

## بررسی عددی جریان سیال، انتقال حرارت و تولید آنتروپی نانوسیال در جابه‌جایی توام در محفظه‌ی $\Gamma$ شکل

علی اکبر عباسیان آرانی<sup>۱\*</sup>، حمیدرضا احترام<sup>۲</sup>، علیرضا آقایی<sup>۲</sup>، زهرا شمس قهفرخی<sup>۲</sup>

اطلاعات مقاله	چکیده
دریافت مقاله: ۱۳۹۲/۰۴/۲۵	در مطالعه حاضر، جریان سیال، انتقال حرارت و تولید آنتروپی در جابه‌جایی توام نانوسیال آب - اتیلن گلیکول-اکسید آلومینیم با خواص متغیر در محفظه‌ی $\Gamma$ شکل به صورت عددی بررسی شده است. برای تحلیل جابه‌جایی توام از یک برنامه کامپیوتری به زبان فرترن بر اساس روش حجم محدود و الگوریتم سیمپلر استفاده شده است. مطالعه برای کسر حجمی نانوذرات ۰ تا ۰/۰۴، عدد ریچاردسون ۰/۰۱ تا ۰/۱، ۱، ۱۰ و ۱۰۰، عدد گراشف ۱۰ <sup>۴</sup> و در دو حالت، یک‌بار ضلع بالایی متحرک ( $-U_0$ ) و بار دیگر ضلع جانبی سمت چپ متحرک ( $-V_0$ ) انجام شده است. در همه اعداد ریچاردسون و در هر دو حالت ( $-U_0$ ) و ( $-V_0$ ) عدد ناسلت متوسط با افزایش کسر حجمی افزایش می‌یابد هر چند با کاهش عدد ریچاردسون این افزایش محسوس‌تر است. همچنین در همه اعداد ریچاردسون و در هر دو حالت مورد بررسی، تغییرات آنتروپی کل و آنتروپی تولیدی ناشی از حرارت با افزایش کسر حجمی رفتاری مشابه عدد ناسلت دارد.
پذیرش مقاله: ۱۳۹۴/۰۷/۱۸	
<b>واژگان کلیدی:</b> نانوسیال، تولید آنتروپی، محفظة $\Gamma$ شکل، جابه‌جایی توام، خواص متغیر، حل عددی.	

### ۱- مقدمه

مطالعه جریان و انتقال حرارت درون محفظه‌های بسته به عنوان الگویی از بسیاری از مسائل انتقال حرارت که در صنعت مورد موجود است مورد توجه قرار دارد. اغلب مطالعات درون محفظه‌های مستطیلی بوده است، حال آنکه به دلیل بعضی محدودیت‌ها و صرفه‌جویی در فضا و یا تشدید/تضعیف انتقال حرارت و حرکت سیال از فضای غیر مستطیلی هم به وفور استفاده شده است. از جمله این فضا-ها می‌توان به فضای درون ماشین‌های الکتریکی، سیستم-های کابل زیرزمینی، فضای درون دستگاه‌های میکروالکترونیک و ... اشاره کرد. برای اشکال غیر مستطیلی تحقیقاتی نیز انجام و ارائه شده [۱ و ۲] و نکات قابل توجهی

نیز بیان گردیده است. نکته قابل تامل در این گونه مسائل که اساساً افزایش نرخ انتقال حرارت را دنبال می‌نماید نوع سیالات مورد استفاده است. سیال‌های مورد استفاده در انتقال حرارت دارای ضریب هدایت حرارتی اندکی می‌باشند، لذا استفاده از روش مناسب جهت افزایش ضریب هدایت حرارتی می‌تواند در بهبود انتقال حرارت جابجایی طبیعی موثر باشد. با مطرح شدن نانوسیال‌ها که اغلب مخلوطی (سوسپانسیونی) از اکسید نانوذرات فلزی با سیالات پایه‌ای مثل آب، روغن و اتیلن گلیکول می‌باشند، دستیابی به این منظور میسر شده است [۳]. قبل از معرفی نانوسیال‌ها، استفاده از ذرات در ابعاد میلیمتر و میکرومتر که منجر به افزایش ضریب هدایت

\* پست الکترونیک نویسنده مسئول: farhad.samani@uk.ac.ir

۱. دانشجوی دوره کارشناسی ارشد

۲. استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید باهنر

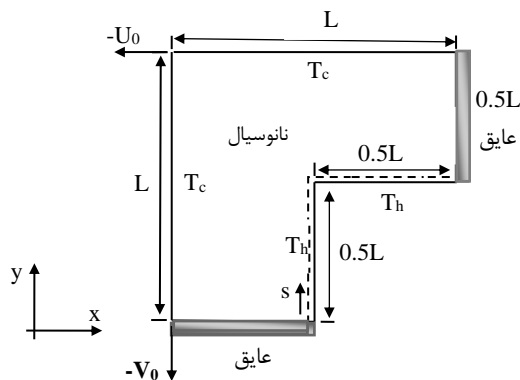
عدد ریچاردسون عدد ناسلت متوسط افزایش می‌یابد. عباسیان و همکاران [۹] انتقال حرارت و جریان سیال جابه‌جایی توام نانو سیال آب-مس را در یک محفظه مربعی که دیواره‌های افقی آن عایق و دیواره‌های جانبی آن دارای تغییرات دمایی سینوسی بودند، بررسی کردند. بر اساس نتایج آن‌ها با افزایش اختلاف فاز، در عدد ریچاردسون و کسر حجمی ثابت عدد ناسلت متوسط افزایش می‌یابد.

ایلیس و همکاران [۱۰] اثر نسبت منظری بر تولید آنتروپی را در جریان جابه‌جایی طبیعی سیال در محفظه‌های مستطیلی که دیواره‌های بالایی و پایینی آن عایق و دیواره‌های جانبی آن سرد و گرم بودند، به صورت عددی بررسی کردند. در مطالعه آن‌ها نسبت منظری به صورت تقسیم ارتفاع بر طول تعریف شده بود. بر اساس یافته‌های آن‌ها برای اعداد رایلی پایین مثل  $Ra=10^2$ ، تولید آنتروپی کل با افزایش نسبت منظری افزایش می‌یابد. برای اعداد رایلی بالا مثل  $Ra=10^5$ ، با افزایش نسبت منظری ابتدا تولید آنتروپی تا رسیدن به یک نقطه بیشینه افزایش و سپس کاهش می‌یابد. وارل و همکاران [۱۱] تولید آنتروپی در جریان جابه‌جایی طبیعی سیال در یک محفظه با دیواره‌های افقی عایق و دیواره‌های جانبی سرد و گرم ضخیم و دارای ضریب هدایت حرارتی را به صورت عددی بررسی کردند. بر اساس نتایج آن‌ها با افزایش نسبت هدایت حرارتی، که به صورت نسبت هدایت حرارتی جامد (در جداره‌های کناری) به هدایت حرارتی سیال تعریف شده بود، آنتروپی کل افزایش می‌یابد. همچنین با کاهش عدد رایلی، عدد بیژن که نسبت آنتروپی تولیدی ناشی از انتقال حرارت به آنتروپی کل می‌باشد، کاهش می‌یابد. تغییر ضخامت جداره نزدیک به مرز سرد اثر افزایشی محسوس‌تری در تولید آنتروپی به خصوص در اعداد رایلی بالا نسبت به تغییر ضخامت جداره نزدیک به مرز گرم دارد. فاموری و هومن [۱۲] تولید آنتروپی را در جریان جابه‌جایی طبیعی سیال در یک محفظه مستطیلی که دیواره‌های جانبی آن سرد، دیواره‌های افقی عایق بوده و داخل محفظه یک صفحه گرم وجود داشت، به صورت عددی بررسی کردند. بر اساس نتایج

