

## مدل مقدار سفارش اقتصادی برای اقلام رو به رشد با اندازه صحیح سفارش

امیرحسین نوبیل<sup>۱</sup>، عطاءالله طالعی‌زاده<sup>۲\*</sup>

اطلاعات مقاله	چکیده
دریافت مقاله: ۱۳۹۷/۰۲/۰۲	در این مطالعه یک مدل مقدار سفارش اقتصادی برای اقلام رو به رشد ارائه شده است. در این سیستم موجودی، شرکت اقلامی را خریداری می‌کند که این اقلام مانند دام و طیور، بعد از طی یک مدت زمانی رشد کرده، به وزن ایدئال خود می‌رسد. سپس شرکت این اقلام را برای مصرف مشتریان ذبح کرده، به فروش می‌رساند. در این مطالعه، کمبود اقلام مجاز نیست و تعداد سفارش‌ها باید مقدارشان عدد صحیح باشد. با توجه به این موارد، در این مقاله یک مسئله برنامه‌ریزی غیرخطی عدد صحیح برای این سیستم موجودی فرموله شده است. در این مدل فرض شده است اقلام با یک تابع که تقریب خطی دارند رشد کرده، بعد از رسیدن به یک وزن ایدئال، برای مصرف آماده می‌شوند. از آنجایی که این مدل یک مسئله برنامه‌ریزی محدب است، می‌توان برای آن یک جواب بهینه بدون توجه به عدد صحیح بودن سفارش به دست آورد. سپس با توجه به مقدار به‌دست‌آمده، یک الگوریتم پیشنهادی برای جواب بهینه با فرض عدد صحیح بودن سفارش بیان شده است. در پایان، از یک مثال عددی فرضی برای تشریح و بیان کارایی این مدل پیشنهادی و الگوریتم حل آن استفاده شده است. همچنین تحلیل حساسیتی برای تمام پارامترهای مسئله انجام شده است که تأثیر هر یک از این پارامترها را بر روی مقدار تابع هدف و مقدار سفارش نشان می‌دهد.
پذیرش مقاله: ۱۳۹۷/۰۳/۰۹	
<b>واژگان کلیدی:</b> مقدار سفارش اقتصادی، اقلام رو به رشد، برنامه‌ریزی غیرخطی عدد صحیح، الگوریتم دقیق.	

### ۱- مقدمه

است؛ اما در این روش حل اندازه دسته سفارش و تولید می‌تواند به صورت صحیح و غیرصحیح باشد. بنابراین، در سال ۲۰۱۰ میلادی، گارسیا - لاگوئنا و همکارانش روش حل این مدل‌ها را بهبود بخشیدند و الگوریتم‌های بهینه‌ای برای به دست آوردن جواب بهینه اندازه سفارش و تولید به صورت صحیح ارائه دادند [۳].

مدل‌های مقدار سفارش اقتصادی توسط چند محقق، اصلاح و با در نظرگیری خواص نوع کالا، نحوه پرداخت پول، زمان تحویل کالا و محدودیت‌های انبار و بودجه، توسعه داده شده‌اند (در این زمینه به طور نمونه می‌توان به مطالعات طالعی‌زاده و نوبیل [۴]، یوسفی و رضایی [۵] و طالعی‌زاده و چراغی [۶] اشاره کرد). برای مثال، محققان در برخی از مطالعات، مدل مقدار سفارش اقتصادی را برای محصولات فاسدشدنی مانند دارو، لبنیات، سبزیجات، سیفی‌جات و

تلاش برای بهینه‌سازی هزینه‌های سازمان با توجه به مدیریت موجودی‌ها به بیش از یک قرن قبل باز می‌گردد که اولین مدل کنترل موجودی به نام مدل مقدار سفارش اقتصادی توسط فورد و ویتمن هریس در سال ۱۹۱۳ میلادی ارائه شد [۱]. مدل هریس هزینه کل سیستم موجودی را که شامل هزینه نگهداری و هزینه سفارش‌دهی است، کمینه می‌کند. پنج سال بعد از آن، یعنی در سال ۱۹۱۸ میلادی، یک توسعه بسیار مهم مدل مقدار سفارش اقتصادی به نام مدل مقدار تولید اقتصادی توسط تفت بیان شد [۲]. تفت در این مدل به جای دریافت سفارش به صورت آنی، فرض کرد که سازمان کالا را با یک نرخ تدریجی تولید می‌کند. هر دو مدل بیان‌شده هریس و تفت با روش مشتق‌گیری حل شده و جواب بهینه آن‌ها به دست آمده

