرد، دانشگاه آزاد اسلامی، شهرکرد، ایران

چگونگی رفتار ارتعاشی آنها بسیار اندک می‌باشد. Wolf و Gottlieb با استفاده از روش تغییرات جزئی حرکت ارتعاشی میکروتیرک پیزوالکتریک را در نزدیکی سطح نمونه مدل‌سازی کردند [۱۳]. آن‌ها مدل‌سازی را بر روی میکروتیرک در حالت ساده‌شده با لایه پیزوالکتریک سراسری و بدون ناپیوستگی هندسی انجام دادند.

Huang و Fung نیز با استفاده از روش المان محدود ارتعاش میکروتیرک پیزوالکتریک ساده شده را در نزدیکی سطح نمونه مورد مطالعه قرار دادند [۱۴]. مطالعه چگونگی رفتار ارتعاشی میکروتیرک پیزوالکتریک با وجود ناپیوستگی‌های هندسی در فاصله دور از سطح نمونه و در کاربری غیر از میکروسکوپ نیروی اتمی توسط محمودی و همکارانش [۱۵] و همچنین صالحی خجین و همکارانش [۱۶] انجام شده است. محمودی و همکارانش ارتعاشی این نوع میکروتیرک را با استفاده از تئوری ارتعاشی غیرخطی در حالت تغییر شکل بزرگ مدل‌سازی کرده و با استفاده از روش چند مقیاسی<sup>۳</sup> معادله دیفرانسیل حرکت را حل کردند [۱۵]. آن‌ها نتایج بدست آمده را با نتایج عملی صحت‌سنجی کردند. قادری و نجات با استفاده از روش چند مقیاسی معادله دیفرانسیل حرکت پیزوالکتریک ناپیوسته را در نزدیکی سطح نمونه در حالت غیرتماسی مدل‌سازی ریاضی کردند [۱۷].

در کاربری میکروسکوپ نیروی اتمی عملکرد سیستم به حساسیت حرکت ارتعاشی میکروتیرک وابسته است. توپوگرافی دقیق سطح نمونه و نانو ذره و همچنین تعیین خواص دقیق آنها نیز مستلزم داشتن درکی کامل از چگونگی تاثیر هر یک از ضرایب نیروی برهم‌کنش بر حرکت ارتعاشی میکروتیرک می‌باشد. روش تحلیل حساسیت، یک روش عملی و کارآمد است که به کمک آن می‌توان به مطالعه دقیق چگونگی تاثیر هر یک از پارامترها بر حرکت ارتعاشی پرداخت. در بین روش‌های تحلیل حساسیت، روش Sobol یکی از بهترین روش‌ها است که می‌تواند برای مدل‌های مونوتونیک<sup>۴</sup> و غیر مونوتونیک مورد استفاده قرار بگیرد.

می‌توان بهره‌گرفت. در واقع وظیفه اصلی میکروتیرک‌ها تبدیل تغییر شکل‌های فیزیکی به سیگنال‌های قابل تشخیص می‌باشد. میکروتیرک‌ها قادر به تشخیص تغییرات نیروی اعمالی با دقت پیکونیوتن و همچنین جابجایی با دقتی در حد آنگستروم می‌باشند [۱۰]. این تشخیص‌ها با سرعتی بسیار بالا در حد میلی ثانیه انجام می‌شود. از دیگر مزایای میکروتیرک‌ها می‌توان به قابلیت اطمینان بالا، امکان اتصال به مدارهای مجتمع الکتریک و همچنین سردوگرم شدن در حد چند میکروثانیه اشاره کرد.

میکروتیرک‌های پیزومحرک نسل جدیدی از تیرک‌ها هستند که با توجه به قابلیت‌های بالای‌شان امروزه مورد توجه خاصی قرار گرفته‌اند. در این نوع میکروتیرک‌ها بدنه اصلی توسط یک لایه پیزوالکتریک پوشیده شده است. با اتصال ولتاژ مناسب به این لایه می‌توان حرکت ارتعاشی مورد نیاز میکروتیرک را تامین کرد. معمولاً برای افزایش حساسیت میکروتیرک قسمت نوک باریک‌تر از بدنه اصلی ساخته می‌شود. بنابراین این نوع میکروتیرک‌ها به دلیل داشتن لایه پیزوالکتریک تکه‌ای و همچنین قسمت نوک از ناپیوستگی هندسی برخوردار می‌باشند که لازم است این ناپیوستگی‌های هندسی در مدل‌سازی ارتعاشی مورد توجه قرار بگیرند.

با توجه به کاربردهای وسیع میکروتیرک‌های پیزوالکتریک آنالیز ارتعاشی کامل و مطالعه چگونگی رفتار ارتعاشی آنها می‌تواند نقشی کلیدی در داشتن درک بهتری از نحوه عملکرد، افزایش دقت اندازه‌گیری و همچنین طراحی و ساخت بهینه آنها داشته باشد.

تاکنون مطالعات زیادی بر روی رفتار ارتعاشی میکروتیرک‌های معمولی (بدون لایه پیزوالکتریک) در نزدیکی سطح نمونه و همچنین نانو ذرات انجام شده است [۱۱-۱۲]. به کمک این مطالعات چگونگی رفتار ارتعاشی این نوع میکروتیرک‌ها رادر برهم‌کنش با سطح نمونه و نانو ذرات مشخص شده است. اما مطالعات انجام شده بر روی نحوه مدل‌سازی حرکت ارتعاشی میکروتیرک‌های پیزوالکتریک و همچنین

<sup>۴</sup>Monotonic

<sup>۳</sup>Multiple Time Scale

مورد مقایسه قرار می‌گیرند. از آنجایی که مطالعه علمی و دقیق چگونگی رفتار میکروتیرک در حضور سطح نمونه نانو ذرات نیازمند انجام تحلیل حساسیت است. تحلیل حساسیت مبتنی بر روش Sobol در نزدیکی نانو ذره انجام می‌شود تا تاثیر ضرایب نیرویی بر حرکت ارتعاشی میکرو-تیرک در هر یک از مدهای نوسانی مشخص شود. با استفاده از این نتایج توپوگرافی سطح نمونه و همچنین نانو ذرات قابل بحث و نتیجه‌گیری می‌باشد.

## ۲- مدل‌سازی دینامیکی حرکت میکرو-

### تیرک پیزوالکتریک

به منظور استخراج معادله دیفرانسیل حرکت ارتعاشی میکروتیرک پیزوالکتریک از اصل همپلتون استفاده می‌شود. با توجه به تئوری اویلر-برنولی از اثرات اینرسی دورانی و همچنین تنش برشی صرف‌نظر می‌شود. انرژی جنبشی کل سیستم (KE) را می‌توان به این صورت بیان کرد:

$$KE = \frac{1}{2} \int_0^{L_1} (\rho_1 h_1 w_1 + \rho_2 h_2 w_2 + \rho_3 h_3 w_3 + \rho_4 h_4 w_4) \dot{v}^2 dx + \frac{1}{2} \int_{L_1}^{L_2} \rho_1 h_1 w_1 \dot{v}^2 dx + \frac{1}{2} \int_{L_2}^L \rho_1 h_1 w_1 \dot{v}^2 dx \quad (1)$$

که در این رابطه  $v$  تغییر شکل میکروتیرک و  $\rho$  دانسیته هر لایه می‌باشند. شماره‌گذاری لایه‌ها از پایین به بالا انجام شده و ابعاد هندسی با توجه به شکل (۱) مشخص می‌شود. با استفاده از تابع هیوی‌ساید<sup>۵</sup> رابطه (۱) را می‌توان به شکل ساده شده بیان کرد.

$$KE = \frac{1}{2} \int_0^L m(x) \dot{v}^2 dx \quad (2)$$

که در این رابطه:

$$m(x) = \sum_{i=1}^4 \rho_i h_i w_i (H_0 - H_{L_i}) + \rho_1 h_1 w_1 (H_{L_1} - H_{L_2}) + \rho_1 h_1 w_1 (H_{L_2} - H_L) \quad (3)$$

$H_{L_i}$  تابع هیوی‌ساید است و به این صورت بیان می‌شود.

$$H_{L_i} = H(x - L_i) \quad (4)$$

این روش در تحلیل حساسیت یافته‌های عددی بسیار کارآمد است [۱۸]. تاکنون مطالعاتی بر روی چگونگی تاثیر پارامترهای مختلف بر حرکت ارتعاشی میکروسکوپ نیروی اتمی میکروتیرک به کمک روش تحلیل حساسیت انجام شده است. تاثیر ابعاد هندسی میکروتیرک پیزوالکتریک بر روی ضریب غیرخطی حرکت ارتعاشی در محیط مایع توسط کورایم و قادری انجام گردید [۱۹]. آنها معادله حرکت ارتعاشی را با استفاده از روش چند مقیاسی حل کرده و با تعریف ضریب غیرخطی، میزان غیرخطی بودن حرکت ارتعاشی را به کمک روش تحلیل حساسیت مورد مطالعه قرار دادند. موسی پور و همکارانش تحلیل حساسیت میکروتیرک مستطیلی میکروسکوپ نیروی اتمی را در حالت خمش-پیچش انجام دادند [۲۰]. آنها تاثیر سختی تماس عمودی و جانبی را بر روی فرکانس تشدید و حساسیت مدها مورد مطالعه قرار دادند. کورایم و همکارانش تاثیر پارامترهای فرایند دستکاری نانو ذرات را بر روی میکروتیرک مستطیلی و شکل ۷ به کمک روش تحلیل حساسیت بررسی کردند [۲۱]. Lee و همکارانش حساسیت خمشی میکروتیرک شکل ۷ را بررسی و با نتایج تئوری کلاسیک مقایسه کردند [۲۲].

