

بررسی روابط تعیین کننده حرکت گلوله در آسیاها با استفاده از مدل سازی فیزیکی

مصطفی مالکی مقدم^{۱*}، سعید رحمانی^۲، رشاد حسامی^۳ و صمد بنیسی^۴

اطلاعات مقاله	چکیده
دریافت مقاله: ۱۳۹۷/۰۳/۲۲	با توجه به اینکه در نرم افزارهای تعیین مسیر حرکت بار در داخل آسیاها مورد استفاده در کارخانه های فرآوری مواد معدنی، از روابط ارائه شده توسط پاول (۱۹۹۱) در تعیین مسیر حرکت گلوله استفاده می شود، در این تحقیق صحت استفاده از این روابط مورد بررسی قرار گرفت. بررسی ها نشان داد اختلاف بین نقاط برخورد بدست آمده از دو گلوله ی با جنس های متفاوت کمتر از ۲ درجه است و تغییر ضریب اصطکاک تأثیر چندانی در نقطه برخورد گلوله به آستر آسیا ندارد. در حالی که در روابط مربوط به پاول، با تغییر ۰/۴ ضریب اصطکاک با توجه به صفر نبودن مقدار ضریب اصطکاک ایستایی μ_s ، نقطه ی برخورد گلوله حدود ۱۵ درجه تغییر می کند. بررسی میزان اختلاف زاویه ی برخورد تک گلوله در آسیا، در حالتی که مقدار ضریب اصطکاک ایستایی در نقطه ی تعادل صفر در نظر گرفته شود و حالتی که از روابط پاول استفاده شود، نشان داد در شرایطی که ضریب اصطکاک ایستایی مقداری نزدیک به صفر باشد، نتایج حاصل از دو روش نزدیک به هم می باشد ولی اگر مقدار ضریب اصطکاک ایستایی بیش از ۰/۱ باشد، تفاوت ها بارز خواهند شد.
پذیرش مقاله: ۱۳۹۸/۰۹/۲۳	
واژگان کلیدی: فرآوری مواد معدنی، آسیا، آستر، ضریب اصطکاک ایستایی، نقطه ی برخورد.	

۱- مقدمه

در کارخانه های فرآوری مواد معدنی، خردایش بیشترین سهم مصرف انرژی و هزینه های عملیاتی و سرمایه ای را دارد [۱ و ۲]. علاوه بر کارخانه های فرآوری در بسیاری از صنایع از جمله صنایع سیمان، داروسازی، رنگ سازی و سرامیک از فرآیند خردایش استفاده می شود. از میان تجهیزاتی که جهت خردایش مواد معدنی استفاده می شود، آسیاها ی گردان بیشترین کاربرد را دارند. آسیاها ی گردان تجهیزاتی استوانه ای شکل هستند که به صورت افقی در کارخانه های فرآوری نصب می شوند (شکل ۱). مواد معدنی به طور پیوسته از یک طرف وارد آسیا شده و پس از خردایش، از طرف دیگر آسیا، خارج می شوند. این آسیاها با دوران حول محور خود، باعث به حرکت در آمدن مواد و در نتیجه

خردایش مواد می شوند. نحوه ی حرکت مواد در آسیا، به طور مستقیم بر عملکرد آسیاها (ظرفیت و اندازه محصول خروجی) تأثیرگذار است [۳]. سطوح داخلی آسیا با آسترهایی پوشیده می شود که عمده وظایف آن مقاومت در برابر ضربات وارده شده از طرف مواد و واسطه و مقاومت در برابر سایش و ایجاد حرکتی مطلوب برای بار می باشد [۱، ۴ و ۵]. آسترهای جداره دارای بالابرهایی (Lifter) با اشکال مختلف می باشند (شکل ۲). فهم بهتر سازوکار انرژی مصرفی و رفتار بار درون آسیا می تواند منجر به صرفه جویی چشمگیری در انرژی مصرفی شود [۳ و ۶]. امروزه شبیه سازی، ابزار بسیار مناسبی جهت بررسی فرآیندهای یک کارخانه است [۷]. به عنوان نمونه در تحقیقی، آسیاها ی گلوله ای با استفاده از

* پست الکترونیک نویسنده مسئول: m.maleki@vru.ac.ir

۱. استادیار، گروه مهندسی معدن، دانشگاه ولی عصر (عج)، رفسنجان

۲. کارشناسی ارشد، مرکز تحقیقات فرآوری مواد کاشی گر، دانشگاه شهید باهنر کرمان

۳. کارشناسی ارشد، مرکز تحقیقات فرآوری مواد کاشی گر، دانشگاه شهید باهنر کرمان

۴. استاد، گروه مهندسی معدن، دانشگاه شهید باهنر کرمان

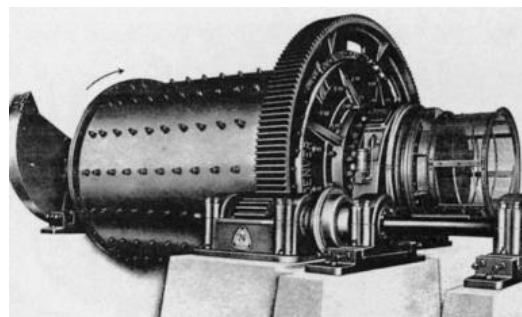
با درک بهتر رفتار بار می توان با تغییر عواملی مانند سرعت و طرح آستر، ظرفیت خردایش و کارایی آسیاکنی را در کارخانه های فرآوری افزایش داد و کنترل آسیا را آسان تر نمود. در آسیاهای گردان، انرژی وارد شده از موتور به آسیا (به جز بخش هایی که به صورت های مختلف تلف می شود) صرف حرکت بار می شود. در این میان، آستر آسیا عامل انتقال انرژی وارد شده به مواد داخل آسیا می باشد و تاثیر قابل توجهی بر رفتار بار داخل آسیا دارد. به همین دلیل، بررسی نقش آستر بر الگوی حرکت بار در داخل آسیا موضوع تحقیقات زیادی بوده است [۱۰ و ۱۱].

مسیر حرکت بار در آسیاهایی که از نظر مشخصات ابعادی و شرایط عملیاتی یکسان، ولی دارای بالابرهایی با الگوی متفاوت بوده اند، متفاوت گزارش شده که به معنای تحت تاثیر قرار گرفتن سازوکار خردایش در آنها است. آسترهای بدون بالابر، میزان سایش در آسیا را افزایش داده و در نتیجه محصول ریزتری تولید می کنند. وجود بالابر در آسیا، موجب سقوط بار از ارتفاع بالاتر شده و با غالب شدن سازوکار ضربه در داخل آسیا، محصول درشت تری تولید می شود [۱]. تغییر در نقطه برخورد گلوله در نتیجه تغییر طرح آستر، منجر به برخورد مستقیم گلوله به آستر، شکسته شدن آستر و توقفات بسیار هزینه بر آسیا می شود [۱۲]. از آنجا که مشاهده مستقیم شکل بار و مسیر حرکت آن در آسیاهای صنعتی امکان پذیر نیست، ترکیبی از روش های فیزیکی و تحلیلی برای تعیین شکل بار استفاده می شود [۳، ۱۳ و ۱۴].

