توسعه یک الگوریتم شاخه و کران برای حل مساله زمان‌بندی در سیستم تولید جریان کارگاهی مونتاژی

سید محمدحسن حسینی[۱،*]، علی‌اکبر حسنی[۲]

اطلاعات مقاله

دریافت مقاله: ۱۳۹۳/۱۱/۰۵
پذیرش مقاله: ۱۳۹۴/۱۰/۰۲

واژگان کلیدی:
زمان‌بندی،
جریان کارگاهی مونتاژی،
الگوریتم شاخه و کران،
زمان تکمیل.

چکیده

سیستم تولید جریان کارگاهی مونتاژی شامل دو مرحله است. در مرحله اول پردازش قطعات صورت می‌گیرد و معمولاً به‌صورت یک ایستگاه با ماشین‌های موازی در نظر گرفته می‌شود. مرحله دوم نیز یک ایستگاه یا خط مونتاژ است که قطعات پردازش‌شده، در آن مونتاژ و محصولات نهایی کامل می‌شود. در این تحقیق فرض می‌شود قرار است تعدادی محصول از انواع مختلف تولید شود و هر محصول برای کامل‌شدن، نیازمند قطعاتی مشخص است. بعضی از قطعات محصولات، مشترک و مشابه و بعضی قطعات هم مختص یک محصول است، بنابراین با توجه به تولید قطعات مشابه، موضوع زمان آماده‌سازی (setup time) و تولید دسته‌ای قطعات مشابه، نیازمند بررسی است. هدف، عبارت است از زمان‌بندی پردازش قطعات در ایستگاه اول و مونتاژ محصولات در ایستگاه دوم، به‌طوری که زمان تکمیل کل محصولات، به حداقل برسد. طبق بررسی پیشینه تحقیق، این مساله جزء مسائل NP-hard محسوب می‌شود. ابتدا پارامترها و ویژگی‌های مساله تعریف و پس از ارائه مدل ریاضی مساله، یک الگوریتم شاخه و کران برای حل مساله موردنظر در ابعاد کوچک و متوسط ارائه می‌شود. همچنین برای افزایش کارایی الگوریتم پیشنهادی، دو حد پایین و دو حد بالا برای جواب مسائل توسعه داده می‌شود. در پایان، چندین مساله تست با شرایط متنوع طراحی و عملکرد الگوریتم پیشنهادی در حل این مسائل ارزیابی شده است.

۱- مقدمه

فرایند برنامه‌ریزی تولید که به یافتن نحوه استفاده بهینه از منابع در دسترس، برای تأمین تقاضای بازار کمک می‌کند، همواره یکی از فعالیت‌های مهم در شرکت‌های تولیدی و خدماتی بوده است. در این میان، مساله زمان‌بندی و تعیین توالی عملیات به‌عنوان یکی از مراحل نهایی برنامه‌ریزی تولید، نقش بسزایی در تحقّق اهداف آن دارد. در صنایع تولیدی، موضوع زمان‌بندی، بسته به محیط تولیدی و محدودیت‌ها و توابع هدف موردنظر، می‌تواند مساله‌ای ساده یا بسیار پیچیده باشد.

از زمان چاپ اولین مقاله جانسون درباره مساله توالی عملیات کارگاه جریانی در سال ۱۹۵۴، انواع مختلفی از مسائل زمان‌بندی کارگاه جریانی موردتوجه محققان بوده است. در بیشتر صنایع تولیدی بزرگ، مانند خودروسازی و صنایع مونتاژ، عملیات پردازش قطعات و مونتاژ محصولات به‌صورت متوالی و وابسته به هم انجام می‌شود. بنابراین در عمل، بسیاری از محیط‌های تولیدی دارای دو مرحله پردازش قطعات و مونتاژ محصولات است، به‌طوری که پس از پردازش و تکمیل قطعات در مرحله اول، مجموعه قطعات محصولات در مرحله دوم به یکدیگر متصل شده، محصول مونتاژ می‌شود [۱].

با این حال، بیشتر محققان در حل مسائل زمان‌بندی و

* پست الکترونیک نویسنده مسئول: sh.hosseini@shahroodut.ac.ir
۱. استادیار، دانشکده مهندسی صنایع و مدیریت، دانشگاه صنعتی شاهرود
۲. استادیار، دانشکده مهندسی صنایع و مدیریت، دانشگاه صنعتی شاهرود

تعیین توالی عملیات، این دو مرحله را مستقل از یکدیگر در نظر گرفته و آن دو را مجزا از هم بررسی کرده‌اند [۲]. این اشتباه می‌تواند سیستم تولید را از اهداف ایده‌آل خود دور کند. از این رو بررسی مسائل زمان‌بندی با درنظرگرفتن هم‌زمان دو مرحله پردازش قطعات و مونتاژ محصولات در سال‌های اخیر موردتوجه محققان زیادی قرار گرفته است.

اولین تحقیق در حوزه مساله زمان‌بندی در سیستم‌های تولید مونتاژی[1] که به یک مساله زمان‌بندی تولید دومرحله‌ای پرداخته است، به ۲۲ سال قبل برمی‌گردد. این تحقیق توسط لی و همکاران در سال ۱۹۹۳ انجام شده و در آن، به کارخانه تولید موتورهای احتراقی به‌عنوان نمونه‌ای از کاربرد این مساله در صنایع تولیدی اشاره شده است [۳].

آن‌ها در مطالعه خود، یک مساله جریان کارگاهی مونتاژی[2] دومرحله‌ای را با هدف حداقل‌کردن زمان تکمیل کارها بررسی کردند. در این بررسی حالت ساده‌ای از مساله در نظر گرفته شده که بر اساس آن، هر محصول تنها از مونتاژ دو قطعه a و b تشکیل می‌شود. سیستم تولید شامل سه ماشین است به‌طوری که ماشین M_a قطعه a را پردازش و آماده می‌کند و ماشین M_b قطعه b را. ماشین نیز پس از تکمیل دو قطعه هر محصول، آن‌ها را مونتاژ می‌کند و محصول آماده می‌شود.

در این تحقیق نشان داده شده که این مساله در رده مسائل سخت قرار دارد، بنابراین برای چند حالت خاص آن یک الگوریتم شاخه و کران[3] به‌همراه چند الگوریتم ابتکاری ارائه شده است.

پتس و همکاران [۴] نیز دو سال بعد این مساله را بررسی کردند و آن را به حالت عمومی‌تری تعمیم دادند. در مساله موردبررسی ایشان، m ماشین پردازش در مرحله ساخت و یک ماشین جهت مونتاژ وجود دارد. در این تحقیق به پیچیدگی‌های مساله پرداخته شده و چند الگوریتم ابتکاری برای حل آن ارائه شده است.

حریری و پتس [۵]، همین مساله را در نظر گرفتند و یک حد پایین[4] برای آن توسعه دادند و چندین رابطه چیرگی را برقرار ساختند. همچنین، آن‌ها یک الگوریتم شاخه و کران در ترکیب با حد پایین و روابط چیرگی ارائه کردند. هاوری و همکاران نیز همین مساله را با تابع هدف کمینه‌سازی حداکثر زمان تکمیل کلیه کارها در نظر گرفتند و یک الگوریتم شاخه و کران برای حل آن ارائه کردند [۶].

با توجه به کاربرد و اهمیت زیاد سیستم‌های تولید مونتاژی، این مساله بعدها توسط محققان زیادی بررسی و توسعه داده شد. از آن جمله می‌توان به تحقیق الله‌وردی و همکاران [۷] و الانزی و همکاران [۸] اشاره کرد. در سال ۲۰۱۰ تراب‌زاده و همکاران، مساله موردبررسی در این تحقیق را با تابع هدف جمع وزنی زمان تکمیل کل محصولات و میانگین زمان تکمیل محصولات بررسی کردند و یک مدل حل با استفاده از تئوری ذرات مبتنی بر شبیه‌سازی تبرید ارائه کردند [۹].

فتاحی و همکاران در تحقیق خود مساله زمان‌بندی مونتاژی را بررسی کرده‌اند که مرحله پردازش قطعات یک جریان کارگاهی ترکیبی[5] (انعطاف‌پذیر) و مرحله مونتاژ یک ایستگاه است. آن‌ها در تحقیق خود چند الگوریتم ابتکاری مبتنی بر الگوریتم جانسون را توسعه دادند که برای حل مسائل تا ابعاد بزرگ، کارایی خوبی دارد [۱۰]. نوایی و همکاران نیز مساله جریان کارگاهی مونتاژی را در حالتی بررسی کرده‌اند که در ایستگاه مونتاژ چند ماشین موازی در دسترس است. در این تحقیق با توجه به تولید قطعات مشابه، موضوع زمان‌های آماده‌سازی نیز موردبررسی قرار گرفته و ضمن ارائه مدل ریاضی مساله، چند مدل حل ترکیبی مبتنی بر الگوریتم‌های فراابتکاری انجماد تدریجی و رقابت استعماری ارائه شده است [۱۱]. فتاحی و همکاران نیز مساله [۱۰] را در حالتی بررسی کرده‌اند که قرار است فقط یک محصول به تعداد زیاد تولید شود، بنابراین زمان‌های آماده‌سازی و تولید دسته‌ای نیز مدنظر بوده است.