حرارتی سیال می‌شود مورد استفاده قرار گرفته بود. ولی مشکلاتی چون پایداری ضعیف، افت فشار بالا و غیره، باعث شد استفاده از این شیوه چندان عملی نباشد [۴]. منصور و همکاران [۵] مطالعه‌ای عددی برای جابه‌جایی توام نانو سیال، در یک محفظه با دیواره‌ی بالایی متحرک و سرد، دیواره‌های جانبی سرد و دیواره پایینی که در آن شار گرمایی ثابتی اعمال می‌شد، انجام دادند. براساس یافته‌های آنان با افزایش کسر حجمی نانوذرات حرکت جریان سیال کند می‌شود، ولی ناسلت متوسط افزایش می‌یابد. قاسمی و امین‌الساداتی [۶] جابه‌جایی توام نانو سیال آب-اکسید آلومینیوم را یک در محفظه مثلثی قائم‌الزاویه که دیواره افقی آن عایق، دیواره عمودی آن سرد و متحرک در جهت‌های بالا یا پایین، و دیواره‌ی مایل آن گرم بود، بررسی کردند. براساس گزارش‌های آنان در تمام محدوده عدد ریچاردسون مورد بررسی با افزایش کسر حجمی نانوذرات و با حرکت دیواره قائم در هر دو جهت بالا یا پایین افزایش انتقال گرما رخ می‌دهد. شیخزاده و همکاران [۷] انتقال حرارت و جریان سیال جابه‌جایی توام نانو سیال آب-اکسید آلومینیوم را در یک محفظه مربعی که دیواره بالایی آن متحرک، دیواره‌های افقی عایق و دیواره‌های قائم آن دارای دمای ثابت سرد و گرم به ترتیب در طرف راست و چپ بودند، به صورت عددی و با روش حجم محدود بررسی کردند. بر اساس نتایج آن‌ها در نظر گرفتن خواص متغیر برای ضریب هدایت حرارتی و لزجت سیال، عدد ناسلت متوسط متفاوتی نسبت به خواص ثابت را منتج می‌شود. به‌علاوه آن‌ها گزارش کردند که این اختلاف در اعداد ریچاردسون کم (مثل ۰/۱ و ۰/۱) بیشتر از اعداد ریچاردسون بالا (مثل ۱۰ و ۱۰۰) می‌باشد. چمخا و ابونادا [۸] انتقال حرارت و جریان سیال جابه‌جایی توام، در یک محفظه مربعی با دیواره‌های جانبی عایق، دیواره بالایی گرم و دیواره پایینی سرد را در دو حالت بررسی کردند. در حالت اول فقط دیواره افقی بالایی متحرک و در حالت دوم، دیواره‌های افقی بالایی و پایینی در خلاف جهت هم حرکت دارند. بر اساس نتایج آن‌ها با افزایش کسر حجمی و کاهش

## ۲- معادلات حاکم و شرایط مرزی

هندسه‌ی حل و شرایط مرزی در شکل (۱) نشان داده شده است. ابعاد محفظه برابر  $L$  است. محفظه با نانوسیال آب - اتیلن گلیکول - اکسید آلومینیم پر شده است. بررسی‌ها برای دو حالت: (۱) حرکت ضلع بالایی به سمت چپ، که با حالت  $-U_0$  نشان داده می‌شود. (۲) حرکت ضلع جانبی طرف چپ به سمت پایین، که با حالت  $-V_0$  بیان می‌شود، انجام شده است. خواص ترموفیزیکی آب و اتیلن گلیکول به عنوان سیال پایه، و نانوذرات اکسید آلومینیم، در جدول ۱ ارائه شده است [۱۵].



شکل ۱- نمای شماتیک و شرایط مرزی مسئله

جدول ۱- خواص ترموفیزیکی سیال پایه و نانوذرات [۱۵]

اکسید آلومینیم	اتیلن گلیکول	آب	
$0.185 \times 10^{-5}$	$0.165 \times 10^{-3}$	$2/1 \times 10^{-4}$	$\beta$ ( $K^{-1}$ )
۳۶	۰/۲۵۲	۰/۶۱۳	$k$ ( $Wm^{-1}K^{-1}$ )
۷۶۵	۲۴۱۵	۴۱۷۹	$c_p$ ( $Jkg^{-1}K^{-1}$ )
۳۹۷۰	۱۱۱۴/۴	۹۹۷/۱	$\rho$ ( $kgm^{-3}$ )
-	$1/87 \times 10^{-2}$	$0.1855 \times 10^{-3}$	$\mu$ ( $kgm^{-2}s^{-1}$ )

معادلات حاکم شامل بقای جرم (۱)، بقای مومنتم در راستای  $x$  (۲) و  $y$  (۳)، و بقای انرژی (۴) برای جریان دو بعدی، دائم و آرام عبارتند از:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

آن‌ها با افزایش عدد رایلی آنتروپی تولیدی افزایش می‌یابد. ضمناً با افزایش ارتفاع محل قرارگیری صفحه گرم از دیواره پایینی تا رسیدن به وسط ارتفاع محفظه، آنتروپی تولیدی افزایش می‌یابد و پس از آن رفتاری کاهشی دارد. خراسانی‌زاده و همکاران [۱۳] تولید آنتروپی را در جریان جابه‌جایی طبیعی نانوسیال در یک محفظه مربعی با دیواره‌های جانبی سرد، دیواره پایینی و بالایی به ترتیب گرم و عایق به صورت عددی بررسی کردند. داخل محفظه نیز یک ورقه روی ضلع پایینی وجود داشت. براساس نتایج آنان با افزایش عدد رایلی در همه کسرهای حجمی نانوذرات، آنتروپی تولیدی کاهش می‌یابد. همچنین با افزایش عدد رایلی عدد بیژن کاهش می‌یابد. محمودی و همکاران [۱۴] تولید آنتروپی را در جریان جابه‌جایی طبیعی نانوسیال در یک محفظه دوزنقه‌ای تحت تاثیر میدان مغناطیسی عمودی به صورت عددی بررسی کردند. دیواره‌های بالایی و پایینی محفظه دوزنقه‌ای قائم‌الزاویه مورد بررسی، عایق بوده و دیگر جداره‌ها سرد بودند. در جداره پایینی، یک منبع گرم نیز تعبیه شده بود. بر اساس نتایج آنان، با افزایش قدرت میدان مغناطیسی، آنتروپی تولیدی کاهش می‌یابد.

حرکت براونی نانوذرات در نانوسیال‌ها، در واقع حرکت تصادفی و پیوسته‌ی آن‌ها در سیال می‌باشد. مولکول‌های مایع مدام بر نانوذرات ضربه وارد کرده و آن‌ها را در درون سیال پراکنده می‌کنند. که اثر این پدیده نیز در نظر گرفته شده است.