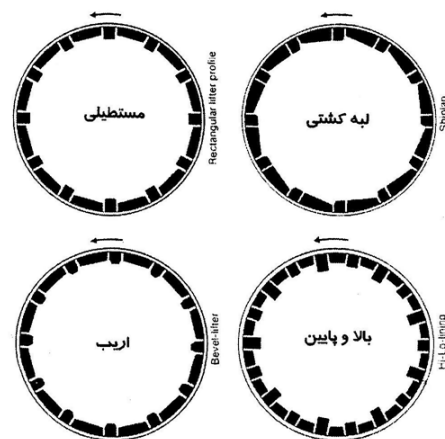
با توسعه توان محاسباتی رایانه ها، استفاده از روش های عددی برای بررسی تاثیر عوامل عملیاتی بر الگوی حرکت بار و شکل آن در داخل آسیاهای گردان توسعه یافت. راجامانی و همکارانش از روش اجزاء گسسته (راگ؛ DEM) استفاده کردند که به دلیل در نظر گرفتن برهم کنش ذرات داخل آسیا در راستای طول آسیا به واقعیت نزدیک تر بود [۱۵].

پس از آن استفاده از روش های عددی سه بعدی (D-3 DEM)، رویکرد غالب در تحقیق های انجام شده، به ویژه در مدل سازی آسیاها، به دلیل پیچیدگی های موجود در این تجهیزات، بود [۱۸-۱۵]. در پژوهش انجام شده توسط بی یان و همکاران در سال ۲۰۱۷، با استفاده از روش

نرم افزار BMCS شبیه سازی شدند و با بهینه سازی شرایط مشخص شد که با استفاده از شرایط بهینه یی به دست آمده، ظرفیت مدار از ۴۲۵ تن در روز به ۴۷۷ تن در روز افزایش می یابد و دانه بندی محصول مطلوب تر می شود [۷].



شکل ۱-نمایی از یک آسیاهای گردان [۱]

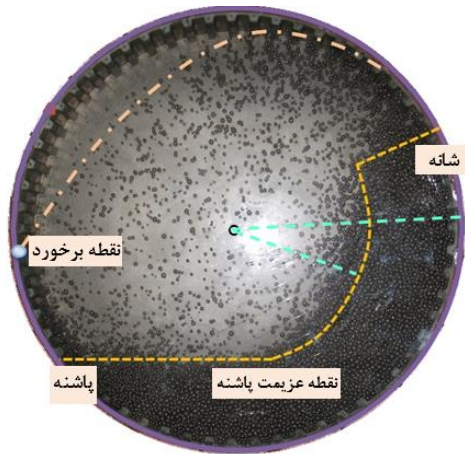


شکل ۲-چند نمونه از آسترهای مورد استفاده در آسیاهای گردان [۱]

علاوه بر آسیاها، در سایر صنایع معدنی از روش های مدل سازی و شبیه سازی استفاده می شود. به عنوان مثال در تحقیقی که توسط آزادی و همکاران در سال ۱۳۹۳ انجام شد، با استفاده از تکنیک شبیه سازی در محیط نرم افزار Arena، سیستم فعلی حمل و نقل معدن مس سونگون شبیه سازی گردید و سپس با تعریف سیستم های جدید نسبت به اصلاح سیستم موجود معدن اقدام گردید [۸]. در تحقیق دیگری توسط صفاریان و همکاران (۱۳۹۶)، جهت بهینه سازی هم زمان عیار حد و ظرفیت تولید کارخانه ی فرآوری، از روشی ابتکاری مشابه روش مدل سازی براونی هندسی بهره گرفته و عملکرد مدل با استفاده از داده های یک معدن فرضی مس به کمک افزونه ی Solver در نرم افزار Excel ارزیابی شد [۹].

¹ Discrete Element Method

لبه بالابر می‌رسند. این مواد از لبه بالابر وارد یک حرکت پرتابی می‌شوند و به سمت پایین حرکت کرده و در پاشنه بار فرود می‌آیند [۲، ۳ و ۱۳].



شکل ۳- موقعیت شانه، عزیمت پاشنه، پاشنه و محل برخورد بار در یک مدل فیزیکی آسیای گردان با یک طرف شفاف [۳] با توجه به اهمیت زیاد روابط ارائه شده توسط پاول (۱۹۹۱) در تعیین مسیر حرکت بار، در این تحقیق صحت استفاده از این روابط مورد بررسی قرار گرفت. به همین منظور، با استفاده از یک مدل فیزیکی آسیای گردان، نحوه حرکت گلوله منفرد در زمانی که بر روی سطح آستر می‌گلتد تا به لبه آستر برسد و سپس مسیر حرکت پرتابی آن تا زمانی که به دیواره آسیا برخورد می‌کند، بررسی می‌شود.

۱-۱- تحلیل دینامیکی حرکت گلوله منفرد در داخل آسیا

بر اساس روابط ارائه شده برای حرکت تک گلوله توسط پاول (۱۹۹۱)، یک گلوله که بر روی سطح بالابر قرار گرفته است و به بدنه آسیای گردان تکیه دارد، در حین چرخش آسیا به نقطه ای می‌رسد که برآیند نیروهای وارد بر آن صفر می‌شود. بعد از این حالت با توجه به ایجاد شدن نیروی اصطکاک که تنها نیرویی است که باعث ایجاد گشتاور حول مرکز گلوله می‌شود، گلوله شروع به غلتیدن می‌کند. تا زمانی که نیروهای وارد بر گلوله در راستای موازی با صفحه بالابر کمتر از حداکثر نیروی اصطکاک ایستایی $F \leq \mu_s N$ باشد، گلوله تنها حرکت غلتشی خواهد داشت. بعد از اینکه برآیند نیروهای وارد بر گلوله در راستای موازی با صفحه سطح بالابر از حداکثر نیروی اصطکاک ایستایی

DEM، فرایند کاری آسیاهای گلوله ای و تاثیر میزان پرشدگی گلوله، ارتفاع بالابر و سرعت آسیا مورد بررسی قرار گرفت و با استفاده از آسیای آزمایشگاهی به اعتبارسنجی نتایج بدست آمده از شبیه‌سازی پرداخته شد [۱۹]. آقایان کلیری و اون (۲۰۱۸) با انجام ۲۲ سری شبیه‌سازی به روش 3D-DEM رابطه بین پارامترهای شکل بار و عوامل عملیاتی پرشدگی، ارتفاع بالابر و سرعت آسیا را بررسی کردند [۲۰]. در تحقیق دیگری پدرایز و همکاران به دلیل اشباع شدگی حسگر گشتاورسنج، به شیوه‌ای مشابه روشی را تخمین میزان پرشدگی با توجه به طیف گشتاور پیشنهاد دادند [۲۱]. تاثیر عوامل مختلف بر سایش آسترها با استفاده از روش DEM و مدل‌های سایش در تحقیق دیگری توسط زو و همکاران مورد بررسی قرار گرفت [۲۲]. همانطور که ملاحظه می‌شود، در این تحقیق‌ها از روش‌های عددی (DEM) استفاده شده است که نیاز به کامپیوترهای سرعت بالا و نرم‌افزار آن می‌باشد که امکان دسترسی به آنها محدود می‌باشد.

علاوه بر این، به منظور تعیین مسیر حرکت بار در داخل آسیا به صورت تحلیلی و با توجه به مشخصات آستر و شرایط عملیاتی آسیا، نرم‌افزارهای شبیه‌سازی ساده تری مانند MillTraj [۲۳] و GMT^۱ [۲۴] توسعه داده شده‌اند. در این نرم‌افزارها از روابط ارائه شده توسط پاول (۱۹۹۱) [۱۳]، برای مدل‌سازی مسیر حرکت تک گلوله و از روابط مورل (۱۹۹۳) [۱۴] برای تعیین شکل بار داخل آسیا استفاده شده است.

