

شبیه‌سازی عددی جریان جابجایی اجباری آرام همراه با آنالیز تولید انترویی در یک کانال دارای دو انبساط ناگهانی - روش انسداد کردن

شیما ستوده‌نیا^۱، نسرين امینی‌زاده^۲، میثم آتش افروز^{۳*}

اطلاعات مقاله	چکیده
دریافت مقاله: ۱۳۹۴/۰۱/۲۱	در تحقیق حاضر، شبیه‌سازی عددی جریان جابجایی اجباری آرام همراه با آنالیز تولید انترویی، در یک کانال دو بعدی و دارای دو انبساط ناگهانی مورد مطالعه قرار می‌گیرند. این دو انبساط، توسط چهار پله شیب‌دار پسترو ایجاد شده و باعث به وجود آمدن جدایش جریان و نواحی گردابه‌ای می‌شوند. نواحی گردابه‌ای ایجاد شده در کانال نیز، به طور قابل توجهی بر نرخ انتقال حرارت و میزان بازگشت ناپذیری جریان تأثیر می‌گذارند. اندازه زاویه شیب پله‌ها، یکی از مهم‌ترین پارامترهای مؤثر بر کنترل نواحی گردابه‌ای، نرخ انتقال حرارت و میزان بازگشت ناپذیری جریان است. در این مطالعه، بعد از محاسبه میدان‌های سرعت و دما، به بررسی اثرات شیب پله بر نواحی جدایش جریان، ضریب اصطکاک، عدد ناسلت، عدد تولید انترویی و عدد بزان پرداخته می‌شود. برای محاسبه میدان‌های سرعت و دما، معادلات حاکم شامل معادلات بقای جرم، ممنتوم و انرژی برای جریان تراکم ناپذیر و پایا با استفاده از روش‌های حجم محدود و تکنیک‌های دینامیک سیالات محاسباتی حل می‌شوند. برای شبیه‌سازی سطوح شیب‌دار پله‌های پسترو در مختصات کارتزین، از روش انسداد کردن (روش ناحیه غیر فعال)، استفاده می‌شود. همچنین، با استفاده از روابط مربوط به آنالیز قانون دوم ترمودینامیک، به محاسبه‌ی تولید انترویی و میزان بازگشت ناپذیری جریان سیال پرداخته می‌شود. در نهایت، تأثیر عدد بریکمن بر عدد تولید انترویی و عدد بزان به صورت نموداری بررسی می‌شود.
پذیرش مقاله: ۱۳۹۷/۰۲/۱۱	
واژگان کلیدی: تولید انترویی، جابجایی اجباری آرام، پله شیب‌دار، روش انسداد کردن، دینامیک سیالات محاسباتی.	

۱- مقدمه

نواحی جدایش جریان، در بسیاری از کاربردهای مهندسی نقش مهم و مؤثری را ایفا می‌کنند؛ از این رو برای طراحی بهینه‌ی وسایل حرارتی، این نواحی بایستی به خوبی آنالیز و بررسی شوند. در بسیاری از موارد، وجود موانع و پله‌های پسترو^۴ یا پیشرو^۵ در کانال‌های دارای کاربرد مهندسی، منجر به ایجاد انبساط یا انقباض‌های ناگهانی در هندسه جریان و در نتیجه باعث به وجود آمدن نواحی جدایش جریان می‌شوند. اگرچه هندسه این نوع جریان‌ها در ظاهر ساده به نظر

در بسیاری از سیستم‌های حرارتی و کاربردهای مهندسی، نگهداری انرژی مفیدی که می‌تواند به کار تبدیل شود، از اهمیت بالایی برخوردار است. بازگشت ناپذیری‌ها در سیستم‌های حرارتی، انرژی مفید را از بین برده و به شدت بر عملکرد این سیستم‌ها تأثیر گذاشته و آن را کاهش می‌دهند. بنابراین برای کاهش میزان بازگشت ناپذیری و افزایش عملکرد سیستم‌های حرارتی، طراحی بهینه این سیستم‌ها، امری لازم و اجتناب‌ناپذیر است.

* پست الکترونیک نویسنده مسئول: m.atashafrooz@sirjantech.ac.ir

۱. باشگاه پژوهشگران جوان و نخبگان، واحد سیرجان، دانشگاه آزاد اسلامی،

سیرجان، ایران

۲. استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سیرجان، سیرجان،

ایران

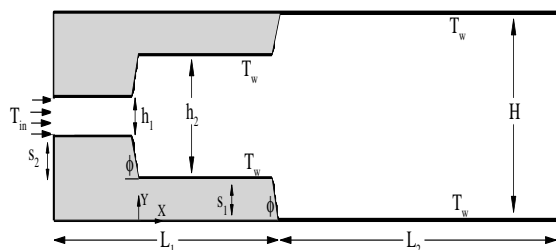
۳. استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سیرجان، سیرجان،

ایران

⁴ Backward facing step

⁵ Forward facing step

در مطالعاتی دیگر، آتشافروز و همکاران [۲۲-۲۱]، به مطالعه تولید انترپی در جریان جابجایی اجباری آرام در یک کانال دارای فرو رفتگی پرداختند. در این تحقیقات، معادلات حاکم با استفاده از تکنیک‌های دینامیک سیالات محاسباتی حل شدند. نتایج این محققین نشان داد که طول و شیب فرو رفتگی، عدد رینولدز و مقادیر پارامتر مکش و دمش تأثیر زیادی بر تولید انترپی و بازگشت‌ناپذیری دارند. اگرچه تاکنون چندین مطالعه مختلف بر روی میزان بازگشت‌ناپذیری جریان در هندسه‌های مختلف از قبیل کانال‌ها و محفظه‌ها انجام شده است، اما بر اساس اطلاعات نویسندگان، مطالعه جریان جابجایی اجباری آرام همراه با آنالیز تولید انترپی در یک کانال دارای چهار پله پسر و شیب‌دار، تاکنون توسط محققین قبلی انجام نشده است. این موضوع به نویسندگان پژوهش حاضر انگیزه داد، تا در این تحقیق برای اولین بار به بررسی رفتارهای هیدرو دینامیکی و حرارتی جریان سیال همراه با آنالیز قانون دوم ترمودینامیک در یک کانال دارای دو انبساط ناگهانی متقارن پرداخته شود. باید توجه داشت که این دو انبساط ناگهانی در اثر قرار گرفتن چهار پله پسر و شیب‌دار در کانال به وجود آمده و منجر به ایجاد چندین ناحیه گردابه‌ای در کانال می‌شوند. همچنین برای شبیه‌سازی سطوح شیب‌دار پله‌ها از روش کارآمد انسداد کردن استفاده شده است.



شکل ۱: هندسه مسئله مورد مطالعه

۲- شرح مسئله

هندسه مورد مطالعه در این تحقیق به صورت یک کانال دو بعدی و دارای دو نسبت انبساط ناگهانی است. هندسه مسئله در شکل (۱) به صورت کامل نشان داده شده است. همان‌طور که از این شکل مشخص است، این دو انبساط ناگهانی توسط چهار پله پسر و شیب‌دار ایجاد شده‌اند. این پله‌ها با زاویه شیب یکسان، به صورت متقارن بر روی دیواره‌های بالایی و پایینی کانال قرار گرفته‌اند. زاویه پله‌ها

می‌رسد، اما باید توجه داشت که جریان سیال و انتقال حرارت در این هندسه‌ها، دارای پیچیدگی‌های زیادی است، به طوری که در بسیاری از موارد، از این هندسه‌ها به عنوان هندسه معیار برای معتبرسازی نتایج استفاده می‌شود. در دهه اخیر، آنالیز جریان سیال و انتقال حرارت در کانال‌های دارای پله و جدایش جریان در مختصات دو بعدی و سه بعدی توسط محققین زیادی مورد مطالعه و بررسی قرار گرفته است [۱۰-۱]. این توجه، بیشتر به علت کاربرد مهندسی و صنعتی این نوع کانال‌ها است. از میان این کاربردها، می‌توان به خنک کاری وسایل الکترونیکی، پره‌های توربین، راکتورهای هسته‌ای و محفظه احتراق اشاره کرد.