\* پست الکترونیک نویسنده مسئول: taleizadeh@ut.ac.ir

۱. دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی صنایع و مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی قزوین

۲. دانشیار، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه تهران

## ۲- تعریف مسئله

در این مدل فرض می‌شود حیوانات (اقلام) تازه به دنیا آمده خریداری و به آن‌ها غذا داده می‌شود تا بزرگ و به عبارتی پروار شوند. در این مدل مقدار بهینه خرید حیوانات تازه به دنیا آمده و زمان بهینه کشتار به منظور برآورد تقاضای بازار تعیین می‌شود. این مسئله تولیدی برای یک سیستم موجودی سالم ارائه شده است که در آن احتمال از بین رفتن دام یا طیور، صفر است. فرضیه‌های زیر نیز برای توسعه این مدل مقدار سفارش اقتصادی با اقلام در حال رشد در نظر گرفته شده‌اند:

- هزینه‌ای اضافی برای تغذیه و رشد اقلام فرض شده است که این هزینه تغذیه شامل هزینه‌های خرید و نگهداری علوفه، کارگران و مواردی از این قبیل است.
- تابع رشد اقلام به صورت خطی است.
- در این سیستم کمبود مجاز نیست.
- هزینه نگهداری اقلام در حال رشد متفاوت با هزینه نگهداری آن‌ها بعد از ذبح شدن فرض شده است.

همچنین، نمادهایی که در این سیستم موجودی در نظر گرفته شده‌اند به قرار زیر است:

- $Y$ : تعداد اقلامی که در هر بار سفارش داده شده است.
- $t_1$ : مدت زمانی که اقلام در حال رشد هستند.
- $t_2$ : مدت زمانی که اقلام در حال مصرف هستند.
- $C$ : هزینه خرید هر واحد وزنی (واحد پولی / واحد وزنی).
- $r$ : هزینه تغذیه هر واحد وزنی در واحد زمان (واحد پولی / واحد وزنی. واحد زمان).
- $h$ : هزینه نگهداری هر واحد وزنی اقلام ذبح‌شده در واحد زمان (واحد پولی / واحد وزنی. واحد زمان).
- $e$ : هزینه نگهداری هر واحد وزنی اقلام در حال رشد در واحد زمان (واحد پولی / واحد وزنی. واحد زمان).
- $L$ : مدت زمان تحویل سفارش‌ها (واحد زمان).
- $A$ : هزینه راه‌اندازی (سفارش‌دهی) هر دوره رشد، مقدار پولی است که باید برای آماده‌سازی محیط جهت دریافت سفارش‌ها پرداخت کرد (واحد پولی / هر بار آماده‌سازی).
- $R$ : نقطه سفارش مجدد.
- $k$ : نرخ رشد.
- $D$ : نرخ مصرف سالیانه.

مواردی از این قبیل توسعه دادند (در این زمینه به طور نمونه می‌توان به مطالعات طلوعی‌زاده و همکاران [۷]، دابسون و همکاران [۸]، آوینادیو و همکاران [۹]، لیائو و همکاران [۱۰] و باکسما و همکاران [۱۱] اشاره کرد). همچنین، مرور ادبیاتی بر روی مسائل موجودی برای محصولات فاسدشدنی در دو مطالعه گویال و گیری [۱۲] و بیکتر و همکارانش [۱۳] انجام شده است.

در سال‌های اخیر، مدل مقدار سفارش اقتصادی توسط رضایی در سال ۲۰۱۴ میلادی برای اقلامی که رو به رشد هستند، ارائه شد. اقلام رو به رشد مانند دام و طیور، پس از خرید و گذشت مدت زمانی مشخص، با تغذیه مناسب رشد می‌کنند [۱۴]. مطالعه رضایی، اولین تحقیق در زمینه این گونه مسائل موجودی است.

در این مطالعه، یک مسئله برنامه‌ریزی غیرخطی برای یک سیستم موجودی با یک نوع کالا که بعد از مدت زمانی مشخص رشد می‌کند، توسعه داده شده است. یکی از جنبه‌های نوآوری این مقاله نسبت به مطالعات گذشته در زمینه اقلام رو به رشد، در نظرگیری صحیح بودن اقلام سفارش داده شده است؛ از همین رو در این مسئله فرض شده است که تعداد اقلام سفارش داده شده باید به صورت اندازه صحیح باشد. بنابراین، مدل پیشنهادی این مطالعه یک مسئله برنامه‌ریزی غیرخطی عدد صحیح است. در این مقاله، الگوریتمی دقیق با توجه به خاصیت محدب بودن تابع هدف ارائه شده است. در این الگوریتم در ابتدا جوابی بر اساس عدد صحیح نبودن مسئله به دست می‌آید و سپس با داشتن این مقدار، جواب بهینه عدد صحیح تعیین می‌شود. همچنین، نوآوری دیگر این مقاله، محاسبه نقطه سفارش مجدد است تا مدیر بر اساس این سطح موجودی اقلام خود را سفارش دهد تا با کمبود مواجه نشود. در پایان نیز یک مثال عددی برای تشریح حل و تحلیل حساسیت پارامترهای مسئله بیان شده است.