با یک بررسی نسبتاً جامع مشاهده می‌شود که تاکنون مطالعات چندانی در زمینه‌ی جابه‌جایی توام و تولید آنتروپی نانوسیال در محفظه‌های  $\Gamma$  شکل انجام نشده است. در مطالعه حاضر جریان سیال و انتقال حرارت جابه‌جایی توام و تولید آنتروپی نانوسیال آب - اتیلن گلیکول - اکسید آلومینیم در محفظه  $\Gamma$  شکل، در اعداد ریچاردسون، کسر حجمی‌های مختلف نانوذرات و در دو حالت یک‌بار ضلع بالایی متحرک ( $-U_0$ ) و بار دیگر ضلع جانبی سمت چپ متحرک ( $-V_0$ ) بررسی می‌شود.

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{\rho_{nf} \mathcal{G}_f \text{Re}} \left( \frac{\partial}{\partial X} (\mu_{nf} \frac{\partial V}{\partial X}) + \frac{\partial}{\partial Y} (\mu_{nf} \frac{\partial V}{\partial Y}) \right) + \frac{(\rho\beta)_{nf}}{\rho_{nf} \beta_f} \text{Ri} \theta \quad (۸)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{\text{RePr} \alpha_f (\rho c_p)_{nf}} \left( \frac{\partial}{\partial X} (k_{nf} \frac{\partial \theta}{\partial X}) + \frac{\partial}{\partial Y} (k_{nf} \frac{\partial \theta}{\partial Y}) \right) \quad (۹)$$

$$S_{gen}''' = \frac{k_{nf}}{k_f} \left[ \left( \frac{\partial \theta}{\partial X} \right)^2 + \left( \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)^2 \right] + \chi \frac{\mu_{nf}}{\mu_f} \left[ 2 \left( \frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 + \left( \frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right)^2 \right] = S_{gen,h_0}''' + S_{gen,\mu}''' \quad (۱۰)$$

که در آن:

$$\text{Re} = \frac{U_0 H}{\mathcal{G}_f}, \text{Ri} = \frac{Gr}{\text{Re}^2}, \text{Pr} = \frac{\mathcal{G}_f}{\alpha_f} \\ \text{Gr} = \frac{g \beta H^3 (T_h - T_c)}{\mathcal{G}_f^2}, \text{Be} = \frac{S_{gen,h_0}'''}{S_{gen}'''} \quad (۱۱)$$

$$S_{gen}''' = s_{gen}''' \frac{T_0^2 L^2}{k_f \Delta T^2}, \Delta T = T_h - T_c$$

$$\chi = \frac{\mu_f T_0}{k_f} \left( \frac{\text{Re} \mathcal{G}_f}{L \Delta T} \right)^2, T_0 = \frac{T_h + T_c}{2} \quad (۱۱)$$

تابع جریان بی بعد نیز به صورت رابطه (۱۳) به دست می آید.

$$\Psi(X, Y) = \int U dY \quad (۱۲)$$

با توجه به هندسه مسئله، شرایط مرزی بی بعد عبارتند از:

$$U = V = 0, \theta = 0 \quad (\text{روی ساق‌های محفظه}) \quad (۱۳)$$

$$U = 1, V = 0, \theta = 1 \quad (\text{روی ضلع گرم})$$

خواص نانوسیال شامل چگالی، ظرفیت گرمایی، ضریب

انبساط حجمی، ضریب پخش، لزجت استاتیک و ضریب

هدایت حرارتی استاتیک [۱۹-۱۶]، به ترتیب از روابط (۱۴)

تا (۲۱) به دست می آیند:

$$\rho_{nf} = (1 - \phi) \rho_f + \phi \rho_s \quad (۱۴)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho_{nf}} \left( \frac{\partial}{\partial x} (\mu_{nf} \frac{\partial u}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (\mu_{nf} \frac{\partial u}{\partial y}) \right) \quad (۲)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_{nf}} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\rho_{nf}} \left( \frac{\partial}{\partial x} (\mu_{nf} \frac{\partial v}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (\mu_{nf} \frac{\partial v}{\partial y}) \right) + \frac{(\rho\beta)_{nf}}{\rho_{nf}} g (T - T_c) \quad (۳)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{1}{(\rho c_p)_{nf}} \left( \frac{\partial}{\partial x} (k_{nf} \frac{\partial T}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (k_{nf} \frac{\partial T}{\partial y}) \right) \quad (۴)$$

تولید آنتروپی طبق رابطه زیر محاسبه می شود [۱۹].

$$s_{gen}''' = \frac{k_{nf}}{T_0^2} \left[ \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right] + \frac{\mu_{nf}}{T_0} \left[ 2 \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (۵)$$

برای بی بعدسازی معادلات حاکم از متغیرهای بی بعد زیر استفاده می شود.

$$X = \frac{x}{L}, Y = \frac{y}{L} \\ S = \frac{s}{L}, \theta = \frac{T - T_c}{\Delta T}, P = \frac{p}{\rho_f U_0^2} \\ V = \frac{v}{U_0}, U = \frac{u}{U_0} \quad (۶)$$

با استفاده از متغیرهای بی بعد، معادلات حاکم و روابط

تولید آنتروپی به شکل بی بعد زیر به دست می آیند.

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{\rho_{nf} \mathcal{G}_f \text{Re}} \left( \frac{\partial}{\partial X} (\mu_{nf} \frac{\partial U}{\partial X}) + \frac{\partial}{\partial Y} (\mu_{nf} \frac{\partial U}{\partial Y}) \right) \quad (۷)$$

$$Nu = - \left( \frac{k_{nf}}{k_f} \right) \frac{\partial \theta}{\partial Y} \Big|_{Y=0} \quad (26)$$

عدد ناسلت متوسط روی دیواره‌های گرم عبارت است از:

$$Nu_{Avg} = \frac{1}{S} \int_{on\ hot\ wall} Nu\ dS \quad (27)$$

### ۳- شبیه‌سازی عددی

معادلات حاکم به کمک روش حجم محدود و الگوریتم سیمپلر به صورت عددی حل می‌شوند. ابتدا شبکه‌ای یکنواخت و مناسب بر میدان حل منطبق می‌شود و سپس حول هر گره، حجم کنترلی ایجاد می‌شود و از معادلات حاکم روی هر حجم کنترل انتگرال‌گیری شده و معادلات منفصل شده و دستگاهی از معادلات جبری بدست می‌آید. برای انفصال جملات پخش و جابجایی از طرح پیوندی (هیبرید) استفاده می‌شود. در این روش برای اعداد پکلت با قدر مطلق کوچکتر از ۲، از طرح تفاضل مرکزی و در اعداد پکلت با قدر مطلق بزرگتر از ۲ از طرح جریان بالادست استفاده می‌شود. جهت دستیابی به همگرایی از ضرایب زیرتخفیف که برای مولفه‌های سرعت ۰/۵ و برای دما ۰/۷ می‌باشد استفاده شده است. معیار همگرایی برای فشار، سرعت و دما از رابطه (۲۸) حاصل می‌شود که در آن M و N تعداد نقاط شبکه در جهت X و Y بوده و K معرف متغیری است که حل می‌شود. k تعداد تکرار و حداکثر میزان خطا  $10^{-6}$  می‌باشد.

