تشخیص ترک در تیرها به کمک تبدیل هیلبرت – هوانگ

محمدرضا گله‌بان[۱]، شاپور مرادی[۲،*]

اطلاعات مقاله

دریافت مقاله: ۱۳۹۳/۰۴/۰۸

پذیرش مقاله: ۱۳۹۵/۰۶/۱۷

واژگان کلیدی:

تشخیص ترک،
تبدیل هیلبرت-هوانگ،
تبدیل فوریه سریع،
تئوری تیر تیموشنکو،
الگوریتم کلونی زنبور عسل مصنوعی.

چکیده

در این پژوهش یک روش یک روش غیرمخرب به منظور تشخیص ترک در تیرها ارائه شده است. در این روش از تبدیل هیلبرت - هوانگ به عنوان یک روش پردازش سیگنال استفاده می‌شود. ترک که به صورت باز در نظر شده است، توسط فنر چرخشی مدلسازی می‌گردد. به منظور محاسبه فرکانس‌های طبیعی تیر ترک‌دار، تئوری تیموشنکو بکار گرفته شده است. سپس با استفاده از سیگنال‌های ارتعاشی تیر ترکدار، فرکانس‌های طبیعی تجربی به کمک تبدیل فوریه سریع و تبدیل هیلبرت - هوانگ محاسبه شده‌اند. سرانجام با کمینه نمودن یک تابع هدف به کمک الگوریتم کلونی زنبور عسل مصنوعی، محل و عمق ترک‌ها تعیین می‌گردند. تابع هدف به صورت مجموع وزنی مربعات خطای بین مقادیر عددی و تجربی فرکانس‌های طبیعی تیر ترک‌دار است. به منظور بررسی صحت روش ارائه شده، ترک‌هایی در محل‌ها و عمق‌های گوناگون در تیرهای فولادی ایجاد و پارامترهای ترک با دقت مناسب تشخیص داده شده‌اند. نتایج نشان می‌دهد که با استفاده از فرکانس‌های تجربی حاصل از تبدیل هیلبرت - هوانگ می‌توان ترک (خصوصاً ترک در عمق کم) را با دقت مناسبی شناسایی نمود.

۱- مقدمه

تیر یکی از پرکاربردترین اجزا در بسیاری از سازه‌ها است. به همین دلیل اطمینان از سالم بودن آن امری ضروری است. برخی از عواملی که سبب ایجاد عیب در تیر می‌گردند شامل خوردگی تحت شرایط محیطی، قرار گرفتن تحت بارگذاری دینامیکی، تغییر دمای ناگهانی و تکان‌های شدید است. یکی از عیوب متداولی که در تیرها ایجاد می‌شود، پیدایش ترک و رشد آن است. عدم تشخیص به موقع ترک در تیر می‌تواند منجر به از کار افتادگی یا نابودی کل سیستم مرتبط با تیر گردد که علاوه بر داشتن عواقب جانی، ضررهای اقتصادی چشم‌گیری نیز به دنبال خواهد داشت. بنابراین تشخیص ترک در مراحل اولیه دارای اهمیت بسزایی در بررسی سلامت سازه‌ای بوده و به همین علت تحقیقات بسیاری نیز در این زمینه انجام شده است. در دهه‌های اخیر روش‌هایی به نام آزمون‌های غیرمخرب به منظور تشخیص ترک در مراحل اولیه معرفی شده‌اند. اما بکارگیری برخی از این روش‌ها در عمل با موانعی روبرو است. به عنوان مثال روش بازبینی چشمی علی‌رغم سادگی، روش دقیقی نیست و وابسته به دقت اپراتور است. در این روش اپراتور می‌بایست کل سازه را مورد بررسی قرار دهد. روش‌های دیگری همانند انتشار امواج فراصوت و رادیوگرافی روش‌های نسبتاً پیچیده، پرهزینه و زمان‌بری هستند. همچنین بکارگیری این روش‌ها نیازمند دانستن محل تقریبی عیب است و در برخی از موارد نمی‌توان چنین روش‌هایی را بکار برد. به منظور اجتناب از پیچیدگی‌ها و محدویت‌های روش‌های مذکور و نیز کاهش هزینه‌ها، دسته‌ای از روش‌ها بر مبنای پردازش سیگنال‌های ارتعاشی سازه، به کمک روش‌هایی همچون تبدیل فوریه و تبدیل موجک، در سال‌های اخیر معرفی شده‌اند. اما تمامی روش‌های پردازش سیگنال از جمله روش‌های مذکور دارای دو نقطه‌ضعف اساسی هستند:

۱) چنین روش‌هایی را نمی‌توان به‌منظور پردازش تمامی انواع سیگنال‌ها بکار برد.

۲) در تمامی روش‌های پردازش سیگنال، تقریبی از

* پست الکترونیک نویسنده مسئول: moradis@scu.ac.ir

۱. کارشناس ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید چمران اهواز

۲. استاد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید چمران اهواز

سیگنال، به جای خود سیگنال بکار گرفته می‌شود.
به منظور برطرف نمودن نقایص مذکور اخیراً روش جدیدی به نام تبدیل هیلبرت - هوانگ توسط هوانگ و همکاران [۱] ابداع شده است. این روش بر خلاف تمامی روش‌های پیشین پردازش سیگنال قادر به پردازش تمامی انواع سیگنال‌ها اعم از سیگنال‌های خطی و غیرخطی، و سیگنال‌های ایستا و غیرایستا است. همچنین در این روش به جای بکارگیری تقریبی از سیگنال، خود سیگنال مورد استفاده قرار می‌گیرد. از زمان پیدایش این روش کاربردهای آن در علوم مختلف از جمله ارزیابی سلامت سازه‌ای مورد بررسی قرار گرفته و نتایج مطلوبی از آن حاصل شده است. این امر نشان‌دهنده توانایی بالای این روش در پردازش سیگنال‌ها است. یانگ و همکاران [۲] داده‌های به دست آمده از تحلیل یک سازه معیوب را به کمک تبدیل هیلبرت - هوانگ مورد بررسی قرار دادند. نتایج نشان داد که تبدیل هیلبرت - هوانگ قادر به تعیین فرکانس طبیعی و نسبت میرایی سازه با دقت بیشتری نسبت به تبدیل فوریه است. پاینز و سالوینو [۳] تبدیل هیلبرت - هوانگ را به عنوان ابزاری به منظور شناسایی عیوب درون‌سازه‌ای بکار گرفتند. آنان با بررسی فاز آنی سیگنال سازه معیوب، موفق به شناسایی محل عیب در سازه شدند. دوکا و حاجیلئونتیادیس [۴] پاسخ ارتعاشات آزاد تیر ترکدار را توسط تبدیل هیلبرت - هوانگ مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها با محاسبه فرکانس آنی تیر ترکدار مشاهده کردند که این فرکانس دارای نوسان است. همچنین مشاهده شد که با افزایش عمق ترک، میزان نوسانات فرکانس آنی افزایش می‌یابد. لوتریدیس و همکاران [۵] ارتعاشات اجباری تیر ترکدار را به کمک تبدیل هیلبرت - هوانگ مورد بررسی قرار دادند. با محاسبه فرکانس آنی و ناهمگونی‌های هارمونیک در حالت‌های مختلف مشاهده شد که میزان نوسانات فرکانس آنی و ناهمگونی‌های هارمونیک با افزایش عمق ترک افزایش می‌یابد. هرا و همکاران [۶] با بکارگیری سه روش تبدیل موجک پیوسته، تجزیه مود تجربی و غربال بسته موجک، تغییرات در فرکانس‌های طبیعی و شکل مودها را مورد بررسی قرار دادند. از مقایسه روش‌های مذکور مشاهده شد که دقت روش‌های غربال بسته موجک و تبدیل موجک پیوسته تا حد زیادی وابسته به تابع موجک مادر انتخابی است، در حالی که در روش تجزیه مود تجربی این نقص وجود ندارد. چراغی و همکاران [۷] به کمک تجزیه مود تجربی اندیسی را به منظور شناسایی عیب در سازه‌ها معرفی نمودند. به منظور بررسی صحت اندیس ارائه شده آزمایش‌هایی بر روی یک لوله انجام و پس از اندازه‌گیری سیگنال‌های ارتعاشی (در دو حالت سالم و معیوب)، اندیس عیب پیشنهادی را محاسبه کردند. نتایج نشان داد که به کمک این اندیس می‌توان وقوع عیب در اتصالات خط لوله و شدت آن را شناسایی نمود. چراغی و همکاران [۸] به‌کمک تبدیل هیلبرت - هوانگ فرکانس‌های طبیعی و ضرایب میرایی یک لوله PVC را محاسبه نمودند. با مدلسازی لوله در نرم‌افزار اجزاء محدود (NISA)، فرکانس‌های طبیعی و ضرایب میرایی آن را به صورت عددی نیز محاسبه نمودند. بررسی نتایج نشان داد که به کمک این تبدیل می‌توان با دقت بالایی مشخصات ارتعاشی لوله را تعیین نمود. گائو و همکاران [۹] روش تجزیه مود تجربی را به منظور بررسی علت شکست یکی از یاتاقان‌های یک ژنراتور قدرت بکار گرفتند. سرانجام علت شکست یاتاقان ایجاد اصطکاک بین یاتاقان و روتور و هم‌زمان، وارد آمدن ضربه به یاتاقان‌ها بیان شد. همچنین با مقایسه نتایج حاصل از روش تجزیه مود تجربی و آنالیز موجک مشاهده شد که روش تجزیه مود تجربی نتایج بهتری نسبت به آنالیز موجک ارائه می‌نماید. یاکونو و همکاران [۱۰] تبدیل هیلبرت را به منظور شناسایی عیب در مراحل اولیه بکار گرفتند. تشخیص عیب در این پژوهش بر اساس کمینه نمودن تابع هدفی بر مبنای ویژگی‌های سیگنال تحلیلی بود. ورودی‌های مورد نیاز تابع هدف مذکور، یکی از ویژگی‌های سیگنال تحلیلی بود. آن‌ها با محاسبه این ویژگی‌ها به صورت تجربی و تئوری، و جایگزینی این مقادیر در تابع هدف و کمینه نمودن آن موفق به تشخیص محل عیب در مراحل اولیه شدند. رازی و همکاران [۱۱] صحت اندیس پیشنهادی توسط چراغی و همکاران [۷] را به منظور تعیین محدوده و شدت ترک خستگی در تیرها بکار گرفتند. آن‌ها پس از اندازه‌گیری سیگنال‌های ارتعاشی ناشی از تحریک تیر در هر دو حالت سالم و ترک‌دار، اندیس عیب مذکور را محاسبه نمودند. مشاهده شد که به کمک این اندیس می‌توان ترک خستگی در تیر و شدت آن را تشخیص داد.
از بررسی‌های انجام شده مشخص است که در پژوهش‌های پیشین معمولاً ترک در عمق‌های کم مورد بررسی قرار نگرفته است. همچنین در هیچ یک از پژوهش‌های انجام شده به کمک تبدیل هیلبرت - هوانگ، عمق و محل ترک