بخش‌های دیگر مقاله به صورت زیر مرتب شده‌اند: نمادها، فرضیه‌ها و به طور کلی تعریف مسئله در بخش دوم آمده است. در بخش سوم، یک الگوریتم دقیق برای حل این مسئله پیشنهادی ارائه شده است. مثال عددی و تحلیل حساسیت بر روی پارامترهای مسئله در بخش چهارم بیان شده است. در نهایت، نتیجه‌گیری و پیشنهادها برای تحقیقات آتی در بخش پنجم آمده است.

حال رشد، سعی می‌شود مجموع کل هزینه‌های هر دوره (TCU) که شامل هزینه خرید (BC)، هزینه نگهداری (HC)، هزینه راه‌اندازی (OC) و هزینه تغذیه (PC) است، مطابق معادله (۳) کمینه شود.

$$TCU = BC + HC + OC + PC \quad (3)$$

در زیربخش‌های زیر جزء‌به‌جزء هزینه‌های معادله (۳) شرح داده می‌شود.

#### ۲-۱- هزینه خرید هر دوره

قیمت خرید هر واحد وزنی اقلام برابر  $c$  است. بنابراین، هزینه خرید کل هر دوره از معادله (۴) به دست می‌آید.

$$BC = cyw_0 \quad (4)$$

#### ۲-۲- هزینه نگهداری اقلام رو به رشد در دوره

هزینه نگهداری هر واحد وزنی اقلام رو به رشد در واحد زمان برابر  $e$  است. بنابراین با توجه به شکل (۲) می‌توان هزینه نگهداری اقلام رو به رشد هر دوره را از معادله زیر محاسبه کرد:

$$EC = e \left( \frac{t_1(Q_1 + Q_0)}{2} \right) = e \left( \frac{y(w_1^2 - w_0^2)}{2k} \right) \quad (5)$$

#### ۲-۳- هزینه نگهداری اقلام ذبح‌شده هر دوره

هزینه نگهداری هر واحد وزنی اقلام ذبح‌شده در واحد زمان برابر  $h$  است. از آنجایی که هزینه نگهداری اقلام در پایان دوره تغذیه محاسبه می‌شود؛ یعنی  $t_2$ ، بنابراین هزینه نگهداری هر دوره را می‌توان از معادله (۶) محاسبه کرد.

$$HC = h \left( \frac{t_2 Q_1}{2} \right) = h \left( \frac{y w_1^2}{2D} \right) \quad (6)$$

#### ۲-۴- هزینه راه‌اندازی هر دوره

هزینه ثابت راه‌اندازی هر دوره رشد برابر  $A$  است. بنابراین، هزینه راه‌اندازی هر دوره را می‌توان از معادله (۶) به دست آورد.

$$OC = A \quad (7)$$

#### ۲-۵- هزینه تغذیه هر دوره

هزینه تغذیه هر واحد وزنی در واحد زمان برابر  $\Gamma$  است. با توجه به شکل (۲)، هزینه تغذیه هر دوره برابر می‌شود با:

$$PC = \frac{\Gamma t_1 (Q_1 - Q_0)}{2} = \frac{\Gamma y (w_1^2 - w_0^2)}{2k} \quad (8)$$

#### ۲-۶- هزینه کل موجودی

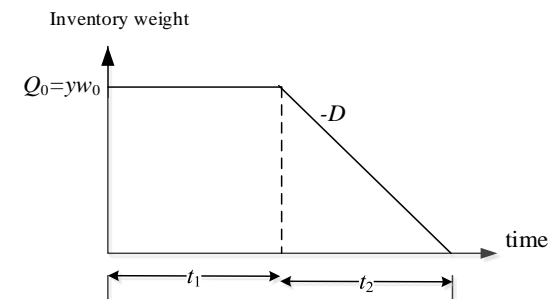
هزینه کل موجودی هر دوره بر اساس پنج معادله (۴)، (۵)، (۶)، (۷) و (۸) به صورت معادله (۹) فرموله می‌شود.