با توجه به دومرحله‌ای‌بودن پردازش قطعات، آن‌ها مساله را به دو زیرمساله تجزیه کرده و یک الگوریتم شاخه و کران مرحله‌ای برای حل مساله توسعه داده‌اند که جواب‌هایی نزدیک به جواب بهینه ارائه می‌دهد [۱۲].

برخی محققان نیز مرحله پردازش قطعات را به‌صورت جریان کارگاهی در نظر گرفته‌اند که به مساله موردنظر در این تحقیق نزدیک‌تر است. در ادامه، به دو مورد از مطالعات

[1] Assembly Production System
[2] Assembly Flow Shop
[3] Branch & Bound Algorithm
[4] Lower bound (LB)
[5] Hybrid Flow shop

انجام‌شده در این زمینه اشاره می‌شود.

یوکویاما و همکاران [۱۳] نیز یک سیستم تولید ترکیبی را بررسی کرده‌اند که در آن قطعات موردنیاز هر محصول در یک کارگاه جریانی دو ماشینی با زمان مستقل پردازش و پس از آماده‌شدن قطعات هر محصول، این قطعات در مرحله پایانی مونتاژ می‌شوند. آن‌ها فرض کرده‌اند از هر کدام، یک محصول موردنیاز است و تابع هدف موردنظر آن‌ها کمینه‌کردن جمع وزنی زمان تکمیل محصولات است. متغیرهای تصمیم عبارت‌اند از توالی محصولاتی که باید مونتاژ شوند و توالی اجزایی که باید پردازش شوند. فرض بر این است که اگر قرار باشد محصول h **Error! Bookmark not defined.** قبل از محصول h' مونتاژ شود، بر روی هر ماشین پردازش، هریک از اجزای h' باید بعد از اجزای محصول h پردازش شود.

در این تحقیق نشان داده شده است چنانچه در توالی محصولات، محصول h قبل از محصول h' قرار گیرد، در جواب بهینه، در مرحله اول، تمام قطعات محصول h قبل از تمام قطعات محصول h' پردازش می‌شود، در نتیجه این موضوع را به‌عنوان یک فرض در الگوریتم پیشنهادی خود لحاظ کرده‌اند. مساله فوق از نوع NP-complete بوده و محقق، یک الگوریتم شاخه و کران ارائه کرده است که در آن از تکنیک جست‌وجوی بهترین محدوده استفاده و الگوریتم‌های ارائه‌شده برای مسائل تا ۲۵ محصول و هر محصول تا ۲۵ قطعه ارزیابی شده است.

کریمی حقیقی در پایان‌نامه کارشناسی ارشد خود، مساله زمان‌بندی جریان کارگاهی سه‌مرحله‌ای مونتاژی را با هدف کمینه‌سازی متوسط زمان اتمام کارها بررسی و برای حل آن از رویکردهای فراابتکاری استفاده کرده است [۱۴]. در مساله بررسی‌شده توسط وی، همه کارها از m+۲ عملیات تشکیل شده که تعداد m عملیات در مرحله اول توسط m ماشین غیریکسان انجام می‌شود. در این قسمت، هر عملیات توسط ماشین مشخصی انجام می‌شود و سپس در مرحله دوم، انتقال قطعات به ایستگاه سوم صورت می‌گیرد و در ایستگاه سوم، عملیات مونتاژ انجام می‌شود. تفاوت مساله موردنظر در این تحقیق با مساله بررسی‌شده توسط آقای کریمی، در محدودنبودن تعداد ماشین‌های مرحله اول پردازش، محدودنبودن تعداد قطعات هر محصول، آزادبودن ماشین‌ها برای پردازش قطعات مختلف و تابع هدف است.

حاتمی و همکاران [۱۵] نیز همین مساله را با تابع هدف دوگانه میانگین زمان تکمیل کارها و بیشترین دیرکرد بررسی کردند. در تحقیق انجام‌شده، در مرحله اول، سیستم تولید عملیات مختلف به‌طور موازی و مستقل از هم انجام می‌شوند. در مرحله دوم، اجزای تولیدشده در مرحله اول،جمع‌آوری و به محل مونتاژ منتقل می‌شوند. در نهایت، در مرحله سوم، این اجزا با هم مونتاژ و محصول نهایی تولید می‌شود. آن‌ها دو الگوریتم فراابتکاری شبیه‌سازی تبرید و جست‌وجوی ممنوع برای حل این مساله ارائه دادند.

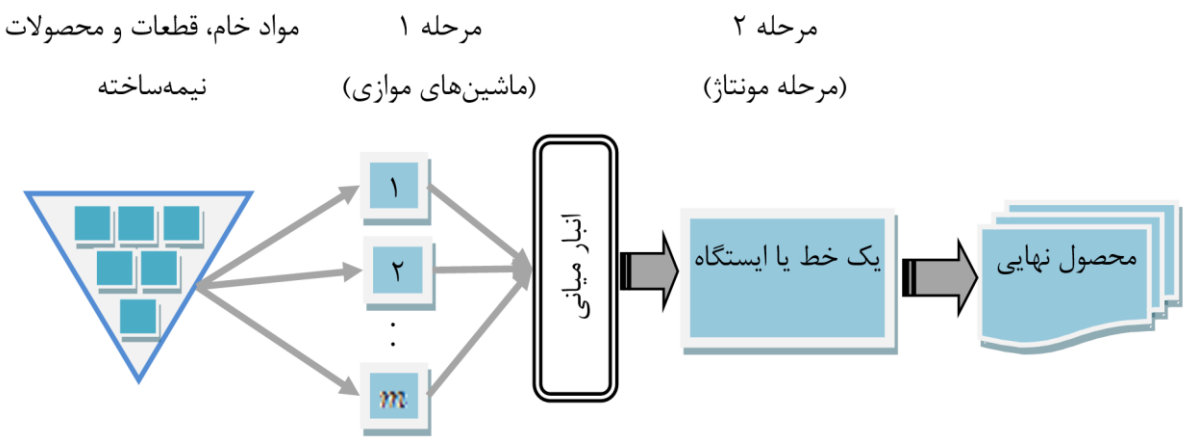
ملکی درونکلایی و همکاران [۱۶] در حالتی به بررسی مساله جریان کارگاهی مونتاژ سه‌مرحله‌ای پرداخته‌اند که زمان‌های آماده‌سازی وابسته به توالی مدنظر بوده، بنابراین مساله بلوک‌بندی کارها نیز بررسی شده است.

درخصوص نوآوری تحقیق حاضر می‌توان گفت باتوجه به نتایج بررسی تحقیقات پیشین، مشخص است که تاکنون مدلی مبتنی بر الگوریتم شاخه و کران برای حل مساله زمان‌بندی در یک سیستم تولید دومرحله‌ای که در آن محصولات مختلف و متنوع تولید می‌شود، ارائه نشده است. ضمناً دو حدود بالا و پایین توسعه‌داده‌شده برای جواب مساله موردنظر نیز از جمله دیگر نوآوری‌های تحقیق حاضر است. با توجه به نزدیک‌بودن دو منبع [۱۲] و [۱۷] به تحقیق حاضر، لازم به توضیح است که در سیستم تولید موردنظر در منبع [۱۲] فقط یک نوع محصول تولید می‌شود، اما در تحقیق حاضر، تولید محصولات مختلف مدنظر است. همچنین الگوریتم شاخه و کران توسعه‌داده‌شده در منبع [۱۷] فقط برای زمان‌بندی کارها در یک محیط جریان کارگاهی ترکیبی مطرح بوده و مرحله مونتاژ در سیستم تولید آن لحاظ نشده است.