$$Error = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \left| \zeta_{i,j}^{k+1} - \zeta_{i,j}^k \right|}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \left| \zeta_{i,j}^{k+1} \right|} \leq 10^{-6} \quad (28)$$

### ۳-۱- استقلال نتایج از شبکه

به منظور یافتن شبکه مناسبی که منجر به استقلال نتایج از شبکه شود، عدد ناسلت متوسط برای نانوسیال آب - اتیلن گلیکول-اکسید آلومینیم برای شبکه با تعداد نقاط مختلف به دست آمده و در جدول ۲ مقایسه شده‌اند. با توجه به مقادیر ناسلت متوسط مشاهده می‌شود که شبکه با تعداد نقاط  $110 \times 110$  مناسب است.

$$(\rho c_p)_{nf} = (1-\phi)(\rho c_p)_f + \phi(\rho c_p)_s \quad (15)$$

$$(\rho \beta)_{nf} = (1-\phi)(\rho \beta)_f + \phi(\rho \beta)_s \quad (16)$$

$$\alpha_{nf} = \frac{k_{nf}}{(\rho c_p)_{nf}} \quad (17)$$

$$k_{nf} = k_{Static} + k_{Brownian} \quad (18)$$

$$\mu_{Static} = \mu_f (1-\phi)^{-2.5} \quad (19)$$

$$k_{Static} = \frac{k_f (k_s + 2k_f - 2\phi(k_f - k_s))}{(k_s + 2k_f + \phi(k_f - k_s))} \quad (20)$$

که در آن  $k_{Brownian}$  عبارتند از [۲۰]:

$$k_{Brownian} = 5 \times 10^4 \lambda \phi \rho_f c_{p,f} \sqrt{\frac{\kappa T}{2 \rho_s R_s}} \xi(T, \phi) \quad (21)$$

$R_s$  شعاع نانوذرات بوده ( $R_s = 26.5\text{ nm}$ ) و  $\kappa$  ثابت بولتزمن ( $\kappa = 1.3807 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ ) می‌باشد. برای نانوسیال آب-اکسید مس توابع  $\lambda$  و  $\xi$  که به طور تجربی تخمین زده می‌شوند برای محدوده  $298 < T < 363$  عبارتند از [۲۰]:

$$\lambda = 8.4407(100\phi)^{-1.07304}, \quad 0.01 \leq \phi \leq 0.1$$

$$\xi(T, \phi) = \frac{T}{273} (2.8217 \times 10^{-2} \phi + 3.917 \times 10^{-3}) + (-3.0669 \times 10^{-2} \phi - 3.91123 \times 10^{-3}) \quad (22)$$

ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی، عبارت است از:

$$h_{nf} = \frac{q}{T_h - T_c} \quad (23)$$

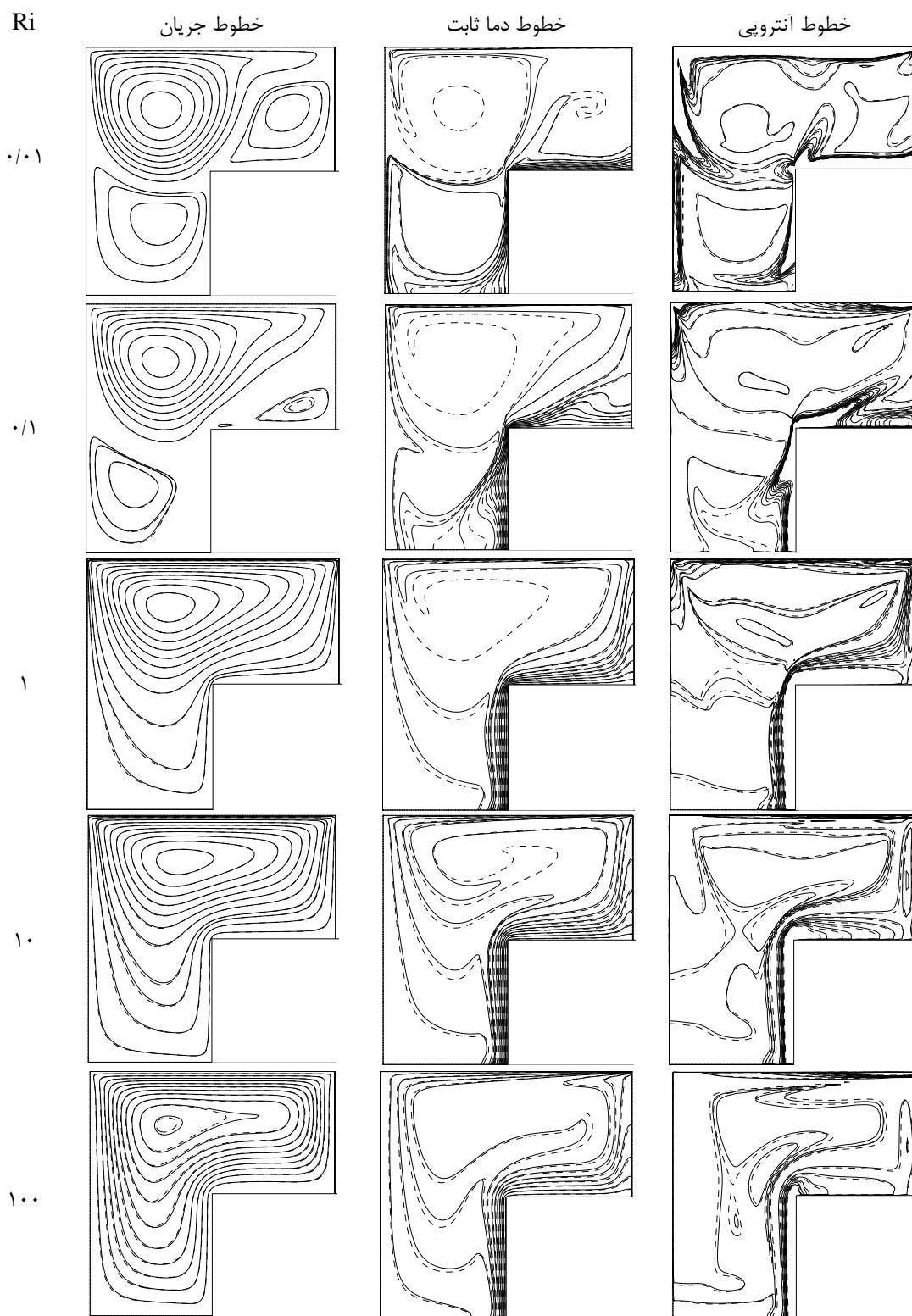
عدد ناسلت که طول مشخصه‌ی آن بر اساس ارتفاع محفظه سنجیده می‌شود عبارت است از:

$$Nu = \frac{h_{nf} L}{k_f} \quad (24)$$

شار حرارتی دیواره‌ها بر واحد سطح به شکل زیر تعریف می‌شود.