$W_0$ : وزن هر قلم در زمان خرید.

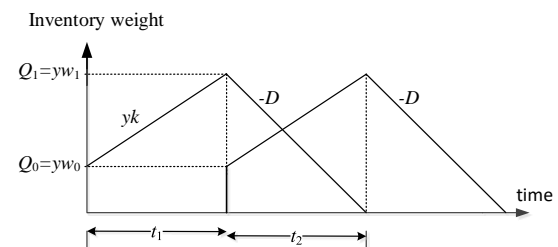
$W_t$ : وزن تقریبی هر قلم در زمان کشتار.

$Q_t$ : وزن کل موجودی در زمان  $t$ .

نمودار موجودی وزن در دست برای وقتی که اقلام بدون رشد و اقلام در حال رشد هستند، به صورت شکل‌های (۱) و (۲) است. از آنجایی که سیستم بدون کمبود فرض شده است، همیشه باید نرخ مصرف کوچک‌تر از نرخ رشد باشد؛ به عبارت دیگر،  $D < k$ .



شکل ۱: نمودار موجودی وزن در دست مقدار سفارش اقتصادی برای اقلام بدون رشد



شکل ۲: نمودار موجودی وزن مدل مقدار سفارش اقتصادی برای اقلام در حال رشد با تابع رشد خطی

بر اساس شکل (۲)،  $y$  تعداد اقلام اولیه خریداری‌شده در هر دوره رشد از تأمین‌کنندگان،  $w_0$  و  $w_1$  به ترتیب وزن اولیه (وزن حیوانات تازه به دنیا آمده) و وزن نهایی (وزن حیوانات آماده کشتار) است. بنابراین، وزن اولیه کل و وزن نهایی کل به ترتیب  $Q_0 = yw_0$  و  $Q_1 = yw_1$  است.  $t_1$  طول دوره‌ای است که اقلام در حال رشد هستند. در انتهای این دوره، حیوانات ذبح شده، در دوره ۲ به تقاضای مشتریان تخصیص داده می‌شوند. بدین منظور همواره معادله‌های زیر قرار است:

$$t_1 = \frac{Q_1 - Q_0}{yk} = \frac{w_1 - w_0}{k} \quad (1)$$

$$t_2 = \frac{Q_1}{D} = \frac{yw_1}{D} \quad (2)$$

در این مدل مقدار سفارش اقتصادی خطی برای اقلام در

چون  $S_1$  و  $S_2$  همواره بزرگتر از صفر هستند، بر اساس مطالعه گارسیا - لاگوئنا و همکاران [۳]، جواب بهینه عدد صحیح هر مسئله کمینه‌سازی به صورت  $S_1/y + S_2y$  با  $S_1, S_2 \geq 0$  برابر است با:

$$y^* = \left\lceil -0.5 + \sqrt{0.25 + \frac{S_1}{S_2}} \right\rceil$$

or

$$y^* = \left\lfloor 0.5 + \sqrt{0.25 + \frac{S_1}{S_2}} \right\rfloor \quad (18)$$

در نتیجه، جواب بهینه مسئله (۱۷) با توجه به مطالعه گارسیا-لاگوئنا و همکاران [۳] برابر می‌شود با:

$$y^* = \left\lceil -0.5 + \sqrt{0.25 + \frac{2DA}{hw_1^2}} \right\rceil$$

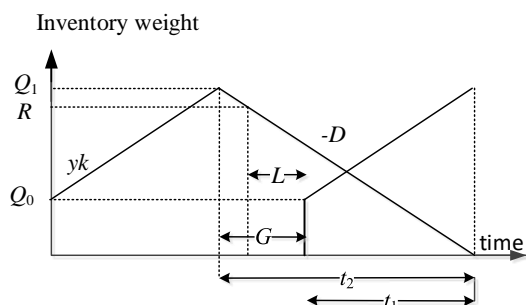
or

$$y^* = \left\lfloor 0.5 + \sqrt{0.25 + \frac{2DA}{hw_1^2}} \right\rfloor \quad (19)$$

که  $q$  بزرگ‌ترین عدد گرد شده  $q$  و  $q$  کوچک‌ترین عدد گرد شده  $q$  است. در نتیجه، جواب بهینه مسئله برنامه‌ریزی غیرخطی عدد صحیح پیشنهادی را می‌توان با اجرای قدم‌های الگوریتم زیر به دست آورد:

قدم اول: محاسبه مقدار  $q = -0.5 + \sqrt{0.25 + \frac{2DA}{hw_1^2}}$ .  
 قدم دوم: اگر  $q$  عدد صحیح نباشد،  $y^* = \lceil q \rceil$  است. در غیر این صورت، هر دو مقدار  $y^* = q$  و  $y^* = q + 1$  جواب بهینه مسئله هستند.

