بهینه‌سازی همزمان عیارحد و ظرفیت کارخانه‌ی فرآوری با لحاظ کردن عدم قطعیت قیمت

فرزام صفاریان[۱]، احمدرضا صیادی[۲،*]، علی‌اصغر خدایاری[۳]

اطلاعات مقاله

دریافت مقاله: ۱۳۹۴/۰۲/۱۵
پذیرش مقاله: ۱۳۹۴/۰۷/۰۶

واژگان کلیدی:
بهینه سازی،
عیارحد،
ظرفیت کارخانه‌ی فرآوری،
عدم قطعیت قیمت،
الگوریتم لین.

چکیده

عیار حد و ظرفیت تولید دو متغیر مؤثر در طراحی و مطالعات امکان‌سنجی پروژه‌های معدنی بوده و محاسبه و بهینه‌سازی آن‌ها نقش مهمّی در اقتصاد عملیات معدنکاری ایفا می‌کند. برای تعیین و بهینه کردن عیار حد کوشش‌های بسیاری صورت گرفته که بارزترین آن‌ها الگوریتم لین است. هدف این تحقیق بهینه‌سازی هم‌زمان عیار حد و ظرفیت تولید کارخانه‌ی فرآوری با لحاظ کردن عدم‌قطعیت قیمت است. برای این کار با اعمال تغییراتی جزئی در الگوریتم لین و صورت‌بندی آن در قالب یک مساله‌ی برنامه‌ریزی غیرخطی، مدلی طرّاحی شد که قابلیت بهینه‌سازی همزمان دو متغیر پیش‌گفته را دارد. برای لحاظ کردن عدم قطعیت قیمت از روشی ابتکاری مشابه روش مدل‌سازی براونی هندسی بهره گرفته و عملکرد مدل با استفاده از داده‌های یک معدن فرضی مس به کمک افزونه‌ی Solver در نرم‌افزار Excel ارزیابی شد. بر اساس نتایج به‌دست آمده، ظرفیت پیشنهادی کارخانه در بازه‌ی ۱۶ تا ۱۷، با میانگین ۱۶/۵ میلیون تن در سال می‌باشد. این بازه بر عیار حد بهینه‌ی ۰/۱۷ تا ۰/۲، با میانگین ۰/۱۹ درصد انطباق دارد و ارزش خالص فعلی نیز بین ۹۰۰ تا ۱۲۰۰با میانگین ۱۰۸۰ میلیون دلار است. توزیع ظرفیت بهینه‌ی کارخانه‌ی فرآوری اندکی چولگی منفی و توزیع عیار حد بهینه اندکی چولگی مثبت از خود نشان می‌دهند، و توزیع ارزش خالص فعلی بیشینه تقریباً متقارن و نرمال است.

۱- مقدمه

عیار حد یکی از مهم‌ترین متغیرها در عملیات معدنکاری است. عیار حد به‌عنوان عیاری تعریف شده که به هر دلیل خاص برای تفکیک دو نوع فعالیت بر روی مواد (نظیر معدنکاری یا عدم معدنکاری، ارسال به کارخانه یا عدم ارسال به کارخانه، ...) مورد استفاده قرار می‌گیرد [۱ و ۲]. تعیین عیار حد بهینه‌ی یک معدن روباز فرآیندی پیچیده و چند وجهی است زیرا همه‌ی عوامل اقتصادی، که در طول

*. پست الکترونیک نویسنده مسئول: sayadi@modares.ac.ir
۱. دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی معدن، دانشگاه تربیت مدرس
۲. دانشیار، دانشکده‌ی مهندسی معدن، دانشگاه تربیت مدرس
۳. استادیار، دانشکده‌ی مهندسی معدن، دانشگاه تهران

عمر معدن متغیر هستند و همچنین ظرفیت‌های معدنکاری، فرآوری، و فعالیت‌های پس از فرآوری بر روی این عیار تأثیر دارند [۳].

در عمل برای عملیات‌های معدنکاری مختلف، عیارهای حد متفاوتی تعریف می‌شود [۴]. یکی از اولین تصمیماتی که باید پس از تعیین محدوده‌ی نهایی یک معدن روباز در چارچوب برنامه‌ریزی تولید گرفته شود، تعیین عیار حد کارخانه است. عیار حد کارخانه به عنوان عیاری تعریف می‌شود که در یک کاواک مفروض برای تفکیک کانسنگ و باطله مورد استفاده قرار می‌گیرد. آن بخش از مواد موجود در درون کاواک که دارای عیار بالاتر از عیار حد باشد به عنوان کانسنگ و بخشی از مواد که دارای عیار پایین‌تری از عیار حد باشد به عنوان باطله طبقه‌بندی می‌شود. کانسنگ بخش اقتصادی ذخیره است که برای سنگ‌شکنی، آسیا و پرعیارسازی به کارخانه‌ی فرآوری ارسال و نهایتاً به محصول قابل فروش تبدیل می‌شود، و باطله به انباشتگاه باطله‌ی معدن ارسال شده و درآمدی عاید معدن نمی‌کند [۵].

بدین ترتیب عیار حد مستقیماً بر گردش نقدینگی عملیات معدنی تاثیر می‌گذارد زیرا عیار حد بالاتر موجب افزایش عیار متوسط کانسنگ ورودی به کارخانه می‌شود و در نتیجه ارزش خالص فعلی بیش‌تری از واحد کانسنگ را به‌دنبال دارد [۶]. با این دیدگاه تلاش برای انتخاب عیار حد بهینه از اهمیت بالایی برخوردار است. همه‌ی جنبه‌های فنی معدنکاری از قبیل شکل هندسی و زمین‌شناسی کانسار، ظرفیت معدنکاری و ظرفیت کارخانه فرآوری بر عیار حد بهینه تاثیر می‌گذارند [۷].

