طراحی کنترل تطبیقی L1 برای پایدارسازی سیستم‌های آشوبناک با وجود نامعینی در مدل

عبدالله عباسی[۱] ، سمانه‌سادات آقاعمو[۲،*]

اطلاعات مقاله

دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۰۳/۰۱
پذیرش مقاله: ۱۳۹۵/۱۲/۲۱

واژگان کلیدی:
سیستم آشوبناک،
کنترل تطبیقی L1،
پایدارسازی،
نامعینی‌های.

چکیده

در این مقاله، استراتژی کنترل تطبیقی L1 برای پایدارسازی سیستم‌های آشوبناک با وجود نامعینی در مدل پیشنهاد می‌شود. برای طراحی کنترل‌کننده، نخست دینامیک سیستم به دو بخش خطی و غیرخطی تفکیک می‌شود. بخش خطی توسط فیدبک حالت جایابی و به رفتار یک مدل مرجع همگرا می‌شود. بخش غیرخطی شامل نامعینی توسط کنترل تطبیقی مبتنی بر الگوریتم تطبیق تصویر جبران می‌شود. این بخش شامل برداری مجهول در نرم بی‌نهایت بردار حالت و برداری معرف آفست است.یک رویت‌گر حالت هم رفتار مدل مرجع را توصیف می‌کند. همچنین، از پیش فیلترهای مرتبه اول با بهره واحد برای افزایش حاشیه پایداری استفاده می‌شود. ویژگی اصلی کنترل تطبیقی L1 مواجهه با هر دو نوع نامعینی‌های پارامتری و غیر پارامتری می‌باشد. تحلیل پایداری سیستم حلقه بسته بر مبنای تئوری لیاپانوف ارائه شده و عملکرد سیستم کنترلی با یکی از روش‌های کنترل تطبیقی مرسوم مورد مقایسه و ارزیابی قرار می‌گیرد. نتایج حاکی از عملکرد مطلوب روش پیشنهادی در پایدارسازی سیستم آشوبناک با وجود نامعینی در مدل می‌باشد.

۱- مقدمه

سیستم‌های آشوبناک معرف نوعی سیستم‌های قطعی با رفتار نامنظم می‌باشند که از اهمیت زیادی در حوزه سیستم‌های دینامیک غیرخطی برخوردار هستند. این سیستم‌ها دارای خصوصیات ویژه‌ای هستند. به‌طور مثال، آشوب فقط در سیستم‌های غیرخطی وجود دارد. پاسخ آن‌ها نسبت به شرایط اولیه حساس بوده و مسیرهای حالت آن‌ها به‌صورت یک سری جاذب‌های عجیب در می‌آیند و مسیر حرکت سیستم هرگز تکرار نمی‌شود. در این سیستم‌ها، با تغییر در پارامترهای آن‌ها، پدیده دوشاخگی رخ داده و همچنین، طیف فرکانسی مسیرهای حالت در آن‌ها، پیوسته می‌باشند.

از دیدگاه کنترل به دو نحو می‌توان به آشوب نظر انداخت. در دیدگاه اول خواص مطلوب یک سیستم آشوبناک استخراج می‌شود. برای این منظور، باید سیستم را از حالت آشوبناک بیرون آورد یا اینکه میزان دامنه نوسانات آشوبناک را کم نمود. در حالت دوم، با استفاده از خواص آشوب، یک سیستم نوعی کنترل می‌شود [۱]. برای این منظور، کنترل‌کننده به گونه‌ای طراحی می‌شود که اولاً سیستم حلقه بسته آشوبناک باشد و ثانیاً سیستم آشوبناک به سمت وضعیت مطلوب هدایت شود. کنترل پیشرو یا حلقه باز یکی از روش‌های کنترل آشوب است که در آن از یک تحریک خارجی مانند تغییر پارامترهای سیستم یا یک میدان خارجی استفاده می‌شود [۲]. این روش‌ها نسبت به روش‌های مبتنی بر فیدبک ذاتاً انعطاف‌پذیری کمتری داشته و نیاز به اطلاعات اولیه بیشتری از معادلات حرکت است. اوت، گربگی و یورک را می‌توان پایه‌گذاران کنترل آشوب از طریق فیدبک محسوب نمود. در روش آن‌ها بیان شده است که همواره می‌توان آشوب را با تعقیب یکی از بی‌نهایت مدار متناوب ناپایدار واقع در جاذب آشوب متوقف نمود [۳].

مهم‌ترین مزیت این روش، سیگنال کنترلی کوچک بوده که البته ممکن است پاسخ کندی را ایجاد نماید [۴]. در روش کنترل آشوب به کمک فیدبک، از اختلاف بین خروجی و

* پست الکترونیک نویسنده مسئول: s.aghaamoo@yahoo.com
۱. استادیار، گروه برق و کنترل، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی گرمسار
۲. کارشناسی ارشد، گروه برق و کنترل، دانشکده فنی مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی گرمسار

مقدار تأخیر یافته‌اش فیدبک گرفته می‌شود. در این روش وجود تأخیر باعث به وجود آمدن روشی ساده و مؤثر برای کنترل سیستم‌های آشوبی می‌شود [۵].

به‌طورکلی می‌توان از نماهای لیاپانوف به منظور شناخت و بررسی میزان آشوبی بودن سیستم‌های دینامیکی پیچیده استفاده نمود. این پارامترها را می‌توان بیانگر حساسیت به شرایط اولیه نامید [۶ و ۷]. در واقع مثبت بودن بزرگترین نمای لیاپانوف سیستم بیانگر آن است که سیستم به حالت آشوبناک درآمده است. به ویژه اگر پارامترهای سیستم در معرض تغییر باشد، می‌توان با محاسبه تطبیقی نماهای لیاپانوف، آشوب را به روش تطبیقی کنترل نمود. از دیگر تحقیقات صورت گرفته در زمینه کنترل سیستم‌های آشوبناک می‌توان به موارد زیر اشاره نمود:

در [۸] به منظور کنترل آشوب و همزمان‌سازی کلاسی از سیستم‌های فوق آشوب نامعین از استراتژی کنترل زمان محدود بدون چترینگ تطبیقی - مقاوم استفاده شده است. برای طراحی کنترل‌کننده، ابتدا سطح مد لغزشی غیرتکینی تعریف شده و سپس، قوانین تطبیق مناسب برای فراهم نمودن قوام، دقت کنترلی بالا و همگرایی زمان محدود و سریع بدون نیاز به اطلاعات قبلی راجع به کران بالای نامعینی‌ها و اغتشاشات خارجی استخراج شده است. در [۹] مسئله همزمان‌سازی و کنترل آشوب در بین نوسان‌سازهای آشوب که به طور مستقیم تزویج یافته‌اند، مورد بررسی قرارگرفته است. درواقع، هزاران نوسان‌ساز که تا حدی برای همزمان‌سازی مدیریت می‌شوند، ریتم‌های مخالف یکدیگر را تولید می‌کنند. به‌منظور همزمان‌سازی سیستم مذکور، تعدادی معیار مختلف بر مبنای تئوری لیاپانوف توسعه داده شده است. در [۱۰] از کنترل مد شبه لغزشی برای از بین‌بردن رفتار آشوبناک موتور سنکرون مغناطیس دائم استفاده شده است. به منظور حذف پدیده چترینگ در ساختار کنترلی، از ورودی پیوسته‌ای بهره گرفته شده است. در [۱۱] از نقطه‌نظر دوشاخگی و کنترل آشوب، دینامیک سیستم مداری چوای اصلاح شده با استفاده از روش فیدبک تاخیردار مورد بررسی قرار گرفته است. نشان داده شده است که وقتی تأخیر از طریق دنباله‌ای از مقادیر بحرانی عبور می‌نماید، دوشاخگی Hopf و Hopf - zero به وجود می‌آید. در [۱۲] از رویکرد کنترل تطبیقی برای از بین‌بردن اثر آشوب در موتور سنکرون مغناطیس دائم استفاده شده است. دلیل استفاده از کنترل تطبیقی مواجهه به نامعینی‌های پارامتری موجود در موتور مغناطیس دائم و همچنین برخورداری از پایداری زمان محدود می‌باشد.