$$q = -k_{nf} \frac{T_h - T_c}{L} \frac{\partial \theta}{\partial Y} \Big|_{Y=0} \quad (25)$$

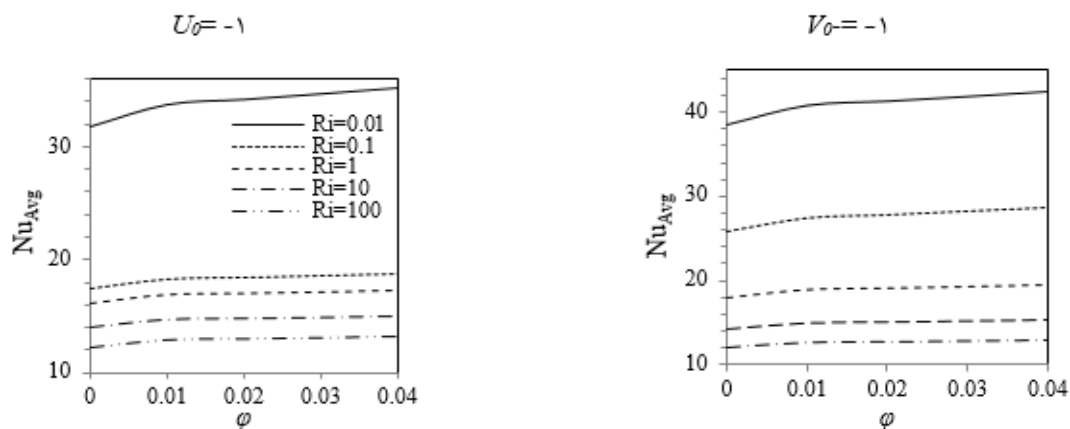
با قرار دادن رابطه‌های (۲۳) و (۲۵) در رابطه‌ی (۲۴) عدد ناسلت به صورت زیر به دست می‌آید.



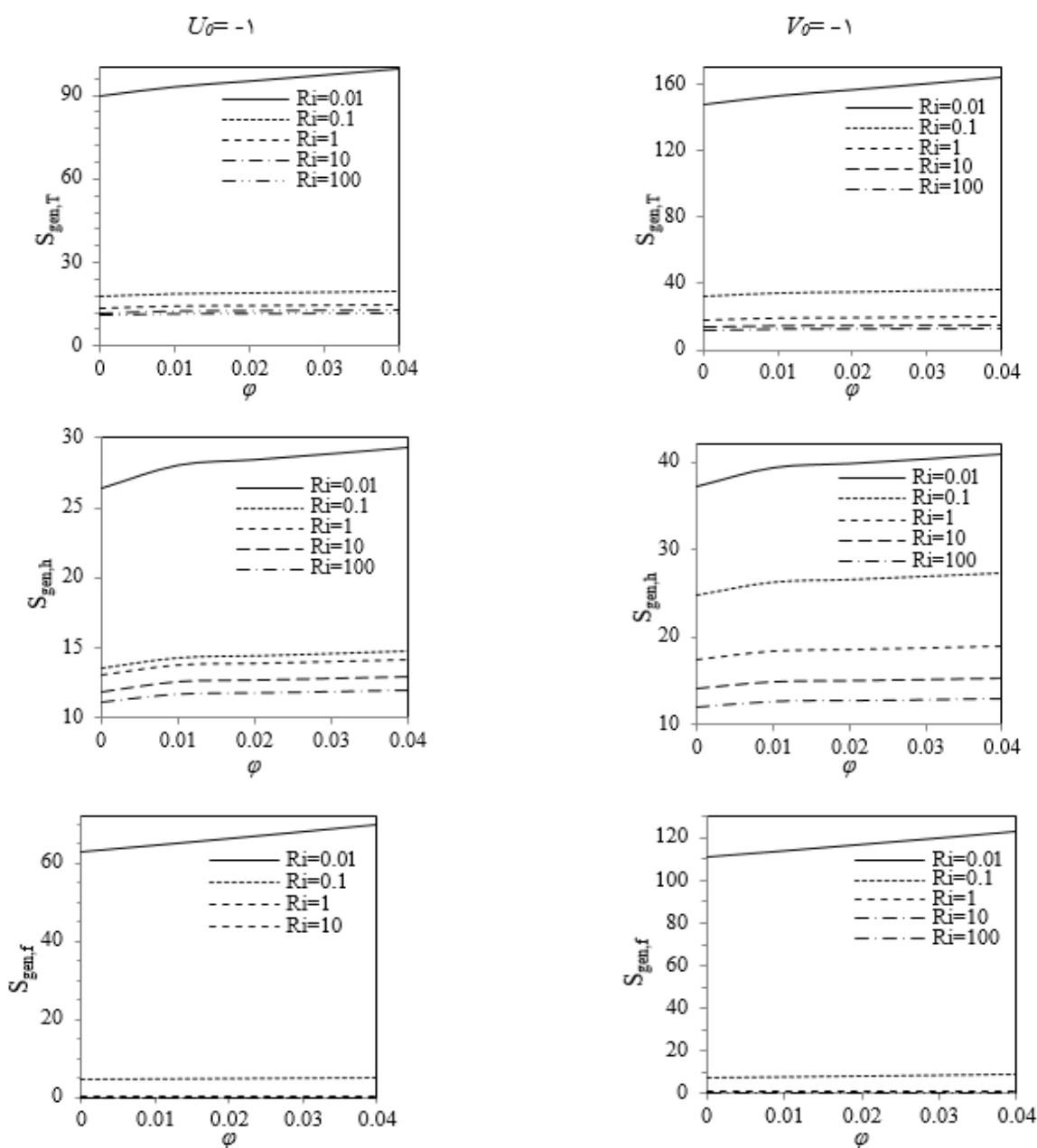
شکل ۲- خطوط جریان، خطوط دما و خطوط آنتروپی کل، برای سیال (---) و نانوسیال (\_\_\_) در  $\phi=0.04$ ، در اعداد ریچاردسون مختلف برای حالت (-U0)



شکل ۳- خطوط جریان، خطوط دما و خطوط آنتروپی کل، برای سیال (---) و نانوسیال (\_\_\_) در  $\phi=0.04$ ، در اعداد ریچاردسون مختلف برای حالت (V0-)



شکل ۴- تغییرات عدد ناسلت بر حسب کسر حجمی برای اعداد ریچاردسون مختلف در دو حالت  $(-V_0)$  و  $(-U_0)$



شکل ۵- تغییرات آنتروپی تولیدی کل، حرارتی و اصطکاکی بر حسب کسر حجمی در اعداد ریچاردسون مختلف برای  $(-V_0)$  و  $(-U_0)$



آلومینیم در  $\varphi=0,02$ ،  $Gr=10^4$ ، در اعداد ریچاردسون مختلف در دو حالت  $(-U_0)$  و  $(-V_0)$ ، نشان داده شده است. در حالت  $(-U_0)$ ، با کاهش عدد ریچاردسون، گردابه‌ی اولیه تحت تاثیر سرعت ضلع بالایی محفظه به طرف چپ متمایل می‌شود، این در حالی است که با افزایش قدرت جریان، در اعداد ریچاردسون کم گردابه‌های ثانویه تحت تاثیر گردابه اولیه شکل می‌گیرند. در حالتی که گردابه‌ی ثانویه تشکیل می‌شود، مرکز گردابه‌های ثانویه با کاهش عدد ریچاردسون به طرف بالا متمایل شده و در عین حال این گردابه‌های ثانویه بزرگتر نیز می‌شوند. با کاهش عدد ریچاردسون جریان بیشتر تحت تاثیر سرعت دیواره‌ی بالایی قرار گرفته و گردابه در جهت حرکت دیواره کشیده می‌شود. کشیدگی گردابه باعث اشغال فضای کمتری از محفظه شده و در نتیجه فضای مناسبی در پایین محفظه برای ایجاد گردابه‌های ثانویه فراهم می‌شود. با افزایش عدد ریچاردسون سرعت دیواره‌ی بالایی کم شده و جابه‌جایی طبیعی قوت می‌گیرد و تنها یک گردابه بزرگ ولی با قدرت کم شکل می‌گیرد.