تعیین نشده است. در پژوهش حاضر به کمک این تبدیل، عمق و محل ترک در تیرهای مختلف پیش‌بینی شده است. همچنین نشان داده خواهد شد که به کمک تبدیل هیلبرت - هوانگ می‌توان ترک های کم عمق را با دقت مناسبی شناسایی نمود.

۲- تبدیل هیلبرت - هوانگ

در سال ۱۹۹۸ هوانگ و همکاران [۱] روشی جدید به نام تبدیل هیلبرت - هوانگ را به منظور پردازش سیگنال‌ها معرفی نمودند. مزیت این روش نسبت به سایر روش‌های پردازش سیگنال، توانایی آن در پردازش تمامی انواع سیگنال اعم از سیگنال‌های ایستا و غیرایستا و سیگنال‌های خطی و غیرخطی است. این روش شامل دو بخش به نام‌های تجزیه مود تجربی و تبدیل هیلبرت است که در ادامه، هر یک از این دو بخش معرفی خواهد شد.

۲-۱- تجزیه مود تجربی

روش تجزیه مود تجربی یک فرایند غربال تجربی به منظور تجزیه سیگنال به مجموعه‌ای از سیگنال‌های ساده‌تر به نام تابع مود ذاتی است. تابع مود ذاتی، تابعی است که اولاً تعداد اکسترمم‌ها و عبور از صفرهای آن با هم برابر هستند و یا حداکثر یک عدد اختلاف دارند. ثانیاً در هر لحظه میانگین پوش بالایی و پایینی سیگنال (که به ترتیب توسط ماکزیمم‌ها و مینیمم‌های محلی تعیین می‌شود) صفر است. توابع مود ذاتی توسط فرایندی به نام فرایند غربال، به صورت زیر تعیین می‌شوند:

۱) تعیین تمامی مینیمم‌ها و ماکزیمم‌های محلی سیگنال اولیه $S(t)$ و ایجاد پوش بالایی و پایینی سیگنال با اعمال یک تابع درونیاب (معمولاً اسپیلاین مکعبی) به ترتیب بر ماکزیمم‌ها و مینیمم‌های محلی.

۲) محاسبه میانگین پوش‌های بالایی و پایینی سیگنال ($m_1(t)$) و تفریق آن از سیگنال اولیه:

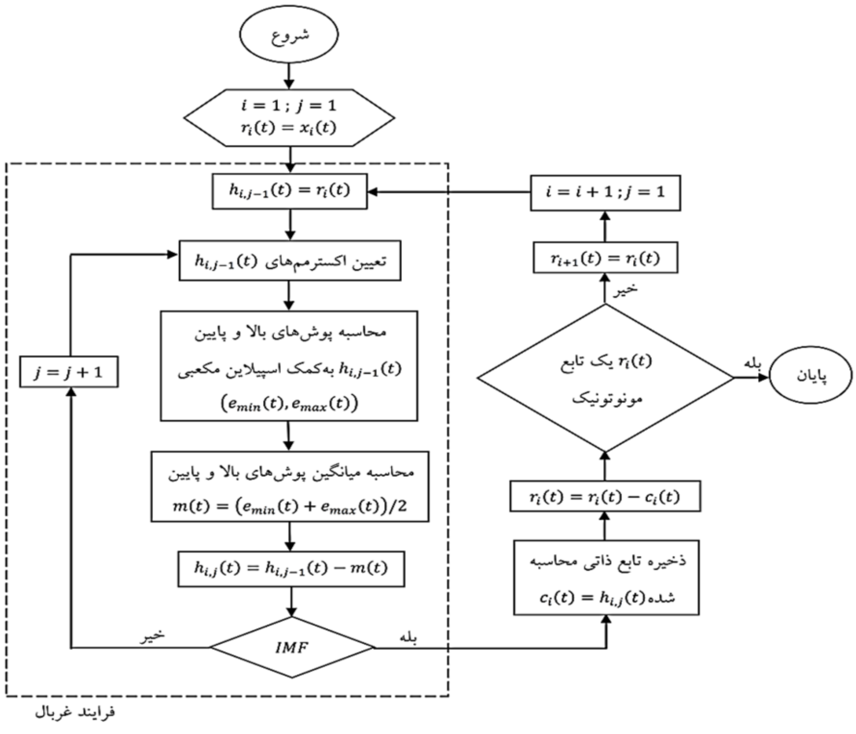
$$h_1(t) = x(t) - m_1(t) \quad (۱)$$

لازم به ذکر است که $h_1(t)$ همواره اولین تابع مود ذاتی نیست. بنابراین مراحل فوق باید چندین بار تکرار شود. سرانجام پس از k بار تکرار، اولین تابع مود ذاتی که با $c_1(t)$ نشان داده می‌شود به صورت زیر تعیین می‌گردد:

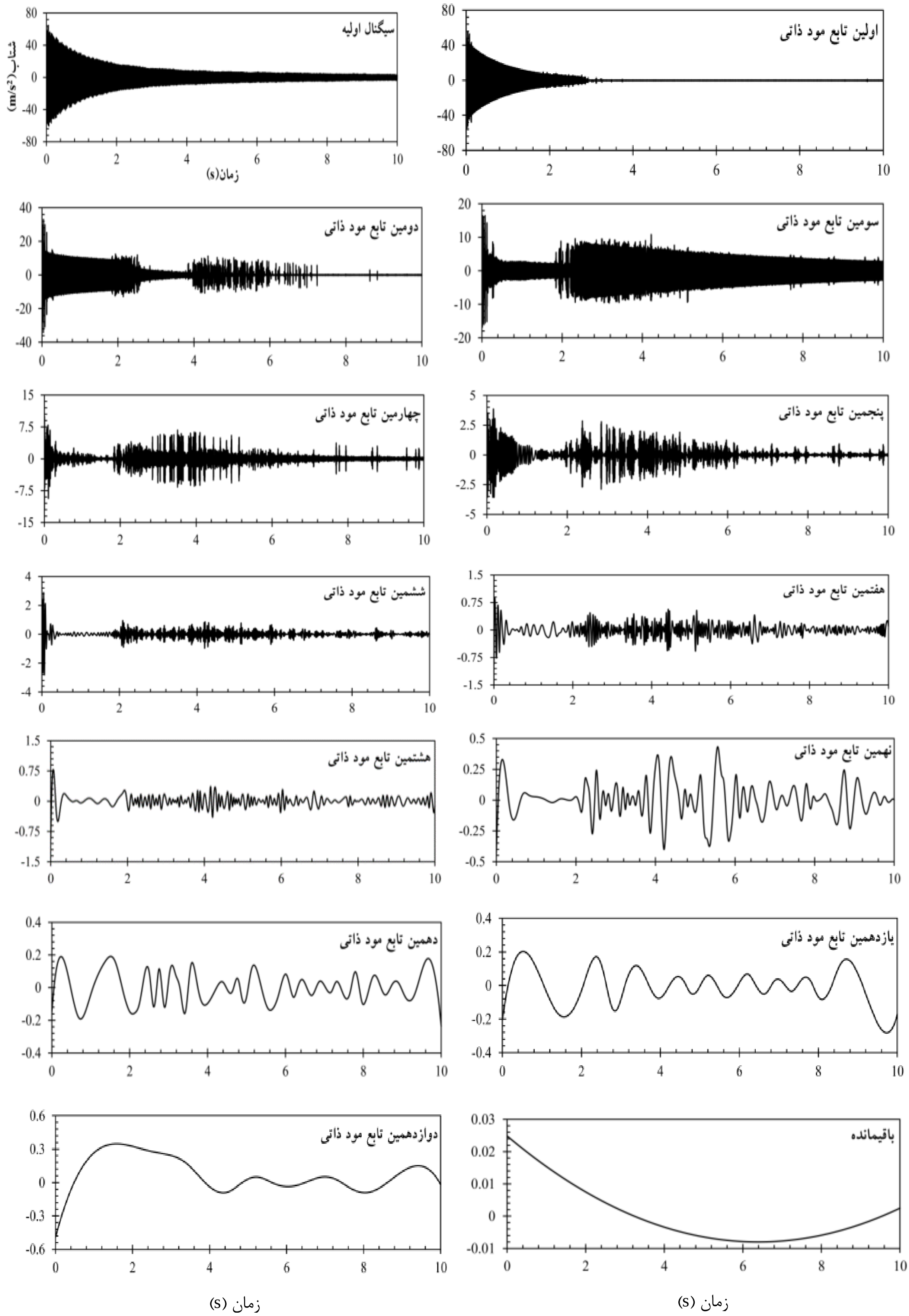
$$c_1(t) = h_{1k}(t) = h_{1(k-1)}(t) - m_{1k}(t) \quad (۲)$$