قدم سوم: با توجه به  $y^*$ ، هزینه بهینه کل را از رابطه (۱۱) محاسبه می‌کنیم.



شکل ۳: نمودار موجودی حالت اول نقطه سفارش مجدد

### ۳-۱- محاسبه نقطه سفارش مجدد

مدت زمان تحویل در این مسئله برابر با  $L$  است. در این سیستم موجودی امکان ندارد مدت زمان تحویل از طول یک دوره بیشتر شود؛ زیرا در دنیای واقعی اگر مدت زمان تحویل اقلام بیشتر از مدت زمان رشد آن‌ها باشد، اقلام

$$TCU = cyw_0 + \frac{ey(w_1^2 - w_0^2)}{2k} + \frac{h(yw_1)^2}{2D} + A + \frac{ry(w_1^2 - w_0^2)}{2k} \quad (9)$$

که با تقسیم هزینه کل موجودی TCU بر طول دوره  $t_2$ ، هزینه موجودی کل سالیانه برابر می‌شود با:

$$TC = \frac{TCU}{t_2} \quad (10)$$

که با جاگذاری  $t_2$  از معادله (۲) خواهیم داشت:

$$TC = \frac{Dcw_0}{w_1} + \frac{De(w_1^2 - w_0^2)}{2kw_1} + h \frac{yw_1}{2} + \frac{DA}{yw_1} + \frac{Dr(w_1^2 - w_0^2)}{2kw_1} \quad (11)$$

از آنجایی که تعداد اقلام خریداری شده باید عددی صحیح باشد، داریم:

$$TC = \frac{Dcw_0}{w_1} + h \frac{yw_1}{2} + \frac{DA}{yw_1} + \frac{De(w_1^2 - w_0^2)}{2kw_1} + \frac{Dr(w_1^2 - w_0^2)}{2kw_1} \quad y > 0; \text{integer} \quad (12)$$

در نهایت، TRC که هزینه متغیر سالیانه است، از معادله زیر به دست می‌آید:

$$TRC = \frac{DA}{w_1} \left( \frac{1}{y} \right) + \left( \frac{hw_1}{2} \right) y \quad (13)$$

### ۳- روش حل و نقطه سفارش مجدد

تابع (۱۳) بر اساس معادله (۱۵)، یک تابع محدب است. این مسئله بدون در نظرگیری عدد صحیح بودن متغیر تصمیم  $y$ ، یک برنامه‌ریزی غیرخطی محدب است؛ چون محدودیتی ندارد و تابع هدف آن نیز محدب است.

$$\frac{\partial TRC}{\partial y} = \frac{hw_1}{2} - \frac{DA}{w_1 y^2} \quad (14)$$

$$\frac{\partial^2 TRC}{\partial y^2} = \frac{2DA}{w_1 y^3} \geq 0 \quad (15)$$

از آنجایی که این مدل مقدار سفارش اقتصادی یک مسئله برنامه‌ریزی غیرخطی محدب است، می‌توان با مشتق‌گیری از تابع هدف نسبت به تعداد سفارش‌ها، جواب بهینه را از معادله (۱۶) به دست آورد.

$$\frac{\partial TRC}{\partial y} = 0 \rightarrow y^* = \sqrt{\frac{2DA}{hw_1}} \quad (16)$$

اما با توجه به عدد صحیح بودن متغیر تصمیم  $y$ ، باید این جواب بررسی شود. بنابراین تابع هدف (۱۳) را می‌توان به صورت زیر نیز نوشت:

$$TRC = \left\{ \frac{DA}{w_1} \right\} \left( \frac{1}{y} \right) + \left\{ \frac{hw_1}{2} \right\} y \quad (17)$$

$$q = -0.5 + \sqrt{0.25 + \frac{2DA}{hw_1^2}} = 60.73$$

قدم دوم: مقدار  $q = 60.73$  عدد صحیح نیست؛ بنابراین،  
 $y^* = \lceil q \rceil = 61$