از آنجایی که تاکنون مطالعات کاملی بر روی حرکت ارتعاشی غیرخطی میکروتیرک پیزوالکتریک با ناپیوستگی هندسی دربرهم‌کنش با سطح نمونه و نانو ذرات انجام نشده است، در این مقاله برای اولین به مدل‌سازی و شبیه‌سازی چگونگی رفتار ارتعاشی غیرخطی این نوع میکروتیرک در حضور نانو ذره کروی و سطح نمونه پرداخته می‌شود. با توجه به ناپیوستگی‌های هندسی موجود در این نوع میکرو-تیرک‌ها مدل تیر ناپیوسته مورد استفاده قرار می‌گیرد. به منظور حل معادله دیفرانسیل حاکم بر حرکت در حوزه زمان روش‌های عددی رانگ کوتا و المان محدود و روش چند مقیاسی انتخاب می‌شود. معادله دیفرانسیل حرکت برای اولین به این سه روش حل شده و نتایج با یکدیگر

<sup>۵</sup>Heaviside

در این رابطه  $K(x)$  و  $C_e(x)$  به ترتیب سختی و کوپلینگ الکترومکانیکی می‌باشند و عبارتند از:

$$K(x) = K_1(H_0 - H_{L_1}) + K_2(H_{L_1} - H_{L_2}) + K_3(H_{L_2} - H_L) \quad (۸)$$

$$K_1 = \sum_{K=1}^4 E_K h_K w_K \left\{ \frac{\sum_{i=1}^4 E_i h_i w_i \left( \sum_{j=1}^i h_j - \frac{h_i}{2} \right)}{\sum_{i=1}^4 E_i h_i w_i} \right. \quad (۹)$$

$$\left. - \left( \sum_{j=1}^k h_j - \frac{h_k}{2} \right) \right\} \times \frac{h_k^2}{12}; \quad K_2 = E_1 \frac{w_1 h_1^3}{12};$$

$$K_3 = E_1 \frac{w_1 h_1^3}{12}$$

$$C_e = w_3 d_{31} E_3 \left[ h_1 + h_2 + \frac{h_3}{2} - \sum_{i=1}^4 E_i h_i w_i \right. \quad (۱۰)$$

$$\left. \left( \sum_{j=1}^i h_j - \frac{h_i}{2} \right) \right] / \sum_{i=1}^4 E_i h_i w_i (H_0 - H_{L_1})$$

با مشخص شدن انرژی جنبشی و پتانسیل میکروتیرک، با استفاده از روش لاگرانژ معادله دیفرانسیل حاکم بر حرکت را با اکتساب میرایی و بار اعمالی به نوک پراب می‌توان به این صورت بیان کرد [۱۹].

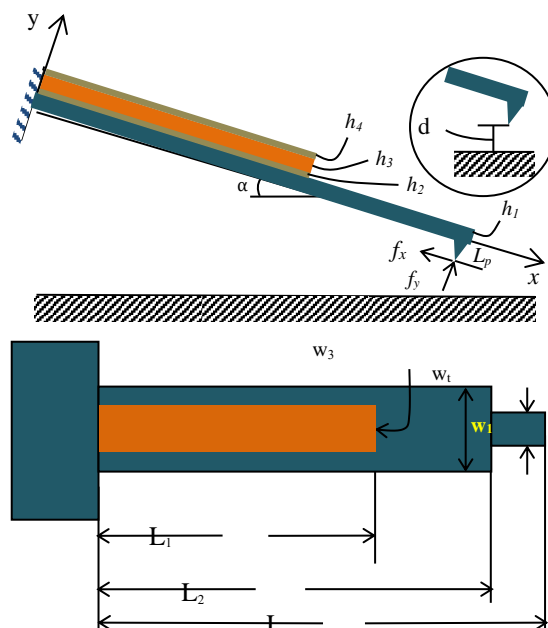
$$m(x) \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ K(x) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right] + P(t) \frac{\partial^2 C_e(x)}{\partial x^2} \quad (۱۱)$$

$$+ C \frac{\partial v}{\partial t} = f_y \delta(x-L) + \frac{\partial}{\partial x} (f_x L_p \delta(x-L))$$

که در این رابطه  $C$  ضریب میرایی بوده و با توجه به شکل (۱) و مولفه‌های نیروی اعمالی به نوک پراب از جانب سطح نمونه یا نانوذره می‌باشند، این مولفه‌ها برحسب نیروی  $f$  عبارتند از:

$$f_x = f \sin \alpha ; f_y = f \cos \alpha \quad (۱۲)$$

$C$  ضریب میرایی میکروتیرک و  $L_p$  نیز طول پراب را مشخص می‌کنند. این مقاله به بررسی رفتار ارتعاشی میکروتیرک پیزوالکتریک در برهم‌کنش با سطح نمونه و همچنین نانوذره می‌پردازد. به منظور شبیه سازی نیروی برهم‌کنش، نوک پراب به شکل کره و سطح نمونه نیز بصورت یک سطح صاف در نظر گرفته می‌شوند. مطالعات نشان می‌دهد که این هندسه تقریب خوبی برای تخمین نیروی برهم‌کنش بین نوک پراب و سطح نمونه می‌باشد [۲۳]. این نیرو در حالت غیرتماسی بصورت نیروی



شکل ۱- شماتیک میکروتیرک پیزوالکتریک [۱۹]

برای محاسبه انرژی پتانسیل میکروتیرک به روابط تنش- کرنش لایه‌ها نیاز است. رابطه اصلی مواد پیزوالکتریک در تغییر شکل جانبی (خمش) عبارت است از:

$$\sigma_{xx}^p = E_3 \varepsilon_{xx}^p - E_3 d_{31} \frac{P(t)}{h_3} \quad (۵)$$

که در این رابطه  $\sigma_{xx}^p$  و  $\varepsilon_{xx}^p$  به ترتیب تنش و کرنش در راستای طولی لایه پیزوالکتریک،  $d_{31}$  ثابت پیزوالکتریک و  $P$  ولتاژ ورودی به لایه پیزوالکتریک می‌باشند. به این ترتیب انرژی پتانسیل میکروتیرک ( $PE$ ) را می‌توان بصورت رابطه‌ی (۶) نوشت.

$$PE = \frac{1}{2} \int_0^{L_1} (E_1 I_1 + E_2 I_2 + E_3 I_3) \left[ \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right]^2 dx \quad (۶)$$

$$+ \frac{1}{2} \int_0^{L_1} \int_A E_3 d_{31} \frac{P(t)}{h_3} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} dA dx$$

$$+ \frac{1}{2} \int_{L_1}^{L_2} E_1 I_1 \left[ \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right]^2 dx + \frac{1}{2} \int_{L_2}^L E_1 I_1 \left[ \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right]^2 dx$$

که در آن  $I$  معرف گشتاور دوم سطح هر لایه می‌باشد. با استفاده از تابع هیوی‌ساید و همچنین با در نظر گرفتن روابط مقاطع چند لایه، رابطه‌ی (۶) را می‌توان به شکل ساده شده بیان کرد.

$$PE = \frac{1}{2} \int_0^L K(x) \left[ \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right]^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^{L_1} C_e P(t) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} dx \quad (۷)$$

$$\psi_n(x) = \begin{cases} A_n^{(1)} \text{Sin} \beta_n^{(1)} x + B_n^{(1)} \text{Cos} \beta_n^{(1)} x + C_n^{(1)} \text{Sinh} \beta_n^{(1)} x + D_n^{(1)} \text{Cosh} \beta_n^{(1)} x, & 0 \leq x \leq L_1 \\ A_n^{(2)} \text{Sin} \beta_n^{(2)} x + B_n^{(2)} \text{Cos} \beta_n^{(2)} x + C_n^{(2)} \text{Sinh} \beta_n^{(2)} x + D_n^{(2)} \text{Cosh} \beta_n^{(2)} x, & L_1 \leq x \leq L_2 \\ A_n^{(3)} \text{Sin} \beta_n^{(3)} x + B_n^{(3)} \text{Cos} \beta_n^{(3)} x + C_n^{(3)} \text{Sinh} \beta_n^{(3)} x + D_n^{(3)} \text{Cosh} \beta_n^{(3)} x, & L_2 \leq x \leq L \end{cases} \quad (17)$$