در نواحی جدایش جریان، میزان زیادی از جریان سیال کم انرژی و پرنرژی با هم دیگر آمیخته شده و در نتیجه میزان انتقال ممنوم و انتقال حرارت در این نواحی، تغییرات بسیار زیادی را خواهند داشت.

باید توجه داشت که جریان‌های دارای جدایش، ذاتاً بازگشت‌ناپذیر می‌باشند. آنالیز تولید انترپی^۱ یا آنالیز قانون دوم ترمودینامیک، روشی مفید برای توصیف بازگشت‌ناپذیری در این نوع جریان‌ها است. اولین بار بژان [۱۲-۱۱]، فعالیت‌های گسترده‌ای در مورد آنالیز تولید انترپی و کاهش میزان آن در مسائل انتقال حرارت و جریان سیال انجام داد. در این تحقیقات نشان داده شد، که انتقال حرارت و تنش‌های برشی ویسکوز، منابع تولید انترپی در جریان جابجایی اجباری سیال هستند. در سال‌های اخیر، این آنالیز توسط محققین متعددی در هندسه‌های گوناگون و تحت شرایط مختلف مورد استفاده قرار گرفته است [۱۷-۱۳]. از دیدگاه قانون دوم ترمودینامیک، کانال‌های دارای جدایش جریان توسط چندین محقق مورد مطالعه قرار گرفته شده‌اند. از میان این مطالعات، بهرامی و گنجعلیخان نسب [۱۸]، تولید انترپی در جریان جابجایی اجباری آرام در یک کانال دارای یک پله عمودی پیشرو را مورد مطالعه قرار دادند. ابونادا [۲۰-۱۹]، تولید انترپی در یک کانال دارای یک پله عمودی پسر را تحت شرایط نفوذپذیری مورد بررسی قرار داد. در این تحقیقات، تأثیر پارامترهای مختلف و از جمله اثرات مکش و دمش بر روی توزیع عدد تولید انترپی و عدد بژان نشان داده شدند.

^۱ Entropy generation analysis

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(UV - \frac{1}{Re} \frac{\partial V}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(V^2 - \frac{1}{Re} \frac{\partial V}{\partial Y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial Y} \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(U\theta - \frac{1}{Pe} \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(V\theta - \frac{1}{Pe} \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) = 0 \quad (8)$$

برای بی‌بعد سازی معادلات حاکم، از پارامترهای بدون بعد زیر استفاده شده است:

$$(X, Y) = \left(\frac{x}{D_h}, \frac{y}{D_h} \right), \quad (U, V) = \left(\frac{u}{U_0}, \frac{v}{U_0} \right)$$

$$P = \frac{p}{\rho U_0^2}, \quad Re = \frac{\rho U_0 D_h}{\mu} \quad (9)$$

$$\theta = \frac{T - T_{in}}{T_w - T_{in}}, \quad Pr = \frac{\nu}{\alpha}$$

$$Pe = Re \cdot Pr$$

پارامترهای مورد بررسی در این مطالعه، عدد ناسلت، ضریب اصطکاک، عدد تولید انترویی (بازگشت ناپذیری) و عدد بژان هستند، که از روابط زیر محاسبه می‌شوند:

$$Nu = -\frac{1}{(\theta_b - \theta_w)} \frac{\partial \theta}{\partial Y} \Big|_{Y=0.0},$$

$$\theta_b = \frac{\int_0^1 U \theta dY}{\int_0^1 U dY} \quad (10)$$

$$C_f = \frac{2}{Re} \frac{dU}{dY} \Big|_{Y=0.0} \quad (11)$$

$$Ns = \left[\left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)^2 \right] + \psi \times$$

$$\left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 \right] + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial Y} \right) + \left(\frac{\partial V}{\partial X} \right) \right]^2 \right\} \quad (12)$$

$$Be = \frac{Ns_{cond}}{Ns_{cond} + Ns_{visc}} \quad (13)$$

عدد تولید انترویی، از معادله ۱۲ قابل محاسبه است. ترم اول سمت راست این معادله، نشان‌دهنده بازگشت ناپذیری ناشی از انتقال حرارت (Ns_{cond}) و ترم دوم سمت راست، نشان‌دهنده بازگشت ناپذیری ناشی از اثر ویسکوزیته جریان سیال (Ns_{visc}) است. برای ارائه معادله ۱۲، از پارامترهای بی‌بعدکننده زیر استفاده شده است:

$$Ns = \frac{s_{gen} D_h^2}{K \tau^2}, \quad \tau = \frac{T_w - T_{in}}{T_{in}} \quad (14)$$

$$\psi = \frac{Br}{\tau}, \quad Br = \frac{\mu U_0^2}{\kappa (T_w - T_{in})}$$

از محور افقی اندازه‌گیری شده و در محاسبات، قابلیت تغییر از $30^\circ \leq \phi \leq 60^\circ$ را دارد.

ارتفاع جریان در ورود به کانال h_1 ، ارتفاع جریان پس از انبساط اول h_2 و ارتفاع جریان در خروج از کانال برابر با H است. در تحقیق حاضر، نسبت‌های انبساط در کانال برابر با $\frac{H}{h_1} = 5$ و $\frac{H}{h_2} = \frac{5}{3}$ در نظر گرفته شده‌اند.

طول کانال در بالادست جریان (طول کانال قبل از انبساط ناگهانی دوم) برابر با $L_1 = 8H$ و طول بقیه کانال برابر با $L_2 = 10H$ در نظر گرفته شده است. علت انتخاب این مقادیر برای طول‌های کانال این است، که جریان در ورودی کانال تحت تأثیر انبساط‌های ناگهانی قرار نگیرد؛ و در مقطع خروجی کانال، جریان به‌طور توسعه‌یافته خارج شود.

شرایط مرزی در این مسئله، شامل شرط عدم لغزش بر روی تمامی دیواره‌های کانال (شامل دیواره‌های پله‌ها) و دمای ثابت T_w برای تمام سطوح است. همچنین، جریان به صورت توسعه یافته و با دمای ثابت T_{in} به کانال وارد می‌شود ($T_{in} < T_w$) در مقطع خروجی کانال، فرض گردانیدان صفر در جهت محوری برای میدان‌های سرعت و دما برقرار است.