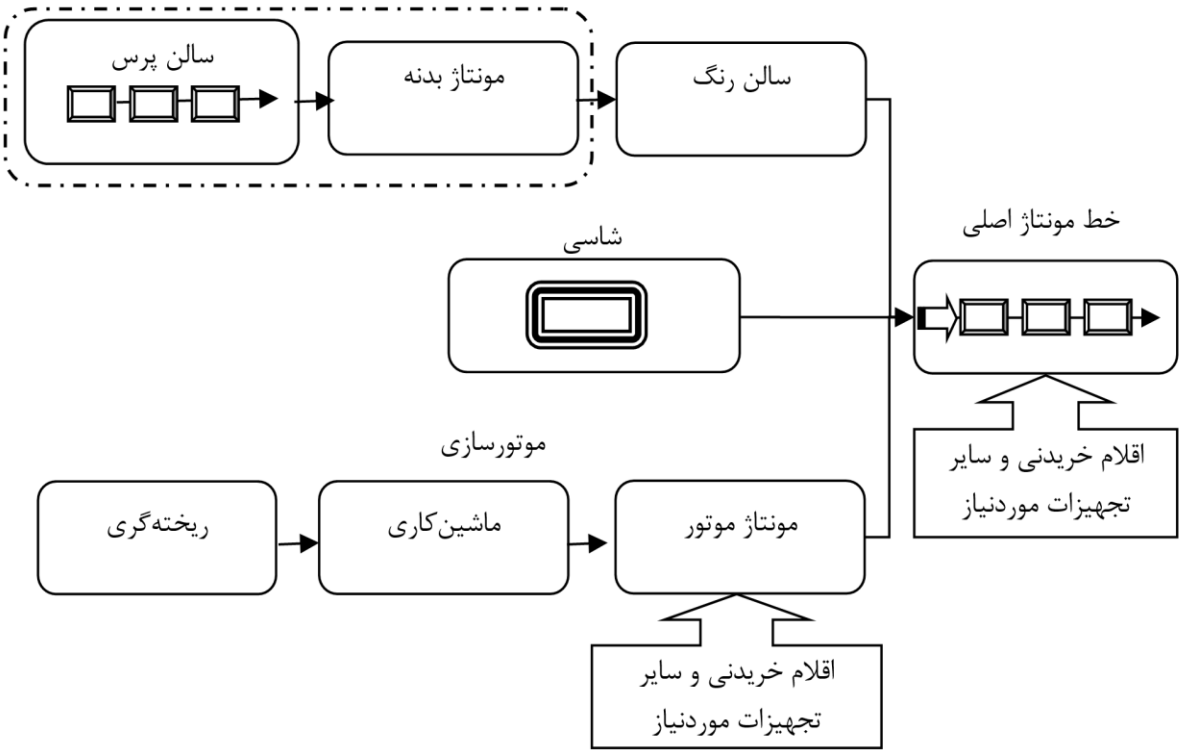
۲- شرح مساله

مساله موردنظر در این تحقیق را می‌توان در یک نگاه کلی مانند شکل (۱) و به‌صورت یک سیستم تولید دومرحله‌ای در نظر گرفت. در این سیستم قرار است تعدادی محصول H از انواع مختلف تولید شود. هر محصول برای مونتاژ و تکمیل‌شدن، نیازمند یک مجموعه قطعات مخصوص است که البته برخی قطعات در بین محصولات، مشترک و بقیه متفاوت است. بنابراین ابتدا قطعات در مرحله اول، پردازش و پس از کامل‌شدن مجموعه قطعات هر محصول، مونتاژ آن محصول در مرحله دوم انجام می‌شود. در مرحله اول

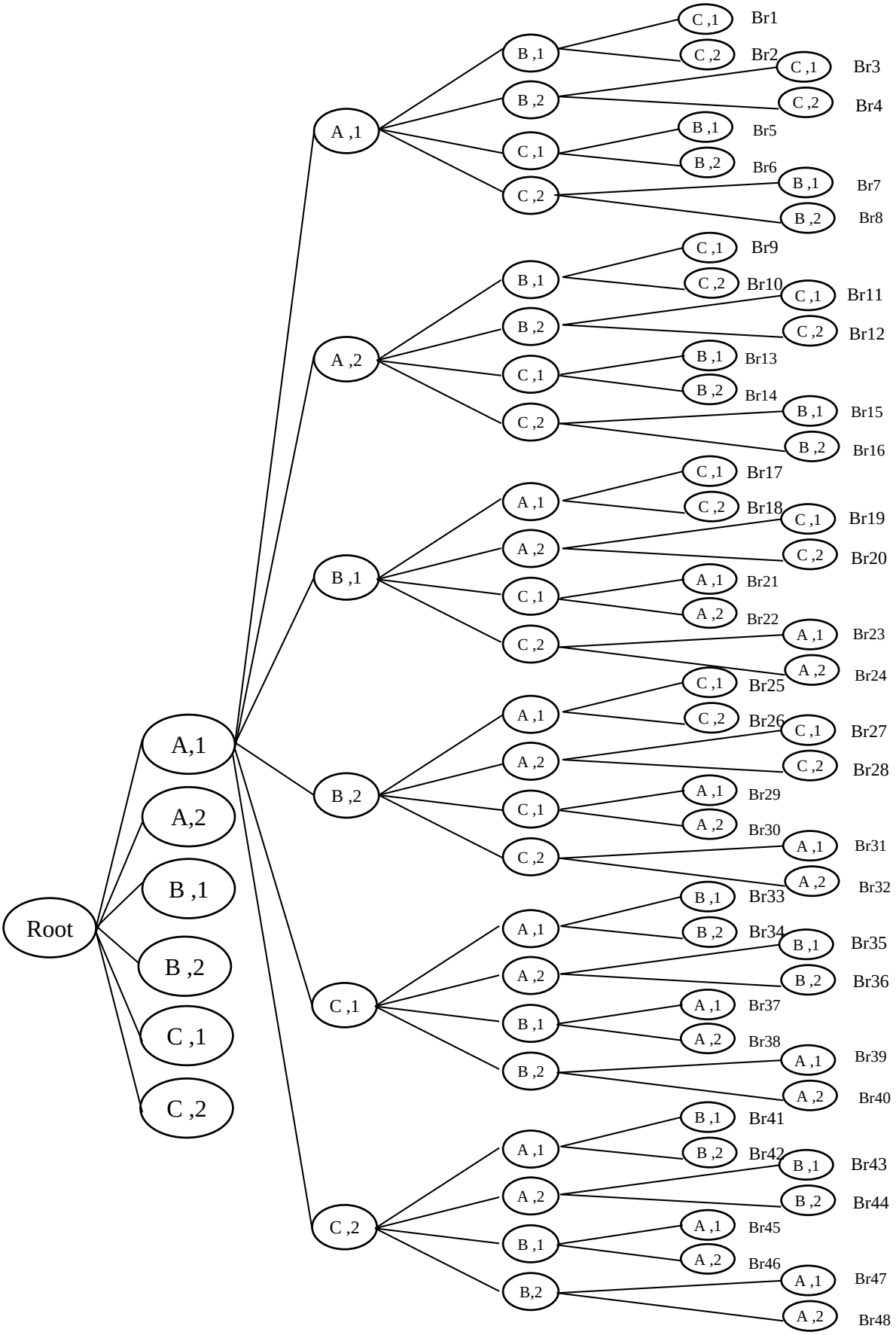
پردازش قطعات، تعدادی ماشین یکسان به‌صورت موازی در دسترس است و در مرحله دوم، یک ماشین (یک ایستگاه کاری) وجود دارد. هدف عبارت است از زمان‌بندی مونتاژ محصولات و پردازش قطعات هر محصول به‌گونه‌ای که زمان تکمیل کل محصولات (makespan) حداقل شود. از جمله کاربردهای مساله موردبررسی در این تحقیق، سیستم تولید بدنه خودرو در صنایع خودروسازی است. به‌طور کلی در یک شرکت خودروسازی، تولید موتور و بدنه به‌عنوان دو زیرفرایند اصلی محسوب می‌شود و در نهایت، محصول این دو زیرفرایند به همراه شاسی خودرو وارد خط مونتاژ اصلی شده، سایر تجهیزات و متعلقات خودرو بر روی آن‌ها مونتاژ می‌شود. تولید بدنه یک خودرو شامل دو مرحله است؛ اول، پردازش و تولید قطعات بدنه که در یک کارگاه پرس صورت می‌گیرد و دوم، مونتاژ بدنه که بعد از تکمیل مجموعه قطعات موردنیاز انجام می‌شود. این قسمت از مرحله تولید که در شکل (۲) با خط‌چین مشخص شده، نمونه‌ای واقعی از یک سیستم تولید دومرحله‌ای است که در این تحقیق به آن پرداخته می‌شود.



شکل ۱: نمای کلی مساله مورد بررسی در این تحقیق



شکل ۲: نمای کلی یک شرکت خودروسازی و محدوده مساله موردبررسی در این تحقیق



شکل ۳: شاخه‌ها و گره‌های ممکن برای توالی پردازش قطعات مثال عددی

فرض‌های اصلی درنظرگرفته‌شده برای مساله مذکور، به شرح زیر است. می‌باید تعدادی محصول تولید شود و هر محصول برای تکمیل، نیازمند یک سری قطعات است.

- تقاضای محصولات نهایی مشخص و همه قطعات در زمان صفر آماده پردازش هستند.
- زمان پردازش قطعات و مونتاژ محصولات، قطعی و معین است.
- عملیات مونتاژ یک محصول، زمانی شروع می‌شود که تمام قطعات آن پردازش شده و آماده مونتاژ باشد.
- مجموعه قطعات، محصولات و ماشین‌آلات پردازش مستقل از یکدیگر هستند.
- مشخصات و ظرفیت ماشین‌های موجود در مرحله اول سیستم تولید یکسان است.
- ماشین‌ها نمی‌توانند در یک زمان، بیش از یک عملیات را انجام دهند (ماشین‌ها در هر زمان یا بر روی یک قطعه/محصول عملیات انجام می‌دهند یا بیکار هستند).
- در هر زمان، هر قطعه فقط بر روی یک ماشین پردازش می‌شود (هر کار در هر زمان، یا در حال پردازش بر روی یک ماشین است یا در صف انتظار ماشینی برای پردازش). لازم به ذکر است این موارد، مفروضات اساسی هستند که برحسب شرایط و مدل‌های مطرح در تحقیق، امکان تغییر در این فرضیات وجود دارد.