که در آن  $\beta_n^{(i)}, A_n^{(i)}, B_n^{(i)}, C_n^{(i)}, D_n^{(i)} = \sqrt{\frac{\omega_n^2 m}{EI}}$  مقادیر مجهولی هستند که با استفاده از شرایط مرزی تیریک سردرگیر، شرایط پیوستگی و همچنین شرط واحد-سازي نسبت به جرم بدست می آیند. شرایط مرزی:

$$\begin{aligned} \psi_{1n}(0) = 0, \psi'_{1n} = 0; \\ \psi''_{3n}(L) = 0, \psi'''_{3n}(L) = 0; \end{aligned} \quad (18)$$

شرایط پیوستگی:

$$\begin{aligned} \psi_{1n}(L_1) = \psi_{2n}(L_1), \psi'_{1n}(L_1) = \psi'_{2n}(L_1); \\ \psi_{2n}(L_2) = \psi_{3n}(L_2), \psi'_{2n}(L_2) = \psi'_{3n}(L_2); \\ K_1 \psi''_{1n}(L_1) = K_2 \psi''_{2n}(L_1); \\ K_1 \psi'''_{1n}(L_1) = K_2 \psi'''_{2n}(L_1); \\ K_2 \psi''_{1n}(L_1) = K_3 \psi''_{2n}(L_1); \\ K_2 \psi'''_{1n}(L_1) = K_3 \psi'''_{2n}(L_1) \end{aligned} \quad (19)$$

شرط واحدسازی:

$$\int_0^L \psi_n^2(x) dx = 1 \quad (20)$$

باجایگذاری رابطه (۱۶) در رابطه (۱۱) و با استفاده از روش لاگرانژ معادله دیفرانسیل حرکت را می توان به شکل زیر بیان کرد.

$$\ddot{q}_n + \omega_n^2 q_n + \sum_{m=1}^{\infty} C_{nm} \dot{q}_m = F_n(t) + \gamma_n P(t) \quad (21)$$

که در آن:

$$\omega_n^2 = \int_0^L \psi_n \frac{d^2}{dx^2} \left( K(x) \frac{d^2 \psi_n}{dx^2} \right) dx \quad (22)$$

$$C_{nm} = \int_0^L C \psi_n \psi_m dx \quad (23)$$

جاذبه عمل می کند که از انرژی و اندروالسی بین دو اتم استخراج می شود. برای هندسه کره - سطح صاف نیروی و اندروالس عبارت است از:

$$f(d) = \frac{Hr_t}{6d^2} \quad (13)$$

که در این رابطه  $H$  ثابت Hamaker و  $r_t$  شعاع نوک می - باشد.  $d$  فاصله ی بین نوک پراب تا سطح نمونه را در هر لحظه از زمان مشخص می کند، که عبارت است از:

$$d = d_0 + v(L, t) \quad (14)$$

$d_0$  فاصله تعادلی بین نوک ذره تا سطح نمونه را مشخص می کند. در صورتی که به جای سطح صاف از نانوذره کروی استفاده شود، نیروی و اندروالسی را می توان بصورت زیر بیان کرد [۲۳].

$$f(d) = -\frac{2}{3} \frac{Hr_t r_p}{(d + r_t + r_p)^2 (d - r_t - r_p)^2} \quad (15)$$

## ۲-۱- روش آنالیز مودال

در روش برهم نهی مدها عملاً انتقالی از مختصات های جابجایی هندسی به مختصات های نرمال انجام می شود. برای میکروتیرک شکل (۱) که تنها تغییر شکل جانبی دارد، این انتقال به این صورت بیان می شود.

$$v(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \psi_n(x) q_n(t) \quad (16)$$

که در آن  $\psi_n(x)$  شکل مد  $n$  ام میکروتیرک و  $q_n(t)$  مختصات عمومی می باشد. با توجه به ناپیوستگی های میکروتیرک بر اساس مدل تیر ناپیوسته، می توان میکرو-تیرک را به تیرهای یکنواخت تقسیم کرد. با انجام این تقسیم تیرک شکل (۱) به سه تیر یکنواخت شکل مدها را می توان بصورت زیر نوشت.

$F^{FEM}$  پیزوالکتریک می‌باشد. این ماتریس ها و بردار نیروی عبارتند از:

$$Q = [Q_1(t), \dots, Q_n(t), \dots, Q_{2n}(t)]^T \quad (31)$$

$$M^{FEM} = \sum_{j=1}^n \int_0^L m(x) N_j^T N_j dx \quad (32)$$

$$K^{FEM} = \sum_{j=1}^n \int_0^L EI(x) N_j^T N_j dx \quad (33)$$

$$F^{FEM} = f_x^{FEM} N(L_e) Q(t) + f_y^{FEM} \frac{dN(L_e)}{dx} Q(t) \quad (34)$$

که در آن  $N_j$  توابع شکل هرمیتی برای المان تیر بوده و  $L_e$  نیز بیانگر طول المان می‌باشد. ماتریس میرایی در محاسبات بصورت خطی و متناسب با فاکتور کیفیت لحاظ می‌شود. در فرمولاسیون روش المان محدود نیروی برهم‌کنش را می‌توان به این صورت بیان کرد:

- نیروی برهم‌کنش نوک-سطح نمونه:

$$f^{FEM} = \frac{Hr_t}{6D^2} \quad (35)$$

- نیروی برهم‌کنش نوک-نانو ذره:

$$f^{FEM} = \frac{-2Hr_t r_p}{3(D+r_t+r_p)^2(D-r_t-r_p)^2} \quad (36)$$

که در آن:

$$D = d + N(L_e)q \quad (37)$$

نیروهای غیرخطی (۳۵) و (۳۶) را می‌توان با استفاده از روش Reddy [۲۴] در یک زمان قبل از تغییر شکل انجام شده محاسبه کرد. این روش ساده‌سازی شده، تکنیکی است که برای مسائل غیرخطی در روش المان محدود مورد استفاده قرار می‌گیرد.

### ۲-۳- روش چند مقیاسی

روش چند مقیاسی، روش دیگری برای حل معادله دیفرانسیل حرکت می‌باشد. برای این منظور ابتدا نیروی برهم‌کنش بین نوک پراب و سطح نمونه و یا نانو ذره به کمک بسط تیلور، بسط داده شده، سپس با استفاده از رابطه (۱۶) و با بهره‌گیری از روش لاگرانژ معادله دیفرانسیل حاکم بر حرکت به این صورت بیان می‌شود.

$$F_n = \int_0^L \psi_n \left\{ f_y \delta(x-L) + \frac{d}{dx} [f_x L_p \delta(x-L)] \right\} dx \quad (24)$$

$$\gamma_n = - \int_0^L \psi_n \frac{d^2 C_e}{dx^2} dx \quad (25)$$

معادله دیفرانسیل معمولی حرکت (۲۱) را برای  $k$  مدمی-توان به شکل ماتریسی زیر بیان کرد.

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = F \quad (26)$$

که در آن:

$$K = [\omega_n^2 \delta_{nm}]_{k \times k}; C = [C_{nm}]_{k \times k}; M = I_{k \times k}; q = [q_1(t), q_2(t), \dots, q_n(t)]_{k \times 1}^T; \quad (27)$$

$$F = [F_1(t) - P(t)\gamma_1, \dots, F_n(t) - P(t)\gamma_n]_{k \times 1}^T$$

توصیف حالت ماندگار معادله (۲۶) را می‌توان به این صورت بیان کرد.

$$\dot{Y} = AY + B \quad (28)$$

که در آن:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ M^{-1}K & M^{-1}C \end{bmatrix}_{2k \times 2k}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}F \end{bmatrix}_{2k \times 1}; Y = \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} \quad (29)$$

برای حل معادله (۲۹) می‌توان از روش‌های عددی کمک گرفت. که برای این منظور از روش رانج کوتاه در نرم‌افزار متلب استفاده می‌شود.

