

سیاست قیمت گذاری تولیدکننده برای کالاهای مکمل در فروش آنلاین با در نظر گرفتن سیاست

مرجوعی

عطالله طالعی زاده^{۱*}، شیما رضوان بیدختی^۲

اطلاعات مقاله	چکیده
دریافت مقاله: ۱۳۹۴/۱۰/۱۵ پذیرش مقاله: ۱۳۹۵/۰۱/۲۹	در این پژوهش به بررسی استراتژی قیمت گذاری کالاهای مکمل در فروش آنلاین با در نظر گرفتن سیاست مرجوعی پرداخته شده است، به نحوی که مقدار کالاهای مرجوعی، وابسته به مبلغ استرداد کالای مرجوع شده، است. با توجه به بررسی موضوع قیمت گذاری دو کالای مکمل، دو تابع تقاضا و نهایتا استراتژی قیمت گذاری و سیاست مرجوعی برای هر دو کالا مورد بررسی قرار می گیرد. تابع تقاضای مشتری وابسته به قیمت فروش و مبلغ استرداد کالای مرجوعی و همچنین تابع بازگشت کالاها نیز وابسته به مبلغ استرداد کالای مرجوعی و تعداد مرجوعیات کالای دیگر است. در این مقاله، مقدار بهینه قیمت فروش دو کالا و مبلغ استرداد کالاهای مرجوعی به نحوی تعیین شده است که سود کل سیستم فروش آنلاین تولید کننده ماکزیمم شود. در نهایت مثال عددی به منظور بررسی اثرات حساسیت متغیرهای تصمیم نسبت به پارامترها ارائه می شود.
واژگان کلیدی: قیمت گذاری، کالاهای مکمل، فروش آنلاین، سیاست مرجوعی، استرداد.	

۱- مقدمه

تعیین قیمت فروش بهینه برای کالاهای مختلف همواره یکی از موضوعات اصلی تحقیقات علمی و صنعتی به شمار آمده است. قیمت در بازار عبارت است از ارزش مبادله ای کالا و خدمت که به صورت واحد پول بیان می شود. بر این اساس، به فرآیند اعمال قیمت به سفارشات خرید و فروش خواه به صورت دستی یا خودکار، قیمت گذاری گفته می شود. قیمت گذاری مهم ترین جزء از مدل کسب و کار است و تصمیمات در مورد آن تاثیر زیادی بر روی سودآوری به همراه دارد. هر بخش از قیمت گذاری دارای دو زیر شاخه بازاریابی و حسابداری است و اگر دو زیر شاخه قیمت گذاری قوی کار کنند، می توانند به خوبی نیازهای سازمان را از بخش های مختلف شناسایی کرده و اطلاعات مورد نیاز را به طور دقیق در اختیار مشتریان قرار دهند. یکی از مهم ترین موضوعاتی که باعث موفقیت در بازار آنلاین می شود، قیمت گذاری صحیح و دقیق بر روی محصولات است. به

طور کلی کالاها به سه صورت نسبت به همدیگر قرار می گیرند: (۱) مکمل یکدیگر هستند (۲) جانشین همدیگر هستند (۳) رابطه ای با هم ندارند. در این پژوهش به بررسی کالاهای مکمل نیز پرداخته شده است و کالاهای مکمل کالاهایی هستند که به دلیل وابستگی شان با هم مصرف می شوند و نمی توان آنها را جدا از هم استفاده کرد. در کالاهای مکمل، افزایش قیمت یکی از کالاها باعث افزایش قیمت کالای دیگر می شود و همچنین افزایش قیمت منجر به کاهش تقاضای کالا خواهد شد. قیمت گذاری فعالیتی است که باید تکرار شود و فرآیندی مداوم و پیوسته است. یکی از مهم ترین موضوعاتی که باعث موفقیت در بازار آنلاین می شود، قیمت گذاری صحیح و دقیق بر روی محصولات است. در این پژوهش به بررسی کالاهای مکمل نیز پرداخته شده است و کالاهای مکمل کالاهایی هستند که به دلیل وابستگی شان با هم مصرف می شوند. در کالاهای مکمل، افزایش تقاضای یکی از کالاها باعث افزایش تقاضای

* پست الکترونیک نویسنده مسئول: taleizadeh@ut.ac.ir

۱. استادیار گروه مهندسی صنایع، پردیس دانشکده های فنی، دانشگاه تهران
 ۲. فارغ التحصیل کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، انشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران جنوب

تمام می‌شود که موجودی یا مشتریان تمام شوند. در این مقاله برای فرموله کردن مساله از قیمت‌گذاری پویا استفاده شده است. سون [۶]، از سیاست قیمت‌گذاری به عنوان ابزاری مهم، برای بکارگیری در ماکسیم کردن سود شرکت‌ها استفاده کرده‌است. صرفنظر از اینکه سیاست قیمت‌گذاری در مدیریت درآمد یا مدیریت زنجیره‌تامین بکار می‌رود، سیاست قیمت‌گذاری در عملیات روزانه صنعت نیز استفاده می‌شود تا تقاضاها را اداره کند و تولید و توزیع محصولات و خدمات را تنظیم نماید. یو و همکاران [۷]، یک بازار با محصولات مکمل را در نظر گرفتند که در این بازار کالاها توسط دو شرکت به صورت یک بسته به خریدارها پیشنهاد می‌شد. آنها یک مدل ماکسیم سازی سود ارائه کردند تا استراتژی قیمت‌گذاری بهینه را برای یک شرکت با اطلاعات نامتقارن بدست آورند. آنها بیان کردند که، کالاهای مکمل زمانی مفهوم پیدا می‌کند که مشتری بیش از یک محصول را در یک زمان خریداری کند تا بتواند بهره‌وری کامل را از محصول ببرد. پادمان‌آبهان و هنگ [۸]، نقش استراتژیک یک سیاست مرجوعی کامل را بیان کردند و نشان دادند که سازنده‌ها بایستی ارجاعات را فقط تحت شرایط تقاضاها و هزینه‌های قطعی بپذیرند. روگرس و تیبین [۹]، نشان داده‌اند که هزینه کالاهای ارجاع داده شده می‌تواند به بزرگی ۵۰٪ فروش کل باشد. برخی نویسندگان اشاره داشته‌اند که پذیرش ارجاعات مشتری یک ابزار مهم برای خرده‌فروشان به منظور جذب مشتری و تقاضا است. (تراگر [۱۰]، پینکرتون [۱۱]، وود، [۱۲].

سویی‌لک و همکاران [۱۳]، بیان کردند که، به منظور جلب توجه مشتریان بسیاری از خرده‌فروش‌ها استرداد جزئی یا حتی استرداد کاملی را در نظر می‌گیرند. چنین سیاستی برای مشتریان می‌تواند اعتماد مشتریان را به خرید کالاها افزایش دهد و تقاضاها را به خود جلب کند و نشان دادند که سیاست مرجوعی، به‌طور مثبت بر روی اشتیاق مشتری و تمایل به خرید تاثیر می‌گذارد. به‌علاوه نشان دادند که طراحی سیاست استرداد مبلغ کالای مرجوعی بر روی تصمیم‌گیربهای مشتری تاثیر می‌گذارد. پادمان‌آبهان و پنگ، [۱۴]، نشان داده‌اند که سیاست مرجوعی می‌تواند به مدیریت کردن بهتر و ایجاد رقابت قیمتی بین خرده‌فروش‌ها منجر شود و موجب افزایش قابلیت سوددهی تولیدکنندگان شود اما این اثر می‌تواند در حضور تقاضاهای غیرقطعی متوقف شود. سو، [۱۵]، به نقش سیاست‌های مرجوعی در

کالای دیگر می‌شود. در خرید آنلاین فروشندگان اطلاعات مربوط به کالا، از قبیل ظاهر محصول و کاربرد آن را در وبسایت‌هایشان قرار می‌دهند و مشتریان با دریافت اطلاعات، از طریق سایت اقدام به خرید کالا می‌نمایند. مشتریان پس از خرید کالا از سیاست‌هایی که فروشندگان در نظر گرفته‌اند استفاده می‌نمایند. همچنین مشتریان پس از ارجاع کالا می‌توانند مبلغی را که بابت خرید کالا پرداختند مطالبه نمایند. در این تحقیق به قیمت‌گذاری کالاهای مکمل در خرید آنلاین با در نظر گرفتن سیاست مرجوعی پرداخته شده است و هدف از این رساله، تعیین مقادیر بهینه قیمت فروش، مبلغ استرداد کالای مرجوعی که تقاضای آنها وابسته به دو عامل مطرح شده است، بوده به‌نحوی که سود کل سیستم فروش آنلاین بیشینه شود.