بهینه‌سازی عیار حد می‌تواند با اهداف متفاوتی صورت پذیرد. هدفی که تاکنون بیش‌تر مورد توجه قرار گرفته است، بیشینه‌سازی سود یا ارزش خالص فعلی بوده است. یکی از معمول‌ترین روش‌های تعیین عیار حد بهینه‌ی کارخانه با این هدف، اولین بار در سال ۱۹۶۴ توسط لین[1] ارائه شد [۸] و هم‌اکنون نیز بیش‌ترین کاربرد را در تعیین عیار حد بهینه‌ی معادن روباز دارد.

اگر بهینه‌سازی عیار حد با هدف بیشینه‌سازی نقدینگی یا ارزش خالص فعلی صورت پذیرد، عامل قیمت تأثیر اساسی بر روی آن داشته و تغییر عیار حد موجب تغییر میزان کانسنگ ارسالی به کارخانه‌ی فرآوری می‌شود.

نظریه‌ی لین روند یافتن عیار حد بهینه برای یک فرآیند معدنکاری را ارائه کرد. رویکرد یافتن عیار حد بهینه شامل فرایندی است که طیّ آن ارزش خالص فعلی (NPV)، با ظرفیت معدنکاری، فرآوری، ذوب و تصفیه مرتبط می‌شود [۹]. پس تنها یافتن عیار حد یا ظرفیت تولید در هیچ کدام از مراحل معدنکاری به تنهایی کافی نیست و این دو متغیر (عیار حد و ظرفیت تولید) با یکدیگر رابطه‌ی متقابل دارند [۱۰].

زمانی که هم کمیت و هم کیفیت کانسنگ مد نظر باشد، ممکن است در طول عمر معدن، در بازه‌های زمانی نامعلومی، خطوط جدیدی به کارخانه‌ی فرآوری اضافه شود و یا از حجم عملکرد فعلی آن کاسته شود. این عدم قطعیت و غیرقابل پیش‌بینی بودن ظرفیت فرآوری در طول عمر معدن، انتخاب ظرفیت تولید کارخانه‌ی فرآوری را به یکی از اصلی‌ترین تصمیمات استراتژیک تبدیل می‌کند [۱۱]. افزایش ظرفیت کارخانه‌ی فرآوری باید به صورتی باشد که حداقل تمامی هزینه‌های سرمایه‌ای و عملیاتی خود را تامین کند [۱۲]. این بدان معنی است که کارخانه‌های فرآوری باید همواره با حداکثر ظرفیت ممکن کار کنند. در صورت کنترل ظرفیت کارخانه‌ی فرآوری، ظرفیت معدنکاری و ذوب و تصفیه نیز به خودی خود کنترل شده و سرمایه‌ی اولیه و عملیاتی لازم برای افزایش ظرفیت با در نظر گرفتن حالت بهینه‌ی دو عامل ظرفیت کارخانه‌ی فرآوری و عیار حد فرآوری، جبران می‌شود [۹]. نمودارهای تناژ-عیار نیز همانند روند درست انتخاب عیار حد بهینه در تعریف ظرفیت‌های عملیاتی بهینه، مخصوصاً ظرفیت کارخانه‌ی فرآوری، تاثیر دارند. در نتیجه، با توجه به عدم قطعیت‌های ذاتی بدنه‌ی کانسار تحت معدن‌کاری، روند انتخاب عیار حد و ظرفیت تولید بهینه چالشی بسیار بزرگ است [۱۳].

[1] Lane

در زمینه‌ی انتخاب ظرفیت تولید معدن روش‌های مختلفی ارائه شده است. ابتدا نسبت ارزش فعلی به‌عنوان معیاری برای یافتن نرخ‌های تولید مورد نیاز به‌کار گرفته شد [۱۴]. سپس از یک روند برنامه‌ریزی دینامیک برای تخمین ظرفیت تولید در معدن و فرآوری استفاده شد [۱۵]. پس از آن محققین دیگر از مدل‌های ریسک اتفاقی و تکنیک-های ارزش‌دهی انتخابی برای تعیین نرخ‌های تولید بهره بردند [۱۰]. متعاقبا، تأثیر افزایش نرخ تولید بر ارزش فعلی و درآمد آینده‌ی معدن نیز توسط دیگر محققین مورد بررسی قرار گرفت [۱۶]. در این تحقیقات سعی شده تا نرخ‌ها و ظرفیت‌های تولید، با در نظر گرفتن پارامترهای اقتصادی و منحنی تناژ-عیار، بهینه شوند.

در بهینه‌سازی عیار حد با هدف بیشینه‌سازی ارزش خالص فعلی یا نقدینگی، عیار حد شدیداً تحت تأثیر تغییرات قیمت قرار می‌گیرد و یکی از موضوعات بسیار مهم برای مدیریت شرکت‌های معدنی، تعیین چگونگی تغییر عیار حد در پاسخ به تغییرات قیمت است [۱۷] و [۱۸]. نوسانات قیمت در بازار فلزات امری رایج است. در رابطه با برخی فلزات، به خصوص طلا و نقره، مدارک تجربی وجود دارد که شرکت‌ها در صورت افزایش قیمت فلز، عیار حد کانسنگ استخراجی را کاهش می‌دهند[۱۹].