در [۱۳] مسئله پایداری یک سیستم قدرت در شرایطی که رفتار آشوبناک در آن مشاهده می‌شود، مورد بررسی و تحلیل قرارگرفته است. در [۱۴] روش کنترل آشوبی ارائه شده است که در آن تداخل متناسب با اختلاف بین حالت فعلی و یک مقدار ثابت می‌باشد. اثبات می‌شود که رویکرد پیشنهادی قادر به پایدارسازی بسیاری از نگاشت‌های تک‌بعدی معمول مورد استفاده در مدل‌های زمان گسسته‌ای است که حول یک نقطه تعادل مثبت پایدار فراگیر می‌باشند. در [۱۵] از کنترل مد لغزشی ترمینال مرتبه کسری جدیدی برای کنترل و همزمان‌سازی سیستم‌های آشوبناک یا فوق آشوب غیرمستقل از حالت مرتبه کسری استفاده شده است.

در روند طراحی، تأثیرات مربوط به نامعینی‌های مدل و اغتشاشات خارجی به طور کامل لحاظ شده است. در [۱۶] تحلیل پایداری مدار وندرپل - دیوفینگ اصلاح شده مرتبه کسری با استفاده از معیار روث - هورویتز مرتبه کسری مورد مطالعه قرارگرفته است. سپس نشان داده شده که سیستم مرتبه کسری وندرپل - دیوفینگ به نقاط تعادل خود همگرا می‌شود اما سیستم مرتبه صحیح آن کنترل نمی‌شود. در [۱۷] تحلیل دوشاخگی Hopf در سیستم آشوبناک شیموزو - موریکا با استفاده کنترل فیدبک تاخیردار مورد بررسی قرارگرفته است. با استفاده از نظریه فرم نرمال و نظریه خمینه مرکزی، فرمول‌بندی صریحی برای تعیین پایداری و راستای جواب‌های متناوب دوشاخگی به‌دست‌آمده است.

در [۱۸] استراتژی کنترل مد لغزشی بدون چترینگ برای کنترل آشوب و همزمان‌سازی سیستم‌های آشوبناک نامعین غیرخطی پیشنهادشده است. سطح لغزشی شامل عملگر دیفرانسیلی و انتگرالی بوده و یک ورودی کنترل بدون چترینگ برای سیستم آشوبناک با عدم قطعیت به‌دست‌آمده است. در [۱۹] ابتدا چندین سیستم آشوبناک چهاربعدی بر مبنای یک سیستم آشوبناک سه‌بعدی ارائه شده و سه مشخصه دینامیکی آن‌ها ارزیابی شده است. سپس، ثابت شده است که سیستم‌های مذکور را می‌توان با استفاده از یک قانون کنترل فیدبک تطبیقی اسکالر ساده به نقاط تعادل خود پایدار نمود. در [۲۰] از روش تبدیل پایداری برای شناسایی موقعیت یک مدار متناوب ناپایدار

در یک سیستم دینامیکی با رفتار آشوبناک استفاده شده است. رویکرد کنترل آشوب نیز بر مبنای روش تبدیل پایداری طراحی شده است. در [۲۱] با فرض اینکه اطلاعاتی از مدل سیستم در اختیار نمی‌باشد، کنترل‌کننده مبتنی بر جایابی قطب در تلفیق با شبکه عصبی پیشنهاد شده است. برنامه کنترلی مبتنی بر جایابی قطب درواقع یک روش کنترل فیدبک خطی را ایجاد می‌نماید. برای محاسبه بهره فیدبک، از شبکه عصبی برای شناسایی سیستم استفاده شده که با استفاده از آن مکان محاسبه ماتریس ژاکوبی در یک نقطه ثابت فراهم می‌شود. در [۲۲] مسئله همزمان‌سازی سیستم پاسخ محرک با پارامترهای نامعلوم برای سیستم‌های آشوبناک با نامعینی‌های مدل، مورد بررسی قرار گرفته است. بر اساس نظریه پایداری لیاپانوف و استفاده از روش کنترل مد لغزشی، سطح لغزش دینامیکی و کنترل‌کننده مد لغزش تطبیقی برای تخمین لحظه‌ای پارامترهای نامعلوم طراحی شده است. در [۲۳] استفاده از کنترل مد لغزشی برای همزمان‌سازی شبکه‌های عصبی آشوبناک نامعین با تاخیرهای زمانی متغیر با زمان، مورد بررسی قرار گرفته است. قانون کنترل با تعریف سطح لغزش تناسبی - انتگرالی و بر مبنای تحقق شرط لغزش استخراج شده است. بر اساس روش کنترل مد لغزشی، برخی شرایط کافی برای همزمان‌سازی دو شبکه عصبی تزویج یافته به‌دست آمده است. تضمین پایداری سیستم حلقه بسته با تعریف تابع لیاپانوف مناسب و ارتباط آن با حل نامساوی ماتریسی خطی صورت گرفته است.

در این مقاله از کنترل تطبیقی L1 برای پایدارسازی یک سیستم آشوب استفاده می‌شود. برای طراحی، ابتدا دینامیک سیستم به دو بخش خطی و غیرخطی تفکیک می‌شود. بخش خطی به کمک فیدبک حالت جایابی می‌شود و بخش غیرخطی از طریق قانون کنترل تطبیقی مبتنی بر الگوریتم تطبیق تصویر جبران می‌شود. پیش فیلترهای مرتبه اول نیز برای امکان افزایش حاشیه پایداری سیستم استفاده می‌شوند. یک رویتگر حالت نیز رفتار مدل مرجع را توصیف می‌نماید. استراتژی پیشنهادی دارای چندین مزایا می‌باشد که از آن جمله می‌توان به موارد زیر اشاره نمود:

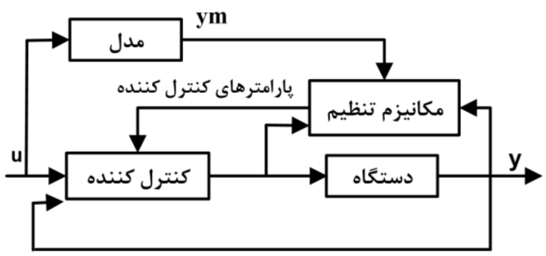
- پایدارسازی یک سیستم آشوبناک به شیوه‌ای تطبیقی جدید بر مبنای کنترل تطبیقی L1
- مواجهه با نامعینی‌های پارامتری و غیر پارامتری در مدل
- استخراج قوانین تطبیق بر مبنای تحلیل پایداری سیستم حلقه بسته

در ادامه مقاله، در بخش ۲ اشاره‌ای مختصر بر ساختار کنترل تطبیقی L1 می‌شود. در بخش ۳ روند طراحی کنترل‌کننده برای یک سیستم آشوبناک به نام سیستم لیو تشریح می‌شود. در بخش ۴ تحلیل پایداری صورت گرفته و شبیه‌سازی و تحلیل نتایج در بخش ۵ ارائه می‌شود. نتیجه‌گیری نیز در بخش ۶ بیان می‌گردد.

۲- ساختار کنترل تطبیقی L1

کنترل تطبیقی L1 از دسته کنترل‌کننده‌های مدل مرجع است. در این روش کنترلی، سعی در انطباق رفتار سیستم حلقه بسته با یک مدل مرجع می‌باشد. در واقع، مدل مرجع رفتار حلقه بسته را تعیین می‌کند. همچنین یک مکانیزم تطبیق وظیفه این انطباق را بر عهده دارد. کنترل کننده در هر لحظه از اطلاعات مکانیزم تطبیق برای تطبیق خود با شرایط محیطی و همگرایی سیستم حلقه بسته به رفتار مدل مرجع استفاده می‌کند.

بلوک دیاگرام سیستم تطبیقی مدل مرجع در شکل (۱) مشاهده می‌شود. هدف سیستم های تطبیقی مدل مرجع، رساندن خطای $e = y - y_m$ به صفر است [۲۴].



شکل ۱: نمودار بلوکی سیستم تطبیقی مدل مرجع

چنانچه سیستمی را با دینامیک زیر در نظر بگیرید:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t)),$$
$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \qquad (۱)$$

که در آن، $\mathbf{x}(t) \in R^n$ معرف بردار حالت، $\mathbf{u}(t) \in R^m$ بردار ورودی، $\mathbf{y}(t) \in R^m,\ m \le n$ خروجی رگوله شده و $\mathbf{f} \in R^n$ نیز بردار غیرخطی و دارای نامعینی است. برای فرموله نمودن کنترل تطبیقی L1، سیگنال کنترلی به دو بخش تفکیک می‌شود [۲۵].