۳) محاسبه اولین باقیمانده با تفریق اولین تابع مود ذاتی از سیگنال اولیه:

$$r_1(t) = x(t) - c_1(t) \quad (۳)$$



شکل ۱: فلوچارت روش تجزیه مود تجربی



شکل ۲- نمایش سیگنال ارتعاشی یک تیر به همراه توابع مود ذاتی حاصل از تجزیه مود تجربی

باقیمانده محاسبه شده در مرحله ۳ همانند سیگنال اولیه در نظر گرفته شده، و مراحل ۱ تا ۳ به منظور تعیین دیگر توابع مود ذاتی بر روی آن اعمال می‌شود. مراحل فوق تا هنگامی که دیگر نتوان از باقیمانده حاصل هیچ تابع مود ذاتی را به دست آورد، تکرار می‌شود. سرانجام پس از اتمام فرایند غربال، سیگنال اولیه را می‌توان به صورت زیر بازسازی نمود:

$$S(t)=\sum_{i=1}^{n} c_i(t)+r_n(t) \tag{۴}$$

که در آن $c_i(t)$ تابع مود ذاتی iام، n تعداد توابع مود ذاتی و $r_n(t)$ باقیمانده فرایند تجزیه سیگنال است. شکل (۱) نشان‌دهنده فلوچارت روش تجزیه مود تجربی است. همچنین به منظور آشنایی بیشتر با این روش، در شکل (۲) سیگنال ارتعاشی یک تیر به همراه توابع مود ذاتی حاصل از تجزیه مود تجربی نمایش داده شده است. از تجزیه این سیگنال دوازده تابع مود ذاتی به همراه یک باقیمانده به دست آمده است. همان گونه که ملاحظه می‌شود با افزایش شماره تابع مود ذاتی، فرکانس و دامنه آن‌ها کاهش می‌یابد. همچنین دامنه باقیمانده حاصل نیز ناچیز است و در واقع خطای فرایند تجزیه سیگنال می‌باشد.

۲-۲- تبدیل هیلبرت

در تبدیل هیلبرت - هوانگ پس از اعمال روش تجزیه مود تجربی، تبدیل هیلبرت بر توابع مود ذاتی حاصل اعمال می‌شود. هدف از این کار محاسبه فرکانس آنی و دامنه آنی هر تابع مود ذاتی است. در واقع تعیین این پارامترها سبب می‌شود که فهم فیزیکی بهتری از مکانیزم‌های درون سیگنال حاصل شود [1]. تبدیل هیلبرت یک سیگنال همانند $f(t)$ توسط رابطه (۵) تعریف می‌شود:

$$\mathrm{H}\left(f(t)\right)=\frac{1}{\pi} PV\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{f(\tau)}{t-\tau}d\tau \tag{۵}$$

که در آن $\mathrm{H}\left(f(t)\right)$ و PV به ترتیب نشان‌دهنده تبدیل هیلبرت سیگنال $f(t)$ و مقدار اساسی انتگرال کوشی هستند. یکی از نتایج بسیار مهم تبدیل هیلبرت، سیگنال تحلیلی است که به کمک آن می‌توان فرکانس آنی و دامنه آنی را محاسبه نمود. سیگنال تحلیلی مرتبط با سیگنال $f(t)$ با استفاده از رابطه (۶) تعریف می‌شود:

$$\mathrm{A}\left(f(t)\right)= f(t)+\mathrm{i}\mathrm{H}\left(f(t)\right)=a(t)e^{\mathrm{i}\theta(t)} \tag{۶}$$

که درآن $\mathrm{A}\left(f(t)\right)$، $a(t)$ و $\theta(t)$ به ترتیب نشان‌دهنده سیگنال تحلیلی، دامنه آنی و فاز آنی سیگنال $f(t)$ هستند. با توجه به رابطه (۶) مشاهده می‌شود که سیگنال تحلیلی مرتبط با $f(t)$ از دو بخش حقیقی و موهومی تشکیل شده است. بخش حقیقی آن سیگنال $f(t)$، و بخش موهومی آن تبدیل هیلبرت سیگنال $f(t)$ است. همچنین دامنه آنی و فاز آنی به کمک روابط (۷) و (۸)تعیین می‌شوند:

$$a(t)=\sqrt{\left(f(t)\right)^2+\left(\mathrm{H}\left(f(t)\right)\right)^2} \tag{۷}$$

$$\theta(t)=\arctan\left(\frac{\mathrm{H}\left(f(t)\right)}{f(t)}\right) \tag{۸}$$

فرکانس آنی را نیز می‌توان به صورت مشتق زمانی تابع فاز آنی بیان نمود:

$$\omega(t)=\frac{d\theta}{dt} \tag{۹}$$

۳- محاسبه فرکانس‌های طبیعی به کمک تبدیل هیلبرت - هوانگ

یکی از مسائل مهم در ارزیابی سلامت سازه‌ای، تعیین فرکانس‌های طبیعی سازه‌ها و بررسی تغییرات آن‌ها است. ایجاد عیب در سازه باعث کاهش سختی سازه و در نتیجه کاهش فرکانس‌های طبیعی آن خواهد شد. به کمک فرکانس‌های طبیعی سازه معیوب می‌توان محل و شدت عیب را تعیین نمود. در این بخش چگونگی محاسبه فرکانس‌های طبیعی سازه‌ها به کمک تبدیل هیلبرت - هوانگ بیان می‌گردد.

۳-۱- تعیین پاسخ‌های مودال به‌کمک تجزیه مود تجربی

به منظور محاسبه مشخصات مودال سازه ابتدا باید پاسخ شتاب حاصل از تحریک یک نقطه از سازه (در اینجا نقطه p) را اندازه‌گیری نمود. طبعاً شتاب اندازه‌گیری شده دارای مقداری اغتشاش است که به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$\ddot{z}_p(t)=\ddot{x}_p(t)+v_p(t) \tag{۱۰}$$

که در آن $\ddot{z}_p(t)$ پاسخ شتاب اندازه‌گیری شده، $\ddot{x}_p(t)$ پاسخ شتاب بدون اغتشاش و $v_p(t)$ اغتشاش ناشی از اندازه‌گیری هستند. با در نظر گرفتن سازه به عنوان یک

سیستم n درجه آزادی، پاسخ شتاب مربوط به p امین درجه آزادی (ناشی از تحریک سیستم توسط یک بار ضربه‌ای) به صورت زیر نمایش داده می‌شود [۱۲]:

$$\ddot{x}_p(t)=\sum_{j=1}^{n}\ddot{x}_{pj}(t)$$

$$=\sum_{j=1}^{n}B_{pj,k}\mathrm{e}^{-\xi_j\omega_j t}\cos\left(\omega_{dj}t+\varphi_j+\frac{\pi}{2}+\varphi_{pj,k}\right) \qquad (۱۱)$$

که در آن $\ddot{x}_{pj}(t)$ نشان‌دهنده پاسخ مودال j ام در p امین درجه آزادی، ξ_j میرایی مودال j ام، ω_j فرکانس طبیعی j ام، ω_{dj} فرکانس طبیعی میرایی j ام، φ_j تاخیر فاز در مود j ام و $\varphi_{pj,k}$ اختلاف فاز بین p امین و k امین المان بردار شکل مود j ام هستند. همچنین $B_{pj,k}$ ضریب ثابتی است که مقدار آن وابسته به نیروی تحریک کننده، فرکانس طبیعی j ام، جرم مودال و میرایی مودال در j امین مود می‌باشد. لازم به ذکر است که نقطه p ام در یک سیستم پیوسته همان p امین درجه آزادی سیستم است.

پس از اندازه‌گیری پاسخ شتاب سازه در نقطه دلخواه p ($\ddot{z}_p(t)$) ابتدا می‌بایست طیف فوریه آن را محاسبه نمود. به کمک طیف فوریه می‌توان محدوده فرکانس‌های طبیعی سازه مورد نظر را به صورت زیر تعیین نمود:

$$\omega_{jL}<\omega_j<\omega_{jH} \qquad , \qquad j=1,2,\ldots,n \qquad (۱۲)$$

که در آن ω_{jL} و ω_{jH} به ترتیب نشان‌دهنده حد پایین و بالای فرکانس طبیعی j ام هستند. پس از آن فیلتر میان‌گذری با محدوده عبور $\left[\omega_{jL},\omega_{jH}\right]$ بر سیگنال $\ddot{z}_p(t)$ اعمال می‌شود. فیلتر نمودن سیگنال در بازه مذکور سبب حذف تمامی اغتشاش‌های خارج از این بازه خواهد شد. حال سیگنال فیلترشده، توسط روش تجزیه مود تجربی مورد پردازش قرار می‌گیرد. اولین تابع مود ذاتی حاصل، به عنوان j امین پاسخ مودال مربوط به سیگنال اندازه‌گیری شده در نقطه p در نظر گرفته می‌شود، که با $\ddot{x}_{pj}(t)$ نمایش داده می‌شود. فرایند فوق تا هنگامی که تمامی پاسخ‌های مودال محاسبه شوند، ادامه می‌یابد.