### ۲-۲- روش المان محدود

روش المان محدود روش دومی است که در این مقاله به کمک آن به حل معادله دیفرانسیل حرکت (۱۱) پرداخته می‌شود. برای استفاده از تکنیک المان محدود استاندارد، معادلات دیفرانسیل معمولی حرکت میکروتیرک را می‌توان بصورت زیر بیان کرد.

$$M^{FEM} \ddot{Q} + C^{FEM} \dot{Q} + K^{FEM} Q = F^{FEM}(Q) \quad (30)$$

که در آن  $M^{FEM}$ ،  $K^{FEM}$  و  $C^{FEM}$  به ترتیب ماتریس‌های جرمی، سختی و میرایی کلیتیرک هستند.  $Q$  نیز بردار جابجایی کلی تیرک است.  $F^{FEM}$  نیز بردار نیروی خطی است که شامل نیروی برهم‌کنش و ولتاژ تحریک لایه

$$P(\tau_0) = \frac{1}{2} P e^{\Omega \tau_0} + cc \quad (۴۸)$$

در این رابطه  $\Omega$  فرکانس تحریک لایه پیزوالکتریک می‌باشد. از آنجایی که در کاربری میکروسکوپ نیروی اتمی، میکرو-تیرک باید با فرکانس طبیعی و یا در نزدیکی آن تحریک شود، بنابراین فرکانس تحریک را می‌توان به این صورت بیان کرد:

$$\Omega = \Omega_n + \sigma \varepsilon^2 \quad (۴۹)$$

که در آن  $\sigma$  پارامتر انحراف فرکانس تحریک از فرکانس طبیعی می‌باشد. با جایگذاری روابط (۴۷) تا (۴۹) در معادلات دیفرانسیل (۴۵) و (۴۶) و حل این معادلات رابطه-ی (۵۰) بدست می‌آید.

$$\frac{10\xi_1^2 + 9\Omega_n^2 \xi_2}{\Omega_n^3} B_n^* B_n^* - i\mu_n B_n - \frac{\gamma_n P}{2\Omega_n} e^{-i\sigma \tau_2} - 2iD_2 B_n = 0 \quad (۵۰)$$

در این رابطه  $B_n^*$  معرف مزدوج مختلط است. برای حل معادله (۵۰) بهتر است که  $B_n$  به شکل قطبی بیان شود.

$$B_n = \frac{1}{2} b_n e^{i\beta_n} \quad (۵۱)$$

که در آن  $b_n$  و  $\beta_n$  به ترتیب مقادیر حقیقی دامنه و فاز حرکت می‌باشند. با جایگذاری رابطه (۵۰) در رابطه (۵۱) و جداسازی ضرایب حقیقی و موهومی معادله‌ی (۵۲) برای دامنه و فاز حرکت بدست می‌آیند.

$$\begin{cases} \frac{10\xi_1^2 + 9\Omega_n^2 \xi_2}{8\Omega_n^3} b_n^3 + \sigma b_n - \frac{\gamma_n P}{2\Omega_n} \cos \theta_n - b_n \dot{\theta}_n = 0 \\ 2\dot{b}_n - \frac{\gamma_n P}{\Omega_n} \sin \theta_n + \mu_n b_n = 0 \end{cases} \quad (۵۲)$$

در این رابطه  $\theta_n = \sigma \tau_2 - \beta_n$  است. از آنجایی که در این تحلیل پاسخ حالت ماندگار حرکت ارتعاشی مدنظر می‌باشد، بنابراین مقادیر  $\dot{b}_n$  و  $\dot{\theta}_n$  برابر صفر در نظر گرفته می‌شود. با حذف  $\theta_n$  از رابطه (۵۲)، معادله غیرخطی پاسخ فرکانسی بدست می‌آید.

$$\begin{aligned} & \left( \frac{1}{2} \mu_n b_n \right)^2 + \left( \sigma b_n + \frac{10\xi_1^2 + 9\Omega_n^2 \xi_2}{8\Omega_n^3} b_n^3 \right)^2 \\ & = \left( \frac{1}{2\Omega_n} P \gamma_n \right)^2 \end{aligned} \quad (۵۳)$$

$$\ddot{q}_n + \Omega_n^2 q_n + \mu_n \dot{q}_n - \xi_1 q_n^2 - \xi_2 q_n^3 + \gamma_n P(t) = 0 \quad (۳۸)$$

که در آن:

$$\Omega_n^2 = \int_0^L \psi_n \left\{ \frac{d^2}{dx^2} \left( K(x) \frac{d^2 \psi_n}{dx^2} \right) - f(d_0) \psi_n \cos \alpha \delta(x-L) \right\} \quad (۳۹)$$

$$\xi_1 = \int_0^L 0.5 \psi_n^3 f'(d_0) \cos \alpha \delta(x-L) dx \quad (۴۰)$$

$$\xi_2 = \int_0^L -\frac{1}{6} \psi_n^3 f''(d_0) \cos \alpha \delta(x-L) dx \quad (۴۱)$$

که در آن  $\mu_n$  میرایی مودال می‌باشد. به منظور حل معادله دیفرانسیل (۳۸) به روش چند مقیاسی می‌توان متغیر  $q_n$  را به این صورت تعریف کرد.

$$q_n(t) = \varepsilon q_{n1}(\tau_0, \tau_1, \tau_2) + \varepsilon^2 q_{n2}(\tau_0, \tau_1, \tau_2) + \varepsilon^3 q_{n3}(\tau_0, \tau_1, \tau_2) + o(\varepsilon^4) \quad (۴۲)$$

که در آن  $\tau_n = \varepsilon^n t$  می‌باشد.  $\varepsilon$  نیز معرف پارامتر تغییرات در روش چند مقیاسی می‌باشد. با استفاده از روش چند مقیاسی مشتقات زمانی را می‌توان به این صورت بیان کرد.

$$\frac{d}{dt} = D_0 + \varepsilon D_1 + \varepsilon^2 D_2 + o(\varepsilon^3) \quad (۴۳)$$

که در آن  $D_n = \partial / \partial \tau_n$  می‌باشد. با جایگذاری روابط (۴۲) و (۴۳) در معادله دیفرانسیل (۳۸) و جداسازی توان‌های یکسان  $\varepsilon$  می‌توان نوشت:

$$O(\varepsilon): D_0^2 q_{n1} + \Omega_n^2 q_{n1} = 0 \quad (۴۴)$$

$$O(\varepsilon^2): D_0^2 q_{n2} + \Omega_n^2 q_{n2} + 2D_0 D_1 q_{n1} - \xi_1 q_{n1}^2 = 0 \quad (۴۵)$$

$$O(\varepsilon^3): D_0^2 q_{n3} + \Omega_n^2 q_{n3} + 2D_0 D_1 q_{n2} + 2D_0 D_2 q_{n1} + \mu_n D_0 q_{n1} + D_1^2 q_{n1} + \gamma_n P - 2\xi_1 q_{n1} q_{n2} - \xi_2 q_{n1}^3 = 0 \quad (۴۶)$$

با حل معادله دیفرانسیل خطی (۴۴) مقدار پارامتر  $q_{n1}$  به این صورت بدست می‌آید.

$$q_{n1} = B_n(T_1, T_2) e^{i\Omega_n \tau_0} + cc \quad (۴۷)$$

که در آن  $B_n$  دامنه مختلط و  $cc$  بیانگر مزدوج مختلط می‌باشد. ولتاژ تحریک لایه پیزوالکتریک که باعث ارتعاش میکروتیرک می‌شود را می‌توان چنین بیان کرد:

## ۳- شبیه‌سازی و بحث

به منظور مطالعه رفتار ارتعاشی میکروتیرک پیزوالکتریک در نزدیکی سطح نمونه و نانوذره از DMASP میکروتیرک ساخت شرکت Bruker استفاده می‌شود. این میکروتیرک از جنس سیلیکون بوده که لایه پیزوالکتریک ZnO مطابق شکل (۱) بر روی آن قرار گرفته است. این لایه توسط دو الکترود Au به صورت کامل محصور می‌شود. مشخصات هندسی و همچنین خواص مکانیکی هر یک از لایه‌های این میکروتیرک به ترتیب در جداول (۱) و (۲) آورده شده‌اند.

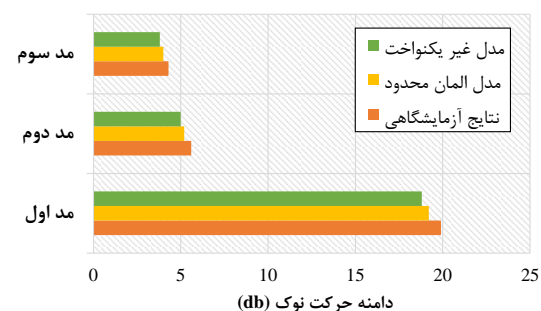
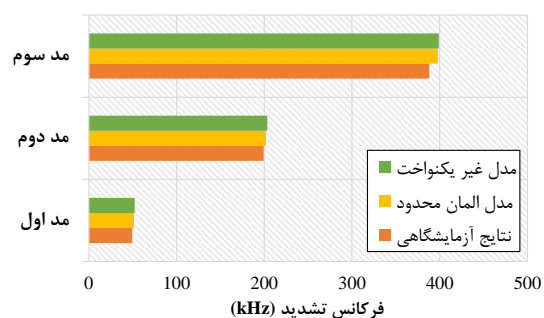
به منظور بررسی توانایی روش‌های تیر ناپیوسته و المان محدود در محاسبه فرکانس‌های طبیعی و دامنه تشدید میکروتیرک پیزوالکتریک ناپیوسته، در ابتدا نتایج ایندو مدل با نتایج عملی [۱۶] مقایسه می‌شود. در شکل (۲) این مقایسه بین سه مدل نوسانی میکروتیرک انجام شده است. همانطور که مشاهده می‌شود هر دو مدل انتخاب شده از دقت خوبی در محاسبه فرکانس‌های طبیعی و دامنه تشدید این نوع میکروتیرک برخوردار می‌باشند، که در این بین روش المان محدود از دقت کمی بهتر نسبت به مدل تیر ناپیوسته برخوردار است.