۳- معادلات حاکم

برای جریان آرام، تراکم ناپذیر، دائم و دو بعدی سیال با خواص ثابت، معادلات بقای جرم (پیوستگی)، بقای ممنتوم (ناویر - استوکس) و معادله انرژی به‌صورت زیر بیان می‌شوند:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (4)$$

شکل بی‌بعد این معادلات، به‌صورت زیر ارائه می‌شوند:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(U^2 - \frac{1}{Re} \frac{\partial U}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(UV - \frac{1}{Re} \frac{\partial U}{\partial Y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial X} \quad (6)$$

۴- حل عددی

در پژوهش حاضر، معادلات حاکم که شامل معادلات پیوستگی، مومنتوم و انرژی هستند (معادلات ۵ تا ۸)، با استفاده از روش حجم محدود و با انتگرال‌گیری روی حجم هر المان گسسته سازی می‌شوند. سپس فرم گسسته شده این معادلات، توسط الگوریتم سیمپل [۲۳] و روش تکراری خط به خط (هیبریدی) و با پیشروی در جهت محوری حل می‌شوند [۲۳]. لازم به ذکر است که برای محاسبه میدان سرعت از حجم کنترل‌های جابه‌جا شده، استفاده شده است؛ در حالی که سایر متغیرهای مورد نیاز در روی گره‌های اصلی محاسبه شده‌اند. خلاصه مراحل لازم جهت حل عددی مسئله مورد مطالعه در این تحقیق، به شرح زیر ارائه می‌شوند:

- ۱- مقداردهی اولیه به میدان سرعت و دما.
- ۲- محاسبه میدان سرعت جدید با استفاده از حل معادلات مومنتوم در جهت‌های x و y .
- ۳- محاسبه میدان فشار با استفاده از الگوریتم سیمپل و تصحیح میدان سرعت.
- ۴- حل میدان دما با به‌کارگیری میدان سرعت به دست آمده در مرحله قبل.
- ۵- تکرار مراحل ۲ تا ۴ تا ارضا شدن معیارهای همگرایی. ملاک همگرایی در محاسبه میدان‌های سرعت، فشار و دما، برقرار شدن شرط زیر تعیین شده است:

$$\text{Error } \varepsilon = \max \left| \frac{\varepsilon^n(i, j) - \varepsilon^{n-1}(i, j)}{\varepsilon^n(i, j)} \right| \leq 10^{-4}$$

در عبارت بالا، اندیس n نشان‌دهنده مرحله تکرار و سیمبل ε می‌تواند U ، V و T باشد.

به هر حال، بعد از محاسبه‌ی میدان‌های سرعت و دما، با به‌کارگیری معادلات ۱۰ تا ۱۳ و با استفاده از تقریب‌های مرتبه دوم برای ترم‌های مشتق، عدد ناسلت، ضریب اصطکاک، عدد تولید انرژی و عدد بزان قابل محاسبه خواهند بود.

همچنین برای شبیه‌سازی سطوح شیب‌دار پله‌ها، از روش کارآمد انسداد کردن استفاده می‌شود. در قسمت بعدی مقاله، این روش به‌طور کامل همراه با جزییات ارائه می‌شود.

بعلاوه، در این مطالعه برای دستیابی به نتایج دقیق‌تر در حل عددی مسئله مورد مطالعه، از شبکه غیر یکنواخت استفاده گردیده است، به گونه‌ای که در نزدیکی دیواره‌ها، این شبکه متراکم و متمرکز می‌شود. همچنین برای انتخاب شبکه بهینه، برنامه محاسباتی نوشته شده برای تعداد نقاط شبکه متفاوتی اجرا شده و سپس یکی از پارامترهای مورد مطالعه (N_s) در همه شبکه‌ها با یکدیگر مقایسه می‌شوند. در نهایت، شبکه بهینه زمانی حاصل می‌شود که پارامتر مورد مطالعه در دو شبکه متفاوت، تغییر نکند. برای داشتن دیدی بهتر از چگونگی انتخاب شبکه بهینه در این تحقیق، مقادیر عدد تولید انرژی در ناحیه توسعه یافته بر روی دیواره پایین کانال، برای این پنج شبکه در جدول ۱ ارائه شده‌اند. آنالیز و مقایسه نتایج ارائه شده در این جدول به خوبی نشان می‌دهد که، مناسب‌ترین تعداد نقاط شبکه، 360×50 به ترتیب در راستای $x \times y$ است. همچنین لازم به ذکر است که برای حل عددی مسئله مورد مطالعه، یک برنامه کامپیوتری در زبان برنامه‌نویسی فرترن^۱ ۹۰ نوشته شده و تمامی محاسبات لازم در این تحقیق، با استفاده از این برنامه انجام شده است.

جدول ۱: انتخاب شبکه بهینه

اندازه شبکه	عدد تولید انرژی در ناحیه توسعه یافته
۱۵۰×۲۵	۸/۵۰
۲۲۵×۳۵	۸/۱۰
۳۰۰×۴۰	۷/۵۱
۳۶۰×۵۰	۷/۱۹
۴۰۰×۶۵	۷/۰۵

۵- روش انسداد کردن

هندسه‌های نامنظم می‌توانند با استفاده از سیستم شبکه محاسباتی منطبق بر جسم^۲، همراه با شبکه غیرمتعامد مدل شوند. اما در این حالت پیچیدگی اضافی در اثر غیرمتعامد بودن شبکه به محاسبات افزوده می‌شود. به منظور پرهیز از این پیچیدگی‌ها، ایجاد روشی برای مدل کردن هندسه‌های نامنظم با استفاده از فرمول‌بندی در مختصات کارتزین، مطلوب می‌باشد. یکی از روش‌های مناسب و کارآمد در این زمینه، "روش انسداد کردن"^۳ یا "روش ناحیه غیر فعال" است.

¹ FORTRAN

² Body-fitted grid system

³ Blocked-off method

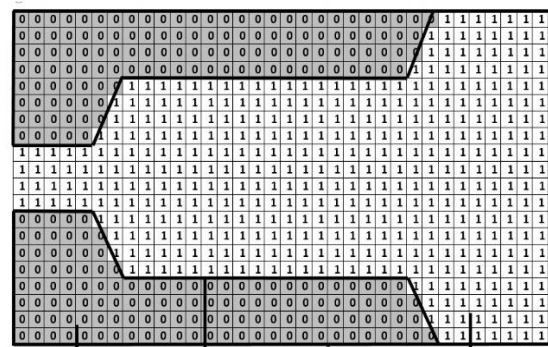
استفاده از روش انسداد کردن، سطوح شیب‌دار پله‌های پسرو به صورت پله‌ای و منطبق بر مختصات کارترین در خواهند آمد. تاکنون روش‌های مختلفی برای به‌کارگیری شیوه ناحیه غیر فعال، در مقالات مختلف ارائه شده است. بر طبق روشی که در این تحقیق مورد استفاده قرار می‌گیرد، مقدار متغیرهای وابسته مانند سرعت و دما بر روی مرزهای واقعی مسئله، برابر با مقادیر این متغیرها در ناحیه غیر فعال (شامل مرزهای مجازی) محاسبه می‌شوند. بنابراین، مقادیر متغیرهای وابسته در ناحیه غیر فعال باید ثابت و برابر با مقادیر شرایط مرزی واقعی در نظر گرفته شود. به عنوان مثال، اگر روی مرزهای واقعی (دیواره‌های پله) شرط عدم لغزش برابر است؛ بایستی مؤلفه‌های سرعت در ناحیه غیر فعال (ناحیه پله در این هندسه) مقدار صفر را بگیرند. همچنین، اگر مرزهای واقعی مسئله به صورت هم‌دما باشند، به تمامی حجم کنترل‌های داخل ناحیه غیر فعال، باید مقدار دمای مرز واقعی اختصاص داده شود. بر طبق روش انسداد کردن، معادلات حاکم برای تمامی حجم کنترل‌های داخل نواحی فعال و غیر فعال حل می‌شوند. اگرچه این روش باعث افزایش حجم عملیات محاسباتی برنامه کامپیوتری می‌گردد، اما باید توجه داشت که با استفاده از این روش می‌توان از حجم کنترل‌های مستطیل شکل و منطبق بر مختصات کارترین، در مسائل با هندسه‌های پیچیده مانند جریان روی پله‌های شیب‌دار استفاده نمود.