قدم سوم: با توجه به  $y^* = 61$

$$TC = \frac{Dcw_0}{w_1} + \frac{De(w_1^2 - w_0^2)}{2kw_1} + h \frac{yw_1}{2} + \frac{DA}{yw_1} +$$

$$\frac{Dr(w_1^2 - w_0^2)}{2kw_1} = 21849.6$$

#### ۲-۴- محاسبه نقطه سفارش مجدد

فرض کنید برای مثال عددی فوق، مدت زمان تحویل برابر ۰.۳ سال باشد. بنابراین در ابتدا باید مقدار دوره رشد و مصرف را از معادلات (۱) و (۲) به صورت زیر محاسبه کرد:

$$t_1 = \frac{w_1 - w_0}{k} = 1.5$$

$$t_2 = \frac{yw_1}{D} = 8.13$$

$$G = t_2 - t_1 = 8.13 - 1.5 = 6.8$$

در نتیجه،  $t_2 - t_1 > L$  است و باید از حالت اول، یعنی معادله (۲۰) برای محاسبه نقطه سفارش مجدد استفاده کرد.

$$R = yw_1 - (G - L)D = 2060$$

بنابراین وقتی مقدار سیستم موجودی در زمان دوره مصرف به مقدار ۲۰۶۰ رسید باید اقلام جدید را سفارش داد.

جدول ۱: اطلاعات عددی مثال

پارامتر	A	h	D	k
مقدار	۱۰۰۰	۰.۰۲	۱۵۰۰	۱۰۰

جدول ۲: مابقی اطلاعات عددی مثال

پارامتر	r	e	c	W <sub>1</sub>	W <sub>0</sub>
مقدار	۱۰	۰.۰۳	۲۰	۲۰۰	۵۰

#### ۳-۴- تحلیل حساسیت

در این زیربخش، تأثیر هر یک از پارامترهای مسئله بر روی متغیر تصمیم و تابع هدف بررسی می‌شود. بدین منظور برای مثال عددی بیان‌شده، مقدار هر یک از پارامترها با فرض اینکه مقدار بقیه پارامترها ثابت هستند، تغییر داده شده‌اند. تغییرات هر یک از این پارامترها در جدول ۳ آمده است. نتایج زیر با توجه به اطلاعات جدول ۳ به دست آمده است. با توجه به اطلاعات جدول ۳ مشخص است که:

– وزن نهایی اقلام، تأثیر بسیار زیادی بر روی تغییرات مقدار سفارش دارد. هزینه هر بار

خریداری شده نظیر جوجه‌ها، بره و گوساله‌ها تلف می‌شوند. در نتیجه با توجه به اینکه کمبود مجاز نیست، دو حالت برای محاسبه نقطه سفارش مجدد خواهیم داشت:

$$\text{الف: } t_2 - t_1 \geq L$$

در این حالت مدت زمان تحویل از زمانی که اقلام ذبح شده تا زمان شروع رشد آن‌ها کمتر است. بنابراین نمودار موجودی این حالت به صورت شکل (۳) می‌شود. در نتیجه، نقطه سفارش مجدد در دوره مصرف رخ داده، مقدار آن خواهد شد:

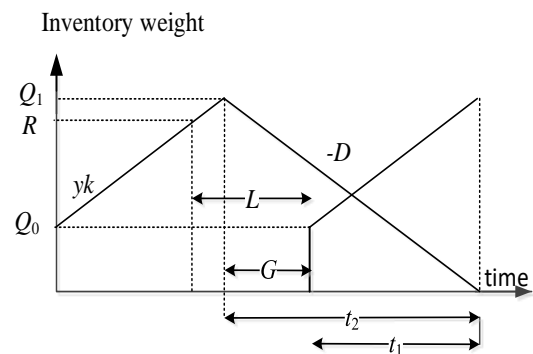
$$R = yw_1 - (G - L)D \quad (20)$$

که  $G$  اختلاف زمانی دوره مصرف و رشد است؛ به زبان ریاضی یعنی  $G = t_2 - t_1$ .

$$\text{ب: } t_2 - t_1 < L$$

در این حالت مدت زمان تحویل از زمانی که اقلام ذبح شده تا زمان شروع رشد آن‌ها بیشتر است. بنابراین نمودار موجودی این حالت به صورت شکل (۴) می‌شود. در نتیجه، نقطه سفارش مجدد در دوره رشد رخ داده، مقدار آن خواهد شد:

$$R = yw_1 - (L - G)yk \quad (21)$$



شکل ۴: نمودار موجودی حالت دوم نقطه سفارش مجدد

#### ۴-۴- مثال عددی و تحلیل حساسیت

در این بخش یک مثال عددی فرضی برای تشریح حل مسئله و تحلیل حساسیت پارامترهای مدل بر روی جواب بهینه ارائه شده است. اطلاعات این مثال عددی در جداول ۱ و ۲ آمده است.