برای لحاظ کردن عدم‌قطعیت قیمت در مدل‌ها، اگر توزیع احتمال قیمت بر اساس داده‌های موجود قابل تعیین باشد، می‌توان آن را در قالب یک متغیر تصادفی به صورت زمان-گسسته و یا زمان‌پیوسته مدل کرد. مدل درخت دوجمله‌ای در روش اختیارات حقیقی از جمله نمونه‌های معروف مدل-سازی گسسته با لحاظ کردن عدم‌قطعیت قیمت است. در این روش با فرض معلوم بودن قیمت فلز در زمان حال، قیمت برای دوره‌ی بعدی با دو مقدار حد بالا و حد پایین با احتمال‌های متفاوت در نظر گرفته می‌شود. مدل‌های درختی دیگری نظیر مدل درختی دو مرحله‌ای، مدل درختی چند مرحله‌ای و مدل شبکه دو جمله‌ای نیز در مدل‌سازی با لحاظ کردن عدم‌قطعیت به‌کار می‌روند [۲۰].

در مواردی‌که استفاده از توابع توزیع پیوسته نظیر توزیع نرمال و یا لاگ نرمال سبب سهولت مدل‌سازی عدم‌قطعیت شود، توابع توزیع پیوسته در قالب فرآیندهای تصادفی مورد استفاده قرار می‌گیرد. معمول‌ترین فرآیند تصادفی، فرآیند وینر است. این فرآیند که به حرکت براونی نیز معروف است، یک فرآیند تصادفی پیوسته است که دارای سه مشخصه مهم است: فرآیند وینری یک فرآیند مارکوفی است. این فرآیند دارای نمونه‌های مستقل از هم است. تغییرات فرآیند در یک بازه‌ی زمانی محدود، دارای تابع توزیع احتمال نرمال است که پراش آن به صورت خطی متناسب با افزایش طول بازه‌ی زمانی افزایش می‌یابد [۲۱]. برای مدل‌سازی عدم‌قطعیت قیمت فلزات، به‌دلیل وجودروند توزیع لاگ نرمال در نسبت قیمت دوره‌ها معمولاً به جای قیمت، لگاریتم نسبت قیمت دوره‌ها را با استفاده از روش براونی هندسی مدل می‌کنند [۲۲].

بررسی تحقیقات ذکر شده بیانگر این است که عوامل عیار حد و ظرفیت کارخانه فرآوری از همدیگر تاثیر پذیرفته و همچنین بنوبه خود متاثر از قیمت محصول نیز هستند. در این تحقیقات بهینه‌سازی همزمان دو عامل ظرفیت و عیار حد به ویژه با در نظر گرفتن عدم قطعیت قیمت محصول کمتر مورد بررسی قرار گرفته است. در این مقاله به این مهم پرداخته و مسئله در قالب یک مثال موردی بررسی می‌شود.

۲- تعریف مساله

همان‌طوری که گفته شد مسالهی مورد بحث در این مقاله بهینه‌سازی هم‌زمان عیار حد و ظرفیت کارخانه‌ی فرآوری با در نظر گرفتن عدم قطعیت قیمت در سال‌های آینده می‌باشد. هدف بهینه‌سازی این دو متغیر، بیشینه‌سازی ارزش خالص فعلی در نظر گرفته شده است.

۲-۱- تعریف پارامترها و متغیرهای‌تصمیم مدل

پیش از معرفی مدل، پارامترها و متغیرهای مورد استفاده در آن تعریف می‌شود:

Q_m: تناژ کل مواد موجود در محدوده‌ی نهایی معدن، که مقدار ثابتی است.

Q_h: تناژ کل کانسنگ ارسال شده به کارخانه‌ی فرآوری، که تابعی اکیداً نزولی از عیارحد است.

$\bar{g}$: عیار متوسط کانسنگ که با افزایش عیار حد افزایش می‌یابد و در نتیجه تابعی اکیداً صعودی از عیار حد است.

Q_k: تناژ کل محصول تولیدی عملیات، که تابع تناژ کل کانسنگ و عیار متوسط آن است و تابعی اکیداً نزولی از عیار حد می‌باشد.

y: بازیابی (راندمان) عملیات که مقداری ثابت است.

f: هزینه‌ی عملیاتی ثابت سالانه که مقداری ثابت است.

T: عمر عملیات که برای کل معدن تابعی از ظرفیت معدنکاری، فرآوری و عملیات پس از فرآوری است. در این‌جا محاسبات برای ۱۵ سال از عملیات انجام شده و بنابراین Tثابت و برابر ۱۵ سال فرض می‌شود.

T_m: حداقل عمر ممکن معدن که بر اساس فرمول تجربی تیلور [۲۳] تعیین شده است.

M: حداکثر ظرفیت ممکن سالانه‌ی استخراج معدن که تابع تناژ کل مواد موجود در محدوده‌ی نهایی (Q_m) و حداقل عمر ممکن معدن (T_m) است.

H: حداکثر ظرفیت سالانه‌ی کارخانه که در این‌جا یکی از متغیرهای تصمیم مدل است.

g_h: عیار حد کارخانه‌ی فرآوری که یکی از متغیرهای تصمیم مدل است.

m: هزینه‌ی معدنکاری هر تن سنگ (اعم از کانسنگ و باطله)، که ثابت فرض شده است.

h: هزینه‌ی فرآوری هر تن کانسنگ، که ثابت فرض شده است.

k : هزینه‌ی ذوب، تصفیه و فروش واحد محصول، که ثابت فرض شده است.

p: قیمت محصول در بازار، که با عدم‌قطعیت مواجه است و نحوه‌ی وارد کردن آن در مدل دربخش‌های بعدی توضیح داده شده است.

r : نرخ تنزیل

۲-۲- پیش‌فرض‌های مدل

بهینه‌سازی هم‌زمان عیار حد و ظرفیت تولید کارخانه تحت تأثیر متغیرهای متعددی قرار دارد که در نظر گرفتن همه‌ی حالت‌های ممکن برای این متغیرها غیرعملی است. به همین دلیل در این مقاله برای عملی شدن حل مدل و سهولت تحلیل، پیش‌فرض‌های ساده‌سازی درنظر گرفته شده است، که به مهم‌ترین این فروض اشاره می‌شود.