۳-۲- محاسبه فرکانس‌های طبیعی و ضرایب میرایی

پس از محاسبه پاسخ‌های مودال، نوبت به محاسبه فرکانس‌های طبیعی و ضرایب آنی می‌رسد. با اعمال تبدیل هیلبرت بر روی پاسخ مودال ارائه شده در رابطه (۱۱):

$$\mathrm{H}\left(\ddot{x}_{pj}(t)\right)=B_{pj,k}\Big[a_{Lp,j}(t)\sin\left(\omega_{dj}t+\varphi_j+\frac{\pi}{2}+\varphi_{pj,k}\right)$$

$$+\tilde{a}_{Hp,j}(t)\cos\left(\omega_{dj}t+\varphi_j+\frac{\pi}{2}+\varphi_{pj,k}\right)\Big] \qquad (۱۳)$$

که در آن $a_{Lp,j}(t)$ و $\tilde{a}_{Hp,j}(t)$ عبارتند از:

$$a_{Lp,j}(t)=\frac{1}{\pi}\int_{0}^{\omega}\frac{2\xi_j\omega_j}{\xi_j^{\,2}\omega_j^{\,2}+\omega^2}\cos(\omega t)d\omega \qquad (۱۴)$$

$$\tilde{a}_{Hp,j}(t)=\frac{1}{\pi}\int_{\omega_{dj}}^{+\infty}\frac{2\xi_j\omega_j}{\xi_j^{\,2}\omega_j^{\,2}+\omega^2}\sin(\omega t)d\omega \qquad (۱۵)$$

در ادامه سیگنال تحلیلی $Y_{pj}(t)$ حاصل از پاسخ مودال $\ddot{x}_{pj}(t)$ توسط رابطه (۱۶) تعریف می‌شود:

$$Y_{pj}(t)=\ddot{x}_{pj}(t)+\mathrm{iH}\left(\ddot{x}_{pj}(t)\right)=A_{pj}(t)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta_{pj}(t)} \qquad (۱۶)$$

که در آن $A_{pj}(t)$ و $\theta_{pj}(t)$ به ترتیب دامنه آنی و فاز آنی مربوط به پاسخ مودال $\ddot{x}_{pj}(t)$ هستند و به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$A_{pj}(t)=B_{pj,k}\{\mathrm{e}^{-2\xi_j\omega_j t}\cos^2\left(\omega_{dj}t+\varphi_j+\frac{\pi}{2}+\varphi_{pj,k}\right)$$

$$+[a_{Lp,j}(t)\sin\left(\omega_{dj}t+\varphi_j+\frac{\pi}{2}+\varphi_{pj,k}\right)$$

$$+\tilde{a}_{Hp,j}(t)\cos\left(\omega_{dj}t+\varphi_j+\frac{\pi}{2}+\varphi_{pj,k}\right)]^2\}^{0.5} \qquad (۱۷)$$

$$\theta_{pj}(t)=\arctan\Big\{\mathrm{e}^{\xi_j\omega_j t}a_{Lp,j}(t)\tan\left(\omega_{dj}t+\varphi_j+\frac{\pi}{2}+\varphi_{pj,k}\right)$$

$$+\tilde{a}_{Hp,j}(t)\Big\} \qquad (۱۸)$$

در سازه‌هایی که ξ_j عددی بسیار کوچک و ω_j عددی بزرگ است (همانند تیر)، روابط (۱۴) و (۱۵) به صورت زیر ساده خواهند شد:

$$a_{Lp,j}(t)=\mathrm{e}^{-\xi_j\omega_j t} \qquad , \qquad \tilde{a}_{Hp,j}(t)=0 \qquad (۱۹)$$

بنابراین روابط (۱۳)، (۱۷) و (۱۸) نیز به صورت زیر ساده می‌گردند:

$$\mathrm{H}\left(\ddot{x}_{pj}(t)\right)=$$

$$B_{pj,k}\mathrm{e}^{-\xi_j\omega_j t}\sin\left(\omega_{dj}t+\varphi_j+\frac{\pi}{2}+\varphi_{pj,k}\right) \qquad (۲۰)$$

$$A_{pj}(t)=B_{pj,k}\mathrm{e}^{-\xi_j\omega_j t} \qquad (۲۱)$$

$$\theta_{pj}(t) = \omega_{dj} t + \varphi_j + \frac{\pi}{2} + \varphi_{pj,k} \qquad (۲۲)$$

همچنین از روابط (۲۱) و (۲۲) نتایج زیر حاصل خواهد شد:

$$\ln A_{pj}(t) = -\xi_j \omega_j t + \ln B_{pj,k} \qquad (۲۳)$$

$$\omega_{pj}(t) = d\theta_{pj}(t)/dt = \omega_{dj} \qquad (۲۴)$$

همان‌گونه که مشاهده می‌شود روابط (۲۲) و (۲۳) توابعی خطی بر حسب زمان هستند. شیب نمودار رابطه (۲۲) برابر ω_{dj} و شیب نمودار رابطه (۲۳) برابر $-\xi_j \omega_j$ است. بنابراین به کمک دستگاه معادلات زیر می‌توان فرکانس طبیعی و ضریب میرایی مربوط به هر مود ارتعاشی را محاسبه نمود:

$$\begin{cases} \dfrac{d \ln A_{pj}(t)}{dt} = -\xi_j \omega_j \\ \dfrac{d\theta_{pj}(t)}{dt} = \omega_{dj} = \omega_j \sqrt{1-\xi_j^2} \end{cases} \qquad (۲۵)$$

۴- معادلات حاکم بر تیر تیموشنکو

تیری به طول L، عرض h، ضخامت b، سطح مقطع یکنواخت A و ممان اینرسی I را در نظر بگیرید. معادلات حاکم بر ارتعاشات آزاد عرضی تیر را می‌توان به صورت دستگاه معادلات دیفرانسیل رابطه (۲۶) بیان نمود [۱۳]:

$$\begin{cases} \rho A \dfrac{\partial^2 U(x,t)}{\partial t^2} = \acute{K}GA\left(\dfrac{\partial^2 U(x,t)}{\partial x^2} - \dfrac{\partial \phi(x,t)}{\partial x}\right) \\ \rho I \dfrac{\partial^2 \phi(x,t)}{\partial t^2} = \acute{K}GA\left(\dfrac{\partial U(x,t)}{\partial x} - \phi(x,t)\right) \\ \qquad + EI \dfrac{\partial^2 \phi(x,t)}{\partial x^2} \end{cases} \qquad (۲۶)$$

که در آن $U(x,t)$ جابجایی عرضی تیر، $\phi(x,t)$ شیب تیر در اثر خمش، ρ چگالی جرمی، E مدول یانگ، G مدول برشی و $\acute{K}$ ضریب برشی است. دستگاه معادلات دیفرانسیل رابطه (۲۶) را می‌توان به کمک روش جداسازی متغیرها حل نمود:

$$U(x,t) = Lu(x)e^{i\omega t} \;,\; \phi(x,t) = \varphi(x)e^{i\omega t} \qquad (۲۷)$$

در جایی که ω فرکانس طبیعی تیر، u جابجایی عرضی بی بعد تیر و ϕ شیب تیر است. با اعمال تغییر متغیر $\beta = x/L$ و جایگزینی رابطه (۲۷) در رابطه (۲۶)، رابطه (۲۸) حاصل می‌شود:

$$\begin{cases} \dfrac{d^2 u}{d\beta^2} + \varpi^2 s^2 u = \dfrac{d\varphi}{d\beta} \\ s^2 \dfrac{d^2\varphi}{d\beta^2} + \left(\varpi^2 r^2 s^2 - 1\right)\varphi = -\dfrac{du}{d\beta} \end{cases} \qquad (۲۸)$$

که در آن ϖ، r و s عبارتند از:

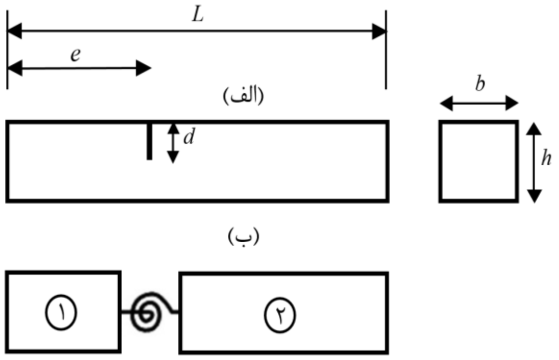
$$\varpi^2 = \frac{\rho A L^4 \omega^2}{EI} \;,\; r^2 = \frac{I}{AL^2} \;,\; s^2 = \frac{EI}{\acute{K}AGL^2} \qquad (۲۹)$$