۲- مرور ادبیات

اهمیت قیمت و تاثیری که می‌تواند بر سود شرکت‌ها بگذارد، باعث شده که بخش زیادی از تحقیقات در سال‌های اخیر به مساله تعیین قیمت اختصاص یابد. مطالعات زیادی در زمینه تصمیمات قیمت‌گذاری انتشار یافته است. تعداد قابل توجهی از تحقیقات، بر روی مشکلات مربوط به تصمیمات بهینه قیمت‌گذاری کالاهای جانشین و تک‌محصولی انجام پذیرفته است. به‌طور مثال سای و ژانگ [۱]، اثر تخفیف قیمت و طرح‌های قیمت‌گذاری را بر روی زنجیره‌تامین رقابتی دو کاناله مورد ارزیابی قرار داده‌اند.

ساو و همکاران [۲]، یک مساله قیمت‌گذاری پویای پیوسته را برای فروش تعداد معینی از آیتم‌ها طی یک زمان متناهی و نامتناهی، در نظر گرفتند. تانگ و این [۳]، به توسعه یک مدل با تقاضای قطعی پرداختند تا آزمایش کنند که چطور یک خرده‌فروش، تعداد سفارشات و قیمت خرده‌فروشی دو کالای جانشین را تحت یک استراتژی قیمت‌گذاری ثابت و متغیر مشخص می‌کند. کو و هوانگ، [۴]، تصمیمات قیمت‌گذاری یک خرده‌فروش را که محصولاتی از دو نسل متفاوت برای یک دوره زمانی مشخص می‌فروشد، مورد مطالعه قرار داده‌اند. لی، [۵]، در مقاله‌ای یک مساله قیمت‌گذاری پویا را در حالتی در نظر گرفت که، فروشنده دو نوع محصول را به مشتریانی که تعدادشان تصادفی است ارائه می‌دهد. در زمان ورود مشتری، بر اساس قیمت، ممکن است مشتری یک واحد محصول اول یا یک واحد محصول دوم را خریداری کند و یا خریدی انجام ندهد و فروش زمانی

فروش آنلاین، تاکنون در هیچ پژوهشی قیمت گذاری کالاهای مکمل و تاثیر سیاست مرجوعی به طور همزمان مورد بررسی قرار نگرفته است. اهمیت و ضرورت پرداختن به این موضوع می‌تواند در زمانی که تقاضای مربوط به کالاها به یکدیگر وابسته باشد نمایان شود. در این شرایط قیمت گذاری باید با توجه به تقاضای همه محصولات و نیز با لحاظ کردن اثر مکمل بودن کالاها صورت گیرد. گرچه مدل قیمت گذاری با در نظر گرفتن این دسته از محصولات پیچیده تر می‌شود، اما با توجه به ماهیت پیچیده بازارها و تمایل فروشندگان جهت تنوع و آسان تر کردن فعالیتشان، در نظر گرفتن اثر مکمل بودن کالاها، مدل را به دنیای واقعی نزدیکتر می‌کند. همچنین یکی از مهم ترین موضوعاتی که باعث موفقیت در بازار آنلاین می‌شود، قیمت گذاری صحیح و دقیق بر روی محصولات است. حال با توجه به افزایش روزافزون استفاده از اینترنت در فعالیت‌های روزمره بشر که از جمله آن می‌توان به خرید و فروش آنلاین و تجارت الکترونیک اشاره کرد، انجام پژوهش و ارائه راهکار در این زمینه می‌تواند تضمینی در جهت منافع فروشندگان و رضایت مشتریان باشد. در این پژوهش تصمیمات بهینه قیمت گذاری و سیاست مرجوعی در مورد کالاهای مکمل مورد بررسی قرار گرفته است. نوع مدل، به صورت قطعی و سیاست قیمت گذاری، مستقل انتخاب شده است. متغیرهای تصمیم در مدل عبارتند از: مبلغ استرداد کالاهای مرجوعی و قیمت کالاها، همچنین فروشندگان در راستای بهینه سازی سود خود خود به دنبال تعیین مقادیر بهینه متغیرهای متغیرهای تصمیم هستند. نوآوری‌هایی که انجام این پژوهش را توجیه می‌کند عبارتند از:

- ۱) قیمت گذاری برای کالاهای مکمل در سیستم فروش آنلاین مورد بررسی قرار گرفته است.
- ۲) به دلیل مکمل بودن کالاها، دو تابع تقاضا و بازگشت بررسی شده است.

۳- بیان مساله

سیستم فروش آنلاینی را در نظر بگیرید که در آن تولیدکننده دو محصول مکمل را به خریداران پیشنهاد می‌نماید. فروشنده در راستای بهینه سازی سود خود به دنبال تعیین مقدار بهینه قیمت فروش دو محصول و مبلغ استرداد در اغلب اوقات آنها را باهم خریداری می‌کنند. در

فروش آنلاین اشاره کرده است که بیش از ۷۰٪ مشتریان خرید آنلاین، سیاست‌های مرجوعی را قبل از اینکه تصمیم به خرید کالا بگیرند بررسی می‌نمایند. سیاست‌های مرجوعی مثل جبران برگرداندن کالا می‌تواند تقاضای مصرف‌کنندگان را تحریک نماید و به تبع آن فروش را افزایش دهد. کولان [۱۶]، مدل قیمت گذاری و انتخاب کانال توزیع را در بازاری با دو کالای مکمل ارائه کرد که این کالاها توسط دو تولیدکننده مختلف تولید می‌شدند. او در این تحقیق مقادیر بهینه قیمت، میزان فروش و سود را محاسبه کرد. جناندران و همکاران، [۱۷]، مسئله انتخاب یک زیرمجموعه از محصولات از بین مجموعه بزرگ محصولات قابل انتخاب را مطالعه کردند. آنها فرض کردند که محصولات ممکن است مکمل و یا جانشین باشند و یک مدل برنامه ریزی عدد صحیح غیرخطی را برای این مسئله توسعه دادند. یان و بانویپادهای [۱۸]، سیاست قیمت گذاری باندل را برای دو کالای مکمل به کار بردند و نشان دادند وقتی یک شرکت تحت این سیاست کالاهایش را می‌فروشد سود سیستم افزایش می‌یابد. لی و همکاران، [۱۹]، به بررسی رابطه بین سیاست‌های مرجوعی و استراتژی قیمت گذاری در فروش مستقیم آنلاین پرداخته‌اند. مشتریان پس از دریافت کالا با توجه به سیاست‌های مرجوعی می‌توانند کالا را مرجوع کرده و پول خود را مطالبه نمایند. همچنین آنها شرایطی را که تقاضای مشتریان وابسته به قیمت و سیاست‌های مرجوعی و ارجاعات وابسته به سیاست‌های مرجوعی را نیز مورد بررسی قرار داده‌اند.