محدودیت‌های مساله عبارت‌اند از: ماشین‌آلات، تقدم و تأخر برای پردازش قطعات و مونتاژ محصولات.

سایر مشخصات و پارامترهای مساله به شرح زیر است:

پارامتر	تعریف
H	تعداد کل کارها (محصولات) موردنیاز
H	اندیس محصولات (h=1, 2, …, H)
N	تعداد کل قطعات
J	اندیس قطعات (j=1,2,…,n)
n_h	تعداد قطعات محصول h
j_h	اندیس سری قطعات محصول h (j_h =1, 2, …, n_h)
$L=2$	تعداد مراحل سیستم تولید
L	اندیس مراحل (l=1, 2)
S_{ijk}	زمان آماده‌سازی قطعه j در مرحله اول در حالتی که بلافاصله بعد از قطعه i توسط ماشین k پردازش شود
S_{0jk}	زمان آماده‌سازی قطعه j در مرحله اول در حالتی که به‌عنوان اولین قطعه بر روی ماشین k پردازش شود
p_j	زمان پردازش قطعه j در مرحله اول
M	تعداد ماشین‌های موازی در مرحله ۱
k	اندیس ماشین (k=1, 2, 3, …, m)
A_h	زمان مونتاژ محصول h

متغیرهای تصمیم مساله به‌صورت زیر تعریف شده است:

پارامتر	تعریف
x_{ijk}	برابر ۱ است اگر قطعه j بلافاصله بعد از قطعه i روی ماشین k پردازش شود، در غیر اینصورت ۰ است
x_{0jk}	برابر با ۱ است اگر قطعه j به عنوان اولین قطعه روی ماشین k پردازش شود، در غیر این صورت ۰ است
St_j	زمان شروع آماده‌سازی قطعه j در مرحله اول
c_j	در مرحله اول j زمان تکمیل قطعه
ASt_h	زمان شروع مونتاژ محصول h در مرحله دوم
c_h	زمان تکمیل مونتاژ محصول h
$AS_{h'h}$	برابر با ۱ است اگر مونتاژ محصول h بعد از مونتاژ محصول انجام شود، در غیر این صورت ۰ است

باتوجه به پارامترها و متغیرهای تعریف‌شده، مدل ریاضی مساله به‌صورت زیر ارائه می‌شود. در این مدل، معادله (۱) بیانگر تابع هدف مساله است که حداقل‌کردن زمان تکمیل کارهاست. معادلات (۲) تا (۴) تضمین‌کننده این موضوع

هستند که هر قطعه فقط یک بار در مرحله اول پردازش می‌شود. معادله (۵) بیانگر آن است که زمان شروع آماده‌سازی یا پردازش هر قطعه، بعد از زمان تکمیل پردازش قطعه قبلی آن خواهد بود. معادله (۶) مشخص می‌کند که زمان تکمیل پردازش هر قطعه در مرحله اول بزرگ‌تر یا مساوی زمان شروع آماده‌سازی آن قطعه بعلاوه مدت زمان‌های آماده‌سازی و پردازش آن قطعه خواهد بود. معادله (۷) تعیین می‌کند که مونتاژ هر محصول، بعد از زمان تکمیل همه قطعات آن محصول شروع می‌شود. معادله (۸) بیانگر آن است که زمان شروع مونتاژ هر محصول، بعد از زمان تکمیل مونتاژ محصول قبلی آن خواهد بود. معادله (۹) زمان تکمیل مونتاژ محصولات را نشان می‌دهد. معادله (۱۰) زمان تکمیل آخرین محصول را محاسبه می‌کند و در نهایت، معادلات (۱۱) تا (۱۳) حدود تغییرات متغیرها را تعیین می‌کنند.

$$\text{Min } Z = (C_{max}) \quad (۱)$$

Subject to:

$$\sum_{i=0,\, i\neq j}^{n} \sum_{k=1}^{m} x_{ijk} = 1 \qquad j=1, 2, 3, \ldots, n \quad (۲)$$

$$\sum_{j=0}^{n} x_{ijk} \leq 1 \qquad \begin{matrix} i=0, 1, 2, 3, \ldots, n \\ k=1, 2, 3, \ldots, m \end{matrix} \quad (۳)$$

$$\sum_{i=0, i\neq q}^{n} x_{iqk} - \sum_{j=0, j\neq q}^{n} x_{qjk} = 0 \qquad \begin{matrix} q=1, 2, 3, \ldots, n \\ k=1, 2, 3, \ldots, m \end{matrix} \quad (۴)$$

$$St_j \geq \sum_{k}^{m} x_{ijk} \times C_i \qquad \begin{matrix} i=1, 2, 3, \ldots, n \\ j=1, 2, 3, \ldots, n \end{matrix} \quad (۵)$$

$$C_j \geq St_j + P_j + \sum_{k}^{m} x_{ijk} \times S_{ijk} + x_{0jk} \times S_{0jk} \qquad \begin{matrix} i=1, 2, 3, \ldots, n \\ j=1, 2, 3, \ldots, n \end{matrix} \quad (۶)$$

$$AST_h \geq C_j \qquad \begin{matrix} h=1, 2, 3, \ldots, H \\ \forall j \in \{j_h\} \end{matrix} \quad (۷)$$

$$AST_h + M \times (1 - AS_{h'h}) \geq C_{h'} \qquad \begin{matrix} h=1, 2, 3, \ldots, H \\ h'=1, 2, 3, \ldots, H \end{matrix} \quad (۸)$$

$$C_h \geq AST_h + A_h \qquad h=1, 2, 3, \ldots, H \quad (۹)$$

$$\mathrm{C_{max}} \geq \mathrm{C_h} \qquad \begin{matrix} h=1, 2, 3, \ldots, H \\ h=1, 2, 3, \ldots, H \end{matrix} \quad (۱۰)$$

$$AS_{h'h} \in \{0,1\} \qquad \begin{matrix} h'=1, 2, 3, \ldots, H \\ h' \neq h \end{matrix} \quad (۱۱)$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\} \qquad \begin{matrix} i=0, 1, 2, 3, \ldots, n \\ j=1, 2, 3, \ldots, n \\ k=1, 2, 3, \ldots, m \end{matrix} \quad (۱۲)$$

$$C_j, St_j, AST_h, \mathrm{C_h} \geq 0 \qquad \begin{matrix} j=1, 2, 3, \ldots, n \\ h=1, 2, 3, \ldots, H \end{matrix} \quad (۱۳)$$

۳- رویکرد حل مساله

در این قسمت یک الگوریتم شاخه و کران برای حل مساله موردنظر توسعه داده می‌شود. اساس مدل پیشنهادی در این تحقیق، طرح شاخه‌زدن در الگوریتم شاخه و کران است که توسط براه و همکاران برای حل مساله جریان کارگاهی ترکیبی (HFSP)[1] با ماشین‌های یکسان ارائه شد [۱۷]. شیم و همکاران نیز این طرح را برای مسائل زمان‌بندی ماشین‌های موازی با ماشین‌های یکسان (IPMSP)[2] توسعه دادند و چند الگوریتم مناسب برای این نوع مسائل معرفی کردند [۸ و ۱۹]. فتاحی و همکاران این طرح را در حالتی برای حل مساله زمان‌بندی جریان کارگاهی ترکیبی با عملیات مونتاژ توسعه دادند که فقط یک نوع محصول به تعداد زیاد تولید می‌شود[۱۲].

۳-۱- طرح گره و شاخه الگوریتم پیشنهادی

در الگوریتم‌های شاخه و کران، طرح کلی شاخه‌زدن در مسائل زمان‌بندی ماشین‌های موازی، از جای‌گشت‌های مختف n کار حاصل می‌شود [۱۸]. با توجه به اینکه مرحله اول مساله موردنظر در این تحقیق شامل ماشین‌های موازی است و باید پردازش قطعات روی آن‌ها زمان‌بندی شود، بنابراین جای‌گشت‌های مختلف قطعات، تعیین‌کننده شاخه‌ها خواهد بود. به‌منظور تعیین گره‌ها، در هر گره دو فاکتور به‌صورت عدد در نظر گرفته می‌شود؛ یکی بیانگر نوع قطعه است و دومی، شماره ماشین را مشخص می‌کند. چنانچه در هر گره، یکی از این دو فاکتور، یعنی قطعه یا ماشین تغییر کند، نیازمند انجام تنظیمات و زمان آماده‌سازی[3] هستیم.

برای درک بهتر طرح شاخه و گره الگوریتم پیشنهادی، یک مثال عددی مطابق جدول ۱ بررسی می‌شود. در این مثال، باید دو نوع محصول تولید شود. محصول اول با مونتاژ دو قطعه و محصول دوم با مونتاژ سه قطعه کامل می‌شود، همچنین یکی از قطعات این محصولات مشابه است (نوع

[1] Hybrid Flow shop Scheduling Problem
[2] Identical Parallel Machines Scheduling Problems
[3] Setup Time

A). سایر اطلاعات نیز در جدول ۱ مشخص است. بعلاوه فرض می‌شود دو ماشین موازی در مرحله اول وجود دارد.