شکل بار و ارتفاع صعود بار داخل آسیا به میزان اصطکاک داخلی بار، قطر و سرعت چرخش آسیا و طراحی آسترها بستگی دارند. همان طور که در شکل (۳) مشاهده می‌شود بار درون یک مدل فیزیکی آسیای گردان که یک طرف آن شفاف است، بین شانه و پاشنه و بخشی از مواد که در پروازند، محدود می‌شود [۳]. هنگامی که مواد وارد آسیا می‌شوند، توسط بالابرها نصب شده بر روی آسترها به سمت بالا منتقل می‌شوند تا به شانه بار می‌رسند. در شانه بار برآیند نیروهای گریز از مرکز و ثقل صفر می‌شود و به حالت تعادل در می‌آیند. مواد یا گلوله‌ها بر روی بالابر ابتدا شروع به غلتیدن می‌کنند، سپس غلتیدن همراه با لغزیدن است و بعد با لغزیدن تنها، به حرکت خود ادامه می‌دهند تا به

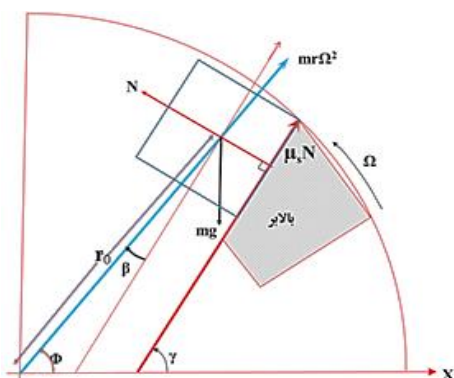
¹ Grinding Media Trajectory

کند)، حول مرکز گلوله گشتاور ایجاد می شود، گلوله شروع به غلتیدن می کند و از حالت تعادل خارج می شود.

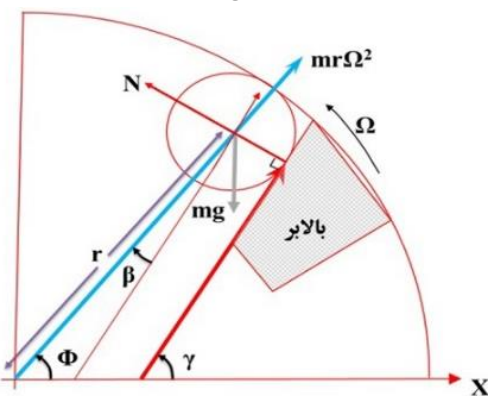
- گلوله با توجه به شکلی که دارد در زاویه کمتری نسبت به مکعب از حالت تعادل خارج می شود.

- وقتی گلوله از حالت تعادل خارج می شود ابتدا شروع به غلتیدن و سپس شروع به لغزیدن می کند که این حالت برای جسم مکعبی وجود ندارد.

برای نوشتن معادلات مربوط به نقطه ی تعادل گلوله روی سطح بالابر در آسیا، باید به این نکته توجه شود که مقدار نیروی اصطکاک صفر می باشد.



شکل ۴- مکعب روی سطح بالابر در یک آسیای گردان



شکل ۵- نیروهای وارد بر گلوله ی در تماس با بالابر [۱۳]

۴-۱- معادلات نقطه تعادل جسم مکعبی

در حالت تعادل، برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است. با انتخاب محورهایی موازی و عمود بر سطح بالابر برای مکعب، می توان روابط زیر را نوشت.

نیروهای موازی با سطح بالابر (رابطه ۱):

$$mr\Omega^2 \cos \beta_0 - mg \sin \gamma_0 + \mu_s N = 0 \quad (1)$$

نکته مهم در اینجا این است که تا نیروی اصطکاک ایستایی بین جسم مکعبی و سطح بالابر به بیشترین مقدار خود (μ_sN) نرسد، جسم شروع به حرکت نمی کند.

بیشتر شود ($F > \mu_s N$)، گلوله ترکیبی از غلتش و لغزش را تا رسیدن به لغزش تنها تجربه می کند. در حین انجام این حرکت هر زمان که گلوله به لبه ی بالابر برسد، حرکت پرتابی خود را شروع خواهد کرد [۲ و ۱۳].

۲-۱- بررسی مسیر حرکت یک جسم روی سطح بالابر

در این مطالعه، ساده ترین حالت، شامل بررسی مسیر حرکت یک گلوله منفرد که به دیواره ی آسیای در حال چرخش تکیه دارد، در نظر گرفته شده است. یک گلوله که بر روی صفحه ی بالابر قرار دارد و به دیواره ی آسیا چسبیده است، زمانی که برآیند نیروهای وارد بر آن صفر می شود، به نقطه ی تعادل می رسد. در این نقطه، نیروهای وارد بر گلوله، موازی با راستای شعاع آسیا و همچنین در جهت عمود بر مسیر حرکت گلوله صفر است. بعد از این حالت گلوله شروع به غلتیدن و در صورت رسیدن به شرایطی $F > \mu_s N$ ، شروع به لغزیدن بر روی سطح بالابر می کند [۱۳].

۳-۱- تفاوت نقطه تعادل جسم مکعبی و کروی

قبل از بررسی مسیر حرکت تک گلوله در آسیا، در این بخش، تفاوت در نقطه ی تعادل یک جسم مکعبی و کروی شکل مورد بررسی قرار می گیرد. این تفاوت در روابط ارائه شده توسط (۱۹۹۱) پاول، مورد توجه قرار نگرفته است. با توجه به شکل (۴)، نیروهایی که در حالت تعادل بر یک جسم مکعبی شکل اثر می گذارند، عبارتند از:

الف) نیروی وزن که به طور قائم و رو به پایین وارد می شود (mg).

ب) نیروی گریز از مرکز که به صورت شعاعی و به سمت خارج از پوسته ی آسیا اثر می کند ($mr\Omega^2$).

ج) نیروی عمودی سطح بالابر (N).

د) نیروی اصطکاک بین گلوله و سطح بالابر که موازی صفحه بالابر است ($f = \mu_s N$).

با توجه به شکل ۵ نیروهایی که در حالت تعادل بر یک گلوله اثر می گذارند، عبارتند از:

الف) نیروی وزن (mg).

ب) نیروی گریز از مرکز ($mr\Omega^2$).

ج) نیروی عمودی سطح بالابر (N).

تفاوتی که میان معادلات مربوط به حرکت جسم مکعبی و گلوله وجود دارد، شامل موارد زیر می شود:

- زمانی که کوچک ترین نیروی اصطکاک به گلوله وارد شود (این نیرو تنها نیرویی است که از مرکز گلوله عبور نمی

$$N - mr\Omega^2 \sin \beta_0 - mg \cos \gamma_0 = 0 \quad (2)$$

گلوله، در تماس با سطح بالابر قرار دارد. در این حالت گلوله از نقطه‌ی تعادل حرکت پرتابی را آغاز می‌کند [۱۳]. در حالت کلی هنگامی که گلوله در لبه‌ی بالابر قرار دارد، برای شروع حرکت پرتابی باید نیروی عکس‌العمل سطح (نیروی قائم) صفر باشد.

در هنگام حرکت گلوله بر روی سطح بالابر، محاسبات باید به طور پیوسته بررسی شود. معادلات تا زمانی که $N \geq 0$ است و گلوله در تماس با سطح بالابر است (تا وقتی به لبه بالابر برسد) اعتبار دارند و به کار گرفته می‌شوند. روابط مربوط به غلتیدن، لغزیدن و حرکت پرتابی گلوله به طور کامل توسط آقای پاول تشریح شده است [۱۳].

۲-روش تحقیق

در این تحقیق، آزمایش‌هایی با استفاده از آسیای مدل آزمایشگاهی و آسترها و گلوله‌های با جنس‌های متفاوت انجام شد.