جدول ۱- مشخصات هندسی میکروتیرک شبیه‌سازی

شده [۱۵]				
جنس	L (μm)	W (μm)	h (μm)	
Si	۳۵۰	۲۵۰	۳/۰	لایه پایه
ZnO	۳۳۰	۱۳۰	۳/۴	لایه پیزو
Au	۳۳۰	۱۳۰	۰/۲	الکترودها
Si	۱۳۷	۵۵	۳/۰	نوک

جدول ۲- مشخصات جنس میکروتیرک شبیه‌سازی شده [۱۵]

	E (Gpa)	ρ (kg/m <sup>3</sup> )	d <sub>21</sub> (pC/N)	
لایه پایه	۱۸۰	۲۳۳۰	-	
لایه پیزو	۱۰۴	۶۳۹۰	۱۱	
الکترودها	۷۸	۱۹۳۰۰	-	
نوک	۱۸۰	۲۳۳۰	-	



شکل ۲- دامنه و فرکانس تشدید میکروتیرک پیزوالکتریک در سه مدل نوسانی

Wolf و Gottlieb میکروتیرک پیزوالکتریک را با لایه پیزو سراسری در حالت یکنواخت مورد بررسی قرار دادند [۱۳]. آنها با در نظر گرفتن نیروی بین نوک و نمونه در شرایط مرزی معادله دیفرانسیل حرکت، فرمول‌بندی دیگری را برای پاسخ فرکانسی ارائه دادند. به منظور مقایسه حل انجام شده در این مقاله با روش Wolf و Gottlieb فرض می‌شود که لایه پیزوالکتریک واقع بر روی میکروتیرک از جنس PZT-۵H بوده، تمام سطح آن را پوشش داده و میکرو-تیرک بصورت یکنواخت باشد. شکل (۳) پاسخ فرکانسی میکروتیرک را در دو فاصله تعادلی ۱ و ۲ نانومتر نشان می‌دهد. مقایسه نتایج تطابق بسیار خوبی را بین روش حل بکار گرفته شده توسط Wolf و Gottlieb و روش حل چند مقیاسی این مقاله نشان می‌دهد.

با نزدیک شدن میکروتیرک به سطح نمونه و نانو ذره نیروی برهم‌کنش شدت گرفته و با توجه به غیرخطی بودن این نیرو رفتار ارتعاشی میکروتیرک نیز غیرخطی خواهد شد. شکل (۴) چگونگی تغییرات دامنه حرکت نوک میکروتیرک را با نزدیک شدن به سطح نمونه نشان می‌دهد. در این شکل برای محاسبه دامنه حرکت ارتعاش غیرخطی میکروتیرک



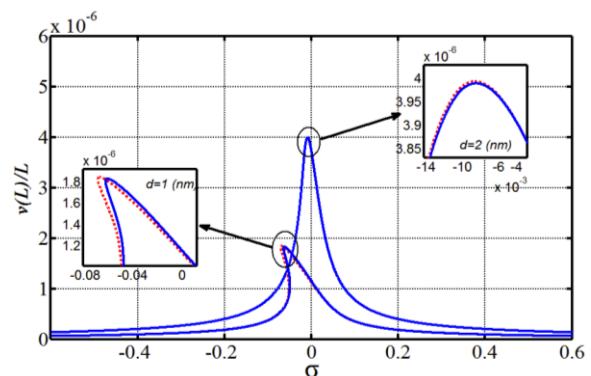
با توجه به شکل (۴) کاهش دامنه در نتایج هر سه مدل دیده می‌شود. همانطور که مشاهده می‌شود، نتایج بدست آمده از سه مدل نزدیک به یکدیگر بوده با این تفاوت که با کم شدن فاصله تعادلی نتایج روش تحلیلی از دو روش عددی بکار رفته شده فاصله می‌گیرد. همانطور که قبلاً نیز بیان شد با کم شدن فاصله تعادلی مقدار غیرخطی بودن نیرو شدت می‌گیرد، از آنجایی که روش چند مقیاسی برای مسائل غیرخطی ضعیف مورد استفاده قرار می‌گیرد، بنابراین دقت روش با کم شدن فاصله تعادلی کاهش می‌یابد و اختلاف نتایج آن از دو مدل عددی به کار رفته شده بیشتر می‌شود. در جدول (۳) نیز نتایج مدل‌سازی دامنه حرکت ارتعاشی میکروتیرک در نزدیکی نانو ذره به کمک سه مدل محاسباتی انتخاب شده آورده شده است. نزدیک بودن نتایج سه مدل انتخابی را در اعداد این جدول نیز می‌توان مشاهده کرد.

جدول ۳- مقایسه دامنه میکروتیرک در نزدیکی نانو ذره در روش‌های محاسباتی انتخاب شده

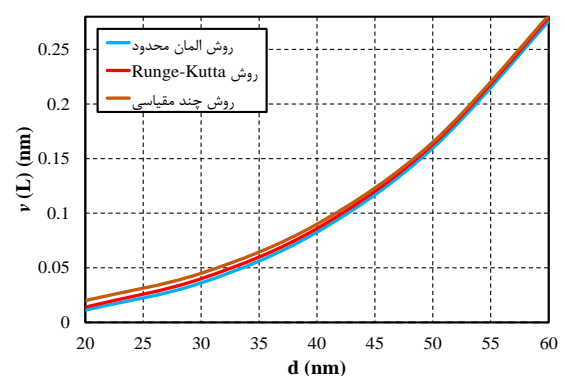
$r_p$ (nm)	$v(L)$ (nm)		
	چند مقیاسی	المان محدود	رانج کوتاه
۳۰	۷/۹۱۷	۷/۸۰۲	۷/۷۰۲
۱۰۰	۷/۷۷۵	۷/۶۶۴	۷/۵۶۲
۳۰۰	۷/۶۸۲	۷/۵۶۶	۷/۴۷۱
۵۰۰	۷/۵۴۱	۷/۴۲۷	۷/۳۳۲

در حرکت‌های ارتعاشی خطی زمانی که میکروتیرک با فرکانس تشدید تحریک شود، پاسخ مدهای ارتعاشی دیگر تاثیر بسیار اندکی در تغییر شکل دارند. اما در حرکت ارتعاشی غیرخطی تاثیر مدهای دیگر بر تغییر شکل قابل توجه می‌باشد. بنابراین لازم است که تغییر شکل میکرو-تیرک با لحاظ مدهای نوسانی بالاتر محاسبه شده تا بتوان به جواب دقیق‌تری دست پیدا کرد. از آنجایی که در حرکت ارتعاشی میکروتیرک نزدیک نانوذره و سطح نمونه، نیروی غیرخطی برهمکنش، حرکت ارتعاشی را تبدیل به حرکتی غیرخطی می‌کند، بنابراین لازم است که تاثیر مدهای نوسانی بالاتر نیز بر این حرکت ارتعاشی غیرخطی مورد

از روش حل تحلیلی چندمقیاسی، حل عددی رانج کوتاه و همچنین روش المان محدود استفاده شده است. برای استخراج نتایج این شکل، ابتدا میکروتیرک با دامنه تشدید مد اول در فاصله‌ای دور از سطح نمونه تحریک شده سپس فاصله آن از سطح نمونه کاهش پیدا می‌کند. با کم شدن فاصله میکروتیرک تا سطح نمونه نیروی برهمکنش شدت گرفته و با توجه به ماهیت غیرخطی این نیرو، نه تنها دامنه حرکت بلکه فرکانس تشدید نیز تغییر می‌کند. به این ترتیب با نزدیک شدن میکروتیرک به سطح نمونه و شدت گرفتن مقدار غیرخطی بودن نیرو اختلاف فرکانس تحریک و فرکانس تشدید بیشتر شده و در نتیجه دامنه حرکت ارتعاشی کاهش پیدا می‌کند. شدت گرفتن اندازه نیروی برهمکنش با کم شدن فاصله دلیل دیگر این کاهش دامنه می‌باشد.