با انجام عملیات جبری سرانجام دو معادله دیفرانسیل مجزا به صورت رابطه (۳۰) به دست می‌آید:

$$\begin{cases} \dfrac{d^4 u}{d\beta^4} + 2a\dfrac{d^2 u}{d\beta^2} + cu = 0 \\ \dfrac{d^4 \varphi}{d\beta^4} + 2a\dfrac{d^2 \varphi}{d\beta^2} + c\varphi = 0 \end{cases} \qquad (۳۰)$$

که در آن a و c با استفاده از رابطه زیر تعیین می‌شوند:

$$a = \frac{\varpi^2\left(r^2 + s^2\right)}{2} \quad , \quad c = \varpi^2\left(r^2 s^2 \varpi^2 - 1\right) \qquad (۳۱)$$



شکل ۳: تیر ترکدار (الف) تیر دارای ترک عرضی (ب) مدلسازی ترک با فنر چرخشی

حال تیری را در نظر بگیرید که دارای ترکی به عمق d و به فاصله e از انتهای سمت چپ آن است (شکل (۳) - الف). ترک در تیر را می‌توان با یک فنر چرخشی بدون جرم با سختی K_t مدلسازی نمود (شکل (۳) - ب). سختی فنر چرخشی K_t توسط رابطه (۳۲) تعیین می‌شود [۱۳]:

$$K_t = \frac{bh^2 E}{72\pi\left(d/h\right)^2 f\left(d/h\right)} \qquad (۳۲)$$

که در آن تابع بی‌بعد $f\left(d/h\right)$ برابر است با:

$$f\left(d/h\right) = 0.6384 - 1.035\left(d/h\right) + 3.7201\left(d/h\right)^2 - 5.1774\left(d/h\right)^3$$

$$+7.553(d/h)^4-7.3324(d/h)^5$$

$$+2.4909(d/h)^6 \quad (۳۳)$$

خطای رابطه (۳۳) به ازای $d/h \le 0.6$ حداکثر ۱ درصد است [۱۴].

همان‌گونه که در شکل (۳) - ب مشاهده می‌شود، مدلسازی ترک با یک فنر چرخشی، تیر را به دو قسمت تقسیم می‌کند. با حل معادلات دیفرانسیل بیان شده در رابطه (۳۰) برای هر یک از قسمت‌های تیر، روابط (۳۴) تا (۳۷) حاصل می‌شوند:

$$u_1=A_1\cosh(\alpha_1\beta)+A_2\sinh(\alpha_1\beta)$$

$$+A_3\cos(\alpha_2\beta)+A_4\sin(\alpha_2\beta) \quad (۳۴)$$

$$\varphi_1=m_1A_1\sinh(\alpha_1\beta)+m_1A_2\cosh(\alpha_1\beta)$$

$$-m_2A_3\sin(\alpha_2\beta)+m_2A_4\cos(\alpha_2\beta) \quad (۳۵)$$

$$u_2=A_5\cosh(\alpha_1\beta)+A_6\sinh(\alpha_1\beta)$$

$$+A_7\cos(\alpha_2\beta)+A_8\sin(\alpha_2\beta) \quad (۳۶)$$

$$\varphi_2=m_1A_5\sinh(\alpha_1\beta)+m_1A_6\cosh(\alpha_1\beta)$$

$$-m_2A_7\sin(\alpha_2\beta)+m_2A_8\cos(\alpha_2\beta) \quad (۳۷)$$

در جایی که u_1 و φ_1 به‌ترتیب نشان‌دهنده جابجایی عرضی و شیب (ناشی از خمش) بی‌بعد قسمت اول تیر ($0<\beta<e/L$) و u_2 و φ_2 به‌ترتیب نشان‌دهنده جابجایی عرضی و شیب بی‌بعد قسمت دوم تیر ($e/L<\beta<1$) هستند. همچنین α_1، α_2، m_1 و m_2 عبارتند از:

$$\alpha_1=\sqrt{-a+\sqrt{a^2-c}}\ ,\ \alpha_2=\sqrt{a+\sqrt{a^2-c}}$$

$$m_1=\frac{\alpha_2^2+\varpi^2s^2}{\alpha_1}\quad ,\ m_2=\frac{\alpha_1^2-\varpi^2s^2}{\alpha_2} \quad (۳۸)$$

روابط (۳۴) تا (۳۷) در صورتی صحیح هستند که $\alpha_1>0$ باشد. در غیر این صورت می‌بایست α_1 و روابط مذکور را به صورت روابط (۳۹) تا (۴۳) تعیین نمود:

$$\alpha_1=\mathrm{i}\sqrt{a-\sqrt{a^2-c}}=\mathrm{i}\alpha_1' \quad (۳۹)$$

$$u_1=A_1\cosh(\alpha_1'\beta)+\mathrm{i}A_2\sinh(\alpha_1'\beta)$$

$$+A_3\cos(\alpha_2\beta)+A_4\sin(\alpha_2\beta) \quad (۴۰)$$

$$\varphi_1=\mathrm{i}m_1A_1\sinh(\alpha_1'\beta)+m_1A_2\cosh(\alpha_1'\beta)$$

$$-m_2A_3\sin(\alpha_2\beta)+m_2A_4\cos(\alpha_2\beta) \quad (۴۱)$$

$$u_2=A_5\cosh(\alpha_1'\beta)+\mathrm{i}A_6\sinh(\alpha_1'\beta)$$

$$+A_7\cos(\alpha_2\beta)+A_8\sin(\alpha_2\beta) \quad (۴۲)$$

$$\varphi_2=\mathrm{i}m_1A_5\sinh(\alpha_1'\beta)+m_1A_6\cosh(\alpha_1'\beta)$$

$$-m_2A_7\sin(\alpha_2\beta)+m_2A_8\cos(\alpha_2\beta) \quad (۴۳)$$

در جایی که $\mathrm{i}=\sqrt{-1}$ است.

ضرایب A_1 تا A_8 (در روابط (۳۴) تا (۳۷) و یا روابط (۴۰) تا (۴۳)) را می‌توان به کمک شرایط مرزی در دو انتهای تیر و شرایط پیوستگی در محل ترک تعیین نمود. با توجه به آن‌که در این پژوهش تیر به صورت دو سر آزاد در نظر گرفته شده، نیروی برشی و گشتاور خمشی در دو انتهای تیر صفر است. بنابراین شرایط مرزی در دو انتهای تیر را می‌توان به کمک رابطه (۴۴) بیان نمود:

$$\beta=0\begin{cases}V_1=0 & \to u_1'-\varphi_1=0\\ M_1=0 & \to \varphi_1'=0\end{cases}$$

$$\beta=1\begin{cases}V_2=0 & \to u_2'-\varphi_2=0\\ M_2=0 & \to \varphi_2'=0\end{cases} \quad (۴۴)$$

همچنین شرایط مرزی در محل ترک نیز به صورت رابطه (۴۵) است:

$$\beta=e/L\begin{cases}U_1=U_2 & \to u_1=u_2\\ M_1=M_2 & \to \varphi_1'=\varphi_2'\\ V_1=V_2 & \to u_1'-\varphi_1=u_2'-\varphi_2\\ \dfrac{dU_1}{dx}\ne\dfrac{dU_2}{dx} & \to \varphi_1+\dfrac{EI}{K_tL}\varphi_1'=\varphi_2\end{cases} \quad (۴۵)$$

رابطه (۴۵) نشان‌دهنده پیوستگی جابجایی، گشتاور خمشی و نیروی برشی در محل ترک است. اما همان‌گونه که مشاهده می‌شود شیب تیر در محل ترک دارای ناپیوستگی است. این ناپیوستگی را می‌توان با گشتاور خمشی اعمال شده توسط فنر چرخشی مرتبط نمود.

سرانجام با اعمال شرایط مرزی در روابط مربوط به جابجایی عرضی و شیب هریک از قسمت‌های تیر، یک دستگاه معادلات همگن بر حسب ضرایب A_1 تا A_8 حاصل می‌شود:

$$[D]_{8\times8}\{A\}_{8\times1}=\{0\}_{8\times1} \quad (۴۶)$$

که در آن $[D]_{8\times8}$ ماتریس ضرایب و $\{A\}_{8\times1}$ ماتریس مجهولات است. شرط وجود جواب غیربدیهی برای چنین دستگاهی صفر شدن دترمینان ماتریس ضرایب است. با

صفر قرار دادن دترمینان ماتریس ضرایب دستگاه معادلات رابطه (۴۶)، می‌توان فرکانس‌های طبیعی تیر تیموشنکوی ترک‌دار را به دست آورد.

۵- روش تشخیص ترک

یکی از روش‌های تشخیص ترک در سازه‌هایی همانند تیر، روش معکوس است. در این روش با معلوم بودن فرکانس‌های طبیعی سازه ترک‌دار (فرکانس‌های تجربی و تئوری) می‌توان محل و عمق ترک را تعیین نمود. به این منظور می‌توان با تعریف یک تابع هدف، آن را به کمک الگوریتم‌های بهینه‌سازی، کمینه نمود. در پژوهش حاضر روش معکوس به منظور تشخیص ترک بکار گرفته شده است. همچنین تابع هدف مورد استفاده، مطابق رابطه (۴۷) است که با کمینه نمودن مقدار آن می‌توان محل و عمق ترک را شناسایی نمود.

$$f\left(e/L,d/h\right)=\sum_{i=1}^{n} w_i \left(\frac{\omega_i^{ef}-\omega_i^{nf}}{\omega_i^{ef}}\right)^2 \qquad (۴۷)$$

در رابطه فوق ω_i^{ef} فرکانس تجربی تیر ترک‌دار، ω_i^{nf} فرکانس حاصل از حل تحلیلی تیر ترکدار، e/L مکان نسبی ترک، d/h عمق نسبی ترک و w_i وزن مربوط به هر فرکانس است. n نیز نشان‌دهنده تعداد فرکانس‌های تحلیلی و تجربی مورد استفاده است. در این پژوهش از سه فرکانس طبیعی اول استفاده شده و همچنین وزن $\frac{1}{i}$ جهت تشخیص ترک بکار گرفته شده‌اند.