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}_m \mathbf{x} + \mathbf{u}_{ad} \qquad (۲)$$

با استفاده از فیدبک حالت $\mathbf{u} = -\mathbf{K}_m \mathbf{x}$ ماتریس حالت

سیستم به ماتریس هورویتز با مقادیر ویژه مطلوب موردنظر خود تبدیل می‌شود:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \left(\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}_m\right)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}_{ad}(t) + \mathbf{f}(t,\mathbf{x}(t))$$
$$= \mathbf{A}_m\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}_{ad}(t) + \mathbf{f}(t,\mathbf{x}(t)), \quad (۳)$$
$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(\mathrm{t});$$

که در آن ماتریس $\mathbf{A}_m$ معرف ماتریس مطلوب سیستم حلقه بسته است. در سیستم فوق فرض می‌شود که شرایط اولیه سیستم (x_0) در ناحیه‌ای محدود با شعاع ρ_0 است. به‌عبارت‌دیگر:

$$\|x_0\| \le \rho_0 < \infty \quad (۴)$$

در ادامه، سیستم تعیین شده در (۳) به‌صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_m\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\left(\mathbf{u}_{ad}(t) + \mathbf{f}_1(t,\mathbf{x}(t))\right),$$
$$\mathbf{y}(\mathrm{t}) = \mathbf{C}\mathbf{x}(\mathrm{t}) \quad (۵)$$

فرض نخست: برای هر لحظه $t \ge 0$ عدد d_f وجود دارد به‌طوری‌که $\|f(t,0)\|_\infty \le d_f$.

فرض دوم: برای عدد دلخواه $\delta > 0$ ، ثابت‌های مثبت و مستقل از زمان $d_{fx} > 0$ و $d_{ft} > 0$ وجود دارند به‌طوری‌که برای تمام $\|X(t)\|_\infty < \delta$ ، مشتقات جزئی $f(t,x)$ تکه‌ای پیوسته و کران‌دار هستند. به‌عبارت‌دیگر،

$$\left\|\frac{\partial f(t,x)}{\partial x}\right\|_\infty \le d_{fx}, \quad \left\|\frac{\partial f(t,x)}{\partial t}\right\|_\infty \le d_{ft} \quad (۶)$$

۲-۱- طراحی کنترل‌کننده تطبیقی L1

طراحی کنترل‌کننده بخش تطبیقی L1 شامل یک ماتریس بهره فیدبک ($\mathbf{K} \in R^{m\times m}$) و یک ماتریس تبدیل اکیداً سره ($\mathbf{D}(s)$) است، به‌طوری‌که برای تمام فرکانس‌ها ماتریس تبدیل زیر پایدار اکیداً سره خواهد بود:

$$\mathbf{C}(s) = \mathbf{K}\mathbf{D}(s)(\mathbf{I}_m + \mathbf{K}\mathbf{D}(\mathrm{s}))^{-1} \quad (۷)$$

برای کلاس خاصی از سیستم‌ها $\mathbf{D}(s)$ را می‌توان برابر $\mathbf{D}(s) = \frac{1}{s}\mathbf{I}_m$ در نظر گرفت. همچنین $\mathbf{K}$ باید به‌گونه‌ای انتخاب شود که $\mathbf{K}-$ هورویتز باشد. برای اثبات پایداری و کران عملکرد، انتخاب $\mathbf{K}$ و $\mathbf{D}(s)$ باید تضمین نماید که برای یک ρ_0 مشخص، $\rho_r > \rho_{in}$ شود، به‌طوری‌که شرط نرم L_1 برقرار شود [۲۵]:

$$\|\mathbf{G}_m(s)\|_{L1} < \frac{\rho_r - \|\mathbf{H}_{xm}(s)\mathbf{C}(s)\mathbf{K}_g(s)\|_{L1}\|\mathbf{r}\|_\infty - \rho_{in}}{L_{1\rho_1}\rho_r + B_0} \quad (۸)$$

که در آن

$$\mathbf{G}_m(s) = \mathbf{H}_{xm}(s)\left(\mathbf{I}_m - \mathbf{C}(s)\right),$$
$$\mathbf{H}_{xm}(s) = \left(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_m\right)^{-1}\mathbf{B},$$
$$\rho_{in} = \left\|\mathbf{s}\left(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_m\right)^{-1}\right\|_{L1}\rho_0, \quad (۹)$$
$$\mathbf{H}_m(s) = \mathbf{C}\left(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_m\right)^{-1}\mathbf{B},$$
$$l_0 = \frac{L_{2\rho_r}}{L_{1\rho_r}}, \; B_0 = \max\left\{B_{10}, \frac{B_{20}}{l_0}\right\}$$

۲-۲- تخمین‌گر حالت

فرم کلی تخمین‌گر حالت به‌صورت زیر است:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{A}_m\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}\left(\mathbf{u}_{ad}(t) + \hat{\boldsymbol{\theta}}(t)\|x_t\|_\infty + \hat{\boldsymbol{\rho}}(t)\right),$$
$$\hat{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}(\mathrm{t}) \quad (۱۰)$$

که در آن، $\hat{\boldsymbol{\theta}}(t) \in R^m, \hat{\boldsymbol{\rho}}(t) \in R^m$ تخمین‌های تطبیقی برای بخش غیرخطی مدل هستند.

۲-۳- قوانین تطبیق

قوانین تطبیق مبتنی بر الگوریتم تصویر به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}(t) = \Gamma\,\mathrm{Proj}(\hat{\boldsymbol{\theta}}(\mathrm{t}), -\left(\mathbf{e}^T(t)\mathbf{P}\mathbf{B}_m\right)^T\|x_t\|_{L\infty}),$$
$$\dot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}}(t) = \Gamma\,\mathrm{Proj}(\hat{\boldsymbol{\theta}}(\mathrm{t}), -\left(\mathbf{e}^T(t)\mathbf{P}\mathbf{B}_m\right)^T) \quad (۱۱)$$

که در آن، $\mathbf{e}(t) = \hat{\mathbf{x}}(t) - \mathbf{x}(t)$ معرف خطای تخمین حالت، $\Gamma \in R^+$ بهره تطبیق، $\mathbf{P} = \mathbf{P}^T > 0$ ،جواب معادله لیاپانوف $\mathbf{A}_m{}^T\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}_m = -\mathbf{Q}$ برای $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}^T > 0$ است. این عملگر تضمین می‌کند که $\left\|\hat{\boldsymbol{\theta}}(t)\right\|_\infty \le \theta_b, \|\hat{\boldsymbol{\sigma}}(t)\|_\infty \le \sigma_b$. عملگر تصویر به‌صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\mathrm{Proj}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{y}) = \quad (۱۲)$$

$$\begin{cases} \mathbf{y} & \text{if } f(\boldsymbol{\theta}) < 0, \\ \mathbf{y} & \text{if } f(\boldsymbol{\theta}) \ge 0 \text{ and } \nabla f^T\mathbf{y} \le 0, \\ \mathbf{y} - \frac{\nabla f}{\|\nabla f\|}\left\langle\frac{\nabla f}{\|\nabla f\|}, y\right\rangle f(\theta) & \text{if } f(\boldsymbol{\theta}) \ge 0 \text{ and } \nabla f^T\mathbf{y} > 0, \end{cases}$$

که در آن، $f(\boldsymbol{\theta})=\frac{(\varepsilon_\theta+1)\boldsymbol{\theta}^T\boldsymbol{\theta}-\theta^2_{\max}}{\varepsilon_\theta\theta^2_{\max}}$ معرف یک تابع محدب یکنواخت در مجموعه محدب بسته با کران هموار $\Omega_c=\{\boldsymbol{\theta}\in R^n \mid f(\boldsymbol{\theta})\le c\},\ 0\le c\le 1$ است. همچنین، $\theta_{\max}$ کران بالای بردار $\boldsymbol{\theta}$ و ε_θ آستانه تصویر و مقداری مثبت است.