۱. g_h عیار حد فرآوری که متغیر تصمیم است و مقدار آن در طول عمر عملیات ثابت فرض می‌شود.
۲. فرض بر این است که ظرفیت معدنکاری گلوگاه و محدودکننده‌ی عملیات نیست و شروع محاسبات از لحظه‌ی ورود مواد به کارخانه فرض می‌شود. به‌همین دلیل هزینه‌ی سرمایه‌گذاری عملیات معدنکاری هزینه‌ی از دست رفته[1] فرض شده است و در مدل نقشی بازی نمی‌کند.
۳. در تحلیل مدل از جریان‌های نقدینگی پیش از مالیات (BTCF)[2]استفاده شده است و استهلاک و مالیات در محاسبات وارد نشده است.
۴. در الگوریتم لین تابع هدف مدل بیشینه‌سازی تفاضل نقدینگی و هزینه‌ی فرصت است و محدودیت‌های وظیفه‌ای مدل شامل ظرفیت معدنکاری، ظرفیت کارخانه‌ی فرآوری و ظرفیت بازار (تقاضا) می‌باشد و هزینه‌های سرمایه‌ای به‌دلیل معلوم فرض شدن ظرفیت‌ها هزینه‌ی از دست رفته بوده و در مدل وارد نمی‌شود. در مدل صورت‌بندی شده، محدودیت‌ها همان محدودیت‌های الگوریتم لین (بدون لحاظ کردن محدودیت تقاضا) بوده و تابع هدف مدل، بیشینه-سازی NPV است، ضمن این‌که هزینه‌ی

[1]Sunk Cost

[2]Before Tax Cash Flow (BTCF)

سرمایه‌ای کارخانه‌ی فرآوری نیز در محاسبات وارد شده است.

۵. فرض بر این است که هزینه‌های عملیاتی معدنکاری، فرآوری و پس از فرآوری ثابت و مستقل از ظرفیت هستند.

۶. همه‌ی هزینه‌ی سرمایه‌ای در سال صفر اتفاق می‌افتد.

۲-۳- صورت‌بندی مدل

مساله‌ی بهینه‌سازی همزمان عیار حد فرآوری و ظرفیت تولید کارخانه‌ی فرآوری با در نظر گرفتن عدم قطعیت قیمت را می‌توان در قالب یک مدل پژوهش عملیاتی (غیر خطی) با یک تابع هدف بیشینه‌سازی و محدودیت‌های وظیفه‌ای مربوط صورت‌بندی کرد.

۲-۳-۱- تابع هدف مدل

تابع هدف مدل را که بیشینه‌سازی ارزش خالص فعلی (NPV) است، می‌توان با رابطه‌ی (۱) بازنمایی کرد:

$$\text{Max} \quad \text{NPV} = \sum_{\text{i=1}}^{\text{T}} \frac{\text{CF}_\text{i}}{(1+\text{r})^\text{i}} - I \qquad (۱)$$

در رابطه‌ی فوق I مجموع هزینه‌های سرمایه‌ای است که در این‌جا فقط هزینه‌ی سرمایه‌گذاری کارخانه‌ی فرآوری را شامل می‌شود و در بخش ۳ مورد بحث قرار گرفته است. T عمر عملیات بوده که ۱۵ سال فرض شده و CF_i جریان نقدینگی پیش از مالیات در سال i است، که از رابطه‌ی (۲) محاسبه می‌شود. مخرج کسر نیز تنزیل جریان نقدینگی سال‌های مختلف (با نرخ تنزیل r) را به سال صفر بازنمایی می‌کند.

$$CF_i = (p-k)Q_{ki} - mQ_{mi} - hQ_{hi} - f \qquad (۲)$$

در رابطه‌ی (۲) مقادیر mQ_{mi}، hQ_{hi} و kQ_{ki} به‌ترتیب هزینه‌های عملیاتی معدنکاری، فرآوری، ذوب و تصفیه و فروش در سال i است و pQ_{ki} درآمد حاصل از فروش محصول در این سال می‌باشد.

۲-۳-۲- محدودیت‌های مدل

محدودیت‌های مدل عبارتند از:

$$Q_{mi} \le M = \frac{Q_m}{T_m} \qquad (۳)$$

$$H = Q_{mi} f(g_h) \qquad (۴)$$

$$\bar{g} = g(g_h) \qquad (۵)$$

$$g_h \le g_{max} \qquad (۶)$$

$$g_h, H \ge 0 \qquad (۷)$$

در محدودیت اول (رابطه ۳)، مقدار T_m از رابطه‌ی (۸) که به رابطه‌ی تیلور موسوم است، به‌دست می‌آید [۲۳]، در این رابطه واحد سنجش Q_m تن است.

$$T_m = 6.5\sqrt[4]{Q_m} \qquad (۸)$$

محدودیت‌های دوم (رابطه ۴) و سوم (رابطه ۵) رابطه‌ی بین تناژ کانسنگ و عیار متوسط را با عیار حد بازنمایی می‌کنند و تابع نحوه‌ی توزیع عیار مواد درون کاواک هستند که برای معادن مختلف متفاوت است.