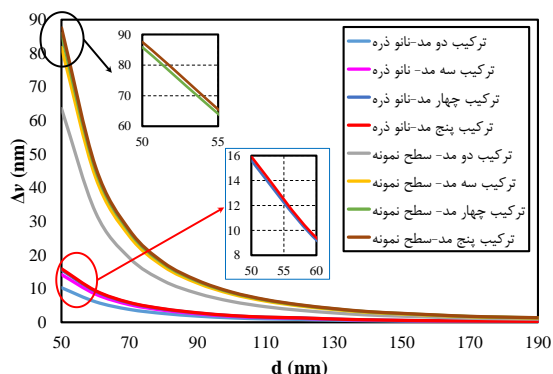


شکل ۳- مقایسه پاسخ فرکانسی حرکت در حل انجام شده (خط آبی) و حل Wolf و Gottlieb (خط چین قرمز)



شکل ۴- تغییرات دامنه با نزدیک شدن میکروتیرک به سطح نمونه

نانو ذره و در نتیجه شدت گرفتن نیروی برهم‌کنش بیشتر می‌شود. این موضوع در هر سه مد نوسانی اول که مورد شبیه‌سازی قرار گرفته است، دیده می‌شود.



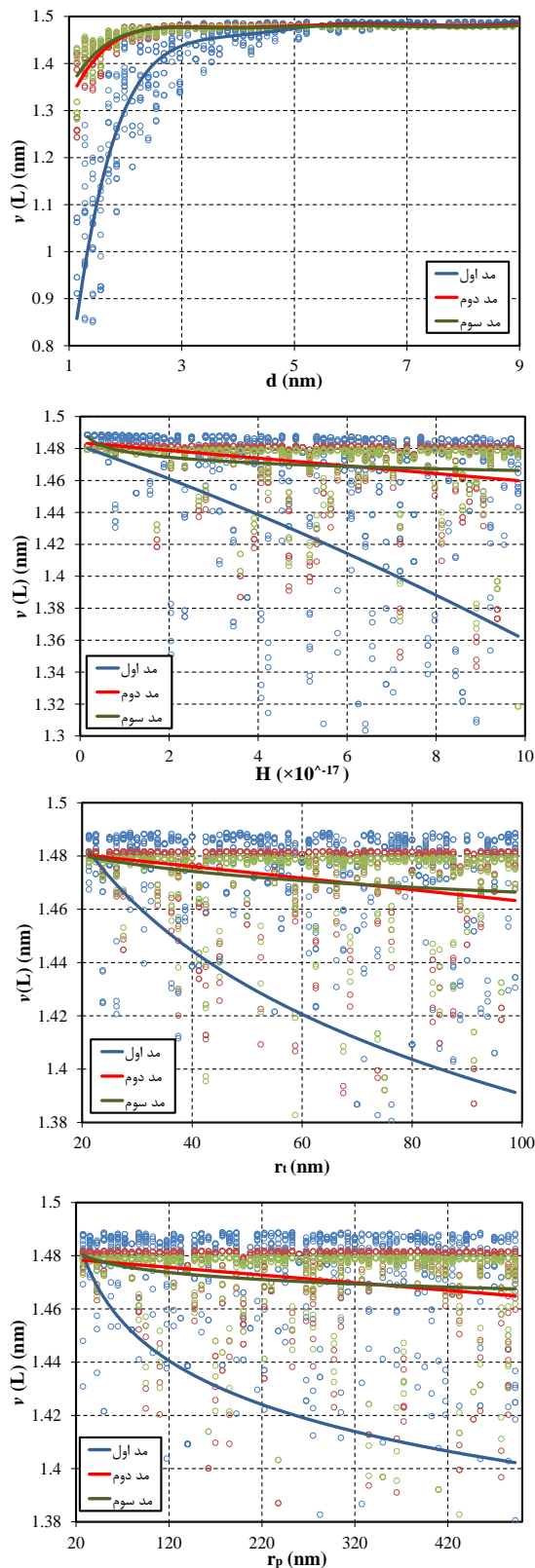
شکل ۵- تاثیر مدهای نوسانی بالا بر دامنه تشدید مد اول میکروتیرک

به منظور تعیین چگونگی تاثیر هر یک از ضرایب نیروی برهم‌کنش نوک- نانو ذره بر حرکت ارتعاشی می‌توان از روش تحلیل حساسیت استفاده کرد. تحلیل حساسیت به روش Sobol که تنها چگونگی تغییرات پارامترهای حرکت ارتعاشی (دامنه و فرکانس تشدید) به ازای مقادیر مختلف ضرایب نیروی برهم‌کنش را تعیین می‌کند، بلکه میزان حساسیت دامنه و فرکانس تشدید را به تغییرات هر یک از این ضرایب نیز مشخص می‌کند. روش Sobol به شبیه‌سازی ورودی‌ها بر مبنای توزیع احتمالی با استفاده از روش آنالیز واریانس می‌پردازد. با استفاده از آنالیز واریانس می‌توان اثر متقابل بین چندین ورودی را بر روی خروجی‌ها شناسایی کرد. سپس حساسیت خروجی مدل به ازای یک یا چندین ورودی مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. در روش Sobol ابتدا پارامترهای ورودی انتخاب شده، بازه تغییرات آنها مشخص می‌گردد. پارامترها به دسته‌های آماری تقسیم شده و در هر بار تحلیل یک دسته آماری مورد استفاده قرار می‌گیرد. هر دسته آماری باید شامل تمامی پارامترهای ورودی باشد. دسته‌های آماری در هر نوبت به عنوان ورودی به مساله ارتعاشی داده شده و به کمک آنها خروجی‌ها که در اینجا فرکانس تشدید و دامنه آن می‌باشند، محاسبه می‌شود. نهایتاً، با توجه به مدل Sobol درصد حساسیت

بررسی قرار گیرد. شکل (۵) تاثیر مدهای نوسانی مختلف را بر دامنه حرکت تشدید اول میکروتیرک نشان می‌دهد. در این شکل  $\Delta v$  معرف تغییرات دامنه محاسبه شده با دو مد یا بیشتر نسبت به حالتی که تنها یک مد نوسانی در محاسبات لحاظ شود، می‌باشد. با کم شدن فاصله تعادلی پراب تا نانوذره و سطح نمونه و در نتیجه شدت گرفتن نیروی برهم‌کنش، تاثیر این نیروی غیرخطی بر حرکت ارتعاشی افزایش پیدا می‌کند. همانطور که در نتایج شکل (۵) نیز مشاهده می‌شود، در فواصل تعادلی زیاد که شدت غیرخطی بودن سیستم کم است، تاثیر مدهای بالاتر بر حرکت ارتعاشی کم بوده و با کم شدن فاصله تعادلی و افزایش شدت غیرخطی بودن تاثیر مدهای بالاتر بر حرکت ارتعاشی افزایش می‌یابد. با توجه به نتایج بدست آمده می‌توان نتیجه گرفت که در این شبیه‌سازی انتخاب پنج مد نوسانی برای محاسبه دامنه حرکت از دقت خوبی برخوردار است. این مساله در تمامی شبیه‌سازی‌های انجام شده در این مقاله لحاظ می‌گردد.

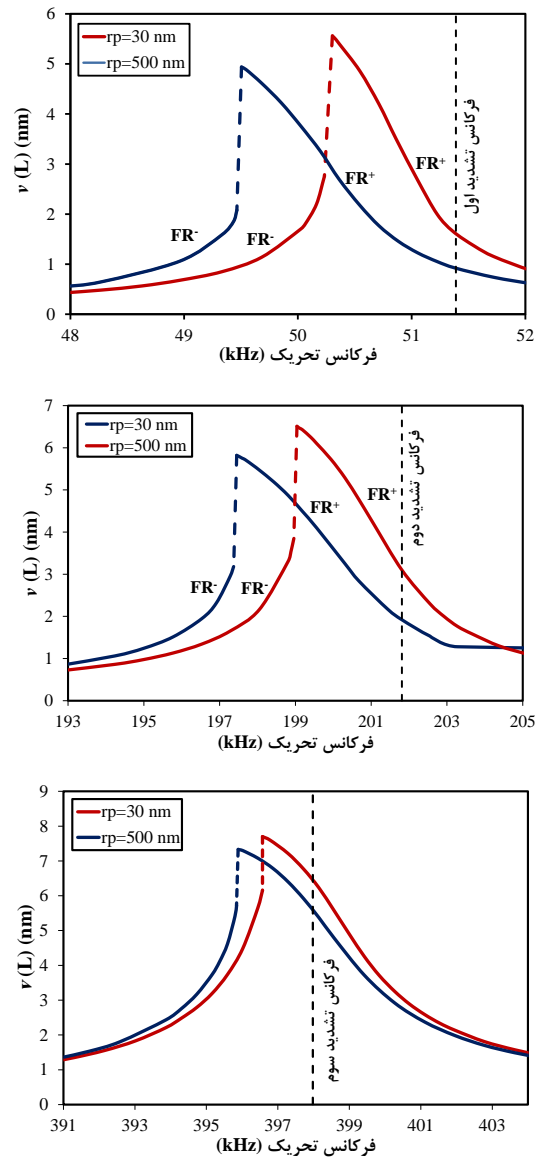
منحنی پاسخ فرکانسی میکروتیرک در نزدیکی نانو ذره در شکل (۶) نشان داده شده است. این منحنی از دو شاخه  $FR^+$  و  $FR^-$  تشکیل شده است که این دو شاخه در نزدیکی فرکانس تشدید غیرخطی به یکدیگر نزدیک می‌شوند. با توجه به ناپایداری شاخه  $FR^+$  با اندکی کاهش فرکانس تحریک، پرش تندی از شاخه  $FR^+$  به  $FR^-$  اتفاق می‌افتد. که به همراه آن دامنه حرکت به شدت افت پیدا می‌کند. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهند که شدت پرش در پاسخ فرکانسی در مدهای نوسانی بالاتر افت پیدا می‌کند و یا به عبارت دیگر ناپایداری حل در مدهای نوسانی بالا کمتر می‌شود. و به این ترتیب کاهش دامنه ناشی از ناپایداری افت پیدا می‌کند. از آنجایی که نیروی جاذبه و اندروالسی بین نوک پراب و نانو ذره نیرویی غیرخطی است، بنابراین با نزدیک شدن پراب به نانو ذره نه تنها دامنه کاهش پیدا می‌کند، بلکه فرکانس تشدید نیز از مقدار خطی خود فاصله می‌گیرد. این تغییر فرکانسی که با توجه به شکل (۶) بصورت افت فرکانسی قابل مشاهده است، با افزایش شعاع