۲-۴- قانون کنترل

قانون کنترل فیدبک تطبیقی به‌صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\mathbf{u}_{ad}(t)=-\mathbf{C}(s)\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}(t)\|x_t\|_\infty+\hat{\boldsymbol{\sigma}}(t)-\mathbf{K}_g\mathbf{r}(t)\right) \qquad (۱۳)$$

که در آن، $\mathbf{C}(s)$ بردار پیش فیلترهای مرتبه اول، $\mathbf{r}(t)$ بردار ورودی مطلوب و $\mathbf{K}_g$ ماتریس بهره پیش‌خور است.

۳- طراحی کنترل تطبیقی L1 برای سیستم آشوب لیو

دینامیک سیستم آشوبناک لیو با در نظر گرفتن ورودی‌های کنترلی u_1، u_2 و u_3 به‌صورت زیر قابل توصیف می‌باشد [۲۶]:

$$\begin{aligned}\dot{x}&=-ax+ay+u_1,\\ \dot{y}&=bx-xz+u_2,\\ \dot{z}&=-cz+hx^2+u_3\end{aligned} \qquad (۱۴)$$

با تعریف متغیرهای حالت $x_1=x,\ x_2=y,\ x_3=z$، دینامیک (۱۴) در فرم بردار ماتریسی به‌صورت زیر قابل بازنویسی است:

$$\dot{\mathbf{x}}(t)=\mathbf{A}\mathbf{x}(t)+\mathbf{B}\left(\mathbf{u}(t)+\mathbf{f}(t,x)\right) \qquad (۱۵)$$

که در آن

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}-a & a & 0\\ b & 0 & 0\\ 0 & 0 & -c\end{bmatrix},\mathbf{B}=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix},$$

$$\mathbf{f}=\begin{bmatrix}0\\ -x_1x_3\\ hx_1^{\,2}\end{bmatrix}$$

با در نظر گرفتن ماتریس هورویتز زیر

$$\mathbf{A}_m=\begin{bmatrix}-4&0&0\\0&-4&0\\0&0&-4\end{bmatrix}$$

ماتریس بهره فیدبک حالت ($\mathbf{K}_m\in R^{3\times 3}$) برابر است با

$$\mathbf{K}_m=\begin{bmatrix}-6&10&0\\40&4&0\\0&0&1/5\end{bmatrix}$$

ماتریس بهره لیاپانوف با در نظر گرفتن Q به‌صورت ماتریس واحد و بر اساس ماتریس هورویتز حلقه بسته، برابر خواهد بود با

$$\mathbf{P}=\begin{bmatrix}0/125&0&0\\0&0/125&0\\0&0&0/125\end{bmatrix}$$

با تعریف سیگنال خطا به‌صورت $\mathbf{e}=\hat{\mathbf{x}}-\mathbf{x}$ و انتخاب کران بالای تخمین‌های مذکور به‌صورت $\|\hat{\boldsymbol{\theta}}\|\le 20,\ \|\hat{\boldsymbol{\rho}}(t)\|\le 20$، بردار $\mathbf{y}$ در قانون تطبیقی مبتنی بر عملگر تصویر برابر خواهد بود با

$$\mathbf{y}=-\left(\mathbf{e}^T(t)\mathbf{PB}\right)^T\|x_t\|_{L\infty}=$$

$$-0/125\begin{bmatrix}\hat{x}-x\\ \hat{y}-y\\ \hat{z}-z\end{bmatrix}\|x_t\|_{L\infty} \qquad (۱۶)$$

با در نظر گرفتن $\varepsilon_\theta=۰.۵$، تابع محدب $f(\theta)$ برای $\hat{\boldsymbol{\theta}}(t)$ و $\hat{\boldsymbol{\rho}}(t)$ به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned}f(\hat{\boldsymbol{\theta}}(t))&=\frac{3\hat{\boldsymbol{\theta}}^T(t)\hat{\boldsymbol{\theta}}(t)}{400}-2,\\ f(\hat{\boldsymbol{\rho}}(t))&=\frac{3\hat{\boldsymbol{\rho}}(t)^T\hat{\boldsymbol{\rho}}(t)}{400}-2\end{aligned} \qquad (۱۷)$$

پیش فیلترهای مرتبه اول برابر هستند با

$$C_1(s)=\frac{k_1}{s+k_1},\ C_2(s)=\frac{k_2}{s+k_2},\ C_3(s)=\frac{k_3}{s+k_3} \qquad (۱۸)$$

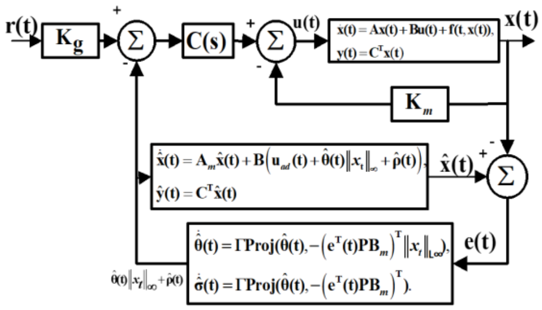
درنتیجه، قانون کنترل تطبیقی برابر خواهد بود با

$$\mathbf{u}=-\begin{bmatrix}\frac{k_1}{s+k_1}&0&0\\ 0&\frac{k_2}{s+k_2}&0\\ 0&0&\frac{k_3}{s+k_3}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\hat{\theta}_1(t)\|x_t\|_\infty+\hat{\sigma}_1(t)\\ \hat{\theta}_2(t)\|x_t\|_\infty+\hat{\sigma}_2(t)\\ \hat{\theta}_3(t)\|x_t\|_\infty+\hat{\sigma}_3(t)\end{bmatrix}$$

$$-\begin{bmatrix}-6&10&0\\40&4&0\\0&0&1/5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\y\\z\end{bmatrix} \qquad (۱۹)$$

۳-۱- ساختار کلی کنترل تطبیقی L1 برای پایدارسازی سیستم آشوبناک لیو

بلوک دیاگرام سیستم کنترل پیشنهادی برای پایدارسازی مدل آشوب لیو در شکل (۲) مشاهده می‌شود. بر مبنای این شکل، از اختلاف بین خروجی رویت‌گر حالت و مدل واقعی، به‌عنوان تصحیح کننده خطای تخمین پارامتر در الگوریتم‌های تصویر استفاده می‌شود. قانون کنترل از اطلاعات تخمین به همراه فیدبک حالت و پیش فیلترهای مرتبه اول برای پایدارسازی سیستم آشوب با وجود نامعینی در مدل استفاده می‌کند.



شکل ۲: بلوک دیاگرام کنترل تطبیقی L1 برای پایدارسازی سیستم آشوبناک لیو

۴- تحلیل پایداری

برای اثبات پایداری سیستم حلقه بسته، تابع لیاپانوف به‌صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$v(t) = \frac{1}{2}\mathbf{e}^T(t)\mathbf{P}\mathbf{e}(t) + \frac{1}{2\Gamma}\left(\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(t)\tilde{\boldsymbol{\theta}}(t) + \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^T(t)\tilde{\boldsymbol{\sigma}}(t)\right) \quad (۲۰)$$

که در آن $\tilde{\boldsymbol{\theta}} = \hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta}$ و $\tilde{\boldsymbol{\sigma}} = \hat{\boldsymbol{\sigma}} - \boldsymbol{\sigma}$.
مشتق زمانی تابع فوق برابر است با:

$$\dot{v}(t) = \frac{1}{2}\dot{\mathbf{e}}^T(t)\mathbf{P}\mathbf{e}(t) + \frac{1}{2}\mathbf{e}^T(t)\mathbf{P}\dot{\mathbf{e}}(t) + \frac{1}{2\Gamma}\left(\dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}^T(t)\tilde{\boldsymbol{\theta}}(t) + \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(t)\dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}(t)\right) + \frac{1}{2\Gamma}\left(\dot{\tilde{\boldsymbol{\sigma}}}^T(t)\tilde{\boldsymbol{\sigma}}(t) + \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^T(t)\dot{\tilde{\boldsymbol{\sigma}}}(t)\right) \quad (۲۱)$$

با مشتق‌گیری از سیگنال خطا و استفاده از روابط (۳)، (۱۰) و (۱۳) می‌توان نوشت:

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = \dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) - \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_m\hat{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}\left(\mathbf{u}_{ad}(t) + \hat{\boldsymbol{\theta}}(t)\|x_t\|_\infty + \hat{\boldsymbol{\sigma}}(t)\right) - \mathbf{A}_m\mathbf{x}(t) - \mathbf{B}\left(\mathbf{u}_{ad}(t) + \mathbf{f}(t,x)\right)$$

$$= \mathbf{A}_m\mathbf{e}(t) + \mathbf{B}\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}(t)\|x_t\|_\infty + \hat{\boldsymbol{\sigma}}(t) - \mathbf{f}(t,x)\right) \quad (۲۲)$$

ازآنجایی‌که بخش تطبیقی به‌نوعی مواجهه با نامعینی‌های عبارت غیرخطی سیستم را بر عهده دارد، بنابراین بردار غیرخطی $\mathbf{f}(t,x)$ در حالت نامی برابر با $\mathbf{f}(t,x) = \boldsymbol{\theta}(t)\|x_t\|_\infty + \boldsymbol{\sigma}(t)$ است. درنتیجه، دینامیک خطا را می‌توان به‌صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = \mathbf{A}_m\mathbf{e}(t) + \mathbf{B}\left(\tilde{\boldsymbol{\theta}}(t)\|x_t\|_\infty + \tilde{\boldsymbol{\sigma}}(t)\right) \quad (۲۳)$$

بنابراین، مشتق زمانی تابع لیاپانوف با توجه به اینکه ماتریس $\mathbf{B}$ ماتریس واحد است، برابر خواهد بود با

$$\begin{aligned}\dot{v}(t) &= \frac{1}{2}\mathbf{e}^T(t)\left(\mathbf{A}_m{}^T\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}_m\right)\mathbf{e}(t) \\ &+ \frac{1}{2}\left(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^T(t)\mathbf{P}\mathbf{e}(t) + \mathbf{e}^T(t)\mathbf{P}\tilde{\boldsymbol{\sigma}}(t)\right) \\ &+ \frac{1}{2}\left(\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(t)\|x_t\|_\infty \mathbf{P}\mathbf{e}(t) + \mathbf{e}^T(t)\mathbf{P}\tilde{\boldsymbol{\theta}}(t)\|x_t\|_\infty\right) \\ &+ \frac{1}{2\Gamma}\left(\dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}^T(t)\tilde{\boldsymbol{\theta}}(t) + \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(t)\dot{\tilde{\boldsymbol{\theta}}}(t)\right) \\ &+ \frac{1}{2\Gamma}\left(\dot{\tilde{\boldsymbol{\sigma}}}^T(t)\tilde{\boldsymbol{\sigma}}(t) + \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^T(t)\dot{\tilde{\boldsymbol{\sigma}}}(t)\right)\end{aligned} \quad (۲۴)$$

به عبارت ساده‌تر

$$\begin{aligned}\dot{v}(t) &= \frac{1}{2}\mathbf{e}^T(t)\left(\mathbf{A}_m{}^T\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}_m\right)\mathbf{e}(t) \\ &+ \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^T(t)\left(\mathbf{P}\mathbf{e}(t) + \frac{1}{\Gamma}\dot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}}(t)\right) \\ &+ \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(t)\left(\|x_t\|_\infty \mathbf{P}\mathbf{e}(t) + \frac{1}{\Gamma}\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}(t)\right)\end{aligned} \quad (۲۵)$$

با توجه به رابطه $\mathbf{A}_m{}^T\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}_m = -\mathbf{Q}$، داریم

$$\begin{aligned}\dot{v}(t) &= -\frac{1}{2}\mathbf{e}^T(t)\mathbf{Q}\mathbf{e}(t) \\ &+ \tilde{\boldsymbol{\sigma}}^T(t)\left(\mathbf{P}\mathbf{e}(t) + \frac{1}{\Gamma}\dot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}}(t)\right) \\ &+ \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(t)\left(\|x_t\|_\infty \mathbf{P}\mathbf{e}(t) + \frac{1}{\Gamma}\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}(t)\right)\end{aligned} \quad (۲۶)$$

بر مبنای قوانین تطبیق در (۱۱) و (۱۲)، سه حالت مختلف وجود دارد:

الف) $f(\boldsymbol{\theta}) < 0$

در این صورت قوانین تطبیق برابر خواهند بود با $\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}(t) = -\Gamma\mathbf{P}\mathbf{e}(t)\|\mathbf{x}_t\|_\infty,\ \dot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}}(t) = -\Gamma\mathbf{P}\mathbf{e}(t)$.

با جایگذاری روابط مذکور در (۲۶)، مشتق تابع لیاپانوف برابر خواهد بود با

$$\begin{aligned}\dot{v}(t) &= -\frac{1}{2}\mathbf{e}^T(t)\mathbf{Q}\mathbf{e}(t)\\ &+\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^T(t)\left(\mathbf{Pe}(t)+\frac{1}{\Gamma}\left(-\Gamma\mathbf{Pe}(t)\right)\right)\\ &+\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(t)\left(\|x_t\|_\infty\mathbf{Pe}(t)+\frac{1}{\Gamma}\left(-\Gamma\mathbf{Pe}(t)\|\mathbf{x}_t\|_\infty\right)\right)\\ &= -\frac{1}{2}\mathbf{e}^T(t)\mathbf{Q}\mathbf{e}(t)\le 0,\ \ \forall\mathbf{Q}>0\end{aligned} \qquad (۲۷)$$

ب) $f(\boldsymbol{\theta})>0,\ \nabla f^T(\boldsymbol{\theta})\mathbf{y}<0$

این حالت مشابه با حالت نخست می‌باشد.

ج) $f(\boldsymbol{\theta})>0,\ \nabla f^T(\boldsymbol{\theta})\mathbf{y}>0$

در این صورت، قوانین تطبیق برابر خواهند بود با

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}}(t) &= -\Gamma\mathbf{Pe}(t)\|\mathbf{x}_t\|_\infty-\frac{\nabla f}{\|\nabla f\|}\left\langle\frac{\nabla f}{\|\nabla f\|},y\right\rangle f(\boldsymbol{\theta})\\ \dot{\hat{\boldsymbol{\sigma}}}(t) &= -\Gamma\mathbf{Pe}(t)-\frac{\nabla f}{\|\nabla f\|}\left\langle\frac{\nabla f}{\|\nabla f\|},\mathbf{y}\right\rangle f(\boldsymbol{\theta})\end{aligned} \qquad (۲۸)$$

با جایگذاری روابط فوق در (۲۶) می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned}\dot{v}(t) &= -\frac{1}{2}\mathbf{e}^T(t)\mathbf{Q}\mathbf{e}(t)\\ &+\frac{1}{\Gamma}\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^T(t)\left(-\frac{\nabla f}{\|\nabla f\|}\left\langle\frac{\nabla f}{\|\nabla f\|},\mathbf{y}\right\rangle f(\boldsymbol{\theta})\right)\\ &+\frac{1}{\Gamma}\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(t)\left(-\frac{\nabla f}{\|\nabla f\|}\left\langle\frac{\nabla f}{\|\nabla f\|},\mathbf{y}\right\rangle f(\boldsymbol{\theta})\right)\end{aligned} \qquad (۲۹)$$

از طرفی، برای عملگر تصویر، رابطه زیر برقرار می‌باشد [۲۵]:

$$\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}-\boldsymbol{\theta}\right)^T\left(\mathrm{Proj}(\hat{\boldsymbol{\theta}},\mathbf{y})-\mathbf{y}\right)\le 0 \qquad (۳۰)$$

این بدان معنی است که

$$\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}-\boldsymbol{\theta}\right)^T\left(\mathrm{Proj}(\hat{\boldsymbol{\theta}},\mathbf{y})-\mathbf{y}\right)= \qquad (۳۱)$$

$$\begin{cases}0 & \text{if } f(\hat{\boldsymbol{\theta}})<0,\\ 0 & \text{if } f(\hat{\boldsymbol{\theta}})\ge 0 \text{ and } \nabla f^T\mathbf{y}\le 0,\\ \underbrace{\left(\boldsymbol{\theta}-\hat{\boldsymbol{\theta}}\right)^T\frac{\nabla f}{\|\nabla f\|}}_{\le 0}\underbrace{\frac{\nabla f^T\mathbf{y}}{\|\nabla f\|}}_{\ge 0}\underbrace{f(\hat{\boldsymbol{\theta}})}_{\ge 0} & \text{if } f(\hat{\boldsymbol{\theta}})\ge 0 \text{ and } \nabla f^T\mathbf{y}>0,\end{cases}$$