۶- معبرسنجی نتایج

به منظور بررسی محاسبات انجام شده در این تحقیق، نتایج مطالعه حاضر با نتایج عددی ارائه شده در مراجع [۲۰] و [۲۲] در شکل‌های (۳-الف) و (۳-ب) مقایسه شده‌اند. در شکل (۳-الف)، توزیع عدد ناسلت در یک کانال دارای پله عمودی پسرو با نتایج ابونادا [۲۰] مقایسه شده‌اند. همان‌طور که از این شکل مشخص است، توزیع عدد ناسلت در امتداد دیواره پایینی کانال، از مقدار صفر در کنج پله شروع می‌شود. در ناحیه گردابه‌ای بعد از پله، این عدد افزایش یافته و در نقطه دوباره بازگشت جریان به مقدار ماکزیمم خود می‌رسد. سپس با حرکت در امتداد کانال، عدد ناسلت با توجه به توسعه یافتگی جریان، به مقدار ثابتی میل می‌کند. به هر حال، شکل (۳-الف)، به خوبی نشان می‌دهد که نتایج تحقیق حاضر با نتایج ارائه شده توسط

این روش در حل مسائل انتقال حرارت و برای هندسه‌های پیچیده دو بعدی و سه بعدی، توسط چندین محقق به کار گرفته شده است [۲۹-۲۴].

شیوه ناحیه غیر فعال مشتعل بر رسم یک ناحیه غیر واقعی حول ناحیه فیزیکی مورد نظر می‌باشد، که از این طریق ناحیه محاسباتی به دو قسمت ناحیه فعال و ناحیه غیر فعال تقسیم می‌شود. از طریق این شیوه می‌توان از الگوریتم‌های دو بعدی و سه بعدی موجود در هندسه‌های منظم، برای هندسه‌های نامنظم شامل مرزهای مورب یا منحنی استفاده کرد. به منظور مشاهده بهتر از نحوه تبدیل هندسه نامنظم مورد مطالعه در این تحقیق به یک هندسه منظم مستطیل شکل با استفاده از روش انسداد کردن، شکل (۲) ارائه شده است.



شکل ۲: شبیه‌سازی سطوح شیب‌دار پله‌ها با استفاده از روش انسداد کردن

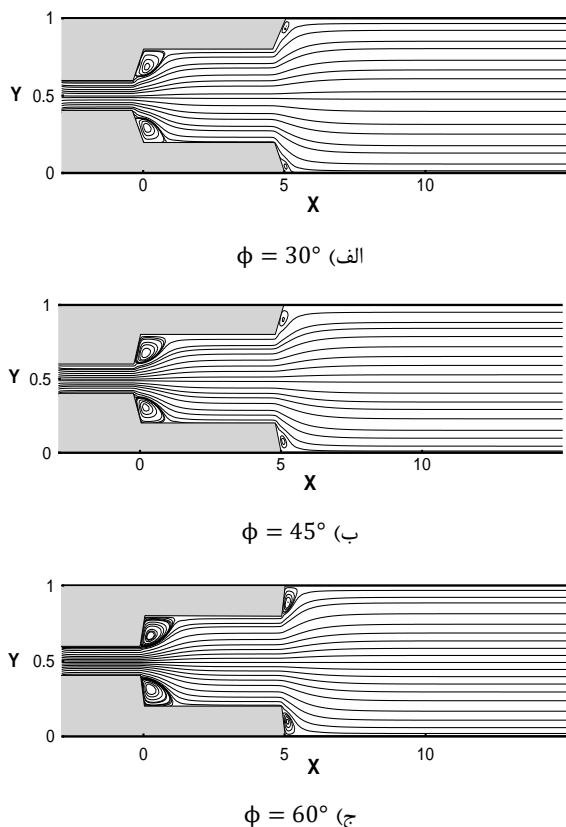
در این شکل، ناحیه رنگ خورده (حجم کنترل‌هایی که مقدار (0) دارند)، "ناحیه غیر فعال" نامیده می‌شود که به منظور تبدیل هندسه نامنظم به یک هندسه منظم مستطیل شکل، به ناحیه اصلی اضافه می‌گردد. ناحیه باقی مانده (حجم کنترل‌هایی که مقدار (1) دارند) ناحیه فعال است که همان ناحیه اصلی مورد نظر است. ناحیه مستطیل شکل نیز، "ناحیه شبیه‌سازی شده" نامیده می‌شود.

با استفاده از این روش، نقاطی که در مرز ناحیه غیر فعال و ناحیه فعال حضور دارند عملاً یک نوع مرزی را تشکیل می‌دهند که مرزهای واقعی مسئله یعنی دیواره‌های پله می‌باشند، در حالی که از مرزهای ناحیه مستطیل شکل، به مرزهای مجازی یاد می‌شود. لازم به ذکر است در نواحی که هیچ‌گونه پله‌ای وجود ندارد، مرزهای مجازی و واقعی یکسان هستند. همان‌طور که از این شکل مشخص است، با

میزان بازگشت ناپذیری جریان پرداخته می‌شود. در تمامی محاسبات، عدد رینولدز برابر با $Re = 300$ و عدد پراتل برابر با $Pr = 0.7$ در نظر گرفته شده‌اند.

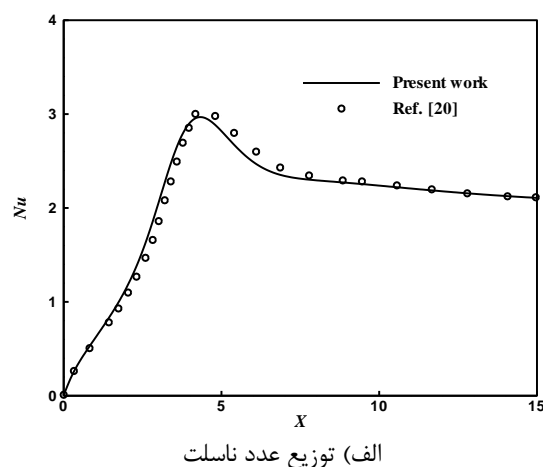
۷-۱- بررسی رفتارهای هیدرودینامیکی جریان سیال در داخل کانال

ابتدا برای بهتر نشان دادن ویژگی‌های جریان سیال در هندسه مورد مطالعه، خطوط جریان برای مقادیر مختلف شیب پله‌ها، در شکل (۴) رسم شده‌اند.