۳- تابع هزینه‌ی سرمایه‌ای کارخانه‌ی فرآوری

برای تخمین هزینه سرمایه‌ای کارخانه (I) مندرج در رابطه‌ی ۱، از روش رگرسیون تک متغیره که ابزار مفیدی جهت برآورد سریع و ساده‌ی هزینه محسوب می‌شود، استفاده شده است. برای این کارمجموعه‌ای از داده‌های هزینه‌ی سرمایه‌ای و ظرفیت کارخانه‌های فرآوری گردآوری [۲۴ و ۲۵] و با استفاده از شاخص هزینه تعدیل و نهایتاً تابع هزینه (دلار سال ۲۰۱۳) با استفاده از نرم افزار MATLAB به‌دست آمد (شکل ۱ و رابطه ۹).

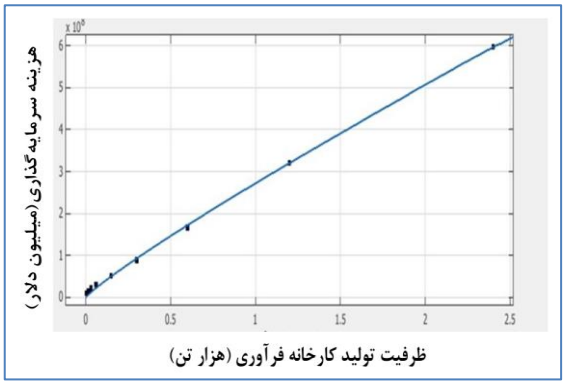
$$I(\$) = 147.6H^{0.89} \qquad (۹)$$

تحلیل آماری داده‌ها نشان داد که مدل نمایی به طور نسبی قابل قبول‌تر از سایر مدل‌های ممکن بود. ضمن این‌که شکل نمایی تابع هزینه، حداقل در مورد هزینه‌های فرآوری و معدنکاری در روابط معتبر ارائه شده در گذشته از اقبال بیش‌تری برخوردار بوده است[۲۶].

بنابراین با توجه به این رابطه، تابع هدف (۱) به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$\max NPV = \sum_{i=1}^{15} \frac{CF_i}{(1+r)^i} - 147.6H^{0.89} \qquad (۱۰)$$

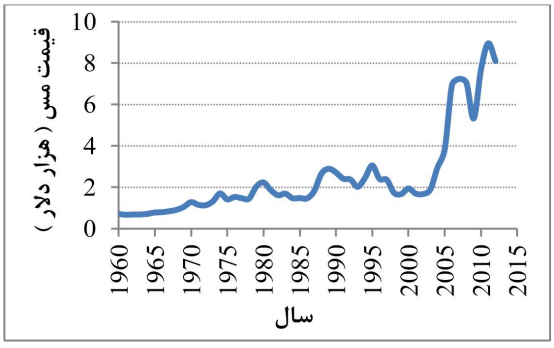
در ادامه با استفاده از داده‌های عیار- تناژ و مؤلفه‌های اقتصادی یک معدن فرضی، نحوه‌ی صورت‌بندی و حل مدل در محیط نرم‌افزاری اکسل ارائه می‌شود.



شکل ۱- تغییرات هزینه‌ی سرمایه‌ای کارخانه فرآوری نسبت به ظرفیت

۴- اعمال عدم قطعیت قیمت در مدل

تغییرات نسبت قیمت فلز در یک سال مفروض به سال قبل که متغیری تصادفی است، معمولاً توزیع لاگ نرمال از خود نشان می‌دهد [۲۷]. شکل ۲ روند تغییرات تاریخی قیمت مس، را بین سال‌های ۱۹۶۰ تا ۲۰۱۴ نشان می‌دهد [۲۶].



شکل ۲- تغییرات قیمت مس در دوره ۱۹۶۰ تا ۲۰۱۴[۲۵]

برای مدل کردن قیمت‌ها از روش براونی هندسی و داده‌های قیمت مس در سال‌های ۱۹۹۰ تا ۲۰۱۴ استفاده شد. فرض شد که نسبت قیمت هر سال نسبت به سال پیش از آن دارای توزیع لاگ‌نرمال است، یعنی $\ln\left[\frac{P_n}{P_{n-1}}\right]$ دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و انحراف معیار S می‌باشد، در نتیجه:

$$Z = \frac{\ln\left[\frac{P_n}{P_{n-1}}\right] - 0}{S} \Rightarrow P_n = P_{n-1} e^{SZ} \qquad (۱۱)$$

در رابطه‌ی فوق Z یک عدد تصادفی نرمال استاندارد و S انحراف معیار لگاریتم نسبت داده‌های قیمت (موسوم به ناپایداری قیمت) است که برای داده‌های استفاده شده برابر ۰/۲۳۸۸۰۴ محاسبه شد. این مقدار به تقریب ۰/۲۵ در نظر گرفته شده است، بنابراین:

$$P_n = P_{n-1}\, e^{0.25\, Z} \qquad (۱۲)$$

در محاسبات، سال ۲۰۱۳ به‌عنوان سال پایه انتخاب شده و قیمت مس در سال پایه ۸۰۰۰ دلار فرض شده است.

برای تعیین Z از اعداد تصادفی (RAND) و دستور NORM.S.INV در محیط نرم‌افزار اکسل استفاده شده است. برای این کار ۵۰۰ سری عدد تصادفی برای سال‌های ۲۰۱۳ تا ۲۰۲۸ (۱۵ سال) انتخاب شد.