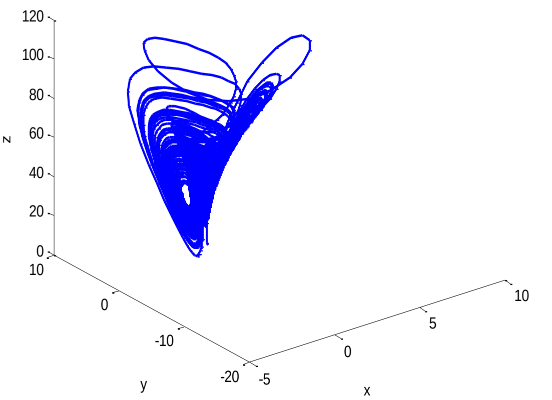
اساس رابطه فوق، $\left(\boldsymbol{\theta}-\hat{\boldsymbol{\theta}}\right)^T\nabla f\le 0$ می‌باشد. درنتیجه، $\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T\nabla f\ge 0$. به‌طور مشابه $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^T\nabla f\ge 0$. بنابراین

$$\begin{aligned}\dot{v}(t) &= \underbrace{-\frac{1}{2}\mathbf{e}^T(t)\mathbf{Q}\mathbf{e}(t)}_{\le 0}\\ &+\underbrace{\frac{1}{\Gamma}\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^T(t)\left(-\frac{\nabla f}{\|\nabla f\|}\left\langle\frac{\nabla f}{\|\nabla f\|},\mathbf{y}\right\rangle f(\boldsymbol{\theta})\right)}_{\le 0}\\ &+\underbrace{\frac{1}{\Gamma}\tilde{\boldsymbol{\theta}}^T(t)\left(-\frac{\nabla f}{\|\nabla f\|}\left\langle\frac{\nabla f}{\|\nabla f\|},\mathbf{y}\right\rangle f(\boldsymbol{\theta})\right)}_{\le 0}\le 0\end{aligned} \qquad (۳۲)$$

۵- شبیه‌سازی و تحلیل نتایج

رفتار سیستم آشوب لیو با توجه به معادلات توصیف‌کننده آن در (۱۴) در شکل (۳) مشاهده می‌شود. پارامترهای مدل عبارتند از $a=۱۰$، $b=۴۰$، $c=۲.۵$ و $h=۴$. همان‌طور که مشاهده می‌شود، سیستم لیو دارای رفتار آشوبناک می‌باشد که باید به شیوه‌ای مناسب رفتار آن را میرا نمود. مقدار بهره تطبیق برای قوانین تطبیق برابر $\Gamma=۰.۱$ در نظر گرفته شده است.

نکته: در این مقاله، از $\|x_t\|_\infty$ به‌عنوان پارامتر تنظیم استفاده می‌شود. با توجه به بررسی‌های انجام‌شده، در نامعینی‌های زیاد، باید برای مواجهه با خطای ناشی از آن، آن را تا مقدار مشخصی افزایش داد.

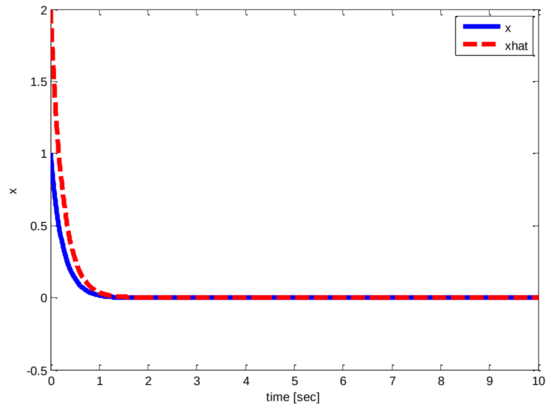


شکل ۳: رفتار آشوبناک سیستم لیو

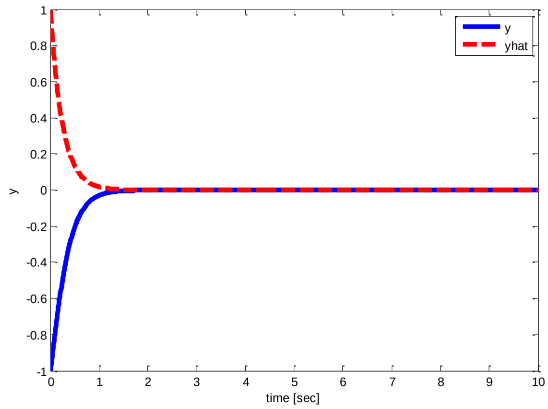
مقادیر بهره فیلترهای پایین‌گذر مرتبه اول $k_1=k_2=k_3=۵$ در نظر گرفته شده‌اند. شکل‌های (۴) تا (۶) پایدارسازی حالت‌های آشوبناک سیستم لیو را همراه با تخمین آن‌ها توسط رویتگر نشان می‌دهند.

همان‌طور که مشاهده می‌شود، حالت‌های سیستم به ازای شرایط اولیه (۲، ۱-، ۱) بعد از مدت‌زمان کوتاهی به مقدار صفر همگرا شده‌اند. سیگنال‌های کنترلی در شکل (۷)

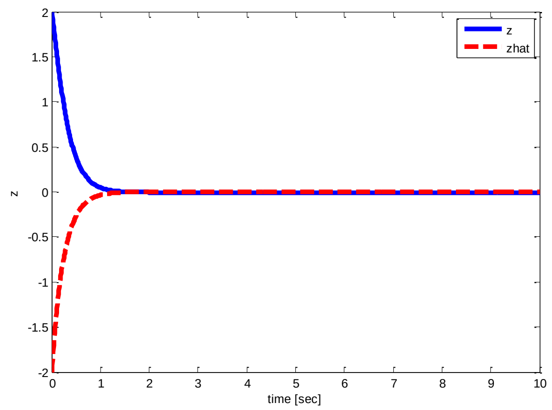
متناظر با پایداری حالت‌های آشوبناک به سمت صفر میل نموده‌اند.



شکل ۴: پایدارسازی حالت نخست سیستم آشوبناک لیو با شرایط اولیه (۲، ۱-، ۱)



شکل ۵: پایدارسازی حالت دوم سیستم آشوبناک لیو با شرایط اولیه (۲، ۱-، ۱)

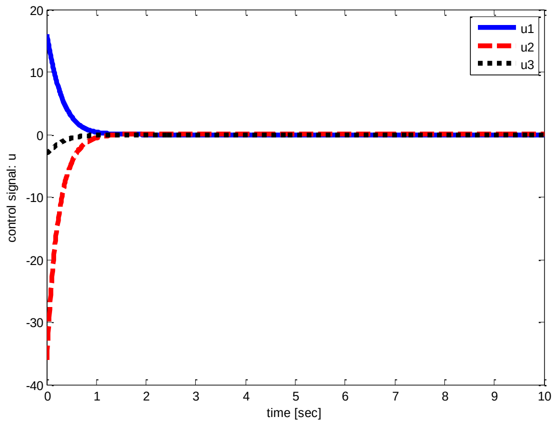


شکل ۶: پایدارسازی حالت سوم سیستم آشوبناک لیو با شرایط اولیه (۲، ۱-، ۱)

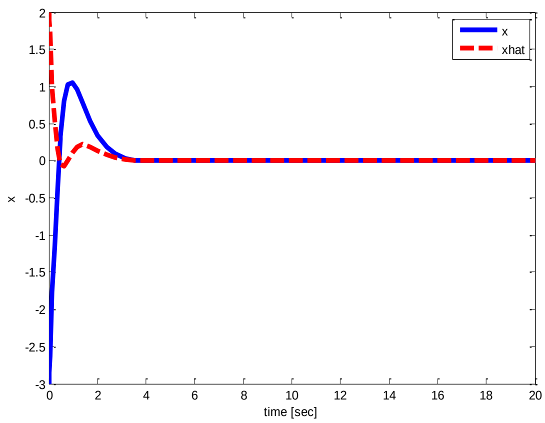
برای ارزیابی دقیق‌تر روش پیشنهادی و قیاس آن با روش‌های تطبیقی مرسوم، فرض می‌شود که نامعینی غیر پارامتری در مدل دینامیکی سیستم آشوبناک لیو به‌صورت زیر وجود دارد.