وی و همکاران [۲۰]، یک زنجیره تامین را با دو تولیدکننده و یک خرده فروش و دو کالای مکمل در نظر گرفتند و پنج مدل قیمت گذاری با تصمیمات نامتمرکز را کشف کردند که عبارتند از مدل‌های: MS - برتراند، MS - استکلبرگ، RS - برتراند، RS - استکلبرگ و NG. آنها با بکاربردن روش تئوری بازیها حل‌های تحلیلی بدست آوردند.

یو، [۲۱]، به مطالعاتی در زمینه شناسایی رابطه بین سیاست مرجوعی و تصمیم گیری کیفیت محصول، در یک سیستم غیرمتمرکز پرداخته است و همچنین مشکلات تصمیم گیری مشترک ناشی از سیاست مرجوعی و کیفیت محصول بین خریدار و فروشنده در یک زنجیره تامین را مورد بررسی قرار داده است.

علیرغم وجود تحقیقات گسترده در مورد کالاهای مکمل و جانشین، و همچنین بررسی قیمت گذاری در سیستم

زمانی که مشتری کالا را دریافت می‌کند، می‌تواند آن را با در نظر گرفتن سیاست‌های مرجوعی که فروشندگان در نظر گرفته‌اند مرجوع کنند. توابع بازگشت نیز برای کالاهای اول و دوم به ترتیب به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$R_1 = \phi_1 + \varphi_1 r_1 + \omega_1 R_2 > 0 \quad (۳)$$

$$R_2 = \phi_2 + \varphi_2 r_2 + \omega_2 R_1 > 0 \quad (۴)$$

مطابق معادلات (۱) الی (۴)، تابع سود کالای i ام در معادله (۵) نشان داده شده است:

$$\pi_i = (p_i - w_i) D_i - R_i r_i \quad ; \quad i = 1, 2 \quad (۵)$$

بنابراین تابع سود کالای اول برابر است با:

$$\pi_1 = (p_1 - w_1)(\alpha_1 - \beta_1 p_1 - \gamma_1 p_2 + u_{11} r_1 + u_{12} r_2) - r_1(\phi_1 + \varphi_1 r_1 + \omega_1 R_2) \quad (۶)$$

و تابع سود کالای دوم به صورت زیر خواهد بود.

$$\pi_2 = (p_2 - w_2)(\alpha_2 - \beta_2 p_2 - \gamma_2 p_1 + u_{22} r_2 + u_{21} r_1) - r_2(\phi_2 + \varphi_2 r_2 + \omega_2 R_1) \quad (۷)$$

و تابع سود کل از جمع توابع سود کالاها بدست می‌آید و برابر است با:

$$TPF = \pi_1 + \pi_2 \quad (۸)$$

قضیه ۱: تابع سود محصول یک مقعر است و حل بهینه منحصر بفردی دارد.

اثبات: ماتریس هشین را تشکیل می‌دهیم، برای این کار ابتدا از تابع سود کل مشتق مرتبه اول و سپس مشتق مرتبه دوم نسبت به متغیرهای تصمیم گرفته می‌شود.

$$\frac{\partial TPF}{\partial p_1} = \alpha_1 - 2\beta_1 p_1 - \gamma_1 p_2 + u_{11} r_1 + u_{12} r_2 + w_1 \beta_1 - \gamma_2 p_2 + \gamma_2 w_2 = 0 \quad (۹)$$

$$p_1 = \frac{\alpha_1 - (\gamma_1 + \gamma_2) p_2 + u_{11} r_1}{2\beta_1}$$

$$\frac{+u_{12} r_2 + w_1 \beta_1 + \gamma_2 w_2}{2\beta_1} \quad (۱۰)$$

$$\frac{\partial TPF}{\partial r_1} = u_{11}(p_1 - w_1) - \phi_1 - 2\varphi_1 r_1 - \omega_1 R_2 + (p_2 - w_2) u_{21} = 0 \quad (۱۱)$$

نتیجه تقاضای آنها متأثر از یکدیگر بوده و در مدل‌سازی مساله دو تابع تقاضا برای هر دو محصول مورد بررسی قرار گرفته است و توابع تقاضا وابسته به قیمت فروش کالاها و سیاست‌های مرجوعی هستند.

۴- مدل‌سازی مساله

برای مدل‌سازی مساله، پارامترهای زیر استفاده شده است ($i = 1, 2$):

D_i : تابع تقاضای کالای i ام

α_i : پتانسیل تقاضا بازار برای کالای i ام

γ_i : ضریب حساسیت تابع تقاضا، به قیمت فروش کالای $(3-i)^{th}$

u_{ij} : ضریب حساسیت تقاضای کالای i ام به نرخ بازگشت همان کالا

u_{ij} : ضریب حساسیت تقاضای کالای i ام به نرخ بازگشت کالای $(3-i)^{th}$

β_i : ضریب حساسیت تقاضای کالای i ام به قیمت فروش همان محصول

ϕ_i : ضریب تعداد ارجاعات کالای i ام که مستقل از مبلغ استرداد کالاست

φ_i : ضریب حساسیت مقدار ارجاعات کالای i ام به استرداد مبلغ همان کالا

R_i : تعداد مرجوعات کالای i ام

w_i : قیمت تمام شده خرید کالای i ام

ω_i : مقدار ارجاعات کالای i ام که از میزان مرجوعیات کالای $(3-i)^{th}$ تاثیر می‌پذیرد

TPF : تابع سود کل

متغیرهای تصمیم مساله به صورت زیر تعریف می‌شوند.

p_1 : قیمت فروش کالای اول

p_2 : قیمت فروش کالای دوم

r_1 : مبلغ استرداد کالای مرجوعی اول

r_2 : مبلغ استرداد کالای مرجوعی دوم

تقاضا برای کالاهای اول و دوم با در نظر گرفتن این موضوع که وابسته به قیمت فروش کالاها و مبلغ استرداد کالاها مرجوعی است، به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$D_1 = \alpha_1 - \beta_1 p_1 - \gamma_1 p_2 + u_{11} r_1 + u_{12} r_2 > 0 \quad (۱)$$

$$D_2 = \alpha_2 - \beta_2 p_2 - \gamma_2 p_1 + u_{22} r_2 + u_{21} r_1 > 0 \quad (۲)$$

$$\begin{pmatrix} -2\beta_2 & v_{22} \\ v_{22} & -2\varphi_2 \end{pmatrix} \quad (21)$$

در مورد کالای نوع دوم نیز، رابطه (۲۲) گویای مقعر بودن تابع سود است و مجموع دو تابع سود مقعر نیز مقعر خواهد شد.

$$-2\beta_2 < 0, \quad 4\beta_2\varphi_2 - v_{22}^2 > 0 \quad (22)$$

همچنین در این مدل فرض می‌شود که به ازای $(i=1,2)$ همواره $\beta_i, \varphi_i > v_{ii}$ است. در نتیجه سیاست بهینه‌ای که فروشندگان بایستی برای کالای اول و دوم درپیش بگیرند به‌صورت زیراست که برای ساده‌تر شدن حل دستگاه تغییر متغیرهایی انجام شده‌است که هر کدام از متغیرها در انتهای مدل تعریف می‌شوند. قیمت بهینه برای کالای اول برابر است با:

$$p_1^* = \frac{H(EZ + L + N)}{GH - JK} + \frac{J(FZ + M + O)}{GH - JK} \quad (23)$$