جدول ۱- مثال عددی مساله مورد بررسی

شماره محصول	شماره قطعه	نوع قطعه	زمان آماده‌سازی	زمان پردازش	زمان مونتاژ
۱	۱	A	۳	۱	۴
	۲	B	۵	۳	
۲	۳	A	۳	۱	۵
	۴	C	۴	۲	

شکل (۳) نشان‌دهنده شاخه‌ها و گره‌های ممکن برای توالی پردازش قطعات است. در این شکل، شاخه‌ها فقط برای یکی از گره‌های سطح اول توسعه داده شده و توسعه شاخه‌ها برای ۵ گره دیگر نیز همانند شاخه‌های گره اول است.

همان‌طور که گفته شد در هر گره دو پارامتر مشاهده می‌شود. پارامتر اول که با یک حرف انگلیسی مشخص شده، نشان‌دهنده نوع قطعه‌ای است که قرار است پردازش شود و پارامتر دوم که یک عدد است، نشان‌دهنده شماره ماشینی است که برای پردازش قطعه مشخص‌شده تخصیص می‌یابد. این نوع شاخه‌زدن اولیه در حالت کلی است و واضح است که تعداد شاخه‌ها برای مسائل بزرگ، خیلی زیاد خواهد بود، بنابراین زمان دستیابی به جواب نهایی، بسیار طولانی خواهد شد.

با کمی دقت در شاخه‌ها و با درنظرگرفتن این موضوع که ماشین‌های موازی از یک نوع‌اند و ظرفیت آن‌ها یکسان است، معلوم می‌شود که تعدادی از شاخه‌ها بیانگر یک زمان‌بندی‌اند و تکراری هستند. به‌عنوان مثال، زمان‌بندی حاصل از شاخه‌های Br31 ، Br26 و Br4 را در نظر بگیرید. شکل (۴) نیز نمودار گانت پردازش قطعات مطابق زمان‌بندی این سه شاخه را نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل مشخص است، سه شاخه فوق بیانگر یک زمان‌بندی هستند که بر اساس آن، دو قطعه از نوع A روی یک ماشین و قطعات نوع B و C به ترتیب روی ماشین دیگر پردازش می‌شوند. بنابراین این سه شاخه به یک شاخه قابل کاهش است.

به‌طور کلی، تعداد خیلی زیادی از شاخه‌ها در عمل تکراری و قابل‌حذف است. بنابراین برای کاهش زمان حل و افزایش کارایی الگوریتم، لازم است شاخه‌های غیرمؤثر حذف شوند. در نتیجه، پس از حذف کامل شاخه‌های اضافی، شاخه‌های مؤثر و موردنیاز، مطابق شکل (۵) خواهد بود.

۲-۳- طراحی و محاسبه حدود پایین و بالا

طراحی و استفاده از حد پایین و حد بالا در الگوریتم‌های شاخه و کران، با هدف ارزیابی شاخه‌ها و توقف شاخه‌هایی انجام می‌شود که از جواب بهینه فاصله دارند. بنابراین سرعت حل و کارایی الگوریتم، وابستگی زیادی به کیفیت طراحی این دو عبارت دارد. در همین زمینه و با توجه به دومرحله‌ای‌بودن سیستم تولید موردبررسی در این تحقیق، برای طراحی مناسب حد پایین و بالای الگوریتم پیشنهادی، این دو حد در دو حالت تعیین‌شده و مناسب‌ترین مقدار (برای حد پایین بیشترین و برای حد بالا کمترین مقدار) استفاده می‌شود.

m_1:	S_A	P_A	P_A	
m_2:	S_B	P_B	S_C	P_C

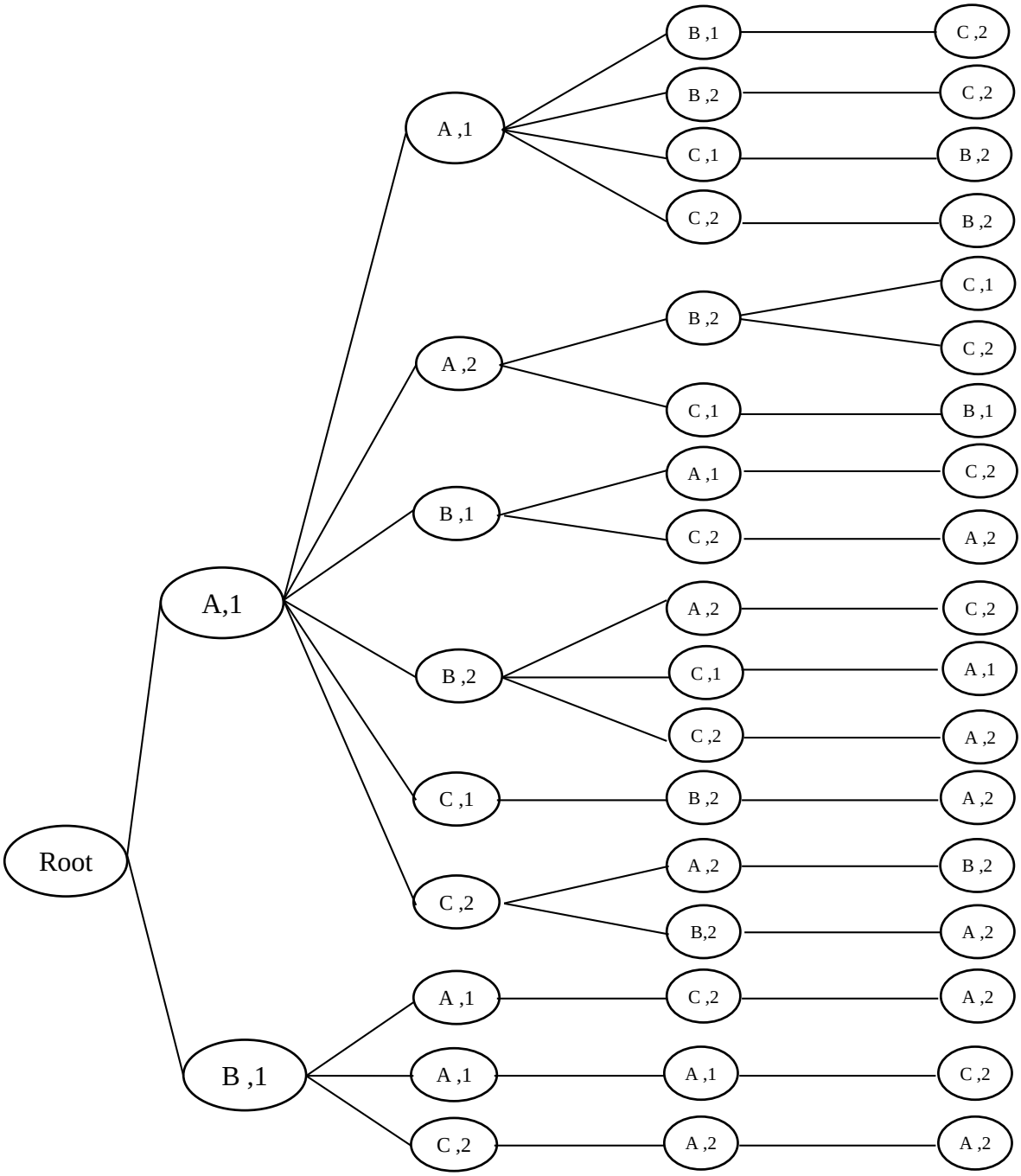
شکل (۴): نمودار گانت پردازش قطعات طبق شاخه‌های Br31 ، Br26 و Br4

حالت اول: زمانی که مرحله پردازش قطعات گلوگاه سیستم تولید باشد. در این حالت بیشتر زمان تولید مربوط به مرحله پردازش قطعات است و ایستگاه مونتاژ در بیشتر مواقع، معطل رسیدن قطعات از مرحله اول خواهد بود و فقط برای مونتاژ آخرین محصول، ایستگاه مونتاژ فعال است و ماشین‌های پردازش در مرحله اول بیکار هستند. بنابراین حد پایین زمان پردازش و مونتاژ در این حالت عبارت است از حداقل زمان ممکن برای آماده‌سازی و پردازش همه قطعات باقی‌مانده، بعلاوه کمترین زمان مونتاژ محصولات باقی‌مانده، که این مقدار مطابق رابطه (۱۴) محاسبه می‌شود:

$$LB1 = \frac{\sum_{j\in J'} P_j + \sum_{j\in J''} \min_{\forall i,k} S_{ijk}}{m} + \min_{h\in H'}(A_h) \qquad (۱۴)$$