در بخش تئوری، مقایسه‌ای بین نتایج حاصل از روابط مسیر حرکت بار در حالتی که مقدار ضریب اصطکاک ایستایی در نقطه تعادل برابر صفر در نظر گرفته شود و نتایج مواردی که بر اساس روابط پاول مقدار μ_s صفر نباشد، انجام شد.

شکل (۶) فلوجارت خلاصه‌ای از کارهای انجام شده در این تحقیق را نشان می‌دهد.

۲-۱-مدل فیزیکی آسیای گردان

به منظور بررسی صحت نتایج بدست آمده از روابط دینامیکی مسیر حرکت گلوله، نیاز به استفاده از یک مدل فیزیکی بود. با توجه به اینکه این روابط در شبیه‌سازی مسیر گلوله و بار در آسیاهای گردان استفاده می‌شد، در این تحقیق از مدل فیزیکی کوچک مقیاس شده آسیاهای نیمه خودشکن مجتمع مس سرچشمه و گل‌گهر سیرجان استفاده شد. مشخصات آسترهای مورد استفاده در این تحقیق در جدول ۱ ذکر شده است.

آسترهای مدل از جنس‌های متفاوت فولادی، آلومینیومی و لاستیک پلی‌ارتان انتخاب شدند تا تاثیر ضریب اصطکاک آستر بر مسیر حرکت گلوله مشخص شود. با توجه به اینکه برای انجام تحقیق از یک آسیای مدل استفاده شد که ابعاد کوچکتری نسبت به ابعاد واقعی دارد، از الگوی کوچک مقیاس شده‌ی آسترهای نو استفاده شد.

نیروهای عمود بر سطح بالابر (رابطه ۲):

با اعمال جایگزینی، زاویه‌ی تعادل مکعب روی سطح بالابر به صورت رابطه ۳ بدست می‌آید [۱۳]:

$$\gamma_0 = k + \text{Arc sin}\left(\frac{r_0\Omega^2}{g} \cos(\beta_0 - k)\right) \quad (3)$$

این زاویه، زاویه‌ی امتداد صفحه‌ی بالابر با محور X در نقطه‌ی تعادل می‌باشد.

پاول (۱۹۹۱)، رابطه‌ی زاویه‌ی تعادل برای تک گلوله را رابطه ۳ عنوان کرده است؛ یعنی ضریب اصطکاک ایستایی را در نقطه‌ی تعادل گلوله به صورت مستقیم لحاظ کرده است [۱۳] و تفاوتی بین زاویه تعادل گلوله و مکعب قائل نشده است.

۱-۵-معادلات نقطه تعادل گلوله

برای اینکه گلوله تعادل داشته باشد، باید برآیند نیروهای وارد بر آن صفر باشد. با انتخاب محورهایی موازی با سطح بالابر و عمود بر سطح بالابر برای گلوله‌ای با شعاع کمتر یا مساوی با ارتفاع بالابر، می‌توان روابط زیر را نوشت.

نیروهای موازی با سطح بالابر (رابطه ۴):

$$mr\Omega^2 \cos \beta_0 - mg \sin \gamma_0 = 0 \quad (4)$$

نیروهای عمود بر سطح بالابر (رابطه ۵):

$$N - mr\Omega^2 \sin \beta_0 - mg \cos \gamma_0 = 0 \quad (5)$$

در نتیجه رابطه ۶ به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\sin \gamma_0 = \frac{r_0\Omega^2}{g} \cos \beta_0 \quad (6)$$

بنابراین، زاویه‌ی تعادل گلوله به صورت رابطه ۷ قابل محاسبه است:

$$\gamma_0 = \text{Arc sin}\left(\frac{r_0\Omega^2}{g} \cos \beta_0\right) \quad (7)$$

با استفاده از رابطه بالا، زاویه‌ی امتداد صفحه بالابر با محور X در نقطه‌ی تعادل، بدست می‌آید.

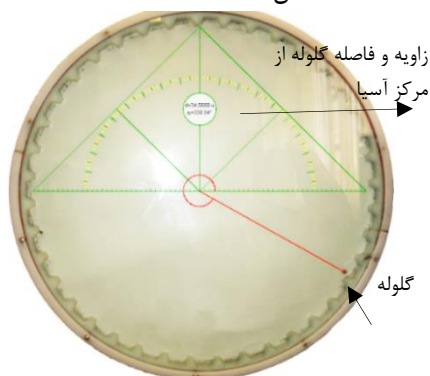
وقتی شعاع گلوله کوچک‌تر از ارتفاع بالابر باشد، گلوله، فاصله بین نقطه‌ی تعادل و لبه‌ی بالابر (نقطه پرتاب) را با غلتیدن و لغزیدن طی می‌کند. تا زمانی که نیروی عکس‌العمل سطح (N) وجود دارد و گلوله با سطح بالابر برهم‌کنش داشته باشد، گلوله از نقطه‌ی تعادل وارد حرکت پرتابی نمی‌شود. شروع حرکت به صورت حرکت پرتابی، تنها زمانی اتفاق می‌افتد که سطح بالابر حالت کاملاً عمودی داشته باشد یعنی ($\gamma \approx 90^0$) و این در زمانی است که هنوز

کنترلی، برای طراحی شکل آستر می باشد. مسیر حرکت بار باید به نحوی باشد که محل اصابت بار روی خود مواد آسیا (پاشنه بار) باشد. مسیر حرکت تک گلوله نمایی از مسیر حرکت بار در داخل آسیا می باشد. در این تحقیق، برای بدست آوردن نقطه ی برخورد تک گلوله به آستر آسیا، از یک دوربین سرعت بالا که قابلیت فیلم برداری با سرعت ۲۴۰ فرم بر ثانیه را داشت، استفاده شد.

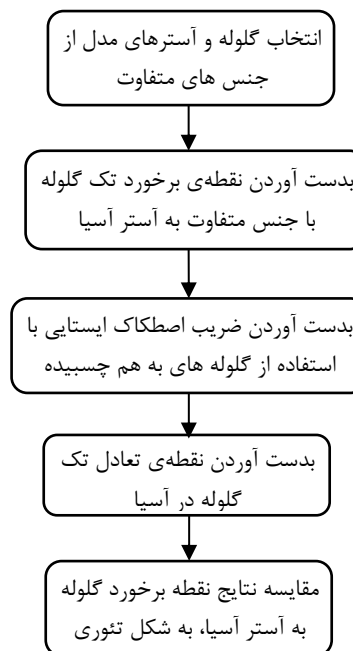


شکل ۷- نمایی از مدل فیزیکی آسیای گردان [۳]

برای انجام این آزمایش از گلوله ای با قطر ۱۲ میلی متر استفاده شد. دوربین رو به روی آسیا و در فاصله ای از آسیا قرار گرفت که تصویر تمام آسیا مشخص باشد. برای افزایش دقت نتایج، ۲۰ عکس به طور اتفاقی از میان عکس های بدست آمده برای اندازه گیری انتخاب شدند. برای هر آزمایش، نقطه برخورد در خلاف جهت عقربه های ساعت و در نظر گرفتن موقعیت ساعت ۳ به عنوان مبدا اندازه گیری شدند و مقادیر میانگین این موقعیت ها بدست آمدند. از برنامه زاویه سنج الکترونیکی (نسخه ۴ MBRuler) [۲۵] و یک شبکه زاویه ای دارای فواصل یک درجه برای تعیین زوایا استفاده شد (شکل ۸).



شکل ۸- نحوه ی اندازه گیری نقطه ی برخورد گلوله به آستر آسیا با استفاده از نرم افزار MB-Ruler [۲۵]



شکل ۶- فلوجارت روش انجام شده در تحقیق

برای تعیین ابعاد از نسبت ۱ به ۱۰ برای آسیای مدل سرچشمه و ۱ به ۹ برای کوچک مقیاس کردن آسیای گل گهر استفاده شد.