و مقدار بهینه مبلغ استرداد کالای مرجوعی نوع اول برابر است با:

$$r_1^* = \frac{[B(1 - \omega_1\omega_2)(v_{11}p_1^* + p_2^*v_{21}) + (-\omega_1\varphi_2(1 - \omega_1\omega_2))(v_{12}p_1^* + v_{22}p_2^*)] + I}{Z} \quad (24)$$

و قیمت بهینه و مقدار بهینه مبلغ استرداد کالای مرجوعی نوع دوم از روابط زیر محاسبه می‌شوند.

$$p_2^* = \frac{G(FZ + M + O)}{GH - JK} + \frac{K(EZ + L + N)}{GH - JK} \quad (25)$$

$$r_2^* = \frac{[A(1 - \omega_1\omega_2)(v_{22}p_2^* + p_1^*v_{12}) + (-\omega_2\varphi_1(1 - \omega_1\omega_2)) \times (v_{21}p_2^* + v_{11}p_1^*)] + S}{Z} \quad (26)$$

لازم به ذکر است، K, S, Z, L, M, N, O ، که در روابط فوق استفاده شده اند در قسمت ضمائم تعریف شده است.

$$r_1 = \frac{v_{11}(p_1 - w_1) + (p_2 - w_2)v_{21}}{2\varphi_1} - \frac{\phi_1 - \omega_1R_2}{2\varphi_1} \quad (12)$$

$$\frac{\partial^2 TPF}{\partial p_1^2} = -2\beta_1, \quad \frac{\partial^2 TPF}{\partial r_1^2} = -2\varphi_1 \quad (13)$$

$$\frac{\partial^2 TPF}{\partial p_1 \partial r_1} = \frac{\partial^2 TPF}{\partial r_1 \partial p_1} = v_{11}$$

$$\begin{pmatrix} -2\beta_1 & v_{11} \\ v_{11} & -2\varphi_1 \end{pmatrix} \quad (14)$$

تابع سود مقعر است اگر عنصر اول ماتریس هشین منفی و دترمینان ماتریس 2×2 آن مثبت باشد. با توجه به رابطه (۱۵) تابع سود کالای اول مقعر است، زیرا

$$-2\beta_1 < 0, \quad 4\beta_1\varphi_1 - v_{11}^2 > 0 \quad (15)$$

قضیه ۲: تابع سود محصول یک مقعر است و حل بهینه منحصر بفردی دارد.

اثبات: به‌طور مشابه برای کالای دوم نیز داریم:

$$\frac{\partial TPF}{\partial p_2} = \alpha_2 - 2\beta_2 p_2 - \gamma_2 p_1 + v_{22} r_2 + v_{21} r_1 + w_2 \beta_2 - \gamma_1 p_1 + \gamma_1 w_1 = 0 \quad (16)$$

$$p_2 = \frac{\alpha_2 - (\gamma_1 + \gamma_2) p_1 + v_{22} r_2 + v_{21} r_1 + w_2 \beta_2 + \gamma_1 w_1}{2\beta_2} \quad (17)$$

$$\frac{\partial TPF}{\partial r_2} = v_{22}(p_2 - w_2) - \phi_2 - 2\varphi_2 r_2 - \omega_2 R_1 + (p_1 - w_1)v_{12} = 0 \quad (18)$$

$$r_2 = \frac{v_{22}(p_2 - w_2) + (p_1 - w_1)v_{12}}{2\varphi_2} - \frac{\phi_2 - \omega_2 R_1}{2\varphi_2} \quad (19)$$

$$\frac{\partial^2 TPF}{\partial p_2 \partial r_2} = \frac{\partial^2 TPF}{\partial r_2 \partial p_2} = v_{22} \quad (20)$$

$$\frac{\partial^2 TPF}{\partial p_2^2} = -2\beta_2, \quad \frac{\partial^2 TPF}{\partial r_2^2} = -2\varphi_2$$

۵- مثال عددی

در این قسمت، از یک مثال عددی برای آنالیز اثر پارامترهای بازار بر سیاست‌های بهینه توزیع‌کنندگان استفاده می‌شود که مقادیر پارامترها برای حل مثال عددی به صورت زیر هستند.

$$\alpha_1 = 1400, \alpha_2 = 1500, w_1 = 10, w_2 = 12, \\ \omega_1 = 0.1, \omega_2 = 0.1, \beta_1 = 0.8, \beta_2 = 0.8, \gamma_1 = 0.4, \\ \gamma_2 = 0.4, \varphi_1 = 0.5, \varphi_2 = 0.6, \phi_1 = 0.2, \phi_2 = 0.2, \\ \nu_{11} = 0.4, \nu_{12} = 0.1, \nu_{22} = 0.3, \nu_{21} = 0.05$$

با در نظر گرفتن مقادیر تعیین شده برای پارامترهای مذکور، مقادیر بهینه برای متغیرهای تصمیم که از روابط (۹) الی (۱۲) و (۱۷) الی (۲۰) حاصل می‌شوند برابر با $p_1^* = 620.4, p_2^* = 682.6, r_1^* = 263.6, r_2^* = 206.2$ هستند. همچنین با توجه به مقادیر بهینه متغیرهای تصمیم مقدار سود کل نیز برابر است با $TPF = 918.480$.

۶- تحلیل داده‌ها و یافته‌های پژوهش

به منظور مطالعه اثرات تغییر پارامترها بر روی نتایج بهینه حاصل از مدل پیشنهادی، آنالیز حساسیت با افزایش و کاهش ۲۰ و ۴۰ درصدی پارامترها انجام می‌گیرد و اثرات این تغییر بر روی متغیرهای تصمیم بررسی می‌شود. نتایج حاصل از انجام آنالیز حساسیت برای مدل مورد نظر در جدول (۱) و (۲) نشان داده شده است. زمانی که نرخ تغییرات متغیرها در اثر تغییر پارامترهای مدل کمتر از ۵ درصد باشد، متغیر تصمیم به عنوان یک متغیر با حساسیت کم شناخته می‌شود اگر نرخ تغییر متغیرهای تصمیم بین ۵ تا ۳۰ درصد باشد، متغیر به عنوان متغیر با حساسیت متوسط در نظر گرفته می‌شود. در صورتی که نرخ تغییر متغیرها بین ۳۰ تا ۵۰ درصد باشد، متغیر تصمیم حساس تعریف می‌شود و برای نرخ تغییرات بیش از ۵۰ درصد متغیر تصمیم بسیار حساس نامیده می‌شود.

۷- نتیجه‌گیری

در این مقاله به توسعه و آنالیز استراتژی قیمت‌گذاری کالاهای مکمل در خرید آنلاین با در نظر گرفتن سیاست

مرجوعی پرداخته شده است. با اثبات مقعر بودن تابع سود، مقادیر بهینه قیمت فروش و مبلغ استرداد کالای مرجوعی برای هر دو نوع محصول نیز تعیین شد. با حل مثالهای عددی متنوع، نتایج حاصل از آنالیز حساسیت در جداول (۱) و (۲) و تغییرات تابع سود کل نسبت به پارامترها، می‌توان یافته‌های مدیریتی و قابل استناد زیر را بیان کرد. با افزایش پتانسیل بازار برای کالای اول، قیمت کالای اول افزایش می‌یابد در نتیجه سود کل نیز افزایش خواهد یافت که این موضوع برای کالای دوم نیز صدق می‌کند. با افزایش ضریب حساسیت تابع تقاضای کالای اول به قیمت فروش همان محصول، سود کل روند نزولی خواهد داشت، به این معنی که، زمانی که تابع تقاضا بسیار حساس به قیمت فروش محصول است با افزایش قیمت، تقاضا برای محصول کم می‌شود و به همین علت سود کل کاهش پیدا می‌کند.