به منظور کمینه نمودن رابطه (۴۶) نیز از الگوریتم بهینه‌سازی کلونی زنبور عسل مصنوعی استفاده شده است.

۵-۱- الگوریتم کلونی زنبور عسل مصنوعی (ABC)

جستجوی غذا در یک کلونی زنبور عسل توسط سه نوع زنبور انجام می‌شود: زنبورهای کارگر، زنبورهای ناظر و زنبورهای پیشاهنگ. نصف کلونی شامل زنبورهای کارگر و نصف دیگر آن شامل زنبورهای ناظر است. زنبورهای کارگر مسئول بهره‌برداری از منابع شهدی هستند که قبلاً کشف شده‌اند. همچنین وظیفه اطلاع‌رسانی درباره کیفیت منابع غذایی در حال استخراج به سایر زنبورهای ناظر کندو بر عهده آن‌ها است. زنبورهای ناظر در کندو مانده و بر اساس اطلاعاتی که زنبورهای کارگر به اشتراک گذاشته‌اند درباره بهره‌برداری از یک منبع غذایی تصمیم می‌گیرند. پیشاهنگ‌ها به صورت تصادفی، محیط را برای یافتن یک منبع غذایی جدید جستجو می‌کنند. در الگوریتم کلونی زنبور عسل مصنوعی (ABC) نیز از این شیوه به منظور جستجوی پاسخ بهینه استفاده می‌شود. مراحل اصلی این الگوریتم که رفتار زنبورهای عسل را شبیه‌سازی می‌کند به شرح زیر است:

۱) در ابتدا منابع غذایی اولیه به صورت تصادفی انتخاب شده و مورد ارزیابی قرار می‌گیرند.
۲) هر زنبور کارگر منبع غذایی جدیدی در اطراف منبع غذایی خود پیدا کرده و منبع بهتر را استخراج می‌کند.
۳) هر زنبور ناظر یک منبع را با توجه به کیفیتش انتخاب می‌کند. سپس یک منبع غذایی جدید را در اطراف منبع غذایی انتخاب شده پیدا کرده، و منبع بهتر را استخراج می‌کند.
۴) اگر کیفیت یک منبع غذایی پس از چندین بار جستجو در اطراف آن بهبود نیابد، آن منبع غذایی متروک می‌شود (پارامتر محدودیت) و زنبور کارگر آن به عنوان پیشاهنگ برای جستجوی منابع غذایی جدید اقدام می‌نماید.
۵) بهترین منابع غذایی که تا کنون پیدا شده‌اند به خاطر سپرده می‌شوند.
۶) مراحل (۲) تا (۵) تا هنگام برآورده شدن معیار توقف تکرار می‌گردند.

۶- مدل‌سازی تجربی

جهت بررسی صحت روش ارائه شده، تعیین محل و عمق ترک و مقایسه نتایج، آزمایش‌های تجربی انجام شده است. بدین منظور ترک‌هایی در محل‌ها و عمق‌های گوناگون بر روی دو تیر فولادی با مدول یانگ ۲۰۴ Gpa، ضریب پواسون ۰.۳ و چگالی ۷۸۰۰ kg/m^3 ایجاد شده است. طول تیرها ۵۰۰ mm و سطح مقطع آنها ۲۰×۲۰ mm می‌باشد.

همچنین شرایط تکیه‌گاهی تیر به صورت دو سر آزاد در نظر گرفته شده است. تکیه‌گاه دو سر آزاد را می‌توان با آویزان کردن دو انتهای تیر توسط دو کش نرم هم‌اندازه مدلسازی کرد (شکل (۴)). سپس تیر در راستای عمود بر محور طولی آن تحریک می‌گردد. ترک در تیرها را می‌توان با ایجاد شکاف توسط اره مویی مدلسازی نمود. عرض شکاف ایجاد شده، کمتر از ۰.۴ میلی‌متر است. بنابراین با دقت خوبی می‌توان آن را ترک فرض نمود. درز ایجاد شده توسط

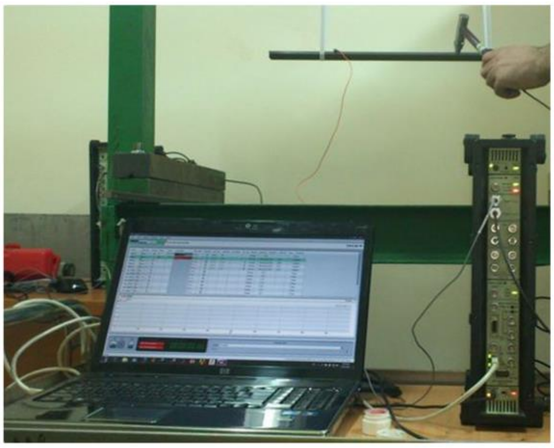
اره مویی سبب می‌شود که لبه‌های ترک به هنگام ارتعاش تیر با یکدیگر برخوردی نداشته باشند و مسئله به صورت خطی باقی بماند. همچنین ترک در راستای عمود بر محور طولی تیر ایجاد شده است.

پس از مدلسازی تکیه‌گاه و ایجاد ترک، نوبت به اندازه‌گیری سیگنال‌های ارتعاشی تیرها می‌رسد. به این منظور ابتدا شتاب‌سنجی در محل مناسب بر روی تیر نصب می‌گردد. پس از اتصال شتاب‌سنج (B&K Type 4516)، تیر با ضربه چکش (Global Test Type AU02) تحریک می‌شود. پس از هر بار ایجاد ترک و تحریک تیر توسط چکش، سیگنال ارتعاشی حاصل توسط شتاب‌سنج به دستگاه پردازشگر سیگنال (B&K Type 3032A) فرستاده می‌شود (شکل (۵)). به منظور نمایش و ذخیره‌سازی سیگنال نمونه‌برداری شده، از نرم‌افزار PULSE Time Data Recorder استفاده می‌شود. به کمک این نرم‌افزار می‌توان فرکانس نمونه‌برداری و نیز مدت‌زمان نمونه‌برداری سیگنال را تعیین نمود. در این پژوهش فرکانس نمونه‌برداری ۱۶۳۸۴ هرتز و مدت‌زمان نمونه‌برداری ۱۰ ثانیه در نظر گرفته شده است. در شکل (۶) سیگنال نمونه‌برداری شده یک تیر ترک‌دار نمایش داده شده است.

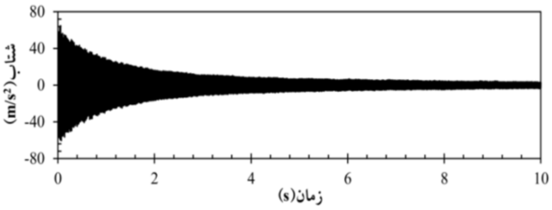
شکل ۴: مدلسازی تکیه‌گاه دو سر آزاد

۶-۱- محاسبه فرکانس‌های طبیعی به‌کمک تبدیل فوریه سریع

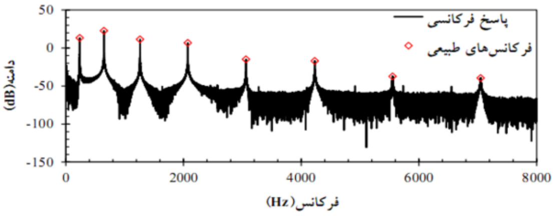
دامنه ارتعاش سیستم‌ها در فرکانس‌های طبیعی، بیشینه است. بنابراین در پاسخ فرکانسی یک سیستم، فرکانس‌های متناظر با دامنه بیشینه، فرکانس‌های طبیعی سیستم هستند. پاسخ فرکانسی سیستم را می‌توان با اعمال تبدیل فوریه سریع بر پاسخ زمانی آن سیستم تعیین نمود. در شکل (۷) نمونه‌ای از پاسخ فرکانسی یک تیر ترکدار نمایش داده شده است.



شکل ۵: تجهیزات آزمایشگاهی مورد استفاده



شکل ۶: سیگنال ارتعاشی یک تیر ترک‌دار



شکل ۷: پاسخ فرکانسی یک تیر ترک‌دار

۶-۲- محاسبه فرکانس‌های طبیعی به‌کمک تبدیل هیلبرت - هوانگ

پس از اندازه‌گیری سیگنال‌های ارتعاشی تیر، ابتدا باید طیف فوریه (پاسخ فرکانسی) هر سیگنال را تعیین نمود. هدف از این کار مشخص نمودن محدوده فرکانس‌های طبیعی است. پس از آن می‌بایست سیگنال را در محدوده‌های مشخص شده (محدوده فرکانس‌های طبیعی) فیلتر نمود. در این پژوهش از فیلتر چبیشف نوع ۲ استفاده شده است. پس از اعمال فیلتر، سیگنال حاصل به کمک روش تجزیه مود تجربی مورد پردازش قرار می‌گیرد. با در نظر گرفتن اولین تابع مود ذاتی به عنوان پاسخ مودال و اعمال تبدیل هیلبرت بر روی آن می‌توان نمودارهای دامنه آنی و فاز آنی را به دست آورد. سرانجام با استفاده از شیب نمودارهای فاز آنی

و لگاریتم طبیعی دامنه آنی (روابط (۲۲) و (۲۳)) و به کمک رابطه (۲۵)، می‌توان فرکانس طبیعی و ضریب میرایی مربوط به هر مود ارتعاشی را محاسبه نمود. در شکل (۸) نمودارهای فاز آنی و لگاریتم طبیعی دامنه آنی پاسخ مودال یک تیر ترکدار نمایش داده شده است. شیب این نمودارها با استفاده از تقریب خطی حداقل مربعات تعیین شده است. جدول‌های ۱ و ۲ نیز نتایج حاصل از محاسبه فرکانس‌های تجربی تیرهای ترک‌دار را به کمک تبدیل هیلبرت - هوانگ و تبدیل فوریه سریع نمایش می‌دهند.