همچنین در این حالت حد بالای زمان پردازش و مونتاژ برابر است با بالاترین حد ممکن مجموع آماده‌سازی و پردازش قطعات باقی‌مانده بعلاوه بیشترین زمان مونتاژ محصولات باقی‌مانده، که به‌صورت رابطه (۱۵) محاسبه می‌شود:

$$UB_1 = \frac{\sum_{j\in J'}\left(\max_{\forall i,k} S_{ijk} + P_j\right)}{m} + \max_{j\in J'}\left(\max_{\forall i,k} S_{ijk} + P_j\right) + \max_{h\in H'}(A_h) \qquad (۱۵)$$



شکل ۵: شاخه‌ها و گره‌های مؤثر توالی پردازش قطعات مثال عددی پس از حذف شاخه‌های اضافی

حالت دوم: زمانی که مرحله مونتاژ محصولات گلوگاه سیستم تولید باشد. در این حالت بیشتر زمان تولید مربوط به مونتاژ محصولات است و ایستگاه مونتاژ فقط برای رسیدن مجموعه قطعات محصول اول معطل خواهد بود. بنابراین حد پایین زمان پردازش و مونتاژ در این حالت عبارت است از حداقل زمان ممکن برای آماده‌سازی، پردازش و تکمیل اولین ست قطعات یک محصول، بعلاوه مجموع زمان‌های مونتاژ محصولات باقی‌مانده، که این مقدار مطابق رابطه (۱۶) محاسبه می‌شود:

$$LB2 = \min_{h\in H'}\left\{ max\left[\left(\min_{\substack{\forall i,k \\ j\in J_h''}} S_{ijk} + P_{j'_h}\right),\ \left(\frac{\sum_{j\in J'_h} P_j + \sum_{j\in J''_h} \min_{\forall i,k} S_{ijk}}{m}\right)\right]\right\} + \sum_{h\in H'} A_h \quad (۱۶)$$

همچنین در این حالت، حد بالای زمان پردازش و مونتاژ برابر است با طولانی‌ترین زمان ممکن برای آماده‌کردن مجموعه قطعات یک محصول، بعلاوه مجموع زمان مونتاژ

محصولات باقی‌مانده، که مطابق رابطه (۱۷) محاسبه می‌شود:

$$UB2 = \min_{h\in H'}\left\{max\left[\left(\max_{\substack{\forall i,k\\ j\in J''_h}} S_{ijk} + P_{J'_h}\right),\left(\frac{\sum_{j\in J'_h} P_j+\sum_{j\in J''_h}\max_{\forall i,k} S_{ijk}}{m}\right)\right]\right\} + \sum_{h\in H'} A_h \quad (۱۷)$$

برخی پارامترهای مورداستفاده در روابط (۱۴) تا (۱۷) جدید هستند که به شرح زیر تعریف می‌شوند:

مجموعه J': مجموعه کل قطعاتی است که تاکنون (تا گره جاری) زمان‌بندی نشده‌اند.

مجموعه J'': مجموعه قطعات مختلفی که تاکنون (تا گره جاری) زمان‌بندی نشده‌اند و در حال حاضر هم در حال پردازش نیستند، بنابراین حداقل یک بار نیاز به آماده‌سازی دارند.

مجموعه J'_h: مجموعه کل قطعات محصول h که تاکنون (تا گره جاری) زمان‌بندی نشده‌اند.

مجموعه J''_h: مجموعه قطعات مختلف محصول h که تاکنون (تا گره جاری) زمان‌بندی نشده‌اند و در حال حاضر در حال پردازش نیستند، بنابراین حداقل یک بار نیاز به آماده‌سازی دارند.

مجموعه H': مجموعه محصولات مختلف که عملیات مونتاژ آن‌ها شروع نشده است.

۴- ارزیابی مدل و تحلیل نتایج

۴-۱- طراحی مسائل

برای سنجش عملکرد و کارایی الگوریتم پیشنهادی در حل مساله موردبررسی، مسائل تست مطابق جدول با ویژگی‌های متنوع طراحی شد تا الگوریتم در شرایط مختلف ارزیابی شود. با توجه به دومرحله‌ای‌بودن سیستم تولید، مسائل تست در سه حالت طراحی شد. حالت اول شرایطی را فراهم می‌کند که زمان پردازش قطعات موردنیاز محصولات بیشتر از زمان مونتاژ محصولات است، بنابراین مرحله پردازش، گلوگاه سیستم تولید خواهد بود. این نوع مسائل در جداول ۲ و ۳ با نماد F مشخص شده است. حالت دوم نیز شرایطی را فراهم می‌کند که زمان مونتاژ محصولات بیشتر از زمان پردازش قطعات است، بنابراین مرحله مونتاژ، گلوگاه سیستم تولید خواهد بود. این مسائل نیز با علامت A مشخص شده است. در نهایت، مسائل نوع سوم که مسائل B نام‌گذاری شده، شرایطی را نشان می‌دهد که زمان پردازش قطعات و مونتاژ تقریبا یکسان است، بنابراین حالت تعادل در سیستم تولید برقرار است. این دسته‌بندی مسائل، با تغییر پارامتر تعداد ماشین‌های موازی در مرحله پردازش حاصل می‌شود. بنابراین ماشین‌های موازی در سه حالت ۲، ۳ و ۴ لحاظ شده است. همچنین سایر پارامترهای مسائل تست، مطابق زیر تنظیم شده است:

تعداد قطعات هر محصول: عددی تصادفی با توزیع یکنواخت در بازه [۵ , ۷] ضمن آنکه برای هر مساله، تعداد $6 \times H$ نوع قطعه در نظر گرفته شده (H بیانگر تعداد انواع محصول و عدد ۶ برابر با متوسط تعداد قطعات هر محصول است) و نوع قطعات هر محصول به‌صورت تصادفی از بین این انواع قطعات تعیین می‌شود تا محصولات، هم دارای قطعات مشترک باشند و هم قطعات منحصر داشته باشند.

زمان آماده‌سازی هر قطعه: عددی تصادفی با توزیع یکنواخت در بازه [۲۰ , ۴۰]

زمان پردازش هر قطعه: عددی تصادفی با توزیع یکنواخت در بازه [۵ , ۱۰]

زمان مونتاژ محصولات: عددی تصادفی با توزیع یکنواخت در بازه [۵۰ , ۱۰۰]

همچنین این مسائل با تعداد محصولات ۵، ۷، ۱۰، ۱۲ و ۱۵ طراحی شده است.

خلاصه مشخصات مسائل طراحی‌شده برای تست و ارزیابی عملکرد الگوریتم پیشنهادی مطابق جدول ۲ است.

۴-۲- تحلیل نتایج

در این قسمت عملکرد الگوریتم پیشنهادی در حل مسائل تست موردارزیابی و تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد. به همین منظور، ابتدا الگوریتم پیشنهادی به‌همراه حدود پایین و بالای جواب در برنامه MATLAB ۷/۱۰/۰/۴۹۹ (a2010R) کدنویسی شد. سپس برنامه تهیه‌شده در یک کامپیوتر شخصی (PC) با پردازنده دوهسته‌ای و حافظه RAM یک گیگابیتی اجرا و هرکدام از ۱۵ مساله جدول توسط الگوریتم پیشنهادی حل شد.

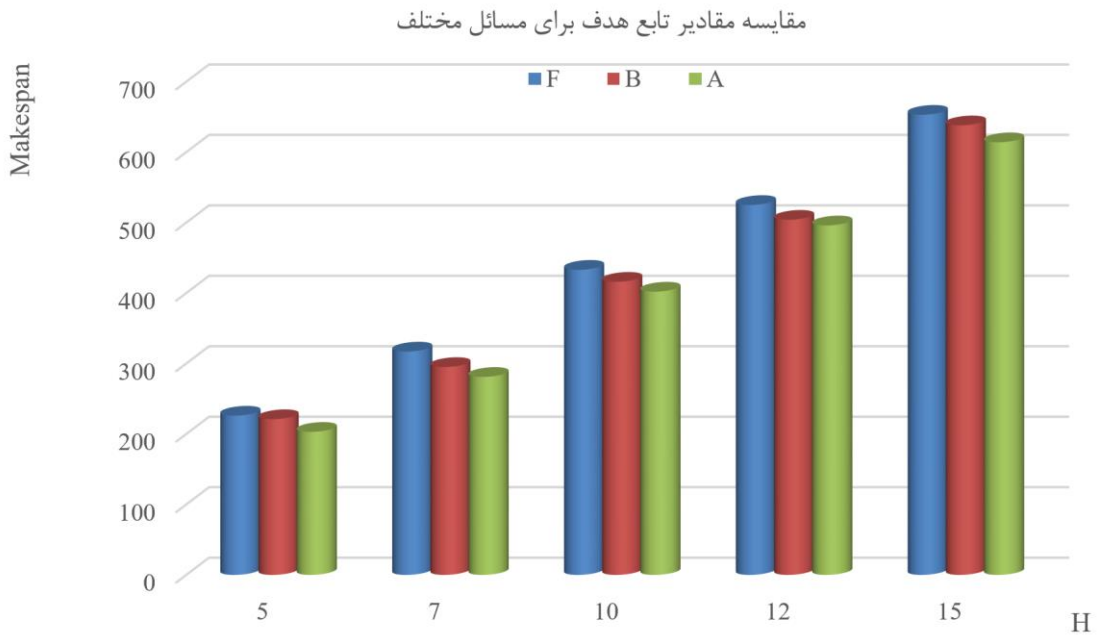
جدول ۳ بیانگر جواب حاصل از الگوریتم برای هریک از مسائل طراحی‌شده در شرایط مختلف است. همچنین شکل (۵) نشان‌دهنده مقایسه جواب‌های حاصل از حل مسائل به تفکیک نوع مساله است.