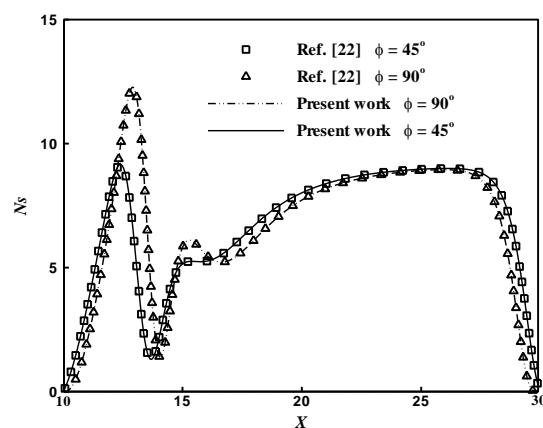


شکل ۴: توزیع خطوط جریان برای مقادیر مختلف شیب پله‌ها
 تأثیر تقارن هندسه و انبساط‌های ناگهانی بر خطوط جریان، به خوبی در این شکل‌ها نشان داده شده است. همان‌طور که از این شکل‌ها مشخص است، در هر کانال، چهار ناحیه گردابه‌ای تشکیل می‌شود. این چهار ناحیه، دقیقاً بعد از پله‌های پسرو به وجود می‌آیند. همچنین، از شکل (۴) به خوبی مشاهده می‌شود، که نواحی گردابه‌ای ایجاد شده بعد از انبساط اول، به مراتب بزرگ‌تر از نواحی ایجاد شده بعد از انبساط دوم هستند. بعلاوه، مقایسه و بررسی نتایج شکل (۴) نشان می‌دهد، با افزایش شیب پله‌ها، اندازه نواحی گردابه‌ای تشکیل شده رشد بیشتری پیدا می‌کند. برای درک بیشتر رفتارهای هیدرودینامیکی جریان سیال

ابونادا، تطابق خوبی دارند. همان‌طور که قبلاً گفته شد، در این مطالعه از روش انسداد کردن برای شبیه‌سازی سطوح شیب‌دار استفاده شده است؛ برای بررسی صحت استفاده از این روش، نتایج توزیع عدد تولید انتروپی در یک کانال دارای فرو رفتگی شیب‌دار با نتایج ارائه شده در مرجع [۲۲]، در شکل (۳-ب) مقایسه شده است. این شکل، توزیع عدد تولید انتروپی را در امتداد فرو رفتگی شیب‌دار کانال برای دو زاویه شیب مختلف نشان می‌دهد. همان‌طور که از این شکل مشخص است، سازگاری خوبی بین نتایج به دست آمده در کار حاضر با نتایج محققین قبلی برقرار است.



الف) توزیع عدد ناسلت



ب) توزیع عدد تولید انتروپی

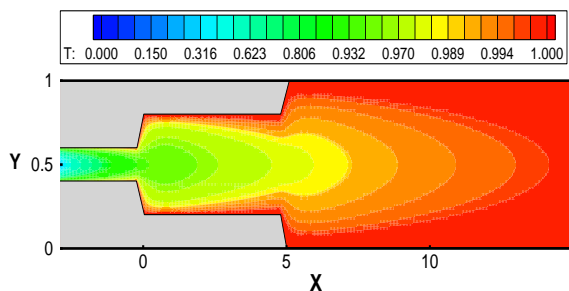
شکل ۳: مقایسه نتایج حاصل از تحقیق حاضر با نتایج محققین قبل

۷- نتایج

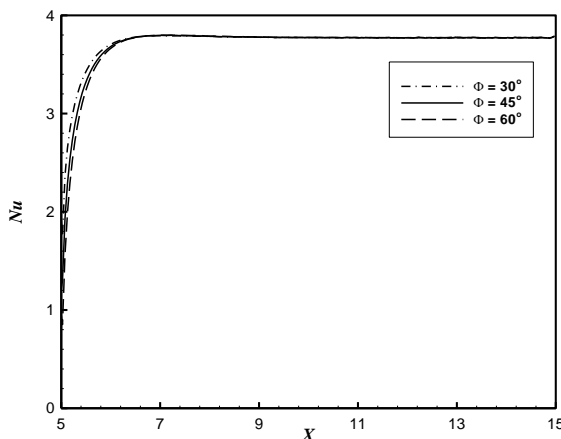
در مطالعه حاضر، ابتدا تأثیر زاویه شیب پله‌ها روی توزیع خطوط جریان، عدد ناسلت، ضریب اصطکاک، عدد تولید انتروپی و عدد بژان مورد آنالیز و بررسی قرار خواهد گرفت. در نهایت نیز به بررسی اثرات عدد بریکمن روی مقادیر

برای درک بهتر رفتارهای حرارتی جریان سیال در داخل کانال، توزیع عدد ناسلت برای مقادیر مختلف شیب پله‌ها، در شکل (۷) نشان داده شده است. همانطور که از این شکل مشاهده می‌شود، عدد ناسلت از یک مقدار مینیمم در گوشه پایینی پله پسر و شروع می‌شود. سپس این عدد در ناحیه گردابه‌ای بعد از پله پسر و افزایش یافته و در نقطه دوباره بازگشت جریان به یک مقدار ماکزیمم می‌رسد. پس از این نقطه و با حرکت در جهت جریان، عدد ناسلت به یک مقدار ثابت میل می‌کند.

علاوه بر این، تأثیر مقدار شیب پله‌ها روی عدد ناسلت نیز در شکل (۷) به خوبی مشخص است. بر اساس این شکل، با افزایش مقدار شیب پله‌ها، عدد ناسلت کاهش می‌یابد. این رفتار به دلیل کاهش شار حرارتی خروجی از دیواره پایینی کانال است.



شکل ۶: توزیع دمای بی بعد در داخل کانال

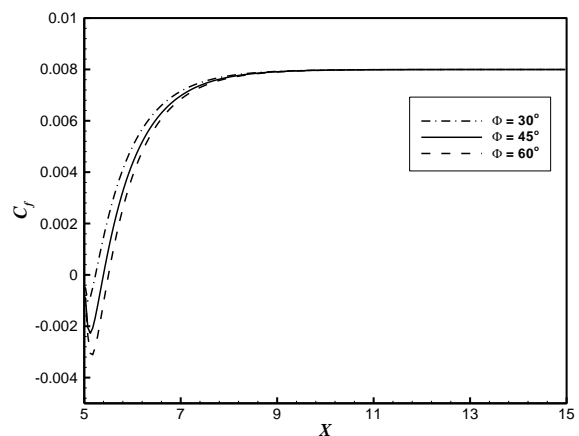


شکل ۷: توزیع عدد ناسلت برای مقادیر مختلف شیب پله‌ها در طول دیواره پایینی کانال

۷-۳- بررسی میزان بازگشت ناپذیری جریان سیال در داخل کانال

برای بررسی میزان بازگشت ناپذیری جریان داخل کانال، توزیع عدد تولید انترویپی در شکل (۸) ارائه شده است. همان‌طور که این شکل نشان می‌دهد، توزیع عدد تولید

در کانال، توزیع ضریب اصطکاک در امتداد دیواره پایینی کانال، برای مقادیر مختلف شیب پله‌ها در شکل (۵) نشان داده شده است. بر اساس این شکل، توزیع ضریب اصطکاک از مقدار صفر در کنج پله آغاز می‌شود. سپس در ناحیه گردابه‌ای ایجاد شده بعد از پله پسر، قدرمطلق این عدد به علت افزایش گرادیان‌های سرعت، افزایش یافته و به یک مقدار ماکزیمم می‌رسد. پس از این مقدار ماکزیمم، قدرمطلق ضریب اصطکاک کاهش یافته و در نقطه دوباره بازگشت جریان به دلیل ناچیز بودن مقادیر گرادیان سرعت، به مقدار صفر می‌رسد. با پیشروی در جهت جریان، این عدد افزایش یافته و در نهایت به علت توسعه یافتگی هیدرو دینامیکی جریان، به مقداری ثابت می‌رسد.