۵- مطالعه موردی

برای بررسی چگونگی کارکرد مدل، از داده‌های محدوده‌ی نهایی معدن مس سونگون [۲۸] در قالب یک مثال فرضی استفاده شد. جدول ۱ موجودی کانی و جدول ۲ اطلاعات عیار-تناژ را نشان می‌دهند.

جدول۱: فهرست موجودی کانی درون محدوده‌ی نهایی

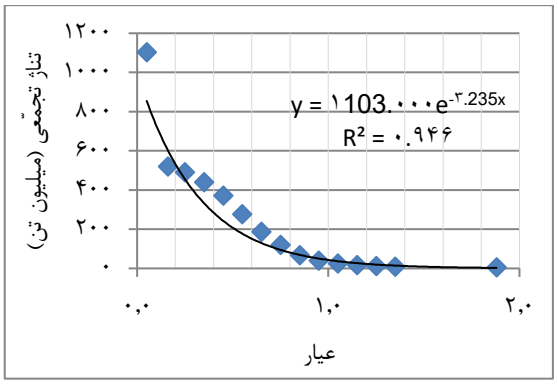
عیار (درصد)	عیارمتوسط (درصد)	تناژ (میلیون تن)
۰ تا ۰/۱	۰/۰۵	۵۸۳/۳
۰/۱ تا ۰/۲	۰/۱۶	۲۹/۱
۰/۲ تا ۰/۳	۰/۲۵	۵۰/۴
۰/۳ تا ۰/۴	۰/۳۵	۶۷/۸
۰/۴ تا ۰/۵	۰/۴۵	۹۵/۶
۰/۵ تا ۰/۶	۰/۵۵	۸۸/۸
۰/۶ تا ۰/۷	۰/۶۵	۶۸/۲
۰/۷ تا ۰/۸	۰/۷۵	۵۱/۳
۰/۸ تا ۰/۹	۰/۸۵	۲۸/۳
۰/۹ تا ۱	۰/۹۵	۱۴/۹
۱ تا ۱/۱	۱/۰۵	۷/۳

۱/۱ تا ۱/۲	۱/۱۵	۵/۲
۱/۲ تا ۱/۳	۱/۲۵	۳/۵
۱/۳ تا ۱/۴	۱/۳۵	۲/۹
بیش از ۱/۴	۱/۸۸	۵/۸

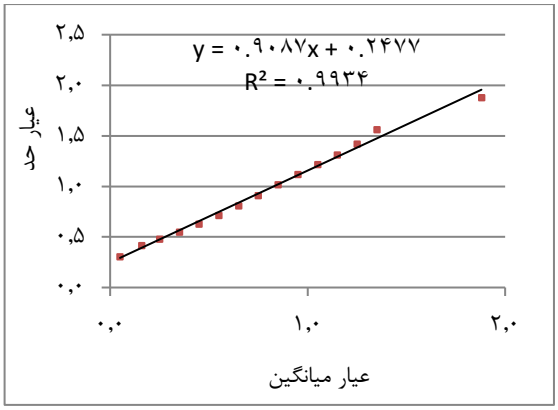
جدول ۲- جدول عیار- تناژ معدن

عیارحد (درصد)	عیارمتوسط (درصد)	تناژکانسنگ (میلیون تن)
۰	۰/۳	۱۱۰۳/۱
۰/۱	۰/۴۱	۵۱۹/۷
۰/۲	۰/۴۷	۴۹۰/۵
۰/۳	۰/۵۵	۴۴۰/۱
۰/۴	۰/۶۲	۳۷۲/۲
۰/۵	۰/۷۱	۲۷۶/۵
۰/۶	۰/۸	۱۸۷/۷
۰/۷	۰/۹	۱۱۹/۵
۰/۸	۱/۰۱	۶۸/۱
۰/۹	۱/۱۲	۳۹/۸
۱/۰	۱/۲۱	۲۴/۸
۱/۱	۱/۳۱	۱۷/۴
۱/۲	۱/۴۱	۱۲/۲
۱/۳	۱/۵۶	۸/۷
۱/۴	۱/۸۸	۵/۸

نمودارهای تغییرات تناژ کانسنگ و عیار متوسط نسبت به تغییرات عیار حد به‌ترتیب در شکل‌های ۳ و ۴ دیده می‌شود. معادله‌ی منحنی‌های برازش شده بر این داده‌ها به‌ترتیب مطابق روابط ۱۳ و ۱۴ می‌باشد.



شکل ۳: نمودار تناژ کانسنگ-عیارحد



شکل ۴: عیار متوسط- عیارحد

$$y = 1103.1e^{-3.235x} \quad (۱۳)$$

$$y = 0.9087X - 0.2477 \quad (۱۴)$$

پارامترهای فنی و اقتصادی فرض شده برای مساله در جدول ۳ دیده می‌شود.