جدول ۱ - خصوصیات ۳ آستر مورد استفاده در مدل

فیزیکی آسیا

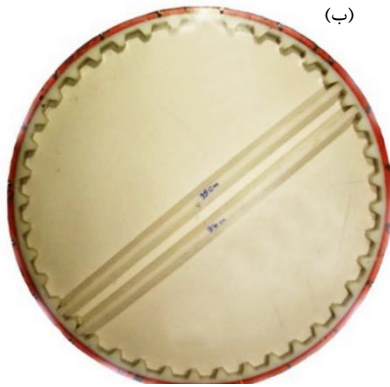
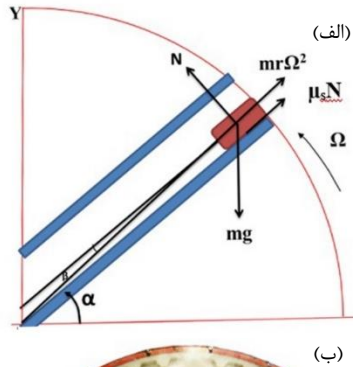
نوع آستر	تعداد بالابر	عرض آستر (mm)	ارتفاع بالابر (mm)	زاویه ی بالابر (درجه)	ضخامت کفشک (mm)
سرچشمه	۶۰	۲۵۰	۱۵۲	۱۵	۷۶
گل گهر (آستر قدیم)	۳۶	۱۲۵	۲۲۵	۷	۷۵
گل گهر (آستر جدید)	۳۶	۱۲۵	۲۲۵	۳۰	۷۵

همانطور که در شکل (۷) ملاحظه می شود، یک دیواره ی این آسیای مدل، شفاف بود که امکان مشاهده ی مستقیم وضعیت حرکت تک گلوله و قابلیت عکس و فیلم برداری از داخل آسیا را، فراهم می کرد. با استفاده از سیستم کنترلی بکار گرفته شده در این آسیای مدل، این امکان وجود داشت که آسیا در شرایط مختلف عملیاتی کار کند.

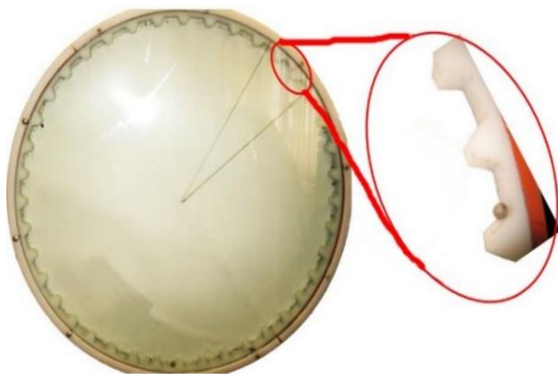
۲-۲-۲- بدست آوردن نقطه ی برخورد تک گلوله به آستر آسیا

محل برخورد بار در داخل آسیا یکی از مهم ترین عوامل

خطهایی به مرکز آسیا وصل شد و زاویه محدوده‌ی دید دوربین بدست آمد (زاویه‌ی بین دو خط). با در نظر گرفتن رفتار گلوله در فرم‌های متوالی فیلم سرعت بالا، زاویه‌ی شروع حرکت گلوله در داخل این محدوده، با استفاده از نرم‌افزار MB-Ruler، اندازه‌گیری شد. در انتها با اضافه کردن مقدار این زاویه، به زاویه‌ای که خط پایینی محدوده‌ی دید دوربین با افق داشت، زاویه تعادل گلوله نسبت به افق، تعیین شد.



شکل ۹- (الف) برآیند نیروهای وارد بر سه گلوله‌ی به هم چسبیده‌ی در آستانه‌ی حرکت در آسیا و (ب) قرار دادن دو سطح صاف موازی از جنس پلی‌ارتان در آسیا به منظور بدست آوردن ضریب اصطکاک ایستایی



شکل ۱۰- نمایی از محدوده‌ی اندازه‌گیری نقطه‌ی تعادل و قسمت بزرگ نمایی شده‌ی این محدوده از آستر

۲-۳- بدست آوردن ضریب اصطکاک ایستایی

با توجه به اینکه نوسان سیستم روی ضریب اصطکاک ایستایی تأثیر زیادی دارد، ضریب اصطکاک ایستایی، در آسیای در حال کار بدست آورده شد. برای بدست آوردن این ضریب، تعداد ۳ گلوله به یکدیگر چسبانده شد تا مقدار سطح تماس جسم با بالابر به حداقل برسد و میزان نوسان انتقالی به جسم حداقل باشد و همچنین از غلتش جسم جلوگیری شود. سپس این سه گلوله به هم چسبیده، روی یک سطح صاف از جنس پلی‌ارتان در آسیا قرار داده شد. با توجه به شکل (۹) دو سطح صاف از جنس پلی‌ارتان در آسیا قرار داده شد که یکی از این سطوح اندازه‌ای برابر قطر آسیا داشت و از مرکز آسیا عبور داده شد و دیگری برای کاهش نوسان و عدم پرتاب و برخورد سه گلوله‌ی به هم چسبیده به آسیا، قرار داده شد. در حین کار آسیا با استفاده از دوربین سرعت بالا از آن فیلم‌برداری شد و زاویه سطح بالابر نسبت به افق در زمانی که جسم در آستانه‌ی حرکت قرار گرفت، اندازه‌گیری شد.

برآیند نیروهای وارد شده بر سه گلوله‌ی به هم چسبیده‌ی در آستانه‌ی حرکت، در شکل (۹) نشان داده شده است. نیروهای موازی با سطح بالابر (رابطه ۸):

$$mr\Omega^2 \cos \beta - mg \sin \alpha + \mu_s N = 0 \quad (8)$$

نیروهای عمود با سطح بالابر (رابطه ۹):

$$N + mr\Omega^2 \sin \beta - mg \cos \alpha = 0 \quad (9)$$

بر اساس معادله‌های ۸ و ۹، ضریب اصطکاک ایستایی به صورت رابطه ۱۰ محاسبه می‌شود:

$$\mu_s = \frac{g \sin \alpha - r\Omega^2 \cos \beta}{g \cos \alpha - r\Omega^2 \sin \beta} \quad (10)$$

α : زاویه‌ی سطح بالابر با افق در آستانه حرکت سه گلوله

۲-۴- بدست آوردن نقطه‌ی تعادل تک گلوله در آسیا

برای بدست آوردن نقطه تعادل تک گلوله در آسیا از دوربین سرعت بالا استفاده شد. برای انجام این آزمایش از گلوله‌ای با قطر ۱۲ میلی‌متر استفاده شد. برای تشخیص بهتر حرکت گلوله، دوربین در فاصله‌ی نزدیک به آسیا قرار داده شد و تقریباً تصویر روی یک بالابر آستر، بزرگ نمایی شد.

محدوده‌ی تصویربرداری دوربین، روی دیواره‌ی آسیا علامت گذاری شد (شکل ۱۰). برای بدست آوردن زاویه‌ی این محدوده، از نقاط پایین و بالای دید دوربین روی آسیا،

۳-ارایه و تحلیل یافته‌ها

۳-۱-بدست آوردن نقطه‌ی برخورد تک گلوله به آستر آسیا

بررسی‌ها نشان داد اندازه‌گیری نقطه‌ی برخورد گلوله به آستر آسیا نسبت به اندازه‌گیری نقطه‌ی تعادل و نقطه‌ی رها شدن گلوله از آستر، دارای دقت بالاتری می‌باشد؛ در نتیجه نقطه‌ی برخورد گلوله به آستر، ملاک مقایسه و بررسی قرار داده شد. برای کاهش خطا از متوسط ۲۰ نقطه برخورد گلوله به آستر استفاده شد.