شکل ۵: توزیع ضریب اصطکاک برای مقادیر مختلف شیب پله‌ها در طول دیواره پایینی کانال

همچنین تأثیر مقدار شیب پله‌ها روی مقادیر ضریب اصطکاک، به خوبی در شکل (۵) نشان داده شده است. بر اساس این شکل، در ناحیه گردابه‌ای ایجاد شده پس از پله، افزایش مقدار شیب پله منجر به افزایش گرادیان سرعت و در نتیجه افزایش قدر مطلق ضریب اصطکاک می‌شود. در حالی که، در نواحی خارج از ناحیه گردابه‌ای، تأثیر مقدار شیب پله بر ضریب اصطکاک، معکوس و کاهش‌ی است.

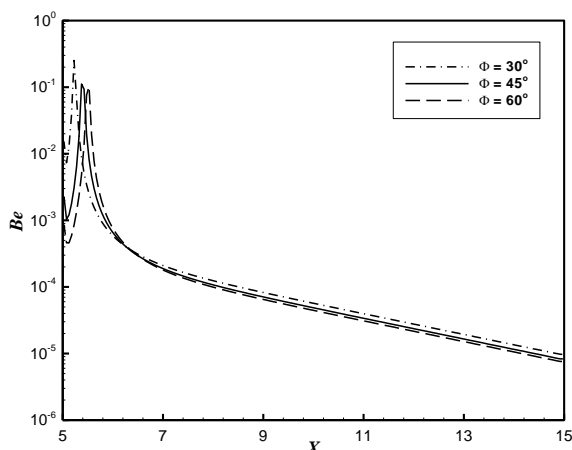
۷-۲- بررسی رفتارهای حرارتی جریان سیال در داخل کانال

برای بررسی رفتار حرارتی جریان سیال در داخل کانال، توزیع دما در شکل (۶) نشان داده شده است. همان‌طور که از این شکل نمایان است، انبساط‌های ناگهانی داخل کانال منجر به افزایش دمای جریان سیال با توجه به افزایش نرخ انتقال حرارت از دیواره‌های کانال به جریان سیال می‌شوند.

انتروپی روی دیواره پایینی کانال مشابه با توزیع قدر مطلق ضریب اصطکاک روی این دیواره است.

بعلاوه، تأثیر مقادیر شیب پله‌ها روی میزان بازگشت ناپذیری جریان، به خوبی از شکل (۹) نمایان می‌شود. این شکل به وضوح نشان می‌دهد، که در ناحیه گردابه‌ای بعد از پله پسرو، با افزایش شیب پله میزان بازگشت ناپذیری جریان افزایش می‌یابد. در حالی که، در خارج از این ناحیه، تأثیر مقدار شیب پله بر میزان بازگشت ناپذیری جریان، معکوس و کاهشی است.

برای بررسی سهم بازگشت ناپذیری ناشی از انتقال حرارت و ویسکوزیته سیال در داخل کانال، توزیع عدد بژان در شکل (۱۰) نشان داده شده است. در حقیقت، عدد بژان نسبت بازگشت ناپذیری ناشی از انتقال حرارت به بازگشت ناپذیری کل را نشان می‌دهد. این عدد همواره بین صفر و یک، متغیر است. مقدار صفر این عدد، به ناچیز بودن بازگشت ناپذیری ناشی از انتقال حرارت اشاره دارد. در حالی که، افزایش این عدد نشان‌دهنده‌ی افزایش سهم بازگشت ناپذیری ناشی از انتقال حرارت است. همچنین، مقدار یک برای این عدد، نشان‌دهنده سهم ناچیز اصطکاک در میزان بازگشت ناپذیری جریان است. به هر حال، از شکل (۱۰) به خوبی نمایان است که، در دهانه‌ی ورودی کانال و همچنین بعد از پله‌های پسرو، عدد بژان و در نتیجه میزان بازگشت ناپذیری ناشی از انتقال حرارت، بزرگ‌تر است.

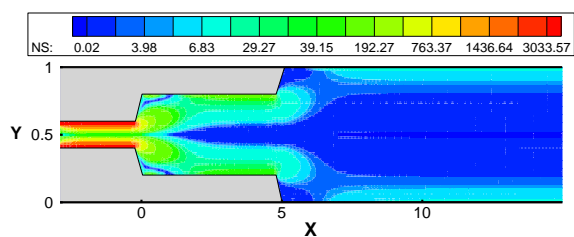


شکل ۱۱: توزیع عدد بژان برای مقادیر مختلف شیب پله‌ها در طول دیواره پایینی کانال

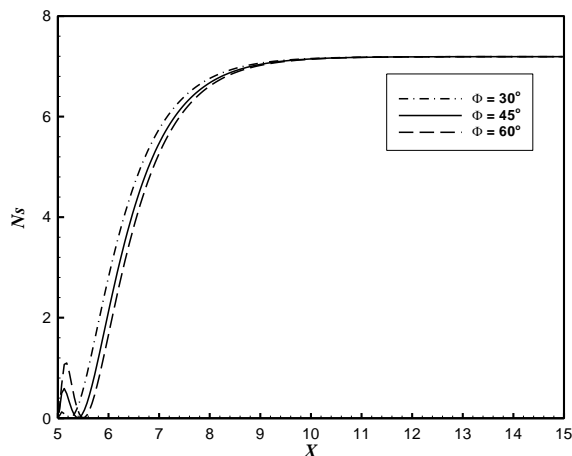
به منظور داشتن دیدی بهتر از سهم بازگشت ناپذیری ناشی از انتقال حرارت و ویسکوزیته جریان سیال، توزیع عدد بژان در امتداد دیواره‌ی پایین کانال برای سه مقدار مختلف شیب پله‌ها، در شکل (۱۱) نشان داده شده است. بر اساس این

انتروپی در نزدیکی دهانه ورودی کانال، دارای مقادیر قابل توجه‌ای بوده و نرخ تغییرات این ناحیه چشمگیر است. با پیشروی در جهت جریان و بعد از انبساط‌های ناگهانی، تغییرات عدد تولید انتروپی و در نتیجه میزان بازگشت ناپذیری جریان سیال کاهش می‌یابد.

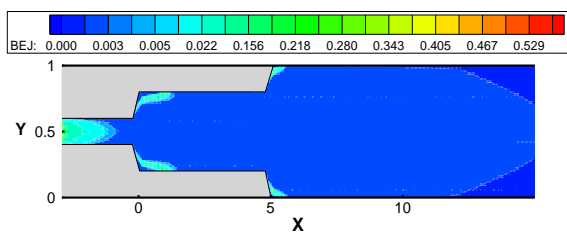
بعلاوه، آنالیز دقیق این شکل به وضوح بیان می‌کند که، در نزدیکی دیواره‌های کانال، میزان بازگشت ناپذیری جریان سیال به علت بالا بودن مقادیر گرادیان‌های سرعت و دما، زیاد است.



شکل ۸: توزیع عدد تولید انتروپی (Ns) در داخل کانال



شکل ۹: توزیع عدد تولید انتروپی برای مقادیر مختلف شیب پله‌ها در طول دیواره پایینی کانال



شکل ۱۰: توزیع عدد بژان (Be) در داخل کانال

برای درک بهتر از چگونگی تغییرات میزان بازگشت ناپذیری جریان سیال در داخل کانال، توزیع عدد تولید انتروپی در امتداد دیواره پایین کانال در سه مقدار مختلف شیب پله‌ها، در شکل (۹) نشان داده شده است.