جدول ۳: پارامترهای فنی واقتصادی مسئله

پارامتر	مقدار
راندمان (y)	۹۲ درصد
هزینه‌ی معدنکاری (m)	۱ دلار بر تن
هزینه‌ی فرآوری (h)	۳ دلار بر تن
هزینه‌ی پس از فرآوری (k)	۱۶۰۰ دلار بر تن محصول
هزینه‌ی ثابت (f)	۳ میلیون دلار در سال
قیمت فروش (p)	۸۰۰۰ دلار بر تن محصول
نرخ تنزیل (r)	۲۵ درصد

حداکثر ظرفیت استخراج سالانه نیز با توجه به رابطه‌ی (۸) برابر است با:

میلیون تن در سال $M=1103.1/(6.5\sqrt[4]{1103.1})\approx 30$

بدین ترتیب مدل پژوهش عملیاتی نهایی به‌صورت زیر درمی‌آید:

$$max\text{NPV} = \sum_{i=1}^{15} \frac{CF_i}{1.25^i} - 147.6H^{0.89}$$

$$CF_i = (pi - 1600)Q_{ki} - Q_{mi} - 3H - 3 \quad (۱۵)$$

$$Q_{mi} \le 30 \quad (۱۶)$$

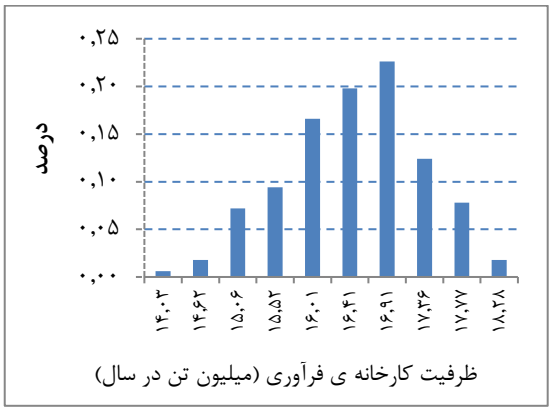
$$H = Q_{mi}e^{-3.235g_h} \quad (۱۷)$$

$$\bar{g} = 0.9087g_h + 0.2477 \quad (۱۸)$$

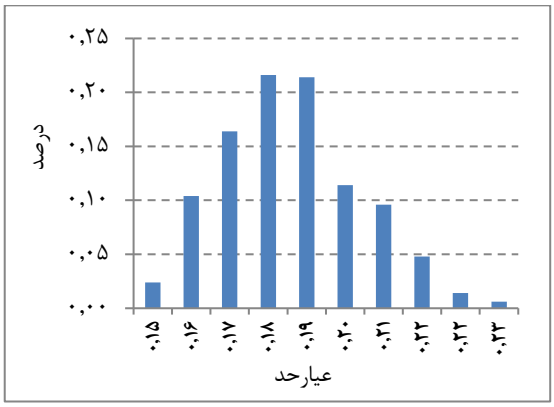
$$Q_{ki} = 0.92\bar{g}H \quad (۱۹)$$

$$g_h \le 1.88 \quad (۲۰)$$

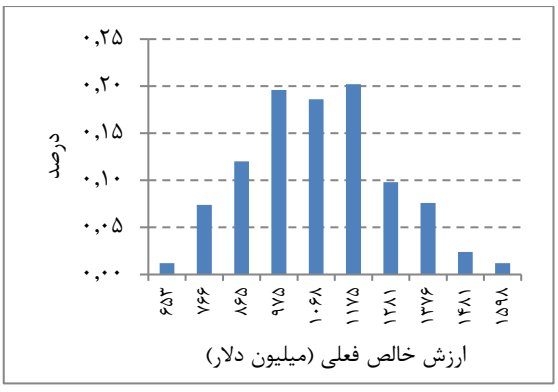
$$g_h, H \geq 0 \qquad (۲۱)$$



شکل ۵: نمودار فراوانی داده‌های ظرفیت کارخانه‌ی فرآوری (H) بر حسب درصد



شکل ۶: فراوانی داده‌های عیار حد (gh) بر حسب درصد



شکل ۷: نمودار فراوانی داده‌های ارزش خالص فعلی (NPV) بر حسب درصد

این مدل برای ۵۰۰ شبیه‌سازی انجام شده برای قیمت (رابطه‌ی ۱۲) حل شده، که خلاصه‌ی نتایج در شکل‌های ۵، ۶ و ۷ قابل مشاهده است. می‌توان ملاحظه نمود که بیشترین فراوانی نسبی ظرفیت کارخانه فرآوری در دامنه ۱۷- ۱۶ میلیون تن در سال بدست آمده است. همچنین دامنه عیار حد ۰/۲۰ -۰/۱۷ درصد نیز بیشترین فراوانی را به خود اختصاص داده‌اند. بر این اساس، بیشینه ارزش خالص فعلی در دامنه ۱۱۷۵-۹۷۵ میلیون دلار مشاهده می‌شود.

۶- نتیجه‌گیری

این تحقیق با هدف دستیابی به ظرفیت کارخانه و عیار حد بهینه در معادن تک فلزی روباز با فرض وجود عدم‌قطعیت در قیمت فلز انجام گرفت. برای این کار یک مدل پژوهش عملیاتی با تابع هدف بیشینه‌سازی ارزش خالص فعلی و محدودیت‌های وظیفه‌ای مرتبط با ظرفیت فعالیت‌ها صورت‌بندی شد.

برای لحاظ کردن عدم‌قطعیت، روند تغییرات قیمت مس طی سال‌های ۱۹۹۰ و ۲۰۱۴ به‌عنوان یک حرکت براونی هندسی مدل شد. با فرض قیمت فلز ۸۰۰۰ دلار بر تن در سال پایه، قیمت فلز در سال‌های بعد (۱۵سال) شبیه‌سازی و مدل پژوهش عملیاتی برای همه‌ی ۵۰۰ تحقق این شبیه‌سازی اجرا شد.