در حالت  $(-V_0)$ ، با کاهش عدد ریچاردسون، گردابه‌ی اولیه تحت تاثیر سرعت دیواره سمت چپ محفظه به طرف پایین متمایل می‌شود، این در حالی است که با افزایش قدرت جریان، در اعداد ریچاردسون کم گردابه‌های ثانویه تحت تاثیر گردابه اولیه شکل می‌گیرند. در حالتی که گردابه‌ی ثانویه تشکیل می‌شود، مرکز گردابه‌های ثانویه با کاهش عدد ریچاردسون به طرف چپ متمایل می‌شود. با افزایش عدد ریچاردسون سرعت دیواره‌ی سمت چپ کم شده و جابه‌جایی طبیعی شدت می‌گیرد و گردابه‌ای بزرگ با قدرت کم به وجود می‌آید. تراکم خطوط جریان در نزدیکی دیواره چپ از ویژگی‌های جریان در اعداد ریچاردسون کم می‌باشد.

در حالت  $(-U_0)$ ، در تمامی اعداد ریچاردسون تراکم خطوط دما ثابت که نشان از انتقال حرارت بیشتر دارد، در نزدیکی دیواره‌ی گرم جانبی پایینی زیاد می‌باشد. این رفتار با وجود

جدول ۲- عدد ناسلت متوسط روی دیوار گرم برای نانوسیال آب - اتیلن گلیکول - اکسید آلومینیم در  $Ri=1$ ،  $\varphi=0,02$  برای حالت  $-U_0$

نقاط	۷۰×۷۰	۹۰×۹۰	۱۱۰×۱۱۰	۱۳۰×۱۳۰
NuAvg	۱۶/۷۵	۱۶/۹۱	۱۷/۰۱	۱۷/۰۴

### ۳-۲- اعتبارسنجی برنامه

برای اعتبارسنجی نتایج برنامه کامپیوتری، هندسه حل ابونادا [۲۱] و الیوسکی و همکاران [۲۲] با برنامه کامپیوتری حاضر، شبیه‌سازی شده و نتایج حاصل از آن با نتایج آن‌ها در جدول ۳ و ۴ مقایسه شده‌اند. چنانچه مشاهده می‌شود تفاوت نسبی مقادیر عدد ناسلت متوسط و آنتروپی کل ناچیز می‌باشند و لذا از صحت نتایج مدل‌سازی‌ها اطمینان حاصل می‌شود.

جدول ۳- مقایسه عدد ناسلت متوسط در جابه‌جایی توام

Ri	$\varphi$	کار حاضر	ابونادا [۱۹]
۰/۰۰۱	۰/۰۲	۳۳/۱۴	۳۲/۸۰
	۰/۱	۳۶/۴۰	۳۶/۹
۱	۰/۰۲	۴/۶۶	۵/۰۱
	۰/۱	۴/۷۹	۵/۰۲
۱۰	۰/۰۲	۱/۶۸	۱/۹
	۰/۱	۱/۸۷	۲/۰۳

جدول ۴- مقایسه آنتروپی کل در جابه‌جایی طبیعی [۲۰]

Ra	$\chi$	کار حاضر	الیوسکی و همکاران [۲۲]	درصد اختلاف
۱۰ <sup>-۳</sup>	۱۰ <sup>-۲</sup>	۴/۵۸	۴/۷۲	۲/۹۷
	۱۰ <sup>-۴</sup>	۱/۱۵	۱/۱۶	۰/۸۶
۱۰ <sup>-۵</sup>	۱۰ <sup>-۲</sup>	۱۹۱۴/۰۷	۱۹۰۴	۰/۵۳
	۱۰ <sup>-۴</sup>	۲۳/۶۵	۲۳/۸۷	۰/۹۲

### ۴- نتایج و بحث

در شکل‌های (۲) و (۳) خطوط هم‌دما، خطوط جریان و خطوط آنتروپی کل آب و نانوسیال در هندسه مورد مطالعه، نشان داده شده است.

در این اشکال خطوط هم‌دما، خطوط جریان و خط آنتروپی کل برای آب و نانوسیال آب - اتیلن گلیکول - اکسید

اصطکاک می‌شود، تراکم خطوط آنتروپی کل ناچیز است. با کاهش عدد ریچاردسون تراکم خطوط آنتروپی کل در نزدیکی جداره جانبی سمت چپ به دلیل افزایش آنتروپی تولیدی کل ناشی از افزایش سرعت و در نتیجه افزایش اصطکاک و همچنین انتقال حرارت جابه‌جایی بیشتر، افزایش می‌یابد.

در شکل (۴) تغییرات عدد ناسلت متوسط روی دیواره‌های گرم بر حسب کسر حجمی نانوذرات در اعداد ریچاردسون مختلف در دو حالت  $(-U_0)$  و  $(-V_0)$ ، ارائه شده است. در تمامی اعداد ریچاردسون با افزایش کسر حجمی عدد ناسلت متوسط افزایش می‌یابد. این مطلب تایید می‌کند با کاهش عدد ریچاردسون از ۱۰۰ به ۰/۰۱، در حالت  $(-U_0)$  بیشترین افزایش عدد ناسلت در  $Ri=0.01$  و  $\phi=0.04$  (از ۳۸/۳۷ به ۴۲/۴۰) و در حالت  $(-V_0)$  نیز بیشترین افزایش عدد ناسلت در  $Ri=0.01$  و  $\phi=0.04$  (از ۳۱/۷۰ به ۳۵/۱۵) روی می‌دهد.