نتیجه گرفت که توپوگرافی نانوذره به کمک این نوع میکرو-تیرک در مداول نوسانی در برگیرنده نتایج دقیق تری می-باشد.



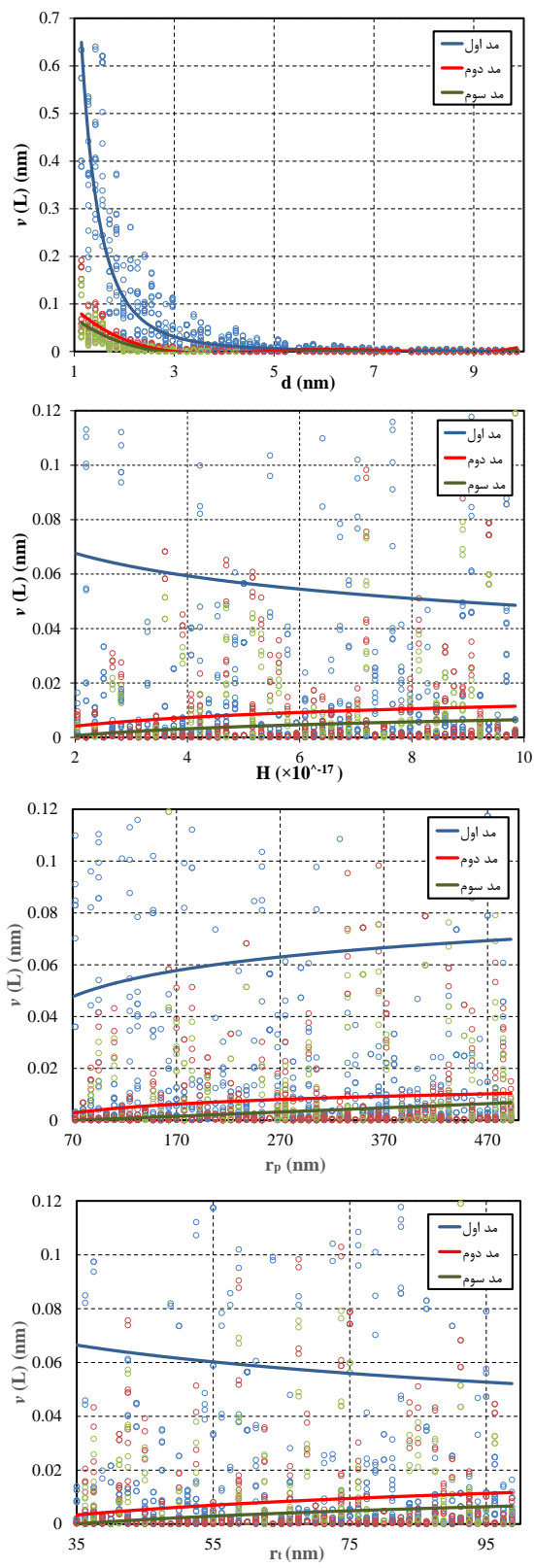
شکل ۷- تاثیر ضرایب نیروی بر دامنه تشدید

خروجی‌ها به هر یک از پارامترهای ورودی مشخص می-گردد.



شکل ۶- پاسخ فرکانسی سه مد ارتعاشی اول میکروتیرک در نزدیکی نانو ذره

شکل (۷) چگونگی تغییرات دامنه تشدید سه مد اول را برحسب ضرایب نیرویی نشان می‌دهد. با توجه به نتایج این شکل می‌توان دریافت که حساسیت دامنه تشدید در مد-های نوسانی بالاتر به تغییرات ضرایب نیرویی کاهش پیدا می‌کند. در واقع حساسیت دامنه تشدید در مدهای نوسانی بالاتر به فاصله تعادلی، اندازه نانوذره و همچنین جنس نانوذره کم می‌شود. از آنجایی که این کاهش حساسیت در توپوگرافی نانوذره در مد دامنه مطلوب نمی‌باشد، می‌توان



شکل ۸- تاثیر ضرایب نیروی بر فرکانس تشدید

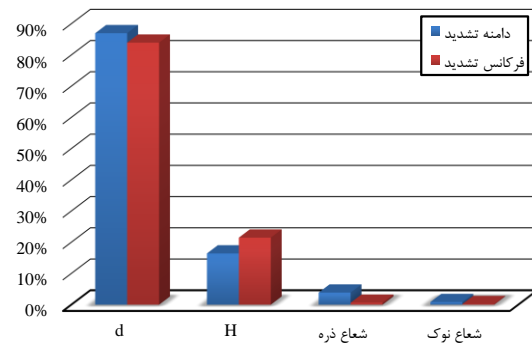
شکل (۸) نیز نتایج تحلیل حساسیت فرکانس تشدید سه مد اول میکروتیرک را در مواجهه با نانو ذره نشان می‌دهد. همانطور که در نتایج این شکل نیز مشاهده می‌شود، در مدهای نوسانی بالاتر حساسیت فرکانس تشدید به تغییرات ضرایب نیرویی کاهش پیدا می‌کند. در صورتی که مدکاری میکروسکوپ نیروی اتمی مد فرکانسی انتخاب شود، توپوگرافی نانو ذره و تعیین خواص مکانیکی آن در این حالت نیز در مد اول نوسانی دربرگیرنده نتایج دقیق‌تری می‌باشد، چرا که عملکرد سیستم کنترلی در این حالت مبتنی بر تغییرات فرکانس تشدید است. مسلماً هرچقدر که فرکانس تشدید به تغییرات پارامترهای نیرویی حساس‌تر باشد، نتایج بدست آمده نیز از دقت بالاتری برخوردار می‌باشند.

چنانچه قبلاً نیز اشاره گردید، تحلیل حساسیت نه تنها چگونگی تغییرات دامنه و فرکانس تشدید اول را نسبت به ضرایب نیرویی مشخص می‌کند، بلکه میزان حساسیت این پارامترها را به هر یک از ضرایب نیرویی نیز تعیین می‌کند. شکل (۹) درصد حساسیت دامنه و فرکانس تشدید را به هر یک از ضرایب نیرویی نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود، دامنه و فرکانس تشدید به فاصله تعادلی حساس بوده ولی نسبت به تغییرات شعاع نوک و شعاع نانو ذره از حساسیت کمتری برخوردار می‌باشند. با توجه نتایج بدست آمده مشخص است که حساسیت دامنه حرکت به تغییرات شعاع نانوذره نسبت به فرکانس تشدید بیشتر است. همچنین حساسیت فرکانس طبیعی به تغییرات ثابت همگر از دامنه تشدید بیشتر می‌باشد. بنابراین در صورتی که هدف از توپوگرافی تعیین شعاع نانوذره باشد، مد دامنه نتایج دقیق‌تری نسبت به مد فرکانس به همراه خواهد داشت. ولی اگر هدف از توپوگرافی تعیین جنس نانو ذره باشد، مد فرکانسی نتایج دقیق‌تری را به همراه دارد.

محدود با نتایج عملی در محاسبه فرکانس سه مد اول نوسانی، ۲/۵ درصد (در مد سوم) و در محاسبه دامنه تشدید ۷/۱ درصد (در مد اول) می‌باشد. این در حالی است که در مدل غیریکنواخت حداکثر اختلاف با روش عملی ۲/۷ و ۸/۶ درصد به ترتیب در محاسبه فرکانس (در مد سوم) و دامنه تشدید (در مد اول) بوده است.