#### ۴-۱- حل مثال عددی

قدم‌های الگوریتم حل پیشنهادی را به صورت زیر برای پیدا کردن جواب بهینه مثال عددی اجرا می‌کنیم.

قدم اول: محاسبه مقدار  $q$

فعالیت می‌کنند، بسیار مناسب و کارآمد است. در این مقاله فرض شد کمبود اقلام مجاز نیست و تعداد سفارش‌ها باید صحیح باشد. از همین رو یک مسئله برنامه‌ریزی غیرخطی عدد صحیح برای این مدل پیشنهادی ارائه شد. در این مدل اقلام با یک تابع خطی برای تغذیه، رشد می‌کنند و بعد از رسیدن به یک وزن ایدئال، برای مصرف آماده می‌شوند. در این مطالعه ثابت شد که مدل ارائه شده یک مسئله برنامه‌ریزی محدب است و برای آن یک جواب بهینه بدون توجه به عدد صحیح بودن سفارش ارائه شد. سپس با توجه به مقدار به دست آمده، یک الگوریتم پیشنهادی برای به دست آوردن جواب بهینه با فرض عدد صحیح بودن سفارش بیان شد. در خاتمه از یک مثال عددی فرضی برای تشریح و بیان کارایی مدل پیشنهادی و الگوریتم حل استفاده گردید. همچنین تحلیل حساسیتی برای تمام پارامترهای مسئله انجام و تأثیر هر یک بر روی مقدار تابع هدف و مقدار سفارش بیان شد. مواردی را که می‌توان برای توسعه این مدل پیشنهادی در نظر گرفت، عبارت است از:

- کمبود کالا را در نظر گرفت که این کمبود می‌تواند به صورت پس افت، از دست رفته یا پس افت جزئی باشد.
- ضایعات را برای اقلام در نظر گرفت که همان مرگ و میر حیوانات در طول دوره رشدشان است.
- اقلام را در موقع مصرف به صورت فاسدشدنی در نظر گرفت.
- محدودیت انبار را برای دوره رشد اقلام در نظر گرفت.
- سیاست قیمت‌گذاری را برای اقلام در نظر گرفت.
- سیاست تصمیم‌گیری در مورد خرید اقلام از چند نوع تأمین‌کننده را در نظر گرفت.
- سیاست تخفیف را برای خرید اقلام در نظر گرفت.

#### ۶- تقدیر و تشکر

نویسندگان بر خود لازم می‌دانند از سردبیر و داوران مجله به دلیل نظرات ارزنده‌ای که برای بهبود مقاله پیشنهاد کردند، تشکر و سپاسگزاری کنند.

آماده‌سازی، نرخ مصرف و هزینه نگهداری اقلام ذبح‌شده بر تغییرات مقدار سفارش تأثیر متوسطی دارند. بقیه پارامترهای مسئله، تأثیری بر تغییرات مقدار سفارش ندارند.

- نرخ مصرف، نرخ رشد، هزینه تغذیه و هزینه خرید اقلام، تأثیر بسیار زیادی بر تغییرات تابع هدف دارد. وزن اولیه و وزن نهایی بر روی تغییرات تابع هدف تأثیر متوسطی دارند. هزینه هر بار آماده‌سازی، هزینه نگهداری اقلام ذبح‌شده و هزینه نگهداری اقلام رو به رشد، تأثیر کمی بر تغییرات تابع هدف دارند.

جدول ۳: تحلیل حساسیت پارامترهای مسئله

پارامتر	درصد تغییرات		درصد تغییرات
	TC*	y*	
اولیه	۰	۰	۰
A	-۰,۱۸	-۱۶,۳۹	-۳۰
	۰,۱۵	۱۴,۷۵	۳۰
D	-۲۹,۸۴	-۱۶,۳۹	-۳۰
	۲۹,۸۲	۱۴,۷۵	۳۰
k	۲۷,۶۶	۰	-۳۰
	-۱۴,۸۹	۰	۳۰
h	-۰,۱۸	۱۹,۶۷	-۳۰
	۰,۱۵	-۱۱,۴۷	۳۰
c	-۱۰,۲۹	۰	-۳۰
	۱۰,۲۹	۰	۳۰
r	-۱۹,۳۰	۰	-۳۰
	۱۹,۳۰	۰	۳۰
e	-۰,۰۵	۰	-۳۰
	۰,۰۵	۰	۳۰
W <sub>0</sub>	-۸,۱۰	۰	-۳۰
	۷,۳۲	۰	۳۰
W <sub>1</sub>	-۷,۷۹	۴۶,۶۲	-۳۰
	۱۳,۷۲	-۲۲,۹۵	۳۰