با افزایش ضریب حساسیت تابع تقاضای کالای اول به قیمت فروش محصول دوم، سود کل روند نزولی خواهد داشت. با افزایش تعداد ارجاعات کالاها، مقدار تابع بازگشت افزایش یافته و در نتیجه سود کل روند نزولی می‌یابد. افزایش ضریب حساسیت تابع تقاضای کالای اول با توجه به نرخ بازگشت همان کالا، باعث می‌شود مبلغ استرداد کالای مرجوعی افزایش یابد که این امر باعث افزایش تقاضا می‌شود و در نتیجه سود کل روند صعودی یافته که این موضوع برای کالای دوم نیز صدق می‌کند.

پیشنهاداتی برای تحقیقات آتی می‌توان در نظر گرفت که شامل:

- (۱) در نظر گرفتن تقاضای احتمالی برای هر کدام از کالاها
- (۲) در نظر گرفتن چندین کالا با درجه مکملی متفاوت
- (۳) در نظر گرفتن اثر جانشینی بین کالاها
- (۴) لحاظ کردن عوامل موثری همچون سطح سرویس دهی فروشنده‌ها در توابع تقاضا

۸- تشکر و قدردانی

از حمایت مالی دانشگاه تهران در این تحقیق در قالب طرح پژوهشی شماره ۰۲-۱-۳۰۱۵۰ قدردانی می‌شود.

جدول (۱) اثر تغییرات مقداری متغیرهای تصمیم نسبت به تغییرات درصدی پارامترها

درصد			مقادیر جدید متغیرهای تصمیم				TPF
			P_1^*	P_2^*	r_1^*	r_2^*	π^*
$\alpha_1 = 1400$	-%۴۰	۸۴۰	۹۰,۱	۹۴۷,۲	۶۳,۹	۲۳۶,۴	۷۲۷۱۸۰
	-%۲۰	۱۱۲۰	۳۵۵,۳	۸۱۴,۹	۱۶۳,۸	۲۲۱,۳	۷۸۵۶۵۰
	%۲۰	۱۶۸۰	۸۸۵,۶	۵۵۰,۳	۳۶۳,۵	۱۹۱,۱	۱۱۲۵۷۰۰
	%۴۰	۱۹۶۰	۱۱۵۱	۴۱۸	۴۶۳,۴	۱۷۶	۱۴۰۷۳۰۰
$\alpha_2 = 1500$	-%۴۰	۹۰۰	۹۰۴,۳	۱۴۷,۳	۳۵۶,۸	۹۲,۶	۶۷۸۰۶۰
	-%۲۰	۱۲۰۰	۷۶۲,۳	۴۱۵	۳۱۰,۲	۱۴۹,۴	۷۵۸۰۰۰
	%۲۰	۱۸۰۰	۴۷۸,۵	۹۵۰,۳	۲۱۷	۲۶۲,۹	۱۱۵۹۵۰۰
	%۴۰	۲۱۰۰	۳۳۶,۲	۱۲۱۸	۱۷۰,۴	۳۱۹,۷	۱۴۸۱۱۰۰
$\gamma_1 = 0,4$	-%۴۰	۰,۲۴	۶۷۹,۴	۷۲۳,۵	۲۸۸,۳	۲۲۰,۲	۹۸۹۸۳۰
	-%۲۰	۰,۳۲	۶۴۹,۴	۷۰۱,۷	۲۷۵,۷	۲۱۲,۸	۹۵۲۸۲۰
	%۲۰	۰,۴۸	۵۹۲	۶۶۶,۳	۲۵۱,۸	۲۰۰,۲	۸۸۶۵۶۰
	%۴۰	۰,۵۶	۵۶۳,۴	۶۵۳	۲۴۰,۱	۱۹۵	۸۵۶۸۲۰
$\gamma_2 = 0,4$	-%۴۰	۰,۲۴	۶۷۷,۳	۷۲۵,۴	۲۸۷,۵	۲۲۰,۵	۹۸۹۶۹۰
	-%۲۰	۰,۳۲	۶۴۸,۲	۷۰۲,۸	۲۷۵,۳	۲۱۳	۹۵۲۷۶۰
	%۲۰	۰,۴۸	۵۹۳,۴	۶۶۴,۹	۲۵۲,۴	۲۰۰	۸۸۶۵۹۰
	%۴۰	۰,۵۶	۵۶۶,۶	۶۵۰	۲۴۱,۳	۱۹۴,۵	۸۵۶۸۶۰
$\beta_1 = 0,8$	-%۴۰	۰,۴۸	۱۵۶۸	۲۱۰,۱	۶۲۰,۳	۱۵۲,۲	۱۲۳۳۷۰۰
	-%۲۰	۰,۶۴	۸۸۸	۵۴۹,۱	۳۶۴,۴	۱۹۰,۹	۱۰۰۴۶۰۰
	%۲۰	۰,۹۶	۴۷۷,۳	۷۵۴	۲۰۹,۷	۲۱۴,۳	۸۷۲۴۹۰
	%۴۰	۱,۱۲	۳۸۸,۲	۷۹۸,۵	۱۷۶,۲	۲۱۹,۴	۸۴۳۸۷۰
$\beta_2 = 0,8$	-%۴۰	۰,۴۸	۱۴۲,۹	۱۵۸۳	۱۰۶,۸	۳۹۷,۲	۱۲۶۰۰۰۰
	-%۲۰	۰,۶۴	۴۷۷,۱	۹۵۳	۲۱۶,۶	۲۶۳,۵	۱۰۲۰۷۰۰
	%۲۰	۰,۹۶	۷۰۰,۱	۵۳۳,۳	۲۸۹,۸	۱۷۴,۳	۸۶۱۷۹۰
	%۴۰	۱,۱۲	۷۵۰,۸	۴۳۶,۷	۳۰۶,۴	۱۵۴	۸۲۵۷۴۰
$\varphi_1 = 0,5$	-%۴۰	۰,۳	۶۸۹	۶۵۴,۷	۴۸۲,۸	۲۰۳,۸	۹۴۳۶۹۰
	-%۲۰	۰,۴	۶۴۴,۷	۶۷۲,۸	۳۴۱	۲۰۵,۳	۹۲۷۳۹۰
	%۲۰	۰,۶	۶۰۵,۲	۶۸۸,۸	۲۴۱,۸	۲۰۶,۷	۹۱۲۸۸۰
	-%۴۰	۰,۷	۵۹۴,۷	۶۹۳,۱	۱۸۱,۳	۲۰۷	۹۰۹۰۲۰

جدول (۱) اثر تغییرات مقداری متغیرهای تصمیم نسبت به تغییرات درصدی پارامترها (ادامه)