در شکل (۵) تغییرات آنتروپی تولیدی کل، حرارتی و اصطکاک بر حسب کسر حجمی برای اعداد ریچاردسون مختلف در دو حالت  $(-U_0)$  و  $(-V_0)$  نشان داده شده است. با توجه به مقادیر عدد بیژن جدول ۵ مشخص است که در آنتروپی تولیدی کل سهم آنتروپی تولیدی ناشی از حرارت بسیار بیشتر از سهم آنتروپی تولیدی اصطکاک می‌باشد، لذا آنتروپی تولیدی کل و حرارتی با افزایش کسر حجمی رفتاری مشابه رفتار عدد ناسلت متوسط دارند. تغییرات آنتروپی تولیدی اصطکاک بر حسب کسر حجمی در اعداد ریچاردسون مختلف به جز ریچاردسون ۰/۰۱ تقریباً ثابت است. در  $Ri=0.01$  در هر دو حالت  $(-U_0)$  و  $(-V_0)$  با

گردابه‌های اولیه در این ناحیه توجیه‌پذیر است. در حالی که با افزایش عدد ریچاردسون از تراکم خطوط دما ثابت در نزدیکی دیواره گرم افقی کاسته می‌شود. این رفتار متناسب با تشکیل گردابه‌های ثانویه در فضای بالای سمت راست محفظه می‌باشد. با کاهش عدد ریچاردسون از تراکم خطوط دما در ضلع بالایی کاسته شده و در عوض تراکم خطوط دما ثابت در دیواره سمت چپ افزایش می‌یابد. در حالت  $(-V_0)$  مشابه حالت  $(-U_0)$ ، در تمامی اعداد ریچاردسون تراکم خطوط دما ثابت، در نزدیکی دیواره‌های گرم جانبی پایینی زیاد می‌باشد. و با افزایش عدد ریچاردسون از تراکم خطوط دما ثابت در نزدیکی دیواره گرم افقی کاسته می‌شود. در تمامی اعداد ریچاردسون تراکم خطوط دما ثابت در فضای بالایی سمت راست محفظه زیاد می‌باشد.

در حالت  $(-U_0)$ ، تمایل خطوط آنتروپی کل به طرف فضای بالایی محفظه در سمت راست بیشتر است. این مطلب با توجه به تمایل خطوط دما ثابت و خطوط جریان به این ناحیه که نشان از انتقال حرارت و گردش بیشتر جریان در این ناحیه دارد، توجیه‌پذیر است. با کاهش عدد ریچاردسون تراکم خطوط آنتروپی در نزدیکی جداره بالایی به دلیل افزایش آنتروپی تولیدی ناشی از اصطکاک بیشتر می‌شود. در حالت  $(-V_0)$ ، تراکم خطوط آنتروپی کل در تمامی اعداد ریچاردسون در مجاورت دیواره‌های گرم پایینی سمت راست زیاد می‌باشد که به دلیل مقدار انتقال حرارت بیشتر در این ناحیه می‌باشد. در نزدیکی دیواره‌های گرم افقی به جز در اعداد ریچاردسون ۰/۱ و ۰/۰۱ که گردابه‌های ثانویه شکل می‌گیرد و باعث تولید آنتروپی، ناشی از انتقال حرارت و

در جدول ۵ مقادیر عدد بیژن در اعداد ریچاردسون و کسرهای حجمی مختلف در دو حالت ( $-U_0$ ) و ( $-V_0$ ) آورده شده است.

### ۵- نتیجه گیری

میدان جریان، انتقال حرارت و تولید آنتروپی در جابه جایی ترکیبی نانوسیال آب- اتیلن - اکسید آلومینیم با خواص متغیر در محفظه‌ی  $\Gamma$  شکل به صورت عددی با روش حجم محدود و الگوریتم سیمپلر بررسی شد. مطالعه برای کسر حجمی نانوذرات ۰، ۰/۰۲ و ۰/۰۴، عدد ریچاردسون ۰/۰۱، ۱، ۱۰، ۱۰۰ و عدد گراشف  $10^4$  و در دو حالت ( $-U_0$ ) و ( $-V_0$ ) انجام شد. بر اساس نتایج عددی مشاهده شد که:

- در تمامی اعداد ریچاردسون با افزایش کسر حجمی عدد ناسلت متوسط افزایش می‌یابد.
- با کاهش عدد ریچاردسون از ۱۰۰ به ۰/۰۱، در حالت ( $-U_0$ ) بیشترین افزایش عدد ناسلت در  $Ri=0.01$  و  $\varphi=0.04$  (از ۳۸/۳۷ به ۴۲/۴۰) و در حالت ( $-V_0$ ) نیز بیشترین افزایش عدد ناسلت در  $Ri=0.01$  و  $\varphi=0.04$  (از ۳۱/۷۰ به ۳۵/۱۵) روی می‌دهد.
- در تمامی اعداد ریچاردسون با افزایش کسر حجمی آنتروپی کل و حرارتی رفتاری مشابه رفتار عدد ناسلت دارند.
- تغییرات آنتروپی تولیدی اصطکاکی بر حسب کسر حجمی در اعداد ریچاردسون مختلف به جز ریچاردسون ۰/۰۱ تقریباً ثابت است. در  $Ri=0.01$  در هر دو حالت ( $-U_0$ ) و ( $-V_0$ ) با افزایش کسر حجمی آنتروپی تولیدی اصطکاکی افزایش می‌یابد.

افزایش کسر حجمی آنتروپی تولیدی اصطکاکی افزایش می‌یابد.

جدول ۵- عدد بیژن در اعداد ریچاردسون و کسرهای حجمی مختلف در دو حالت ( $-U_0$ ) و ( $-V_0$ )

$\varphi=0.04$	$\varphi=0.02$	$\varphi=0$	Ri	
0.295	0.299	0.295	0.01	U=-1
0.973	0.974	0.973	1	
0.999	0.999	0.999	100	
0.249	0.254	0.251	0.01	V=-1
0.963	0.964	0.963	1	
0.999	0.999	0.999	100	

جدول ۶- مقادیر  $|\Psi|_{max}$  در اعداد ریچاردسون مختلف برای نانوسیال آب-اکسید آلومینیم در  $\varphi=0.02$

-V	-U	Ri
0.077	0.080	0.01
0.083	0.084	0.1
0.079	0.083	1
0.079	0.079	10
0.076	0.092	100

این مطلب با توجه به اینکه کاهش عدد ریچاردسون نشان دهنده افزایش سرعت دیواره و در نتیجه افزایش اصطکاک می‌باشد توجیه پذیر است. برای حالت ( $-U_0$ ) بیشترین مقدار  $|\Psi|_{max}$  در همه‌ی کسرهای حجمی برابر با ۰/۰۹۲ بوده، در  $Ri=100$  و در  $\varphi=0$  روی می‌دهد و برای حالت ( $-V_0$ ) در همه‌ی کسرهای حجمی برابر با ۰/۰۸۳ بوده و در  $Ri=0.01$  و در  $\varphi=0.01$  رخ می‌دهد. در جدول ۶ مقادیر  $|\Psi|_{max}$  در اعداد ریچاردسون مختلف برای نانوسیال آب- اتیلن - اکسید آلومینیم در  $\varphi=0.02$  برای دو حالت ( $-U_0$ ) و ( $-V_0$ ) نشان داده شده است. برای حالت ( $-U_0$ ) بیشترین و کمترین مقادیر عدد بیژن در همه‌ی کسرهای حجمی به ترتیب برابر با ۰/۹۹۹ و ۰/۲۹۵ بوده، و در  $Ri=0.01$  و  $Ri=100$  روی می‌دهد و برای حالت ( $-V_0$ ) بیشترین و کمترین مقادیر عدد بیژن در همه‌ی کسرهای حجمی به ترتیب برابر با ۰/۹۹۹ و ۰/۲۹۴ بوده، و باز هم در  $Ri=0.01$  و  $Ri=100$  روی می‌دهد.