#### ۵- نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این مقاله یک مدل مقدار سفارش اقتصادی برای اقلام رو به رشد ارائه شده است. در این سیستم موجودی، شرکت اقلامی را خریداری می‌کند که این اقلام مانند دام و طیور، بعد از طی یک مدت زمانی رشد کرده، به وزن ایدئال می‌رسند. سپس شرکت این اقلام را برای مصرف مشتریان ذبح کرده، به فروش می‌رساند. این مدل پیشنهادی برای تمام شرکت‌هایی که در حوزه دام و طیور و مواد غذایی

## ۷- مراجع

- [1] A.H. Nobil and A.A. Taleizadeh, "A single machine EPQ inventory model for a multi-product imperfect production system with rework process and auction", *International Journal of Advanced Logistics*, Vol. 5, No. 3-4, September 2016, pp. 141-152.
- [2] A.H. Nobil, A.H.A. Sedigh and L.E. Cárdenas-Barrón, "A multi-machine multi-product EPQ problem for an imperfect manufacturing system considering utilization and allocation decisions", *Expert Systems with Applications*, Vol. 56, September 2016, pp. 310-319.
- [3] J. García-Laguna, L.A. San-José, L.E. Cárdenas-Barrón and J. Sicilia, "The integrality of the lot size in the basic EOQ and EPQ models: applications to other production-inventory models", *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 216, May 2010, pp. 1660-1672.
- [۴] عطاءالله طالع‌زاده و امیرحسین نوبیل، «تعیین اندازه انباشته با در نظر گرفتن کالاهای معیوب تحت محدودیت و هزینه احداث فضا»، *مجله مدل‌سازی در مهندسی*، دوره ۱۵، شماره ۵۱، زمستان ۱۳۹۶، صفحه ۴۳-۵۰.
- [۵] ساموئل یوسفی و مصطفی جهانگشای رضائی، «ارائه مدل ترکیبی برای انتخاب تأمین‌کنندگان کارا در محیط رقابتی و تحت عدم قطعیت تقاضا»، *مجله مدل‌سازی در مهندسی*، دوره ۱۵، شماره ۵۱، زمستان ۱۳۹۶، صفحه ۲۹۹-۳۱۷.
- [۶] عطاءالله طالع‌زاده و زاهده چراغی، «قیمت‌گذاری و بازاریابی در یک زنجیره تأمین دوسطحی تحت چهار رویکرد نظریه بازی‌ها»، *مجله مدل‌سازی در مهندسی*، دوره ۱۳، شماره ۴۲، پاییز ۱۳۹۴، صفحه ۱۳۵-۱۴۹.
- [7] A.A. Taleizadeh, B. Mohammadi, L.E. Cárdenas-Barrón and H. Samimi, "An EOQ model for perishable product with special sale and shortage", *International Journal of Production Economics*, Vol. 145, No. 1, September 2013, pp. 318-338.
- [8] G. Dobson, E.J. Pinker and O. Yildiz, "An EOQ model for perishable goods with age-dependent demand rate", *European Journal of Operational Research*, Vol. 257, No. 1, February 2017, pp. 84-88.
- [9] T. Avinadav, T. Chernonog, Y. Lahav and U. Spiegel, "Dynamic pricing and promotion expenditures in an EOQ model of perishable products", *Annals of Operations Research*, Vol. 248, No. 1-2, January 2017, pp. 1-17.
- [10] J.J. Liao, K.N. Huang and K. J. Chung, "Optimal pricing and ordering policy for perishable items with limited storage capacity and partial trade credit", *IMA Journal of Management Mathematics*, Vol. 24, No. 1, March 2012, pp. 45-61.
- [11] O. Boxma, D. Perry and S. Zacks, "A fluid EOQ model of perishable items with intermittent high and low demand rates", *Mathematics of Operations Research*, Vol., 40, No. 2, August 2014, pp. 390-402.
- [12] S.K. Goyal and B.C. Giri, "Recent trends in modeling of deteriorating inventory", *European Journal of operational research*, Vol. 134, No. 1, October 2001, pp. 1-16.
- [13] M. Bakker, J. Riezebos and R.H. Teunter, "Review of inventory systems with deterioration since 2001", *European Journal of Operational Research*, Vol. 221, No. 2, September 2012, pp. 275-284.
- [14] J. Rezaei, "Economic order quantity for growing items", *International Journal of Production Economics*, Vol. 155, September 2014, pp. 109-113.