مقایسه نتایج ارائه شده در شکل (۹) با نتایج ارائه شده در شکل (۵) به وضوح نشان می‌دهد که، توزیع عدد تولید

یکی دیگر از پارامترهای مهم و تأثیرگذار بر میزان بازگشت ناپذیری جریان، عدد بریکمن است. تأثیر این عدد بر توزیع عدد تولید انترویی و عدد بژان، به ترتیب در شکل‌های (۱۲) و (۱۳)، نشان داده شده است. مقایسه نتایج ارائه شده در این دو شکل به وضوح بیان می‌کند که، تأثیر عدد بریکمن بر مقادیر عدد تولید انترویی و عدد بژان متفاوت است. بر اساس این شکل‌ها، با افزایش عدد بریکمن، عدد تولید انترویی و در نتیجه میزان بازگشت ناپذیری جریان افزایش می‌یابد. در حالی که، افزایش عدد بریکمن منجر به کاهش عدد بژان می‌شود. این نتایج با توجه به روابط تعریف عدد تولید انترویی و عدد بژان (معادلات ۱۲ و ۱۳)، قابل تفسیر هستند. بر اساس این معادلات، تأثیر متفاوت عدد بریکمن بر عدد تولید انترویی و عدد بژان، به علت افزایش میزان بازگشت ناپذیری ناشی از اصطکاک سیال با افزایش عدد بریکمن است.

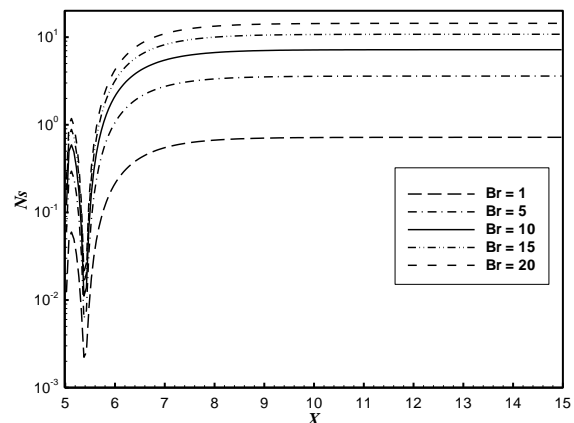
۸- نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

در تحقیق حاضر، انتقال حرارت جابجایی آرام و اجباری جریان سیال به همراه آنالیز تولید انترویی در یک کانال دو بعدی و دارای چهار پله شیب‌دار پسرو، به صورت عددی بررسی و مطالعه شده است. معادلات حاکم بر مسئله (معادلات بقای جرم، ممنتوم و انرژی)، توسط روش‌های دینامیک سیالات محاسباتی حل شده‌اند. برای محاسبه میدان فشار و تصحیح میدان جریان داخل کانال، الگوریتم سیمپل به کار گرفته شده است. همچنین، از روش انسداد کردن برای شبیه‌سازی سطوح شیب‌دار پله‌های پسرو استفاده شده است. اثرات شیب پله‌های پسرو و عدد بریکمن روی رفتارهای هیدروپنمیک، حرارتی و میزان بازگشت ناپذیری جریان سیال، با محاسبه ضریب اصطکاک، عدد ناسلت، عدد تولید انترویی و عدد بژان مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج این تحقیق به وضوح نشان داد که مقادیر شیب پله و عدد بریکمن، اثرات قابل ملاحظه‌ای روی نرخ انتقال حرارت و میزان بازگشت ناپذیری جریان دارند.

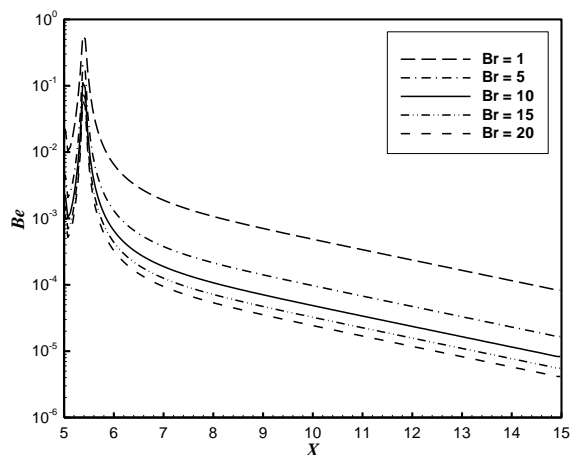
۹- فهرست علائم

(X,Y)	دستگاه مختصات
(X,Y)	دستگاه مختصات بی بعد
(u,v)	مؤلفه های سرعت (m/s)
(U,V)	مؤلفه های سرعت بی بعد

شکل، توزیع عدد بژان از یک مقدار معین در کنج پله شروع می‌شود. در ناحیه‌ی گردابه‌ای، این عدد به علت کاهش سهم انتقال حرارت در میزان بازگشت ناپذیری جریان (کاهش گرادیان‌های دما)، کاهش یافته و به یک مقدار مینیمم می‌رسد. پس از این مقدار مینیمم، عدد بژان افزایش یافته و در نقطه دوباره بازگشت جریان، به یک مقدار ماکزیمم می‌رسد. سپس با حرکت در جهت جریان، این عدد کاهش یافته و سرانجام در انتهای کانال به علت توسعه یافتگی جریان، به مقدار ثابتی می‌رسد. همچنین، آنالیز شکل (۱۱) به وضوح بیان می‌کند که، مقدار شیب پله‌ها، تأثیر بسزایی روی مقادیر عدد بژان دارد. این اثرات، به خصوص در ناحیه گردابه‌ای، به خوبی قابل مشاهده هستند. بر اساس این شکل، با افزایش مقدار شیب پله، مقادیر عدد بژان در ناحیه گردابه کاهش می‌یابد. این رفتار به دلیل کاهش گرادیان‌های دما و در نتیجه کاهش سهم میزان بازگشت ناپذیری ناشی از انتقال حرارت جریان سیال است.



شکل ۱۲: توزیع عدد تولید انترویی برای مقادیر مختلف عدد بریکمن در طول دیواره پایین



شکل ۱۳: توزیع عدد بژان برای مقادیر مختلف عدد بریکمن در طول دیواره پایین

عدد پرانتل	Pr	سرعت متوسط ورودی (m/s)	U_0
	علائم یونانی	دما (K)	T
ویسکوزیته دینامیکی (Kg/m.s)	μ	فشار (N/m^2)	P
ویسکوزیته سینماتیکی (m^2/s)	ν	فشار بی‌بعد	P
چگالی (kg/m^3)	ρ	قطر هیدرولیکی (m)	D_h
دمای بی‌بعد	θ	ضریب اصطکاک	C_f
رسانندگی گرمایی	κ	عدد تولید انتروپی	Ns
ضریب پخش حرارتی (m^2/s)	α	نرخ تولید انتروپی	S_{gen}''
	زیرنویس‌ها	عدد رینولدز	Re
مقدار متوسط بی‌بعد	b	عدد ناسلت	Nu
دیوار	w	عدد بریکمن	Br
ورودی	in	عدد پکلت	Pe