جهت بررسی تاثیر ضریب اصطکاک بر نقطه‌ی برخورد گلوله به آستر، از گلوله‌های هم اندازه (۱۲ میلی‌متر) ولی با جنس‌های مختلف استفاده شد.

در جدول ۲ نتایج حاصل از اندازه‌گیری نقطه‌ی برخورد برای گلوله‌هایی با جنس متفاوت آورده شده است.

جدول ۲- زاویه‌ی برخورد (برحسب درجه) بدست آمده از دو گلوله‌ی استیل و روکش دار در سرعت‌های مختلف

جنس گلوله	سرعت آسیا بر حسب سرعت بحرانی					
	٪۵۵		٪۷۰		٪۸۵	
	زاویه‌ی برخورد	انحراف معیار	زاویه‌ی برخورد	انحراف معیار	زاویه‌ی برخورد	انحراف معیار
استیل	۲۷۷/۱	۱/۳	۲۳۵	۱/۳	۱۸۱/۵	۲/۷
روکش دار	۲۷۶/۳	۱/۷	۲۳۴/۱	۳/۲	۱۸۰/۲	۲/۳

براساس نتایج نشان داده شده در جدول ۲، اختلاف بارزی بین نقاط برخورد بدست آمده از دو گلوله‌ی با جنس‌های متفاوت در سرعت یکسان وجود ندارد. این در حالی است که شرایط آزمایش برای هر دو حالت کاملاً یکسان می‌باشد و تنها تفاوت این دو حالت، ضریب اصطکاک سطح این دو گلوله می‌باشد.

در حالت تئوری طبق روابط ارایه شده توسط پاول (۱۹۹۱)، تغییر جزئی در ضریب اصطکاک، باعث تغییر چشم‌گیری در نقطه‌ی برخورد گلوله به آستر آسیا می‌شود.

۳-۲-تفاوت نقطه تعادل گلوله و اجسام غیرکروی

با توجه به روابط ارائه شده برای حرکت تک گلوله توسط پاول، در قسمت تعادل تک گلوله (معادله‌ی ۳)، ضریب اصطکاک ایستایی وارد شده است و تا زمانی که نیروی اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح بالابر به بیشترین مقدار خود ($\mu_s N$) نرسد، گلوله شروع به حرکت نمی‌کند. این حالت برای اجسام غیرکروی صادق می‌باشد ولی تفاوتی

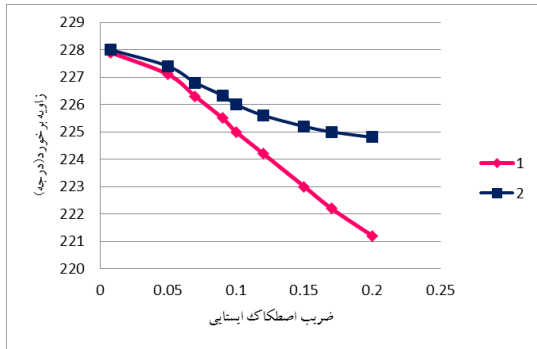
که میان حرکت جسم مکعبی و کروی وجود دارد، به همین دلیل زمانی که کوچک‌ترین نیروی اصطکاک‌ی به گلوله وارد شود، این نیروی اصطکاک باعث ایجاد گشتاور حول مرکز گلوله می‌شود که در این صورت گلوله شروع به غلتیدن می‌کند و از حالت تعادل خارج می‌شود. وقتی گلوله از حالت تعادل خارج می‌شود، ابتدا شروع به غلتیدن و سپس شروع به لغزیدن می‌کند که این حالت برای جسم مکعبی وجود ندارد. در نتیجه این فرضیه که ابتدا باید نیروی اصطکاک ایستایی بین گلوله و سطح بالابر به بیشترین مقدار خود ($\mu_s N$) برسد، تا شروع به حرکت کند، صحیح نمی‌باشد.

در این بخش، این موضوع به صورت آزمایشگاهی و تحلیلی مورد بررسی قرار گرفت. در بررسی عملی، آزمایش‌هایی با استفاده از آسیای مدل آزمایشگاهی و آسترها و گلوله‌های با جنس‌های متفاوت انجام شد. در بخش تئوری، مقایسه‌ای بین نتایج حاصل از روابط مسیر حرکت بار در حالتی که مقدار ضریب اصطکاک ایستایی در نقطه تعادل برابر صفر در نظر گرفته شود و نتایج مواردی که بر اساس روابط پاول مقدار μ_s صفر نباشد، انجام شد. در این تحقیق، نقطه تعادل تک گلوله، نقطه برخورد بار در آسیا و ضریب اصطکاک ایستایی اندازه‌گیری شد ولی با توجه به نوسان زیاد داده‌ها و امکان بروز خطا، از نقطه برخورد بار در آسیا استفاده شد.

نتایج آزمایش‌های انجام شده برای تعیین مسیر حرکت گلوله با جنس‌های مختلف آستر، یعنی تغییر دادن ضریب اصطکاک، در جدول ۳ نشان داده شده است. همانطور که ملاحظه می‌شود میزان نوسان نقطه‌ی برخورد گلوله به آستر آسیا، با تغییر ضریب اصطکاک، کمتر از ۴ درجه ($۲۳۲/۱$ تا $۲۳۵/۵$ درجه) می‌باشد؛ یعنی با تغییر دادن ضریب اصطکاک، به دلیل غلبه نوسان سیستم بر ضریب اصطکاک ایستایی، تغییرات زیادی در نقطه‌ی برخورد انجام نمی‌شود. این در حالی است که در حالت تئوری و در روابط مربوط به پاول، با تغییر $۰/۴$ ضریب اصطکاک با توجه به صفر نبودن مقدار μ_s ، نقطه‌ی برخورد گلوله حدود ۱۵ درجه ($۲۲۸/۳$ تا $۲۴۲/۴$ درجه) تغییر می‌کند.

علاوه بر نتایج آزمایشگاهی، مقایسه نتایج نقطه برخورد گلوله به آستر آسیا، به شکل تئوری بررسی شد. در شکل (۱۱) میزان اختلاف زاویه‌ی برخورد تک گلوله در آسیا، در حالتی که مقدار ضریب اصطکاک ایستایی در نقطه‌ی تعادل صفر در نظر گرفته شود و حالتی که از روابط پاول استفاده

فرض مقدار ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی در نرم افزارهای شبیه ساز برابر ۰/۱۵ و ۰/۲ در نظر گرفته می شود که باعث ایجاد اشتباه در تعیین مسیر حرکت بار می شود. علاوه بر این، روابط مورد بحث، کلی است و ممکن است برای سیستم های با ارتعاش کم نیز استفاده شوند.