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= -ax_1 + ax_2 + u_1 + 2\cos(x_1),\\
\dot{x}_2 &= bx_1 - x_1x_3 + u_2 + \cos(x_1),\\
\dot{x}_3 &= -cx_3 + hx_1^{\ 2} + u_3 + 1{,}5\cos(x_3)
\end{aligned} \qquad (۳۳)$$

مقدار بهره تطبیق برابر ۰.۵ و مقدار $\|x_t\|_\infty$ برابر ۱۰۰ برای کنترل‌کننده و رویتگر حالت و مقدار ۱ برای قوانین تطبیق انتخاب شده‌اند. شکل‌های (۸) تا (۱۰) پایدارسازی حالت‌های آشوبناک را با وجود نامعینی غیر پارامتری نشان می‌دهد.

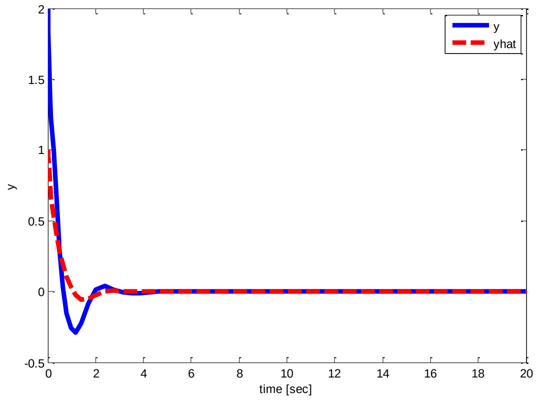


شکل ۷: سیگنال‌های کنترلی در سیستم آشوبناک لیو با شرایط اولیه (۲، ۱-، ۱)

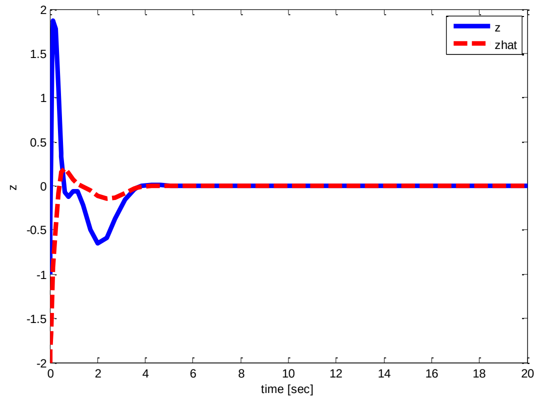


شکل ۸: پایدارسازی حالت نخست سیستم آشوبناک لیو با شرایط اولیه (۱-،۲،۳-) و نامعینی غیر پارامتری در مدل

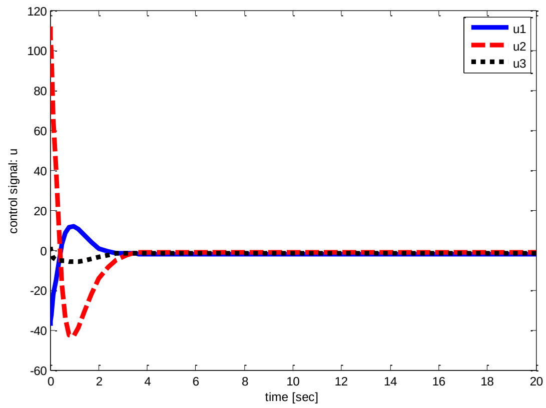
با توجه به نتایج، سیستم کنترل‌کننده تطبیقی پیشنهادی قابلیت پایدارسازی حالت‌های آشوبناک را باوجود نامعینی شدید در مدل سیستم، دارا می‌باشد. بنابراین حالت‌های سیستم با وجود افت ناچیز در شرایط گذرا توانسته‌اند به مقدار صفر همگرا شوند. سیگنال‌های کنترلی در شکل (۱۱) از تغییرات بیشتری نسبت به حالت بدون نامعینی به‌ویژه در شرایط گذرا برخوردار هستند.



شکل ۹: پایدارسازی حالت دوم سیستم آشوبناک لیو با شرایط اولیه (۱-،۲،۳-) و نامعینی غیرپارامتری در مدل



شکل ۱۰: پایدارسازی حالت سوم سیستم آشوبناک لیو با شرایط اولیه (۱-،۲،۳-) و نامعینی غیرپارامتری در مدل



شکل ۱۱: سیگنال‌های کنترلی در سیستم آشوبناک لیو با شرایط اولیه (۱-،۲،۳-) با نامعینی غیرپارامتری در مدل

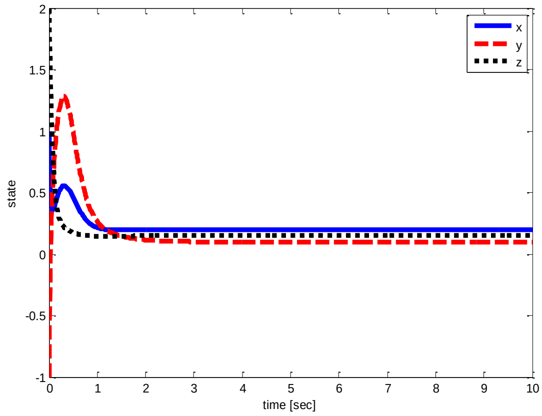
در ادامه، نتایج به‌دست‌آمده از روش پیشنهادی با یکی از روش‌های کنترلی تطبیقی با قوانین کنترل زیر مقایسه می‌شود [۲۷].

$$u_1 = \hat{a}x_1 - \hat{a}x_2 - k_1x_1$$
$$u_2 = -\hat{b}x_1^2x_3 - k_2x_2 \qquad (۳۴)$$
$$u_3 = -\hat{h}x_1^2 + \hat{c}x_3 - k_3x_3$$

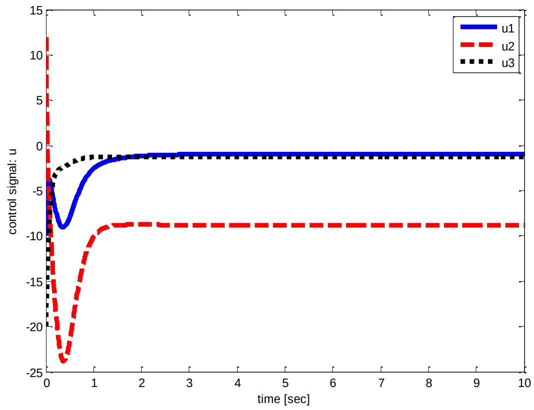
که در آن، قوانین تطبیق عبارت هستند از

$$\begin{aligned} \dot{\hat{a}} &= -x_1^2 + k_4(a-\hat{a}), \\ \dot{\hat{b}} &= x_1^2 + k_5(b-\hat{b}), \\ \dot{\hat{h}} &= x_1^2x_3 + k_6(h-\hat{h}), \\ \dot{\hat{c}} &= -x_3^2 + k_7(c-\hat{c}), \end{aligned} \qquad (۳۵)$$

شکل (۱۲) نتایج پایدارسازی حالت‌های آشوبناک را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، حالت‌های سیستم به مقدار صفر میرا نشده‌اند. به‌عبارت‌دیگر پایدارسازی حالت‌های آشوبناک به‌طور مطلوب انجام‌نشده است و روش کنترلی تطبیقی ارائه‌شده قادر به مواجهه مناسب با نامعینی‌های غیر پارامتری در مدل لیو نیست. این مسئله به‌خوبی گواه توانمندی رویکرد کنترلی تطبیقی پیشنهادی است که با استفاده از آن می‌توان نامعینی غیر پارامتری را به‌خوبی جبران نمود. سیگنال‌های کنترلی در شکل (۱۳) نیز نسبت به روش پیشنهادی از دامنه بالاتری به‌ویژه در شرایط گذرا برخوردار می‌باشد.