نتایج شبیه سازی نشان می‌دهند که با نزدیک شدن میکرو-تیرک به سطح نمونه و شدت گرفتن مقدار غیرخطی شدن حرکت، اختلاف روش‌های حل رانج کوتا و المان محدود در محاسبه دامنه نوسانی افزایش چندانی نمی‌یابد ولی نتایج روش چند مقیاسی از دو روش عددی دیگر فاصله می‌گیرد که دلیل این موضوع توانایی کم روش چند مقیاسی در حرکت‌های ارتعاشی شدید می‌باشد.

به منظور مطالعه چگونگی تاثیر هر یک از ضرایب نیرویی نوک-نانو ذره و نوک-سطح نمونه بر روی پارامترهای حرکت ارتعاشی (فرکانس و دامنه تشدید) تحلیل حساسیت به کمک روش Sobol انجام گرفت. از آنجایی که دقت توپوگرافی سطح نمونه و نانو ذره و همچنین تعیین خواص به میزان حساسیت میکروتیرک به نیروی برهم‌کنش بستگی دارد، با توجه به نتایج تحلیل حساسیت می‌توان دریافت که مد اول نوسانی بهترین مد جهت انجام توپوگرافی می‌باشد. دلیل این موضوع کاهش حساسیت میکروتیرک به ضرایب نیرویی در مدهای نوسانی بالا می‌باشد. با توجه به نتایج تحلیل حساسیت می‌توان دریافت که اگر هدف از توپوگرافی تعیین شعاع نانو ذره باشد، مد دامنه نتایج بهتری را به همراه دارد و اگر هدف از توپوگرافی تعیین خواص باشد، مد فرکانسی مناسب‌تر می‌باشد.



شکل ۹- درصد حساسیت دامنه و فرکانس تشدید به ضرایب نیرویی

#### ۴- نتیجه‌گیری

میکروتیرک‌های پیزوالکتریک نسل جدیدی از میکروتیرک-های مورد استفاده در میکروسکوپ نیروی اتمی هستند که با توجه به قابلیت‌های بالای آنها مورد توجه قرار گرفته‌اند. استخراج نتایج دقیق‌تر از این نوع تیرک‌ها در توپوگرافی سطح و نانو ذره مستلزم تحلیل و مطالعه چگونگی رفتار ارتعاشی آنها می‌باشد. با توجه به غیرخطی بودن نیروی برهم‌کنش، رفتار ارتعاشی میکروتیرک نیز غیرخطی می‌باشد. با اکتساب ارتعاشی غیرخطی و همچنین با توجه به ناپیوستگی‌های هندسی میکروتیرک، از مدل تیر ناپیوسته و روش‌های حل عددی (رانج کوتا و المان محدود) و تحلیلی (چند مقیاسی) استفاده گردید. مقایسه مدل تیر غیر-یکنواخت و روش المان محدود با نتایج عملی نشان می‌دهد که هر دو روش انتخاب شده از دقت قابل قبولی در مدل‌سازی حرکت ارتعاشی این نوع میکروتیرک برخوردار می‌باشند. با مقایسه نتایج بدست آمده همچنین می‌توان دریافت که مدل المان محدود از دقت بالاتری در تحلیل این نوع تیرک برخوردار است. بیشترین اختلاف روش المان

#### ۱۰- مراجع

- [1] Rebaud, S., Maniti, O., Girard-Egrot, A.P. (2014). "Tethered bilayer lipid membranes (tBLMs): Interest and applications for biological membrane investigations", *Biochimie*, Vol. 107, pp. 135-142.

- [2] Vigneswaran, N., Samsuri, F., Ranganathan, B. (2014). "Recent Advances in Nano Patterning and Nano Imprint Lithography for Biological Applications", *Procedia Engineering*, Vol. 97, pp. 1387-1398.
- [3] Muthukumar, T., Prabhavathi, S., Chamundeeswari, M., Sastry T.P. (2014). "Bio-modified carbon nanoparticles loaded with methotrexate possible carrier for anticancer drug delivery", *Materials Science and Engineering: C*, Vol. 36(1), pp. 14-19.
- [4] Moradi, Z., Atta, M.M., (2014). "An investigation on the inhibitory action of benzazole derivatives as a consequence of sulfur atom induction", *Applied Surface Science*, Vol. 37, pp. 657-665.
- [5] Grayeli-Korpi, A-R., Savaloni, H., Habibi, M., (2013). "Corrosion inhibition of stainless steel type AISI 304 by Mn coating and subsequent annealing with flow of nitrogen at different temperatures", *Applied Surface Science*, Vol. 276(1), pp. 269-275.
- [6] Shokrieh, M.M., Hosseinkhani, M.R., Naimi-Jamal, M.R. Tourani, H., (2013). "Nanoindentation and nanoscratch investigations on graphene-based nanocomposites", *Polymer Testing*, Vol. 32(1), pp. 45-51.
- [7] Moosapour, M., Hajabasi, M.A., Ehteshami, H., (2014). "Thermoelastic damping effect analysis in micro flexural resonator of atomic force microscopy", *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 38 (11-12), pp. 2716-2733.
- [8] Kangarlou, H., Aghgonbad M.M., (2014) Incidence angle dependence on structural and optical properties of UHV deposited copper nano layers", *International Journal for Light and Electron Optics*, Vol. 125(19), pp. 5532-5537.
- [9] Beigi, M.H., Berenjian, J., Omran, O.L., Sadeghi Nik, A., Nikbin I.M., (2013). "An experimental survey on combined effects of fibers and nanosilica on the mechanical, rheological, and durability properties of self-compacting concrete", *Materials & Design*, Vol. 50, pp. 1019-1029.
- [10] Jalili, N., Laxminarayana, K., (2004). "A Review of Atomic Force Microscopy Imaging Systems: Application to Molecular Metrology and Biological Sciences". *Mechatronic*, Vol. 14, pp. 907-945.
- [11] Riel, M.C.J.M., Bos, E.J.C., Homburg, F.G.A., (2014). "Analysis of the measurement sensitivity of multidimensional vibrating microprobes", *Measurement Science and Technology*, Vol. 25(7), article id. 075008.
- [12] Delnavaz, A., Mahmoodi, S.N., Jalili, N., Zohoor, H. (2010). "Linear and Non-Linear Vibration and Frequency Response Analyses of Microcantilevers Subjected to Tip-Sample Interaction". *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 45, 176-185.
- [13] Wolf, K., Gottlieb, O. (2002). "Nonlinear Dynamics of a Noncontacting Atomic Force Microscope Cantilever Actuated by a Piezoelectric Layer". *Journal of Applied Physics*, Vol. 91(7), pp. 4701-4709.
- [14] Fung, R.F. Huang, S.C. (2001). "Dynamic Modeling and Vibration Analysis of the Atomic Force Microscope". *ASME Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 123, pp. 502-509.
- [15] Mahmoodi, S.N., Jalili, N., Ahmadian, M. (2010). "Subharmonics analysis of nonlinear flexural vibrations of piezoelectrically actuated microcantilevers". *Nonlinear Dynamics*, Vol. 59, pp. 397-409
- [16] Salehi-Khojin, A., Bashash, S., Jalili, N. (2008). "Modeling and Experimental Vibration Analysis of Nanomechanical Cantilever Active Probes". *Micromechanics and Microengineering*. Vol. 18, 085008 (11pp)
- [17] Ghaderi, R., Nejat, A. (2014). "Nonlinear Mathematical Modeling of Vibrating Motion of Nanomechanical Cantilever Active Probe". *Latin American Journal of Solids and Structures*. Vol. 11, pp. 369-385.
- [18] Saltelli, K., Chan, E., Scott, E.M. (2000). "Sensitivity Analysis". Wiley, New York.
- [19] Korayem H., Ghaderi R. (2014). "Sensitivity Analysis of Nonlinear Vibration of AFM Piezoelectric Microcantilever in Liquid", *International Journal of Mechanics and Materials in Design*. Vol. 10(2), pp. 121-131.
- [20] Moosapour, M., Hajabasi, M.A., Ehteshami, H. (2012). "Frequency and Sensitivity Analysis of Atomic Force Microscope (AFM) Cantilever Considering Coupled Flexural-Torsional Vibrations". *Digest Journal of Nanotechnology and Biotechnology* Vol. 7(3), pp. 1103-1115.
- [21] Korayem, M.H., Zakeri, M., Aslzaem, M.M. (2011). "Sensitivity Analysis of the Nanoparticles on Substrates Using the Atomic Force Microscope with Rectangular and V-shaped Cantilevers". *Micro and Nano Letters*, Vol. 6(8), pp. 586-591.
- [22] Lee, H.W., Chang, W.J. (2011). "Sensitivity of V-shaped Atomic Force Microscope Cantilevers Based on a Modified Couple Stress Theory". *Microelectronics Engineering*, Vol. 88(11), pp. 3214-3218.
- [23] Sitti, M. (2000). "Controlled Pushing of Nanoparticles: Modeling and Experiments". *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 5, pp. 199-211.
- [24] Reddy, J.N. (1993). "An Introduction to the Finite Element Method". McGraw-Hill, New York.