شکل ۱۲- نتایج بدست آمده از نقاط برخورد گلوله طبق دو رابطه برای آستر گل گهر در سرعت ۷۰ درصد بحرانی آسیا

میزان ضریب اصطکاک ایستایی با توجه به شرایط مورد استفاده کاملاً متغیر بوده و به عنوان مثال، این ضریب برای دو سطح فولادی از مقدار ۰ تا ۱/۱ متغیر است. مقدار تغییر ۰/۴، جهت نشان دادن مقدار تفاوت در واقعیت و در زمان استفاده از روابط پاول در نظر گرفته شد و نشان داده شد در زمانی که مقدار ضریب اصطکاک برای تعیین مسیر حرکت گلوله در آسیا در نظر گرفته شود، مسیر اشتباهی بدست می آید در صورتی که اساساً در تعیین مسیر گلوله مقدار ضریب اصطکاک باید صفر باشد. با توجه به اینکه در مقاله و روابط پاول هیچ محدوده ای برای استفاده از آن در نظر گرفته نشده و عنوان شده که از این روابط در هر شرایطی می تواند برای تعیین مسیر حرکت تک گلوله استفاده شود، این اختلاف باید مد نظر قرار گیرد. بنابراین اشتباه محاسباتی در روابط ارائه شده توسط آقای پاول در شرایطی که ضریب اصطکاک ایستایی مقداری بیش از ۰/۱ باشد، مشخص است.

۴- خلاصه و نتیجه گیری

در این تحقیق، روابط مربوط به حرکت تک گلوله و اثر زاویه سطح آستر و ارتفاع بالا بر نحوه حرکت گلوله بررسی شد.

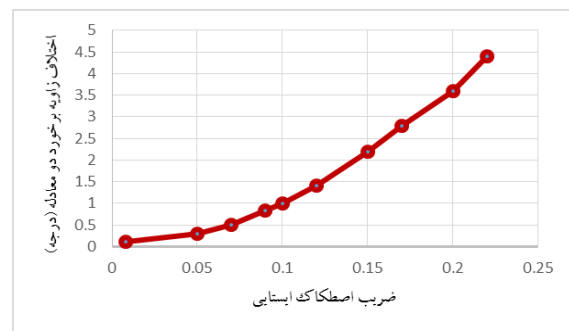
تاثیر کروی و غیرکروی بودن ذرات روی حرکت بار به صورت آزمایشگاهی و تحلیلی مورد بررسی قرار گرفت. در بررسی عملی، آزمایشهایی با استفاده از آسیای مدل آزمایشگاهی و آسترها و گلوله های با جنس های متفاوت

می شود، نشان داده شده است. همانطور که ملاحظه می شود اگر شرایط به گونه ای باشد که ضریب اصطکاک ایستایی مقداری نزدیک به صفر باشد، نتایج حاصل از دو روش نزدیک به هم می باشد ولی اگر مقدار ضریب اصطکاک ایستایی زیاد باشد، تفاوتها بارز خواهند شد.

جدول ۳- زاویه ی برخورد بدست آمده با توجه به آسترهایی با جنس مختلف

جنس های مختلف آستر	زاویه ی برخورد (درجه)	انحراف معیار (درجه)
آلومینیوم	۲۳۵/۵	۱/۲
چدن	۲۳۳/۹	۲
پلی اورتان	۲۳۲/۱	۱/۹

در شکل (۱۲) نیز نتایج حاصل از نقطه ی برخورد بدست آمده از روابط پاول (منحنی شماره ی ۱) و رابطه ای که مقدار ضریب اصطکاک در نقطه ی تعادل برابر صفر در نظر گرفته شد (منحنی شماره ی ۲)، با توجه به تغییر ضریب اصطکاک ایستایی، نشان داده شده است. همان گونه که در شکل (۱۲) مشخص است، اگر مقدار ضریب اصطکاک زیاد شود، نتایج حاصل از دو معادله متفاوت می شود.



شکل ۱۱- اختلاف زاویه ی برخورد تک گلوله در آسیا، با صفر در نظر گرفتن مقدار ضریب اصطکاک ایستایی در نقطه ی تعادل و غیر صفر گرفتن آن (روابط پاول) (آستر جدید گل گهر در سرعت ۷۰ درصد بحرانی)

در تحقیق انجام شده توسط پاول [۱۳]، یک سیستم اندازه گیری نوسان روی بدنه آسیا نصب و مقدار ضریب اصطکاک ایستایی در دامنه نوسان ۰ تا ۱kHz اندازه گیری شده است و نشان داده شده است که با افزایش نوسان ضریب اصطکاک به صفر میل می کند و در ۱۴kHz تقریباً به صفر می رسد. باید توجه داشت در زمان استفاده از نرم افزارهای شبیه ساز، بر اساس دو جسمی که شبیه سازی برای آن انجام می شود، ضریب اصطکاک در نظر گرفته می شود و به صورت پیش

برای حالت تئوری، بررسی میزان اختلاف زاویه ی برخورد تک گلوله در آسیا، در حالتی که مقدار ضریب اصطکاک ایستایی در نقطه ی تعادل صفر در نظر گرفته شود و حالتی که از روابط پاول استفاده شود، نشان داد اگر شرایط به گونه ای باشد که ضریب اصطکاک ایستایی مقداری نزدیک به صفر باشد، نتایج حاصل از دو روش نزدیک به هم می باشد. ولی اگر مقدار ضریب اصطکاک ایستایی زیاد باشد، تفاوت ها بارز خواهند شد. ولی در عمل به دلیل غلبه نوسان ناشی از سیستم بر تأثیر ضریب اصطکاک ایستایی، تفاوت نقاط برخورد ناچیز و اشتباه محاسباتی در روابط ارائه شده توسط آقای پاول مشخص نمی شود.

تقدیر و تشکر

بدین وسیله از کلیه اعضاء مرکز تحقیقات کاشی گر به دلیل همکاری صمیمانه در انجام این تحقیق قدردانی به عمل می آید.

فهرست علائم اختصاری

r_b	شعاع گلوله (m)
r_m	شعاع مکعب (m)
h	ارتفاع بالابر (m)
δ	مقدار ثابتی برابر با $\sin(\alpha) \cdot (R-h) - a$
f	نیروی اصطکاک بین سطح بالابر و گلوله یا میله (N)
g	شتاب جاذبه (9.8 m/s^2)
I	گشتاور لختی (Nm)
m	جرم گلوله (kg)
N	نیروی عمودی سطح وارده از طرف بالابر به گلوله یا میله (N)
R	شعاع داخلی آسیا (m)
r	فاصله بین مرکز آسیا تا مرکز گلوله یا میله (m)
S	معادل است با $r \cdot \cos\beta$
t	زمان (s)
τ	زمان لغزش (s)
Γ	گشتاور وارد به مرکز جرم (Nm)
μ_s	ضریب اصطکاک ایستایی
μ_k	ضریب اصطکاک دینامیکی
ω	سرعت زاویه ای آسیا (Rad/s)

انجام شد. در بخش تئوری، مقایسه ای بین نتایج حاصل از روابط مسیر حرکت بار در حالتی که مقدار ضریب اصطکاک ایستایی در نقطه تعادل برابر صفر در نظر گرفته شود و نتایج مواردی که بر اساس روابط پاول مقدار μ_s صفر نباشد، انجام شد.

بررسی ها نشان داد، اندازه گیری نقطه ی برخورد در آسیا نسبت به اندازه گیری نقطه ی تعادل و نقطه ی رها شدن گلوله از آستر، دارای دقت بالاتری می باشد؛ در نتیجه نقطه ی برخورد گلوله به آستر ملاک مقایسه و بررسی قرار داده شد. برای کاهش خطا از متوسط ۲۰ نقطه برخورد گلوله به آستر استفاده شد.

بر اساس نتایج آزمایشگاهی، با توجه به غلبه نوسان سیستم بر ضریب اصطکاک ایستایی، اختلاف بین نقاط برخورد بدست آمده از دو گلوله ی با جنس های متفاوت (ضریب اصطکاک متفاوت) کمتر از ۲ درجه است و تغییر ضریب اصطکاک تأثیر چندانی در نقطه برخورد گلوله به آستر آسیا ندارد.