۶- فهرست علائم	
$U_0$	سرعت مرجع
$x, y$	مختصات دکارتی (m)
$X, Y$	مختصات بی بعد دکارتی
$\alpha$	ضریب پخش حرارتی ( $m^2s^{-1}$ )
$\beta$	ضریب انبساط حرارتی ( $K^{-1}$ )
$\mu$	لزجت ( $kgm^{-2}s^{-1}$ )
$\nu$	لزجت سینماتیکی ( $m^2s^{-1}$ )
$\theta$	دمای بی بعد
$\theta s$	زاویه ساق‌های مثلث با قاعده
$\rho$	چگالی ( $kgm^{-3}$ )
$\chi$	ضریب بازگشت ناپذیری
$\varphi$	کسر حجمی نانوذرات
$\Psi$	تابع جریان
$\Psi$	تابع جریان بی بعد
Be	عدد بیژن
$c_p$	ظرفیت گرمایی ویژه سیال ( $Jkg^{-1}K^{-1}$ )
Gr	عدد گرافش
g	شتاب جاذبه ( $m.s^{-2}$ )
H	اندازه ارتفاع محفظه مثلثی (m)
k	هدایت حرارتی ( $Wm^{-1}K^{-1}$ )
l	اندازه قاعده محفظه مثلثی (m)
L	اندازه‌ی بی بعد قاعده محفظه
Nu	عدد ناسلت
p	فشار ( $kgm^{-1}s^{-2}$ )
P	فشار بی بعد
Ra	عدد رایلی
Ri	عدد ریچاردسون
Re	عدد رینولدز
Pr	عدد پرانتل
$S_{gen}$	آنتروپی تولیدی کل (J/K)
$S_{gen, h_0}'''$	آنتروپی تولیدی ناشی از حرارت (J/K)
$S_{gen, \mu}'''$	آنتروپی تولیدی ناشی از اصطکاک (J/K)
T	دما (K)
$u, v$	مولفه های سرعت ( $m.s^{-1}$ )
U, V	مولفه های بی بعد سرعت
۷- پانویس‌ها	
متوسط	avg
سرد	c
سیال	f
تولیدی	gen
گرم	H
نانوسیال	nf
ذره	p

## ۸- مراجع

- [1] Angirasa, D., Mahajan, R.L. (1993). "Natural Convection from L-Shaped Corners with Adiabatic and Cold Isothermal Horizontal Walls". Journal of Heat Transfer, Vol. 115, pp. 149-157.
- [2] Tasnim, S.H., Mahmud, S. (2006). "Laminar Free Convection inside an Inclined L-Shaped Enclosure". International Communications in Heat and Mass Transfer, Vol. 33, pp. 936-942.
- [3] Choi, S. U. S., Eastman, J. A. (1995). "Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles, International Mechanical Engineering Congress and Exhibition". San Francisco, Calif, USA
- [4] Das, S.K., Putra, N., Thiesen, P., Roetzd, W. (2003). "Temperature dependence of thermal conductivity enhancement for nanofluids". Journal of Heat Transfer, Vol. 125, pp. 567-574.

- [5] Mansour, M.A., Mohamed, R.A., Abd-Elaziz, M.M., Ahmed, S.E. (2010). "Numerical simulation of mixed convection flows in a square lid-driven cavity partially heated from below using nanofluid". *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 37, pp. 1504–1512.
- [6] Ghasemi, B., Aminossadati, S.M. (2010). "Mixed convection in a lid-driven triangular enclosure filled with nanofluids". *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 37, pp. 1142–1148.
- [7] Sheikhzadeh, G.A., Ebrahim Qomi, M., Hajjaligol, N., Fattahi, A. (2012). "Numerical study of mixed convection flows in a lid-driven enclosure filled with nanofluid using variable properties". *International Results in Physics*, Vol. 2, pp.5–13
- [8] Chamkhaa, Ali J., Abu-Nada, Eiyad. (2012). "Mixed convection flow in single- and double-lid driven square cavities filled with water–Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> nanofluid: Effect of viscosity models". *European Journal of Mechanics B/Fluids*.
- [9] Abbasian Arani, A.A., MazroueiSebdani, S., Mahmoodi, M., Ardeshiri, A., Aliakbari. M. (2012). "Numerical study of mixed convection flow in a lid-driven cavity with sinusoidal heating on side walls using nanofluid". *Superlattices and Microstructures*, Vol. 51, pp.893–911.
- [10] Ilis, G.G., Mobedi, M., Sunden, B. (2008). "Effect of aspect ratio on entropy generation in a rectangular cavity with differentially heated vertical walls". *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 35, pp. 696–703.
- [11] Varol, Y., Oztop, H.F., Koca, A. (2008). "Entropy generation due to conjugate natural convection in enclosures bounded by vertical solid walls with different thicknesses". *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 35, pp. 648–656.
- [12] Famouri, M., Hooman, K. (2008). "Entropy generation for natural convection by heated partitions in a cavity". *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 35, pp. 492–502.
- [13] Khorasanizadeh, H., Amani, J., Nikfar, M. (2012). "Numerical investigation of Cu-water nanofluid natural convection and entropy generation within a cavity with an embedded conductive baffle". *Scientia Iranica F*, Vol. 19, pp. 1996–2003.
- [14] Mahmoudi, A.H., Pop, I., Shahi, M., Talebi, F. (2013), "MHD natural convection and entropy generation in a trapezoidal enclosure using Cu–water nanofluid". *Computers & Fluids*, Vol.72, pp. 46–62.
- [15] Incropera, F. P., Dewitt. D. P. "Fundamentals of Heat and Mass Transfer". JOHN WILEY & SONS New-York.
- [16] Ogut, E.B. (2009). "Natural convection of water-based nanofluids in an inclined enclosure with a heat source". *International Journal of Thermal Sciences*, Vol.48, pp. 2063–2073.
- [17] Abu-Nada, E., Masoud, Z., Hijazi A. (2008). "Natural convection heat transfer enhancement in horizontal concentric annuli using nanofluids", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol.35, pp. 657– 665.
- [18] Arefmanesh, A., Amini, M., Mahmoodi, M., Najafi, M. (2012). "Buoyancy-driven heat transfer analysis in two-square duct annuli filled with a nanofluid". *European Journal of Mechanics B/Fluids*, Vol.33, pp. 95–104.
- [19] Abu-nada, E., Oztop, H. (2009). "Effect of inclination angle on natural convection in enclosures filled with Cu water nanofluid". *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol.30, pp. 669–678.
- [20] Vajjha, R.S., Das, D.K. (2009) "Experimental determination of thermal conductivity of three nanofluids and development of new correlations", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 52, pp. 4675– 4682.
- [21] Chamkha, A. J., Abu-Nada, Eiyad. (2012). "Mixed convection flow in single- and double-lid driven square cavities filled with water–Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> nanofluid Effect of viscosity models". *European Journal of Mechanics B/Fluids*, Vol. 36, pp. 82–96
- [22] Oliveski, R.D.C., Macagnan, M.H. and Copetti, J.B. (2009) "Entropy generation and natural convection in rectangular cavities", *Applied. Thermal Engineering*, Vol. 29, pp. 1417–1425.