درصد			مقادیر جدید متغیرهای تصمیم				TPF
			P_1^*	P_2^*	r_1^*	r_2^*	π^*
$\phi_2 = 0,6$	-٪۴۰	۰,۳۶	۶۱۳,۷	۷۱۴	۲۶۲,۱	۳۵۵,۸	۹۳۶۰۰۰
	-٪۲۰	۰,۴۸	۶۱۸	۶۹۴,۱	۲۶۳,۱	۲۶۱,۱	۹۲۴۹۱۰
	٪۲۰	۰,۷۲	۶۲۲	۶۷۵,۱	۲۶۴	۱۷۰,۳	۹۱۴۳۰۰
	٪۴۰	۰,۸۴	۶۲۳,۲	۶۶۹,۸	۲۶۴,۳	۱۴۵,۱	۹۱۱۳۵۰
$U_{11} = 0,4$	-٪۴۰	۰,۲۴	۵۶۵,۴	۷۰۷,۹	۱۵۴,۲	۲۱۲,۵	۹۰۰۴۲۰
	-٪۲۰	۰,۳۲	۵۸۸,۴	۶۹۷,۵	۲۰۵,۴	۲۰۹,۶	۹۰۸۰۰۰
	٪۲۰	۰,۴۸	۶۶۴,۳	۶۶۲	۳۳۲,۴	۲۰۱,۸	۹۳۲۷۸۰
	٪۴۰	۰,۵۶	۷۲۴,۳	۶۳۳,۶	۴۱۶,۹	۱۹۶,۲	۹۵۲۳۱۰
$U_{22} = 0,3$	-٪۴۰	۰,۱۸	۶۳۲,۵	۶۵۳,۴	۲۷۱,۲	۱۳۵,۸	۹۰۶۲۲۰
	-٪۲۰	۰,۲۴	۶۲۷,۵	۶۶۶	۲۶۷,۸	۱۶۹,۹	۹۱۱۶۰۰
	٪۲۰	۰,۳۶	۶۱۱,۱	۷۰۳,۷	۲۵۸,۶	۲۴۵,۲	۹۲۷۰۹۰
	٪۴۰	۰,۴۲	۵۹۹,۲	۷۲۹,۹	۲۵۲,۶	۲۸۸	۹۳۷۷۱۰
$U_{12} = 0,1$	-٪۴۰	۰,۰۶	۶۱۴,۸	۶۸۱,۵	۲۶۲,۶	۱۸۵,۴	۹۱۴۱۰۰
	-٪۲۰	۰,۰۸	۶۱۷,۴	۶۸۲,۲	۲۶۳	۱۹۵,۸	۹۱۶۲۲۰
	٪۲۰	۰,۱۲	۶۲۳,۸	۶۸۲,۹	۲۶۴,۴	۲۱۶,۷	۹۲۰۸۹۰
	٪۴۰	۰,۱۴	۶۲۷,۶	۶۸۳	۲۶۵,۲	۲۲۷,۳	۹۲۳۴۲۰
$U_{21} = 0,05$	-٪۴۰	۰,۰۳	۶۱۸	۶۸۰,۲	۲۴۹,۳	۲۰۶	۹۱۵۲۲۰
	-٪۲۰	۰,۰۴	۶۱۹,۳	۶۸۱,۴	۲۵۶,۴	۲۰۶,۱	۹۱۶۸۳۰
	٪۲۰	۰,۰۶	۶۲۱,۵	۶۸۴	۲۷۰,۸	۲۰۶,۳	۹۲۰۱۹۰
	٪۴۰	۰,۰۷	۶۲۲,۶	۶۸۵,۵	۲۷۸	۲۰۶,۵	۹۲۱۹۵۰
$\omega_1 = 0,1$	-٪۴۰	۰,۰۶	۶۲۲,۴	۶۸۱,۹	۲۶۹,۹	۲۰۶,۳	۹۲۰۰۲۰
	-٪۲۰	۰,۰۸	۶۲۱,۴	۶۸۲,۲	۲۶۶,۸	۲۰۶,۳	۹۱۹۲۵۰
	٪۲۰	۰,۱۲	۶۱۹,۴	۶۸۳	۲۶۰,۵	۲۰۶,۱	۹۱۷۷۳۰
	٪۴۰	۰,۱۴	۶۱۸,۴	۶۸۳,۴	۲۵۷,۳	۲۰۶	۹۱۶۹۹۰
$\omega_2 = 0,1$	-٪۴۰	۰,۰۶	۶۲۰,۳	۶۸۳,۷	۲۶۳,۹	۲۱۱,۳	۹۱۹۷۸۰
	-٪۲۰	۰,۰۸	۶۲۰,۴	۶۸۳,۱	۲۶۳,۸	۲۰۸,۷	۹۱۹۱۳۰
	٪۲۰	۰,۱۲	۶۲۰,۵	۶۸۲,۱	۲۶۳,۵	۲۰۳,۶	۹۱۷۸۵۰
	-٪۴۰	۰,۱۴	۶۲۰,۵	۶۸۱,۶	۲۶۳,۳	۲۰۱	۹۱۷۲۲۰

جدول (۲) اثر تغییرات درصدی متغیرهای تصمیم نسبت به تغییرات درصدی پارامترها

درصد			مقادیر جدید متغیرهای تصمیم				TPF
			P_1^*	P_2^*	r_1^*	r_2^*	π^*
$\alpha_1 = 1400$	-%۴۰	۸۴۰	-%۸۵	%۳۹	-%۷۸	%۱۵	۷۲۷۱۸۰
	-%۲۰	۱۱۲۰	-%۴۳	%۱۹	-%۳۸	%۷	۷۸۵۶۵۰
	%۲۰	۱۶۸۰	%۴۳	-%۱۹	%۳۸	-%۷	۱۱۲۵۷۰۰
	%۴۰	۱۹۶۰	%۸۵	-%۳۹	%۷۶	-%۱۵	۱۴۰۷۳۰۰
$\alpha_2 = 1500$	-%۴۰	۹۰۰	%۴۶	-%۷۸	%۳۵	-%۵۵	۶۷۸۰۶۰
	-%۲۰	۱۲۰۰	%۲۳	-%۳۹	%۱۸	-%۲۷	۷۵۸۰۰۰
	%۲۰	۱۸۰۰	-%۲۳	%۳۹	-%۱۸	%۲۷	۱۱۵۹۵۰۰
	%۴۰	۲۱۰۰	-%۴۶	%۷۸	-%۳۵	%۵۵	۱۴۸۱۱۰۰
$\gamma_1 = 0,4$	-%۴۰	۰,۲۴	%۹,۵	%۶	%۹	%۷	۹۸۹۸۲۰
	-%۲۰	۰,۳۲	%۵	%۳	%۴	%۳	۹۵۲۸۲۰
	%۲۰	۰,۴۸	-%۴	-%۲	-%۴	-%۳	۸۸۶۵۶۰
	%۴۰	۰,۵۶	-%۹	-%۴	-%۹	-%۵	۸۵۶۸۲۰
$\gamma_2 = 0,4$	-%۴۰	۰,۲۴	%۹	%۶	%۹	%۷	۹۸۹۶۹۰
	-%۲۰	۰,۳۲	%۴	%۳	%۴	%۳	۹۵۲۷۶۰
	%۲۰	۰,۴۸	-%۴	-%۲	-%۴	-%۳	۸۸۶۵۹۰
	%۴۰	۰,۵۶	-%۹	-%۵	-%۹	-%۵	۸۵۶۸۶۰
$\beta_1 = 0,8$	-%۴۰	۰,۴۸	%۱۵,۰	-%۶۹	%۱۳۵	-%۲۶	۱۲۲۳۷۰۰
	-%۲۰	۰,۶۴	%۴۳	-%۱۹	%۳۸	-%۷	۱۰۰۴۶۰۰
	%۲۰	۰,۹۶	-%۲۳	%۱۰	-%۲۰	%۴	۸۷۲۴۹۰
	%۴۰	۱,۱۲	-%۳۷	%۱۷	-%۳۱	%۶	۸۴۳۸۷۰
$\beta_2 = 0,8$	-%۴۰	۰,۴۸	-%۷۷	%۱۳۲	-%۵۹	%۹۳	۱۲۶۰۰۰۰
	-%۲۰	۰,۶۴	-%۲۳	%۴۰	-%۱۸	%۲۸	۱۰۲۰۷۰۰
	%۲۰	۰,۹۶	%۱۳	-%۲۲	%۱۰	-%۱۵	۸۶۱۷۹۰
	%۴۰	۱,۱۲	%۲۱	-%۳۶	%۱۶	-%۲۵	۸۲۵۷۴۰
$\phi_1 = 0,5$	-%۴۰	۰,۳	%۱۱	-%۴	%۸۳	-%۱	۹۴۳۶۹۰
	-%۲۰	۰,۴	%۴	-%۱	%۲۹	-%۰,۴	۹۲۷۳۹۰
	%۲۰	۰,۶	-%۲,۴	%۰,۹	-%۱۸	%۰,۲	۹۱۲۸۸۰
	-%۴۰	۰,۷	-%۴	%۱	-%۳۱	%۰,۳	۹۰۹۰۲۰