جدول ۲- پارامترهای مسائل تست

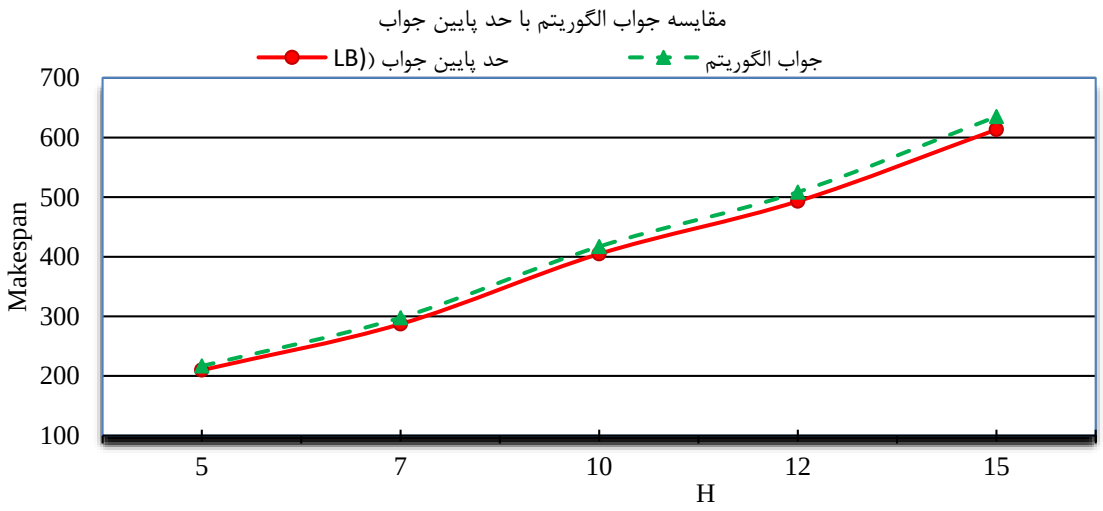
ردیف مساله	تعداد محصول	تعداد قطعه	تعداد ماشین پردازش	زمان آماده‌سازی	زمان پردازش	زمان مونتاژ	نوع مساله
۱	۵	[۵ , ۷]	۲	[۲۰ ,۴۰]	[۵ ,۱۰]	[۵۰ ,۱۰۰]	F
۲	۵	[۵ , ۷]	۳	[۲۰ ,۴۰]	[۵ ,۱۰]	[۵۰ ,۱۰۰]	B
۳	۵	[۵ , ۷]	۴	[۲۰ ,۴۰]	[۵ ,۱۰]	[۵۰ ,۱۰۰]	A
۴	۷	[۵ , ۷]	۲	[۲۰ ,۴۰]	[۵ ,۱۰]	[۵۰ ,۱۰۰]	F
۵	۷	[۵ , ۷]	۳	[۲۰ ,۴۰]	[۵ ,۱۰]	[۵۰ ,۱۰۰]	B
۶	۷	[۵ , ۷]	۴	[۲۰ ,۴۰]	[۵ ,۱۰]	[۵۰ ,۱۰۰]	A
۷	۱۰	[۵ , ۷]	۲	[۲۰ ,۴۰]	[۵ ,۱۰]	[۵۰ ,۱۰۰]	F
۸	۱۰	[۵ , ۷]	۳	[۲۰ ,۴۰]	[۵ ,۱۰]	[۵۰ ,۱۰۰]	B
۹	۱۰	[۵ , ۷]	۴	[۲۰ ,۴۰]	[۵ ,۱۰]	[۵۰ ,۱۰۰]	A
۱۰	۱۲	[۵ , ۷]	۲	[۲۰ ,۴۰]	[۵ ,۱۰]	[۵۰ ,۱۰۰]	F
۱۱	۱۲	[۵ , ۷]	۳	[۲۰ ,۴۰]	[۵ ,۱۰]	[۵۰ ,۱۰۰]	B
۱۲	۱۲	[۵ , ۷]	۴	[۲۰ ,۴۰]	[۵ ,۱۰]	[۵۰ ,۱۰۰]	A
۱۳	۱۵	[۵ , ۷]	۲	[۲۰ ,۴۰]	[۵ ,۱۰]	[۵۰ ,۱۰۰]	F
۱۴	۱۵	[۵ , ۷]	۳	[۲۰ ,۴۰]	[۵ ,۱۰]	[۵۰ ,۱۰۰]	B
۱۵	۱۵	[۵ , ۷]	۴	[۲۰ ,۴۰]	[۵ ,۱۰]	[۵۰ ,۱۰۰]	A

جدول ۳- جواب‌های مسائل تست حاصل از الگوریتم پیشنهادی

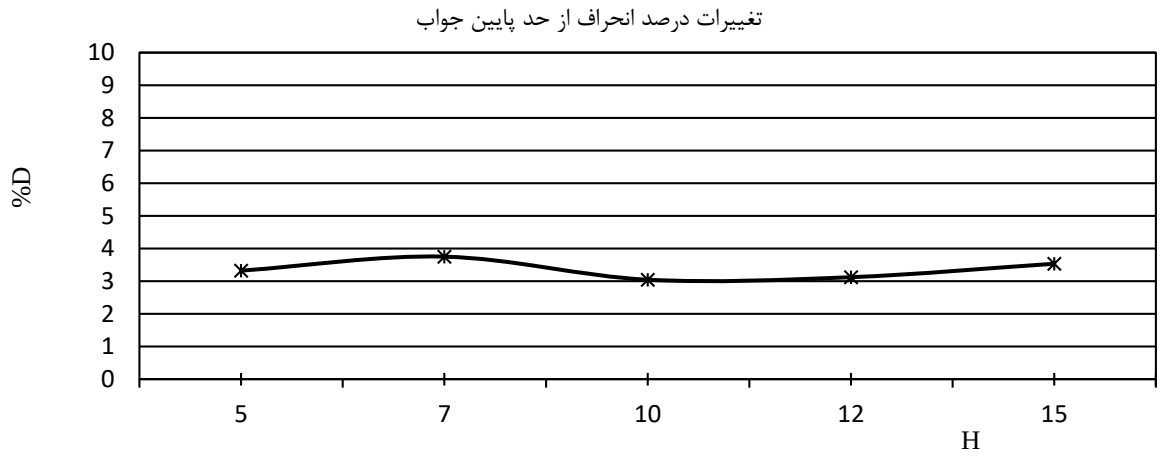
ردیف مساله	تعداد محصول	تعداد قطعه	تعداد ماشین پردازش	نوع مساله	مقدار جواب الگورتم
۱	۵	[۵ , ۷]	۲	F	۲۲۶
۲	۵	[۵ , ۷]	۳	B	۲۱۲
۳	۵	[۵ , ۷]	۴	A	۲۰۳
۴	۷	[۵ , ۷]	۲	F	۳۱۷
۵	۷	[۵ , ۷]	۳	B	۲۹۵
۶	۷	[۵ , ۷]	۴	A	۲۸۱
۷	۱۰	[۵ , ۷]	۲	F	۴۳۳
۸	۱۰	[۵ , ۷]	۳	B	۴۱۶
۹	۱۰	[۵ , ۷]	۴	A	۴۰۲
۱۰	۱۲	[۵ , ۷]	۲	F	۵۲۵
۱۱	۱۲	[۵ , ۷]	۳	B	۵۰۴
۱۲	۱۲	[۵ , ۷]	۴	A	۴۹۶
۱۳	۱۵	[۵ , ۷]	۲	F	۶۵۳
۱۴	۱۵	[۵ , ۷]	۳	B	۶۳۸
۱۵	۱۵	[۵ , ۷]	۴	A	۶۱۴



شکل ۶: مقایسه جواب‌های حاصل از حل مسائل به تفکیک نوع مساله



شکل ۷: مقایسه جواب الگوریتم پیشنهادی با حد پایین جواب



شکل ۸: تغییرات شاخص درصد انحراف جواب الگوریتم از حد پایین

همان‌طور که در جدول ۳ و شکل (۶) مشخص است، در شرایطی که مرحله پردازش قطعات گلوگاه باشد، مقدار تابع هدف بیشتر است و کمترین مقدار تابع هدف مربوط به شرایطی است که مرحله مونتاژ گلوگاه است. این موضوع به این دلیل است که زمان‌بندی قطعات در مرحله اول سیستم تولید نسبت به زمان‌بندی مونتاژ محصولات در مرحله دوم، از پیچیدگی بیشتری برخوردار است. بنابراین در شرایطی که مرحله پردازش گلوگاه است، کار اصلی الگوریتم مربوط به زمان‌بندی قطعات در مرحله پردازش است و به‌دلیل پیچیدگی زمان‌بندی در این مرحله، مقدار تابع هدف بالا می‌رود.