همچنین در این جدول‌ها L_r، D_r، ω_1، ω_2 و ω_3 به ترتیب نشان‌دهنده محل نسبی ترک، عمق نسبی ترک، فرکانس طبیعی اول، فرکانس طبیعی دوم و فرکانس طبیعی سوم هستند.

۷- تعیین محل و عمق ترک

با استفاده از فرکانس‌های تجربی اندازه‌گیری‌شده توسط دو روش تبدیل هیلبرت - هوانگ و تبدیل فوریه سریع، عمق و محل ترک با بهینه‌سازی رابطه (۴۷) به کمک الگوریتم بهینه‌سازی ABC تعیین شده است. با در نظر گرفتن طبیعت تصادفی این روش، بهترین جواب از میان ده بار اجرای الگوریتم به عنوان جواب نهایی در نظر گرفته شد. جدول ۳ نشان‌دهنده پارامترهای کنترلی این الگوریتم است. تعداد محاسبه تابع هدف ۵۰۶۰ است که در یکصد تکرار صورت می پذیرد. شکل (۹) همگرایی روش ABC در تشخیص ترک را برای یک نمونه از فرکانس‌های تجربی اندازه‌گیری‌شده توسط هر دو روش نشان می‌دهد.

همچنین نتایج تشخیص ترک در تیرهای گوناگون در جدول‌های ۴ و ۵ نشان داده شده است.

لازم به ذکر است که در این جدول‌ها L_p، D_p، L_r، D_r، E_L و E_D به ترتیب محل نسبی پیش‌بینی شده، عمق نسبی پیش‌بینی شده، محل نسبی واقعی ترک، عمق نسبی واقعی ترک، خطای تشخیص محل ترک و خطای تشخیص عمق ترک هستند.

جدول ۱: تعیین فرکانس‌های تجربی تیر ترکدار به کمک HHT

شماره تیر	L_r	D_r	$\omega_1(HZ)$	$\omega_2(HZ)$	$\omega_3(HZ)$
۱	۰/۲۵	۰/۱	۴۱۷/۸۷	۱۱۳۸/۵۳	۲۲۰۰/۴۸
		۰/۲	۴۱۵/۹۱	۱۱۲۲/۰۶	۲۱۷۳/۵۹
		۰/۳	۴۱۲/۵۷	۱۱۰۱/۷۲	۲۱۴۳/۶۲
		۰/۴	۴۰۷/۱۵	۱۰۶۷/۶۵	۲۰۹۷/۵۱
		۰/۵	۳۹۹/۷۰	۱۰۲۵/۱۱	۲۰۴۷/۶۰
۲	۰/۴۰	۰/۱	۴۱۸/۶۶	۱۱۴۵/۲۹	۲۲۱۵/۱۶
		۰/۲	۴۱۲/۷۸	۱۱۳۷/۶۸	۲۲۰۹/۲۶
		۰/۳	۴۰۵/۷۳	۱۱۲۸/۲۷	۲۲۰۲/۷۸
		۰/۴	۳۹۴/۸۹	۱۱۱۵/۴۵	۲۱۹۲/۸۶
		۰/۵	۳۷۵/۵۵	۱۰۹۴/۴۸	۲۱۷۵/۶۶

جدول ۲: تعیین فرکانس‌های تجربی تیر ترکدار به کمک FFT

شماره تیر	L_r	D_r	$\omega_1(HZ)$	$\omega_2(HZ)$	$\omega_3(HZ)$
۱	۰/۲۵	۰/۱	۴۱۷/۶۳	۱۱۳۷/۸۲	۲۱۹۹/۷۰
		۰/۲	۴۱۵/۳۲	۱۱۲۱/۴۵	۲۱۷۳/۲۰
		۰/۳	۴۱۲/۴۴	۱۱۰۱/۵۷	۲۱۴۳/۴۵
		۰/۴	۴۰۷/۰۷	۱۰۶۷/۳۲	۲۰۹۶/۹۵
		۰/۵	۳۹۹/۵۷	۱۰۲۴/۹۵	۲۰۴۷/۵۸
۲	۰/۴۰	۰/۱	۴۱۸/۴۴	۱۱۴۴/۷۶	۲۲۱۴/۷۰
		۰/۲	۴۱۲/۵۰	۱۱۳۷/۰۱	۲۲۰۸/۹۵
		۰/۳	۴۰۵/۶۳	۱۱۲۸/۲۶	۲۲۰۲/۳۳
		۰/۴	۳۹۵/۰۶۷	۱۱۱۵/۹۵	۲۱۹۲/۰۸
		۰/۵	۳۷۵/۶۳	۱۰۹۴/۶۳	۲۱۷۵/۲۷

جدول۳: پارامترهای کنترلی الگوریتم ABC

تعداد تکرار	اندازه کلونی	محدودیت	تعداد تابع محاسبه شده
۱۰۰	۵۰	۲۵	۵۰۶۰

جدول ۴: نتایج تشخیص ترک با استفاده از فرکانس‌های HHT

شماره تیر	L_r	D_r	L_p	D_p	$E_L(\%)$	$E_D(\%)$
۱	۰/۲۵	۰/۱	۰/۲۸۶۵	۰/۱۳۷۷	۳/۶۵	۳/۷۷
		۰/۲	۰/۲۵۶۳	۰/۲۳۳۶	۰/۶۳	۳/۳۶
		۰/۳	۰/۲۵۴۲	۰/۳۱۴۹	۰/۴۲	۱/۴۹
		۰/۴	۰/۲۵۰۷	۰/۴۱۱۹	۰/۰۷	۱/۱۹
		۰/۵	۰/۲۴۸۱	۰/۵۰۶۱	۰/۱۸	۰/۶۱
۲	۰/۴۰	۰/۱	۰/۴۰۰۵	۰/۱۲۲۵	۰/۰۵	۲/۲۵
		۰/۲	۰/۴۰۰۷	۰/۲۲۰۳	۰/۰۷	۲/۰۳
		۰/۳	۰/۳۹۹۴	۰/۳۱۱۰	۰/۰۶	۱/۱۰
		۰/۴	۰/۳۹۹۷	۰/۳۸۳۰	۰/۰۳	۱/۶۹
		۰/۵	۰/۴۰۰۱	۰/۴۸۸۰	۰/۰۱	۱/۱۹

جدول ۵: نتایج تشخیص ترک با استفاده از فرکانس‌های FFT

شماره تیر	L_r	D_r	L_p	D_p	$E_L(\%)$	$E_D(\%)$
۱	۰/۲۵	۰/۱	۰/۲۸۸۷	۰/۱۴۴۱	۳/۸۷	۴/۴۱
		۰/۲	۰/۲۶۱۴	۰/۲۳۸۴	۱/۱۴	۳/۸۴
		۰/۳	۰/۲۵۴۸	۰/۳۱۵۷	۰/۴۸	۱/۵۷
		۰/۴	۰/۲۵۰۷	۰/۴۱۲۹	۰/۰۷	۱/۲۹
		۰/۵	۰/۲۴۸۶	۰/۵۰۶۷	۰/۱۴	۰/۶۷
۲	۰/۴۰	۰/۱	۰/۳۹۸۷	۰/۱۲۸۲	۰/۱۲	۲/۸۲
		۰/۲	۰/۳۹۹۷	۰/۲۲۴۳	۰/۰۲	۲/۴۳
		۰/۳	۰/۳۹۹۷	۰/۳۱۱۸	۰/۰۳	۱/۱۸
		۰/۴	۰/۴۰۰۳	۰/۳۸۱۶	۰/۰۳	۱/۸۴
		۰/۵	۰/۴۰۰۳	۰/۴۸۷۶	۰/۰۳	۱/۲۴

خطای پیش‌بینی محل و عمق ترک به کمک روابط زیر محاسبه شده است:

$$E_L = \left|L_r - L_p\right| \times 100 \quad (۴۸)$$

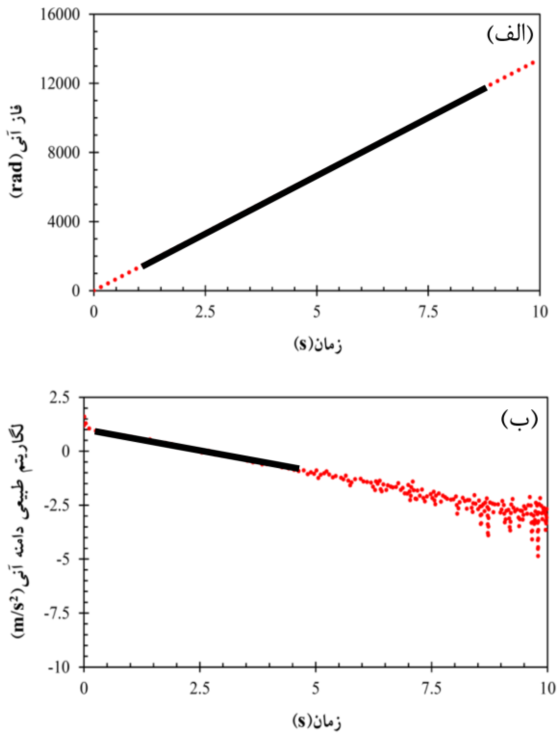
$$E_D = \left|D_r - D_p\right| \times 100 \quad (۴۹)$$

همان‌گونه که در جدول‌های ۴ و ۵ مشاهده می‌شود، به کمک الگوریتم کلونی زنبور عسل مصنوعی می‌توان با دقت بالایی محل و عمق ترک را پیش‌بینی نمود. بیشترین خطای تشخیص، مربوط به عمق کم بوده (عمق ۰.۱) و با افزایش عمق ترک از میزان خطا کاسته می‌شود.