۱۰- مراجع

- [1] Y.L. Tsay, T.S. Chang, and J.C. Cheng, "Heat Transfer Enhancement of Backward-Facing Step Flow in a Channel by Using Baffle Installation on Channel Wall", ACTA Mechanica, Vol. 174, Issue 1–2, 2005, pp. 63–76.
- [2] E. Erturk, "Numerical Solutions of 2-D Steady Incompressible Flow over a Backward Facing Step, Part I: High Reynolds Number Solutions", Computers & Fluids, Vol. 37, Issue 6, 2008, pp. 633–655.
- [3] J.H. Nie, Y.T. Chen, and H.T. Hsieh, "Effects of a Baffle on Separated Convection Flow adjacent to Backward-Facing Step", International Journal of Thermal Sciences, Vol. 48, Issue 3, 2009, pp. 618–625.
- [4] H.F. Oztop, K.S. Mushatet, and İ. Yilmaz, "Analysis of Turbulent Flow and Heat Transfer over a Double Forward Facing Step with Obstacles", International Communications in Heat and Mass Transfer, Vol. 39, Issue 9, 2012, pp. 1395–1403.
- [5] M. Atashafrooz, and S.A. Gandjalikhan Nassab, "Simulation of Three-Dimensional Laminar Forced Convection Flow of a Radiating Gas over an Inclined Backward-Facing Step in a Duct under Bleeding Condition", Institution of Mechanical Engineers, Part C, Journal of Mechanical Engineering Science, Vol. 227, No. 2, 2012, pp. 332–345.
- [6] F. Selimefendigil, and H.F. Oztop, "Numerical Analysis of Laminar Pulsating Flow at a Backward Facing Step with an Upper Wall Mounted Adiabatic Thin Fin", Computers & Fluids, Vol. 88, 2013, pp. 93–107.
- [7] M. Atashafrooz, S.A. Gandjalikhan Nassab, and K. Lari, "Numerical Analysis of Interaction Between Non-Gray Radiation and Forced Convection Flow over a Recess Using the Full-Spectrum K-Distribution Method", Heat and Mass Transfer, Vol. 52, No. 2, 2016, pp. 361–377.
- [8] A.S. Kherbeet, M.R. Safaei, H.A. Mohammed, B.H. Salman, H.E. Ahmed, O.A. Alawi, and M.T. Al-Asadi, "Heat Transfer and Fluid Flow over Microscale Backward and Forward Facing Step: A Review", International Communications in Heat and Mass Transfer, Vol. 76, 2016, pp. 237–244.
- [9] M. Atashafrooz, S.A. Gandjalikhan Nassab, and K. Lari, "Coupled Thermal Radiation and Mixed Convection Step Flow of Non-gray Gas", Journal of Heat Transfer (ASME), Vol. 138, No. 7, 2016.
- [10] A. Nouri-Borujerdi, and A. Moazezi, "Investigation of Obstacle Effect to Improve Conjugate Heat Transfer in Backward Facing Step Channel Using Fast Simulation of Incompressible Flow", Heat and Mass Transfer, Vol. 54, Issue 1, 2018, pp. 135–150.
- [11] A. Bejan, Entropy Generation Through Heat and Fluid Flow, John Wiley & Sons Inc., Canada, 1994.
- [12] A. Bejan, Entropy Generation Minimization, CRC Press, Boca Raton, New York, USA, 1996.
- [13] I. Dagtekin, H.F. Oztop, and A. Bahloul, "Entropy Generation for Natural Convection in Γ -shaped Enclosures", International Communications in Heat and Mass Transfer, Vol. 34, Issue 4, 2007, pp. 502–510.

- [14] H.M.S. Bahaidarah, and A.Z. Sahin, "Thermodynamic Analysis of Fluid Flow in Channels with Wavy Sinusoidal Walls", *Thermal Science*, Vol. 17, No. 3, 2013, pp. 813–822.
- [15] R.K. Nayak, S. Bhattacharyya, I. Pop, "Heat Transfer and Entropy Generation in Mixed Convection of a Nanofluid within an Inclined Skewed Cavity", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 102, 2016, pp. 596–609.
- [16] M. Mamourian, K.M. Shirvan, R. Ellahi, and A.B. Rahimi, "Optimization of Mixed Convection Heat Transfer with Entropy Generation in a Wavy Surface Square Lid-driven Cavity by Means of Taguchi Approach", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 102, 2016, pp. 544–554.
- [17] H.F. Oztop, L. Kolsi, A. Alghamdi, N. Abu-Hamdeh, M.N. Borjini, and H.B. Aissia, "Numerical Analysis of Entropy Generation due to Natural Convection in Three-dimensional Partially Open Enclosures", *Journal of the Taiwan Institute of Chemical Engineers*, Vol. 75, 2017, pp. 131–140.
- [18] A. Bahrami, and S.A. Gandjalikhan Nassab, "Study of Entropy Generation in Laminar Forced Convection Flow over a Forward-Facing Step in a Duct", *International Review of Mechanical Engineering*, Vol. 4, No. 4, 2010, pp. 399–404.
- [19] E. Abu-Nada, "Numerical Prediction of Entropy Generation in Separated Flows", *Entropy*, Vol.7, No. 4, 2005, pp. 234–252.
- [20] E. Abu-Nada, "Investigation of Entropy Generation over a Backward Facing Step under Bleeding Conditions", *Energy Conversion and Management*, Vol. 49, Issue 11, 2008, pp. 3237–3242.
- [21] M. Atashafrooz, S.A. Gandjalikhan Nassab, and A.B. Ansari, "Numerical Investigation of Entropy Generation in Laminar Forced Convection Flow over Inclined Backward and Forward Facing Steps in a Duct under Bleeding Condition", *Thermal Science*, Vol. 18, No. 2, 2014, pp. 479–492.
- [22] M. Atashafrooz, S.A. Gandjalikhan Nassab, and A.B. Ansari, "Numerical Study of Entropy Generation in Laminar Forced Convection Flow over Inclined Backward and Forward Facing Steps in a Duct", *International Review of Mechanical Engineering (I.R.E.M.E.)*, Vol. 5, No. 5, 2011, pp. 898–907.
- [23] S.V. Patankar, and D.B. Spalding, "A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Three-dimensional Parabolic Flows", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 15, Issue 10, 1972, pp. 1787–1806.
- [24] S.V. Patankar, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Taylor & Francis, Philadelphia, Penn., USA, Chapter 7, 1981.
- [25] D.Y. Byun, S.W. Baek, and M.Y. Kim, "Investigation of Radiative Heat Transfer in Complex Geometries using Blocked-off, Multiblock, and Embedded Boundary Treatments", *Numerical Heat Transfer—Part A*, Vol. 43, Issue 8, 2003, pp. 807–825.
- [26] M. Atashafrooz, and S.A. Gandjalikhan Nassab, "Numerical Analysis of Laminar Forced Convection Recess Flow with Two Inclined Steps Considering Gas Radiation Effect", *Computers and Fluids*, Vol. 66, 2012, pp. 167–176.
- [27] M. Atashafrooz, and S.A. Gandjalikhan Nassab, "Combined Heat Transfer of Radiation and Forced Convection Flow of Participating Gases in a Three-dimensional Recess", *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 26, Issue 10, 2012, pp. 3357–3368.
- [28] A.B. Ansari, and S.A. Gandjalikhan Nassab, "Numerical Analysis of Laminar Forced Convection Flow of a Radiating Gas over an Inclined Forward Facing Step", *International Review of Mechanical Engineering*, Vol. 5, No. 1, 2011, pp. 121–127.
- [29] A.B. Ansari, and S.A. Gandjalikhan Nassab, "Forced Convection of Radiating Gas over an Inclined Backward Facing Step Using the Blocked-off Method", *Thermal Science*, Vol. 17, No. 3, 2013, pp. 773–786.