جدول (۲) اثر تغییرات درصدی متغیرهای تصمیم نسبت به تغییرات درصدی پارامترها (ادامه)

درصد			مقادیر جدید متغیرهای تصمیم				TPF
			P_1^*	P_2^*	r_1^*	r_2^*	π^*
$\phi_2 = 0,6$	-٪۴۰	۰,۳۶	-٪۱	٪۵	-٪۰,۵	٪۷۲	۹۳۶۰۰۰
	-٪۲۰	۰,۴۸	-٪۰,۳	٪۲	-٪۰,۱	٪۲۷	۹۲۴۹۱۰
	٪۲۰	۰,۷۲	٪۰,۲	-٪۱	٪۰,۱	-٪۱۷	۹۱۴۳۰۰
	٪۴۰	۰,۸۴	٪۰,۴	-٪۲	٪۰,۲	-٪۳۰	۹۱۱۳۵۰
$U_{11} = 0,4$	-٪۴۰	۰,۲۴	-٪۹	٪۴	-٪۴۱	٪۳	۹۰۰۴۲۰
	-٪۲۰	۰,۳۲	-٪۵	٪۲	-٪۲۲	٪۲	۹۰۸۰۰۰
	٪۲۰	۰,۴۸	٪۷	-٪۳	٪۲۶	-٪۳	۹۳۲۷۸۰
	٪۴۰	۰,۵۶	٪۱۷	-٪۷	٪۵۸	-٪۵	۹۵۲۳۱۰
$U_{22} = 0,3$	-٪۴۰	۰,۱۸	٪۲	-٪۴	٪۳	-٪۳۴	۹۰۶۲۲۰
	-٪۲۰	۰,۲۴	٪۱	-٪۲	٪۱	-٪۱۸	۹۱۱۶۰۰
	٪۲۰	۰,۳۶	-٪۱۵	٪۳	-٪۲	٪۱۹	۹۲۷۰۹۰
	٪۴۰	۰,۴۲	-٪۳	٪۷	-٪۴	٪۴۰	۹۳۷۷۱۰
$U_{12} = 0,1$	-٪۴۰	۰,۰۶	-٪۰,۹	-٪۰,۱	-٪۰,۳	-٪۱۰	۹۱۴۱۰۰
	-٪۲۰	۰,۰۸	-٪۰,۴	-٪۰,۰۵	-٪۰,۲	-٪۵	۹۱۶۲۲۰
	٪۲۰	۰,۱۲	٪۰,۵	٪۰,۰۴	٪۰,۳	٪۵	۹۲۰۸۹۰
	٪۴۰	۰,۱۴	٪۱	٪۰,۰۵	٪۰,۶	٪۱۰	۹۲۳۴۲۰
$U_{21} = 0,05$	-٪۴۰	۰,۰۳	-٪۰,۳	-٪۰,۳	-٪۵	-٪۰,۰۹	۹۱۵۲۲۰
	-٪۲۰	۰,۰۴	-٪۰,۱	-٪۰,۱	-٪۳	-٪۰,۰۴	۹۱۶۸۳۰
	٪۲۰	۰,۰۶	٪۰,۱	٪۰,۲	٪۳	٪۰,۰۴	۹۲۰۱۹۰
	٪۴۰	۰,۰۷	٪۰,۳	٪۰,۴	٪۵	٪۰,۱	۹۲۱۹۵۰
$\omega_1 = 0,1$	-٪۴۰	۰,۰۶	٪۰,۳	-٪۰,۱	٪۲	٪۰,۰۴	۹۲۰۰۲۰
	-٪۲۰	۰,۰۸	٪۰,۱	-٪۰,۰۵	٪۱	٪۰,۰۴	۹۱۹۲۵۰
	٪۲۰	۰,۱۲	-٪۰,۱	٪۰,۰۵	-٪۱	-٪۰,۰۴	۹۱۷۷۳۰
	٪۴۰	۰,۱۴	-٪۰,۳	٪۰,۱	-٪۲	-٪۰,۰۹	۹۱۶۹۹۰
$\omega_2 = 0,1$	-٪۴۰	۰,۰۶	-٪۰,۰۱	٪۰,۱	٪۰,۱	٪۲	۹۱۹۷۸۰
	-٪۲۰	۰,۰۸	٪۰	٪۰,۰۷	٪۰,۰۷	٪۱	۹۱۹۱۳۰
	٪۲۰	۰,۱۲	٪۰,۰۱	-٪۰,۰۷	-٪۰,۰۳	-٪۱	۹۱۷۸۵۰
	-٪۴۰	۰,۱۴	٪۰,۰۱	-٪۰,۱	-٪۰,۱	-٪۲	۹۱۷۲۲۰