۸-بررسی نتایج تبدیل هیلبرت - هوانگ و تبدیل فوریه سریع

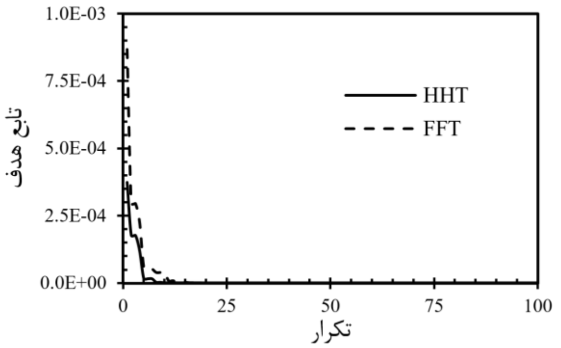
با بررسی نتایج موجود در جدول‌های ۴ و ۵ مشاهده می‌شود که هر دو روش تبدیل هیلبرت - هوانگ و تبدیل فوریه سریع منجر به تشخیص ترک با دقت مناسبی شده اند. بیشترین خطا مربوط به تشخیص ترک در عمق‌های کم است. علت این امر را می‌توان این‌گونه بیان کرد که در این عمق‌ها تغییرات فرکانس‌های طبیعی نسبت به حالت سالم بسیار کم است. بنابراین به منظور شناسایی بهتر این نوع ترک‌ها می‌بایست فرکانس‌های طبیعی تیر ترک‌دار (فرکانس‌های حل عددی) را با دقت بالایی محاسبه نمود. به همین دلیل در این پژوهش، حل تحلیلی به کمک تئوری

تیموشنکو انجام شده است. به منظور بررسی بیشتر ترک در عمق کم، نتایج تشخیص ترک تیر شماره ۲ در عمق نسبی ۰.۱ مورد بررسی قرار گرفته است. همان‌گونه که در جدول‌های ۱ و ۲ ملاحظه می‌شود در این عمق اختلاف فرکانس‌های تجربی حاصل از تبدیل هیلبرت - هوانگ و تبدیل فوریه سریع ناچیز است. با توجه به جدول‌های ۴ و ۵ مشاهده می‌شود نتیجه پیش‌بینی عمق ترک با بکارگیری تبدیل هیلبرت - هوانگ و تبدیل فوریه سریع به ترتیب *۰.۴۵ mm* و *۰.۵۶ mm* با عمق واقعی ترک اختلاف دارد. همچنین اختلاف محل پیش‌بینی شده با استفاده از تبدیل هیلبرت - هوانگ و تبدیل فوریه سریع، با محل واقعی به ترتیب *۰.۲۸ mm* و *۰.۶۰ mm* است. از سوی دیگر در مساله تشخیص ترک، شناسایی محل ترک از اهمیت بیشتری نسبت به شناسایی عمق ترک برخوردار است. همان‌گونه که در این مورد نشان داده شد با استفاده از تبدیل هیلبرت - هوانگ محل ترک با عمق کم با دقت بسیار خوبی پیش‌بینی شده است.



شکل ۸- (الف) فاز آنی پاسخ مودال (ب) لگاریتم طبیعی دامنه آنی پاسخ مودال

همان‌گونه که نتایج نشان می‌دهد (جدول‌های ۴ و ۵)، با افزایش عمق ترک دقت تشخیص ترک نیز افزایش می‌یابد. علت این امر آن است که با افزایش عمق ترک تغییرات فرکانسی نیز افزایش می‌یابد (فرکانس‌های طبیعی کاهش بیشتری می‌یابند). در نتیجه با دقت بالاتری می‌توان ترک‌ها را شناسایی نمود.



شکل ۹: همگرایی روش ABC

۹- نتیجه‌گیری

در این پژوهش یک روش غیرمخرب برای تشخیص همزمان محل و عمق ترک ارائه گردید. با مدل‌سازی ترک توسط فنر چرخشی و با استفاده از تئوری تیموشنکو، فرکانس‌های طبیعی تیر ترک‌دار محاسبه شدند. در حل معکوس از الگوریتم بهینه‌سازی کلونی زنبور عسل مصنوعی استفاده گردید. صحت روش ارائه شده به کمک داده‌های تجربی مورد بررسی قرار گرفت. بدین منظور ترک در محل‌ها و عمق‌های گوناگون در دو تیر فولادی ایجاد و فرکانس‌های تجربی در حالت‌های گوناگون، توسط تبدیل فوریه سریع و تبدیل هیلبرت - هوانگ محاسبه شد. سرانجام از فرکانس‌های تجربی به عنوان داده‌های ورودی به الگوریتم بهینه‌سازی استفاده و بدین ترتیب محل و عمق ترک تعیین شد. نتایج تشخیص ترک نشان داد که به کمک تبدیل هیلبرت - هوانگ می‌توان مشخصات ترک (بخصوص در عمق کم) را با دقت مناسبی شناسایی نمود.

۱۰- مراجع

[1] N. E. Huang, Z. Shen, S. R. Long, M. C. Wu, H. H. Shih, Q. Zheng, N. C. Yen C. C. Tung, H. and H. Liu, "Empirical Mode Decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis", Proceedings of the Royal Society London, Vol. 454, NO. 1971, March 1998, pp. 903 – 995.

[2] D. N. Yang, Y. Lei, S. Lin, and N. E. Huang, "Hilbert-Huang based approach for structural damage detection", Journal of Engineering Mechanics, Vol. 130, NO. 1, January 2004, pp. 85 – 95.

[3] D. Pines, and L. Salvino, "Structural health monitoring using empirical mode decomposition and the Hilbert phase", Journal of Sound and Vibration, Vol. 294, NO. 1-2, June 2006, pp. 97 – 124.

[4] E. Douka, and L. J. Hajileontiadis, "Time-frequency analysis of the free vibration response of a beam with a breathing crack", NDE&E International, Vol. 38, NO. 1, January 2005, pp. 3 – 10.

[5] S. Loutridis, E. Douka, and L. J. Hajileontiadis, "Forced vibration and crack detection of cracked beams using instantaneous frequency", NDE&E International, Vol. 38, NO. 5, July 2005, pp. 411 – 419.

[6] A. Hera, A. Shinde, and Z. Hou, "A comparative study of the Empirical Mode Decomposition and Wavelet analysis on their application for structural health monitoring", Proceedings of ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, USA, California, Anaheim, November 2004, pp. 449 – 458.

[7] N. Cheraghi, M. J. Riley, and F. Taheri, "A novel approach for detection of damage in adhesively bonded joints in plastic pipes based on vibration methods using piezoelectric sensors", Proceedings of the IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, USA, Hawaii, Vol. 4, October 2005, pp. 3472 – 3478.

[8] N. Cheraghi, M. J. Riley, and F. Taheri, "Application of Hilbert-Huang Transform for evaluation of vibration characteristics of plastic pipes using piezoelectric sensors", Structural Engineering Mechanics, Vol. 25, NO. 6, 2007, pp. 653 – 674.

[9] Q. Gao, C. Duan, H. Fan, and Q. Meng, "Rotating machine fault diagnosis using Empirical Mode Decomposition", Journal of Mechanical System and Signal Processing, Vol. 22, NO. 5, July 2008, pp. 1072 – 1081.

[10] F. L. Iacono, G. Navarra, and A. Pirrotta, "A damage identification procedure based on Hilbert Transform: experimental validation", IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 19, NO. 1, February 2012, pp. 146 – 160.

[11] P. Razi, R. A. Esmaeel, and F. Taheri, "Application of a robust vibration-based non-destructive method for detection of fatigue cracks in structures", Journal of Smart Materials and Structures, Vol. 20, NO. 11, October 2011, pp. 1 – 12.

[12] J. N. Yang, Y. Lei, S. Pan, and N. E. Huang, "System identification of linear structures based on Hilbert-Huang spectral analysis part I: normal modes", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 32, NO. 9, July 2003, pp. 1443 – 1467.

[13] C. C. Chang, and L. W. Chen, "Vibration damage detection of a Timoshenko beam by spatial Wavelet based approach", Applied Acoustics, Vol. 64, NO. 12, December 2003, pp. 1217 – 1240.

[14] H. Tada, P. C. Paris, and G. R. Irwin, "The stress analysis of cracks handbook", 3rd Ed., ASME Press, New York, USA, 2000.