بر اساس نتایج به‌دست آمده، تمرکز مقادیر پیشنهادی برای ظرفیت کارخانه در بازه‌ی ۱۶ تا ۱۷، با میانگین ۱۶/۵ میلیون تن در سال می‌باشد. این بازه بر عیار حد بهینه‌ی ۰/۱۷ تا ۰/۲، با میانگین ۰/۱۹ درصد انطباق دارد و ارزش خالص فعلی حاصل از عملیات با این پارامترها بین ۹۷۵ تا ۱۱۷۵ با میانگین ۱۰۸۰ میلیون دلاراست. توزیع ظرفیت بهینه‌ی کارخانه‌ی فرآوری اندکی چولگی منفی وتوزیع عیارحد بهینه اندکی چولگی مثبت ازخودنشان می‌دهند، وتوزیع ارزش خالص فعلی بیشینه تقریباً متقارن ونرمال است.

۷- مراجع

[1] Taylor, H.K., (1972). General background theory of cut-off grades, Institution of Mining and Metallurgy Transactions, Section A, pp. 160–179.

[2] Taylor, H.K., (1985). Cut-off grades—some further reflections. Institution of Mining and Metallurgy Transactions, Section A, pp. 204–216.

[3] Osanloo, M. Azimi, Y. Esfahanipour, A.(2011). An uncertainty based multi-criteria ranking system for open pit mining cut-off grade strategy selection. Resources Policy Magazine, Vol.38, pp. 212-223.

[4] Osanloo, M., Ataei, M., (2003). Using equivalent grade factors to find the optimum cut- off grades of multiple metal deposits, Mineral Engineering, Vol. 16, No. 8, pp. 771- 776.

[5] Asad, M.W.A., (2007). Optimum cut- off grade policy for open pit mining operations through net present value algorithm considering metal price and cost escalation, Engineering Computations: International Journal for computer- aided engineering and software Vol. 24, No. 7, pp.723- 736.

[6] Cairns, Robert D., Shinkuma, Takayoshi, (2004).The choice of the cut- off grade in mining, Resources Policy, Vol. 29, Issue 3-4, pp. 75-81.

[7] Bradley, Paul G., (1980). Modeling mining: Open pit copper production in British Columbia, Resources Policy Vol. 6, Issue 1, pp.44-59.

[8] Lane, K.F., (1964). Choosing the optimum cut-off grade. Quarterly of the Colorado School of Mines, Vol. 59, No 4, pp. 811–829.

[9] Dagdelen,K.,Kawahata,K.,(2008).Value creation through strategic mine planning and cut off grade optimization. Mining Engineering, Vol. 60, No. 1, pp. 39–45.

[10] Cavender ,B., (1992).Determination of the optimum life time of a mining project Using discounted cash flow analysis and option pricing techniques. Mining Engineering, Vol. 44, No. 10, pp. 1262–1268.

[11] Schaap, W., (1986), Optimum scale of an open pit operation: discount rate and risk, Bulletin and Proceedings of the Australian Institute of Mining and Metallurgy, Vol. 291, No. 5, pp. 49-54.

[12] King,B.,(2011).Optimal mining practice in strategic planning. Journal of Mining Science, Vol. 47, No. 2, pp. 247–253.

[13] Dimitrakopoulos ,R., AbdelSabour,S.A.,(2007). Evaluating mine plans under uncertainty: Can the real options make a difference? Resources Policy, Vol. 32, Issue 3, pp.116–125.

[14] Wells, H.M.,(1978). Optimization of mining engineering design in mineral valuation. Mining Engineering Vol. 30, No. 12, pp. 1676–1684.

[15] Lizotte, Y., Elbrond ,J.,(1982). Choice of mine-mill capacities and production schedules using open-ended dynamic programming. CIM Bulletin, Vol. 75, Issue 835(3), pp. 154–163.

[16] Abdel Sabour, S.A., (2002).Mine size optimization using marginal analysis. Resources Policy, Vol. 28, Issue 3–4, pp. 145–151.

[17] Shinkuma, Takayoshi, Nishiyama, Takashi, (2000). The grade selection rule of the metal mines; an empirical study on copper mines, Resources Policy, Vol. 26, Issue 1, pp. 31- 38.

[18] Shinkuma, Takayoshi, (2000). A generalization of the Cairns- Krautkraemer model and the optimality of the mining rule, Resource and Energy Economics, Vol. 26, pp.147- 160.

[19] Farrow, Scott, Krautkraemer, Jeffery A., (1989). Extraction at the intensive margin (Metal supply and grade selection in response to anticipated and unanticipated price changes), Resources and Energy (North-Holand), Vol. 11, pp. 1- 21.

[20] Brandimarte, P., (2006). Numerical Methods in Finance & Economics, A MATLAB based Introduction - Paolo Brandimarte. John Wiley & Sons, USA.

[21] Dias, M A G, (2004). Valuation of exploration and production assets: An overview of real option models. Journal of Petroleum Science and Engineering, Vol. 44, pp. 93-114.

[22] Dixit, A. K., (1994). Investment under uncertainty. Princeton university press.

[23] Taylor, H.K; (1986); “Rates of working of mines, a simple rule of thumb”, Trans. Inst. of Mining and Metallurgy, Section A., Vol. 95, pp. 203-204.

[24] Info Mine Inc, (2011). Mine and mill equipment cost. <http://www.infomine.com>.

[25] Info Mine Inc, (2013). Mine and mill equipment cost. <http://www.infomine.com>.

[26] Khoshfarman. M, Sayadi. A. R, Khaalesi. M. R, 2014. A Parametric cost model for mineral grinding mills. Int. Journal of Mineral engineering, Vol. 55, pp. 96-102.

[27] London Metal Exchange official website (2014).

[28]- شرکت مهندسین مشاور پارس اولنگ،(۱۳۹۰)، گزارش بهره‌برداری از معدن مس سونگون