$$\begin{aligned}
 N &= (2\beta_2 v_{12} - (\gamma_1 + \gamma_2) v_{22}) S & (10) & \text{۹- ضمایم} \\
 O &= (2\beta_1 v_{21} - (\gamma_1 + \gamma_2) v_{11}) I & (11) & A = 2\varphi_1(1 - \omega_1 \omega_2) + \omega_1 \omega_2 \varphi_1 \quad (1) \\
 G &= (4\beta_1 \beta_2 - (\gamma_1 + \gamma_2)^2) Z & & B = 2\varphi_2(1 - \omega_1 \omega_2) + \omega_1 \omega_2 \varphi_2 \quad (2) \\
 &\quad - (2\beta_2 v_{11} - (\gamma_1 + \gamma_2) v_{21})(B v_{11}(1 - \omega_1 \omega_2)) & & Z = AB - \omega_1 \omega_2 \varphi_1 \varphi_2 \quad (3) \\
 &\quad + (2\beta_2 v_{11} - (\gamma_1 + \gamma_2) v_{21})((1 - \omega_1 \omega_2) v_{12})(\omega_1 \varphi_2) & & E = 2\beta_2(\alpha_1 + w_1 \beta_1 + w_2 \gamma_2) \\
 &\quad - (2\beta_2 v_{12} - (\gamma_1 + \gamma_2) v_{22})(A v_{12}(1 - \omega_1 \omega_2)) & (12) & \quad - (\gamma_1 + \gamma_2)(\alpha_2 + w_2 \beta_2 + w_1 \gamma_1) \quad (4) \\
 &\quad + (2\beta_2 v_{12} - (\gamma_1 + \gamma_2) v_{22})((1 - \omega_1 \omega_2) v_{11})(\omega_2 \varphi_1) & & F = 2\beta_1(\alpha_2 + w_2 \beta_2 + w_1 \gamma_1) \\
 & & & \quad - (\gamma_1 + \gamma_2)(\alpha_1 + w_1 \beta_1 + w_2 \gamma_2) \quad (5) \\
 H &= [(4\beta_1 \beta_2 - (\gamma_1 + \gamma_2)^2) Z & & I = B(1 - \omega_1 \omega_2)(-w_1 v_{11} - w_2 v_{21} - \phi_1) \\
 &\quad - (2\beta_1 v_{22} - (\gamma_1 + \gamma_2) v_{12})(A v_{22}(1 - \omega_1 \omega_2)) & & \quad - B \omega_1(\phi_2 + \omega_2 \phi_1) \\
 &\quad + (2\beta_1 v_{22} - (\gamma_1 + \gamma_2) v_{12})((1 - \omega_1 \omega_2) v_{21})(\omega_2 \varphi_1) & & \quad - \omega_1 \varphi_2 \left[\begin{array}{l} (1 - \omega_1 \omega_2) \\ (-w_2 v_{22} - w_1 v_{12} - \phi_2) \\ -\omega_2(\phi_1 + \omega_1 \phi_2) \end{array} \right] \quad (6) \\
 &\quad - (2\beta_1 v_{21} - (\gamma_1 + \gamma_2) v_{11})(B v_{21}(1 - \omega_1 \omega_2)) & (13) & \\
 &\quad + (2\beta_1 v_{21} - (\gamma_1 + \gamma_2) v_{11})((1 - \omega_1 \omega_2) v_{22})(\omega_1 \varphi_2) & & S = A(1 - \omega_1 \omega_2)(-w_2 v_{22} - w_1 v_{12} - \phi_2) \\
 & & & \quad - A \omega_2(\phi_1 + \omega_1 \phi_2) \\
 J &= [(2\beta_2 v_{11} - (\gamma_1 + \gamma_2) v_{21})(B v_{21}(1 - \omega_1 \omega_2)) & & \quad - \omega_2 \varphi_1 \left[\begin{array}{l} (1 - \omega_1 \omega_2)(-w_1 v_{11} - w_2 v_{21} - \phi_1) \\ -\omega_1(\phi_2 + \omega_2 \phi_1) \end{array} \right] \quad (7) \\
 &\quad - (2\beta_2 v_{11} - (\gamma_1 + \gamma_2) v_{21})((1 - \omega_1 \omega_2) v_{22})(\omega_1 \varphi_2) & & \\
 &\quad + (2\beta_2 v_{12} - (\gamma_1 + \gamma_2) v_{22})(A v_{22}(1 - \omega_1 \omega_2)) & (14) & \\
 &\quad - (2\beta_2 v_{12} - (\gamma_1 + \gamma_2) v_{22})((1 - \omega_1 \omega_2) v_{21})(\omega_2 \varphi_1)] & & \\
 K &= [(2\beta_1 v_{22} - (\gamma_1 + \gamma_2) v_{12})(A v_{12}(1 - \omega_1 \omega_2)) & & L = (2\beta_2 v_{11} - (\gamma_1 + \gamma_2) v_{21}) I \quad (8) \\
 &\quad - (2\beta_1 v_{22} - (\gamma_1 + \gamma_2) v_{12})((1 - \omega_1 \omega_2) v_{11})(\omega_2 \varphi_1) & & \\
 &\quad + (2\beta_1 v_{21} - (\gamma_1 + \gamma_2) v_{11})(B v_{11}(1 - \omega_1 \omega_2)) & (15) & M = (2\beta_1 v_{22} - (\gamma_1 + \gamma_2) v_{12}) S \quad (9) \\
 &\quad - (2\beta_1 v_{21} - (\gamma_1 + \gamma_2) v_{11})((1 - \omega_1 \omega_2) v_{12})(\omega_1 \varphi_2)] & &
 \end{aligned}$$

۶- مراجع

[1] Cai, G., Zhang, M., (2009). Game theoretical perspectives on dual channel supply chain competition with price discounts and pricing schemes. *International Journal of Production Economics* Vol. 117 No., 1, 80- 96.

[2] Cao, P., Li, J., Yan, H., (2012). Optimal dynamic pricing of inventories with stochastic demand and discounted criterion. *European Journal of Operational Research* Vol., 217 No., 3, 580-588.

[3] Tang, C., Yin, R., (2007). Joint ordering and pricing strategies for managing substitutable products. *Production and Operation Management*, Vol., 16, No., 1, 138 - 153.

[4] Kuo, C., Huang, K., (2012). Dynamic pricing of limited inventories for multi- generation products. *European Journal of Operational Research*, Vol., 217, No., 2, 394 - 403.

[5] Li, F., (2003). Optimal dynamic pricing for two perishable and substitutable products. *citeseer*. Virginia Polytechnic Institute and State University. 1-66.

[6] Soon, W., (2011). A review of multi-product pricing models. *Applied Mathematics and Computation*, Vol., 217, No., 21, 8149 - 8165.

[7] Yue, X., Mukhopadhyay, S., Zhu, X., (2006). A Bertrand model of pricing of complementary goods under information asymmetry. *Journal of Business Research*, Vol., 59, No., 12, 1182 - 1192.

[8] Padmanabhan, V., Png, I.P.L., (1995). Returns policies: Make money by making good. *Sloan management Review*, Vol., 37 No., 1, 65 - 72.

[9] Rogers, D.S., Tibben-Lemke, R.S., (1999). *Going backwards: Reverse logistic Trends and Practices*. Reverse Logistics Executive Council Press, Pittsburgh, PA.

[10] Pinkerton, I., (1997). Getting religion about returns. *Dealer scope Consumer Electronics Marketplace* Vol., 39, No, 11, 19 - 20.

[11] Trager, I., (2000). Not so many happy returns. *Interactive Week* Vol., 7, No., 11, 44 - 45.

[12] Wood, S.L., (2001). Remote purchase environments: The influence of return policy leniency on two-stage decision processes. *Journal of Marketing Research* Vol., 38, No., 2, 157 - 169.

- [13] Suwelack, T., Hogueve, J., Hoyer, W.D., (2011). Understanding money-back guarantees: cognitive, affective, and behavioral outcomes. *J. Retailing* Vol., 87 No., 4, 462 – 478.
- [14] Padmanabhan, V., Png, I.P.L., 2004. Reply to "Do returns policies intensify retail competition? *Mark. Sci.* Vol., 23, No., 4, 614 – 618.
- [15] Su, X., (2009). Consumer returns policies and supply chain performance. *Manufacturing & Service Operations Management*, Vol., 11, No., 4, 595 – 612.
- [16] Coughlan, A.T., (1987). Distribution channel choice in a market with complementary goods. *International Journal of Research in Marketing*, Vol, 4, NO., 3, 85 – 97.
- [17] Gnanendran, K., Ho, J.K., Sundarraj, R.P., (2003). Stock selection heuristic for interdependent items. *European Journal of Operational Research*, Vol., 145, No., 585 – 605.
- [18] Yan, R., Bandyopadhyay, S., 2011. The profit benefits of bundle pricing of complementary products. *Journal of Retailing and Consumer Services*. Vol., 18, No., 11, 355 – 361.
- [19] Yongjian, L.I., Lei, X.U., Dahui, L.I., (2013). Examining relationships between the return policy, product quality, and pricing strategy in online direct selling. *International Journal of Production Economics*, Vol., 144, No, 2), 451 – 460.
- [20] YOO, S.H.,)2014). Product quality and return policy in a supply chain under risk aversion of a supplier. *International Journal of Production Economics*, Vol., 15, No., 8, 146-155.
- [21] Wei, J., Zhao, J., Li, Y., 2013. Pricing decisions for complementary products with firms different market powers, *European Journal of Operational Research*, Vol., 224, No., 5, 507 – 519.