جدول ۴- درصد گره‌های بررسی‌شده توسط الگوریتم

ردیف مساله	تعداد محصول	تعداد قطعه	مقدار جواب الگوریتم
۱	۵	[۵ , ۷]	۱۲,۵۲
۴	۷	[۵ , ۷]	۹,۶۳
۷	۱۰	[۵ , ۷]	۴,۸۲
۱۰	۱۲	[۵ , ۷]	۳,۱۶
۱۵	۱۵	[۵ , ۷]	۱,۲۱

همچنین جدول ۴، درصد کل گره‌های بررسی‌شده توسط الگوریتم را نشان می‌دهد. این مقدار به تفکیک مسائل با تعداد محصول متفاوت ارائه‌شده و درصد گره‌های بررسی‌شده، نشان‌دهنده مؤثربودن حد بالا و حد پایینی است که برای جواب مسائل توسعه داده شده بود.

شکل (۷) نشان‌دهنده روند تغییرات جواب حاصل از الگوریتم پیشنهادی و حد پایین جواب است. با توجه به اینکه حد پایین همواره جواب‌هایی بهتر از بهینه اما امکان‌ناپذیر ارائه می‌دهد، این نتایج حاکی از آن است که حدود پایین توسعه‌داده‌شده در این تحقیق، عملکرد خوبی داشته است؛ زیرا اختلاف بین حد پایین با جواب الگوریتم، مقدار ناچیزی است و این اختلاف ناچیز، ناشی از امکان‌پذیرنبودن جواب‌های مربوط به حد پایین است. موضوع دیگری که می‌توان از این شکل برداشت کرد، این است که عملکرد الگوریتم پیشنهادی با بزرگ‌شدن ابعاد مساله ثابت مانده است.

با توجه به اهمیت عملکرد حد پایین توسعه‌داده‌شده برای مساله موردبررسی، در شکل (۸) روند تغییرات شاخص انحراف جواب الگوریتم پیشنهادی از حد پایین جواب مساله برای مسائل مختلف به‌صورت درصدی نیز ارائه شده تا امکان ارزیابی عملکرد آن با وضوح بیشتر فراهم شود. با توجه به این شکل، مشخص می‌شود که اختلاف بین جواب حاصل از الگوریتم پیشنهادی با حد پایین جواب بین ۲ تا ۴ درصد بوده و این مقدار با بزرگ‌شدن ابعاد مساله (تعداد محصولات تولیدی) تغییر خاصی نداشته است.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله، مساله زمان‌بندی در یک سیستم تولید جریان کارگاهی مونتاژی شامل دو مرحله پردازش قطعات و مونتاژ محصولات با هدف حداقل‌کردن زمان تکمیل محصولات بررسی شد. پیشینه تحقیق نشان می‌دهد که این مساله، کاربرد زیادی در صنایع تولیدی دارد و با ویژگی‌های بیان‌شده، تا کنون توسط محققان بررسی نشده است. پس از تعریف پارامترها و متغیرهای تصمیم مساله، یک الگوریتم شاخه و کران برای حل آن توسعه داده شد. همچنین برای افزایش کارایی الگوریتم توسعه‌داده شده، دو حد پایین و دو حد بالا طراحی و معرفی گردید. با توجه به اینکه مساله تعریف‌شده جزء مسائل NP-hard محسوب می‌شود، الگوریتم پیشنهادی برای حل مسائل کوچک تا متوسط تست شد. مسائل تست نیز به‌گونه‌ای طراحی شد که از تنوع زیادی برخوردار بود، بنابراین الگوریتم در شرایط مختلف موردارزیابی قرار گرفت. نتایج ارزیابی، حاکی از موفقیت الگوریتم پیشنهادی بود، ضمن آنکه این نتایج نشان داد حدود پایین و بالای پیشنهادی، بسیار مفید و در افزایش کارایی الگوریتم مؤثر بوده است.

در تحقیقات آتی می‌توان برای حل این مساله در ابعاد بزرگ‌تر، الگوریتم‌های ابتکاری و فراابتکاری را توسعه داد. حل مساله با توابع هدف دیگر نیز می‌تواند موضوع تحقیقات آینده باشد.

۶- مراجع

[1] Jolai, F., Moattar Hosseini, S.M., Hosseini, S.M.H., "Flow Shop Scheduling Problem withMinimizing Earliness/Tardiness Criteria", Amirkabir Journal of Science & Technology, Vol. 15, No.58, 2004, PP. 452-461.

[2] Yokoyama, M., Santos, D.L., "Three-stage flow-shop scheduling with assembly operations to minimize the weighted sum of product completion times", European Journal of Operational Research, Vol. 161, No. 3, 2005, PP. 754-770.

[3] Lee, C.Y., Cheng, T.C.E., Lin, B.M.T., "Minimizing the makespan in the 3-machine assembly-type flowshop scheduling problem", Management Science, Vol. 39, No. 5, 1993, PP. 616-625.

[4] Potts, C.N., Sevast'Janov, S.V., Strusevich, V. A., Van Wassenhove, L.N., Zwaneveld, C.M., "The two-stage assembly scheduling problem: Complexity and approximation", Operations Research, Vol. 43, No.2, 1995, PP. 346-355.

[5] Hariri, A. M. A, Potts, C.N., "A branch and bound algorithm for the two-stage assembly scheduling problem", European Journal of Operational Research, Vol. 103, No. 3, 1997, PP. 547-556.

[6] Haouari, M., Daouas, T., "Optimal scheduling of the 3-machine assembly-type flow shop", RAIRO Recherche Operationnelle, Vol. 33, No. 4,1999, PP. 439–450.

[7] Allahverdi, A., Al-Anzi, F. S., "The two-stage assembly scheduling problem to minimize total completion time with setup times", Computers & Operations Research, Vol. 36, No.10, 2009, PP. 2740-2747.

[8] Al-Anzi, F.S., Allahverdi, A., "A self-adaptive differential evolution heuristic for two stage assembly scheduling problem to minimize maximum lateness with setup time", European Journal of Operational Research, Vol. 182, No.1, 2007. PP. 80-94.

[9] Torabzadeh, E., Zandieh M., "Cloud theory-based simulated annealing approach for scheduling in the two-stage assembly flowshop", Advances in Engineering Software, Vol. 41, No. 10, 2010, PP. 1238-1243.

[10] Fattahi, P., Hosseini, S.M.H., Jolai, F., "A mathematical model and extension algorithm for assembly flexible flow shop scheduling problem", International Journal of Advance Manufacture Technology, Vol. 65, No. 5–8, 2013, PP. 787–802.

[11] Navaei, J., Fatemi Ghomi, S.M.T., Jolai, F., Mozdgir, A., "Heuristics for an assembly flow-shop with non-identical assembly machines and sequence dependent setup times to minimize sum of holding and delay costs", Computers & Operations Research, Vol. 44, 2014, PP. 52-65.

[12]] Fatahi, P., Hosseini, S.M.H., Jolai, F., Tavakkoli-Moghaddam, R., "A branch and bound algorithm for hybrid flow shop scheduling problem with setup time and assembly operations", Applied Mathematical Modelling, Vol. 38, No. 1, 2014, PP. 119-134.

[13] Yokoyama, M., Santos, D.L, "Three-stage flow-shop scheduling with assembly operations to minimize the weighted sum of product completion times", European Journal of Operational Research, Vol. 161, No. 3, 2005, PP. 754-770.

[14] Karimi Haghighi, A., Solving the flow shop scheduling problem in order to minimize the mean job completion time in the 3-stage assembly line by using the meta-heuristic approach, Payam-e-Noor University, Department of Industrial Engineering, MSc thesis, 1389.

[15] Hatami, S., Ebrahimnejad, S., Tavakoli-Moghadam, R., Maboudian, Y., "Two meta-heuristics for three-stage assembly flowshop scheduling with sequence-dependent setup time", International Journal of Advanced Manufacturing Technology, Vol. 50, No. 9-12, 2010, PP. 1153-1164.

[16] Maleki-Darounkolaei, A., Modiri, M., Tavakoli-Moghadam, R., Seyyedi, I., "A three-stage assembly flow shop scheduling problem with blocking and sequence-dependent set up times", Journal of Industrial Engineering-International, Vol. 1, 2012, PP. 8-26.

[17] Brah S. A., and Hunsuchker, J. L., "Branch and bound algorithm for the flow shop with multiple processors", European Journal of Operational Research, Vol. 51, No. 1, 1991, PP. 88–99.

[18] S.O. Shim, Y.D. Kim, "A branch and bound algorithm for an identical parallel machine scheduling problem with a job splitting property", Computers & Operations Research, Vol. 35, No.3, 2008, PP. 863 – 875.

[19] S.O. Shim, "Generating sub problems in branch and bound algorithms for parallel machines scheduling problem", Computers & Industrial Engineering, Vol. 57, No.3, 2009, PP. 1150–1153.