شکل ۱۲: پایدارسازی حالت‌های آشوبناک با وجود نامعینی غیرساختاری به کمک کنترل تطبیقی ارائه‌شده در [۲۷]



شکل ۱۳: سیگنال‌های کنترلی با وجود نامعینی غیرساختاری به کمک کنترل تطبیقی ارائه‌شده در [۲۷]

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله، استراتژی کنترل تطبیقی L1 برای پایدارسازی سیستم‌های آشوبناک پیشنهاد گردید. برای طراحی قانون کنترل، ابتدا دینامیک سیستم آشوب به دو قسمت خطی و غیرخطی تقسیم شد. ماتریس حالت بخش خطی با استفاده از فیدبک حالت خطی به ماتریس هورویتز مطلوب حلقه بسته تبدیل می‌شود. بنابراین، بخشی از قانون کنترل تطبیقی وظیفه هدایت حالت‌های سیستم به سمت حالت‌های مطلوب را بر عهده‌دارند. از طرفی، بخش غیرخطی دینامیک سیستم با استفاده از قانون کنترل تطبیقی جبران‌سازی می‌شود. هدف این بخش، مواجهه با نامعینی‌های احتمالی و کاهش اثرات خطای ناشی از آن‌ها روی بخش خطی است. برای این منظور، از قانون تطبیق پارامتر غیرخطی مبتنی بر الگوریتم تصویر استفاده گردید. همچنین، یک رویتگر خطی در هرلحظه رفتار مطلوب را برای سیستم حلقه بسته تعیین می‌کند. روش پیشنهادی در پایدارسازی حالت‌های آشوبناک با وجود نامعینی غیر پارامتری در مدل، از عملکرد مطلوبی برخوردار بوده به‌طوری‌که سرعت عملکرد پاسخ حلقه بسته، بالا بوده و حالت‌های سیستم با حداقل خطای حالت ماندگار به صفر همگرا شده‌اند. این مسئله به‌ویژه در مقایسه با یکی از روش‌های کنترلی تطبیقی مرسوم نمایان گردید که در آن روش مذکور در مواجهه با نامعینی غیر پارامتری دچار مشکل شد و نتوانست با عملکرد مطلوب، حالت‌های آشوبناک را میرا نماید.

۷- مراجع

[1] A. L. Fradkov, and R. J. Evans, "Control of chaos: methods and applications in engineering", Annual Reviews in Control, Vol. 29, NO. 1, January 2005, pp. 33 – 56.

[2] A. L. Fradkov, and R. J. Evans, "Control of chaos: survey 1997-2000", IFAC Proceedings Volumes, Vol. 35, NO. 1, January 2002, pp. 131 – 142.

[3] E. Ott, C. Grebogi, and J. A. Yorke, "Controlling chaos", Physical Review Letters, Vol. 64, NO. 11, March 1990, pp. 1196 – 1199.

[4] W. L. Ditto, S. N. Rausseo, and M. L. Spano, "Experimental control of chaos", Physical Review Letters, Vol. 65, NO. 26, December 1990, pp. 3211 – 3215.

[5] K. Pyrags, "Continuous control of chaos by self-controlling feedback", IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 170, NO. 6, November 1992, pp. 421 – 428.

[6] V. G. Ivancevic, and T. T. Ivancevic, "Computational mind: a complex dynamics perspectives", Speringer-Verlag, Berlin, 2007.

[7] S. Boccaletti, C. Grabogi, Y. C. Lai, H. Mancini, and D. Maza, "The control of chaos-theory and applications", Physics Reports, Vol. 329, NO. 3, May 2000, pp. 103 – 197.

[8] X. T. Tran, and H. J. Kang, "Robust adaptive chatter-free finite-time control method for chaos control and (anti-)synchronization of uncertain (hyper) chaotic systems", Nonlinear Dynamics, Vol. 80, NO. 1-2, April 2015, pp. 637 – 651.

[9] L. Guo, M. Hu, Z. Xu, and A. Hu, "Synchronization and chaos control by quorum sensing mechanism", Nonlinear Dynamics, Vol. 73, NO. 3, August 2013, pp. 1253 – 1269.

[10] C. F. Huang, J. S. Lin, T. L. Liao C. Y. Chen and J. J. Yan, "Quasi-sliding mode control of chaos in permanent magnet synchronous motor", Mathematical Problems in Engineering, Vol. 2011, 2011, pp. 1 – 10.

[11] J. Yang, and L. Zhao, "Bifurcation analysis and chaos control of the modified Chua’s circuit system", Nonlinear Science, and Nonequilibrium and Complex Phenomena, Vol. 77, August 2015, pp. 332 – 339.

[12] J. Wang, X. Chen, and J. Fu, "Adaptive finite-time control of chaos in permanent magnet synchronous motor with uncertain parameters", Nonlinear Dynamics, Vol. 78, NO. 2, October 2014, pp. 1321 – 1328.

[13] H. J. Wang, Z. Z. Han, H. Zhao Hui, and Y. J. Yue, "Controlling chaos in power system based on tridiagonal structure matrix stability theory", IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 588, 2012, pp. 622 – 625.

[14] D. Franco, and E. Liz, "A two-parameter method for chaos control and targeting in one-dimensional maps", International Journal of Bifurcation and Chaos, Vol. 23, NO. 1, January 2013, p. 1350003.

[15] M. P. Aghababa, "Finite-time chaos control and synchronization of fractional-order nonautonomous chaotic

(hyperchaotic) systems using fractional nonsingular terminal sliding mode technique", Nonlinear Dynamics, Vol. 69, NO. 1-2, Julay 2012, pp. 247 – 261.

[16] A.E. Matouk, "Chaos, feedback control and synchronization of a fractional-order modified Autonomous Van der Pol–Duffing circuit", Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, Vol. 16, NO. 2, February 2011, pp. 975 – 986.

[17] M.M. El-Dessoky, M.T. Yassen, and E.S. Aly, "Bifurcation analysis and chaos control in Shimizu–Morioka chaotic system with delayed feedback", Applied Mathematics and Computation, Vol. 243, September 2014, pp. 283 – 297.

[18] H. Li, X. Liao, C. Li, and C. Li, "Chaos control and synchronization via a novel chatter free sliding mode control strategy", Neurocomputing, Vol. 74, NO. 17, October 2011, pp. 3212 – 3222.

[19] T. Wang, and N. Jia, "Chaos control and hybrid projective synchronization of several new chaotic systems", Applied Mathematics and Computation, Vol. 218, NO. 13, March 2012, pp. 7231 – 7240.

[20] Y. Kawai, and T. Tisubone, "Chaos control based on stability transformation method for unstable periodic orbits", Nonlinear Theory and Its Applications, Vol. 3, NO. 2, 2012, pp. 246 – 256.

[21] M. Sadeghpour, M. Khodabakhsh, and H. Salarieh, "Intelligent control of chaos using linear feedback controller and neural network identifier", Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, Vol. 17, NO. 12, December 2012, pp. 4731 – 4739.

[22] J. Qi, and X. Zhang, "Robust synchronization of drive-response chaotic systems via adaptive chatter free sliding mode control", InControl Conference (CCC), 2016 35th Chinese, July 2016, pp. 688 – 691.

[23] G. Li, "Synchronization of uncertain chaotic neural networks with time delays based on sliding mode control", InControl Conference (CCC), 2016 35th Chinese, July 2016, pp. 786 – 789.

[24] P. Ioannou, and K. Author3, "Adaptive Control Tutorial", 2nd Edition, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, 2006.

[25] N. Hovakimyan, and C. Cao, "L1 adaptive Control Theory Guaranteed Robustness with Fast Adaptation ", SIAM books, 3600 University City Science, Center, Philadelphia, 2010.

[26] X. Zhang, X. Liu, and Q. Zhu, "Adaptive chatter free sliding mode control for a class of uncertain chaotic systems", Applied Mathematical Modelling, Vol. 232, NO. 1, April 2014, pp. 431 – 435.

[27] S. Effati, J. Saberi Nadjafi, and H. Saberi Nik, "Optimal and adaptive control for a kind of 3D chaotic and 4D hyper-chaotic systems", Applied Mathematical Modelling, Vol. 38, NO. 2, January 2014, pp. 759 – 774.