با توجه به روابط ارائه شده برای حرکت تک گلوله توسط پاول، تا زمانی که نیروی اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح بالابر به بیشترین مقدار خود ($\mu_s N$) نرسد، جسم شروع به حرکت نمی کند. این حالت برای اجسام غیرکروی صادق می باشد ولی تفاوتی که میان حرکت جسم مکعبی و کروی وجود دارد، این است که زمانی کوچک ترین نیروی اصطکاک به گلوله وارد شود، این نیروی اصطکاک، باعث ایجاد گشتاور حول مرکز گلوله می شود که در این صورت گلوله شروع به غلتیدن می کند و از حالت تعادل خارج می شود. وقتی گلوله از حالت تعادل خارج می شود ابتدا شروع به غلتیدن و سپس شروع به لغزیدن می کند که این حالت برای جسم مکعبی وجود ندارد.

نتایج آزمایش های انجام شده برای تعیین مسیر حرکت گلوله با جنس های مختلف آستر، نشان داد با تغییر ضریب اصطکاک، کمتر از ۴ درجه ($232/1$ تا $235/5$ درجه) می باشد؛ یعنی با تغییر دادن ضریب اصطکاک، به دلیل غلبه نوسان سیستم بر ضریب اصطکاک ایستایی، تغییرات زیادی در نقطه ی برخورد انجام نمی شود. این در حالی است که در حالت تئوری و در روابط مربوط به پاول، با تغییر ۰/۴ ضریب اصطکاک با توجه به صفر نبودن مقدار μ_s ، نقطه ی برخورد گلوله حدود ۱۵ درجه ($228/3$ تا $242/4$ درجه) تغییر می کند.

سرعت خالص گلوله در سیستم کارتیزین	V	Φ	زاویه بین بردار شعاعی گذرنده از مرکز جرم گلوله یا میله با محور X در مرکز آسیا (Rad)
زاویه بین صفحه بالابر و خط شعاعی گذرنده از لبه بالابر (Rad)	α	θ	زاویه بین بردار شعاعی گذرنده از لبه بالابر با محور X در مرکز آسیا (Rad)
زاویه بین بردار شعاعی عبوری از مرکز جرم گلوله یا میله با امتداد صفحه بالابر (Rad)	β	K	زاویه اصطکاک معادل با $\text{Arctan}(\mu_s)$
زاویه بین امتداد صفحه بالابر و محور X بر روی محور X (Rad)	γ	\circ	نقطه تعادل لبه بالابر
زاویه بین امتداد صفحه بالابر و مرکز جرم گلوله یا میله واقع بر نقطه تماس گلوله یا میله با بالابر (Rad)	λ	L	نقطه انتقال از غلتیدن تنها به ترکیب لغزش و غلتش
		I	
		E	نقطه برخورد گلوله یا میله با پوسته آسیا

مراجع

- [1] B. A. Wills, and J. A. Finch, Will's mineral processing technology, 8th ed., Elsevier, 2016.
- [2] R. S. Ebrahimi-Nejad, and M. Fooladi-Mahani, "Optimizing the Characteristics of the Motion of Steel Balls and their Impact on Shell Liners in SAG Mills", Iranian Journal of Mechanical Engineering, Vol. 10, No.1, 2009, pp. 5-22.
- [3] M. Maleki-Moghaddam, M. Yahyaei, and S. Banisi, "A method to predict shape and trajectory of charge in industrial mills", Minerals Engineering, Vol. 46-47, No.1, 2013, pp. 157-166.
- [4] D. Royston, "Semi-autogenous grinding (SAG) mill liner design and development", Minerals & Metallurgical Processing, Vol. 24, No. 3, 2007.
- [5] J. L. Parks, and D. N. Kjos, "Liner Design, Materials and Operating Practices for Large Primary Mills", International Autogenous and Semiautogenous Grinding Technology, Vancouver, 1989, pp.565-580.
- [6] P. Hosseini, S. Martins, T. Martin, P. Radziszewski, and F. R. Boyer, "Acoustic emissions simulation of tumbling mills using charge dynamics", Minerals Engineering, Vol. 24, No. 13, 2011, pp. 1440-1447.
- [7] حسینعلی میرزایی، اکبر فرزنانگان، زینب سادات میرزایی، " شبیه سازی و بهینه سازی مدار آسیاکنی شرکت روی تیران"، نشریه علمی و پژوهشی مدل سازی در مهندسی، دانشگاه سمنان، دوره ۱۵، شماره ۵۰، پاییز ۱۳۹۶، صفحه ۱۹-۱۹.
- [8] نوشین آزادی، مسعود منجزی، مجید عطائی پور، " بهبود اندازه ناوگان حمل و نقل معدن مس سونگون با استفاده از روش شبیه سازی"، نشریه علمی و پژوهشی مدل سازی در مهندسی، دانشگاه سمنان، دوره ۱۲، شماره ۳۹، زمستان ۱۳۹۳، صفحه ۹۹-۱۱۰.
- [9] فرزام صفاریان، احمدرضا صیادی، علی اصغر خدایاری، " بهینه سازی همزمان عیارحد و ظرفیت کارخانه ی فرآوری با لحاظ کردن عدم قطعیت قیمت"، نشریه علمی و پژوهشی مدل سازی در مهندسی، دانشگاه سمنان، دوره ۱۵، شماره ۴۹، تابستان ۱۳۹۶، صفحه ۲۳۵-۲۴۴.
- [10] T. J. Kalala, M. Breetzke, and M. H. Moys, "Study of the influence of liner wear on the load behavior of an industrial dry tumbling mill using the Discrete Element Method (DEM)", International Journal of Mineral Processing, Vol. 86, No. 1-4, 2008, pp. 33-39.
- [11] C. Pérez-Alonso, and J. A. Delgadillo, "Experimental validation of 2D DEM code by digital image analysis in tumbling mills", Minerals Engineering, Vol. 25, No. 1, 2012, pp. 20-27.
- [12] S. Banisi, and M. Hadizadeh, "3-D liner wear profile measurement and analysis in industrial SAG mills", Minerals Engineering, Vol. 20, No. 2, 2007, pp. 132-139.
- [13] M. S. Powell, "The Effect of Liner Design on the Motion of the Outer Grinding Elements in a Rotary Mill", International Journal of Mineral Processing, Vol. 31, No. 3-4, 1991, pp. 163-193.
- [14] S. Morrell, "The prediction of power draw in wet tumbling mills" Doctorate Thesis, University of Queensland, Australia, 1993.

- [15] R. Rajamani, A. D. Joshi, and B. K. Mishra, "Simulation of industrial SAG mill charge motion in 3D space", 2002 SME Annual Meeting, Phoenix, Arizona: SME Publication. 2002.
- [16] N. Djordjevic, F. N. Shi, and R. Morrison, "Determination of lifter design, speed and filling effects in AG mills by 3D DEM", *Minerals Engineering*, Vol. 17, No. 11–12, 2004, pp. 1135-1142.
- [17] M. S. Powell, I. Govender, and A. T. McBride, "Applying DEM output to the unified comminution model", *Minerals Engineering*, Vol. 21, No. 11, 2008, pp. 744-750.
- [18] P. W. Cleary, and J. Franke, "Effect of laser scanned geometry and liner wear on DEM modelling of mill performance for a full scale three-dimensional SAG mill", *International Autogenous and Semiautogenous Grinding Technology*, Vancouver, Canada, Paper 104, 2011.
- [19] X. Bian, G. Wang, H. Wang, S. Wang, and W. Lv, "Effect of lifters and mill speed on particle behaviour, torque, and power consumption of a tumbling ball mill: Experimental study and DEM simulation", *Minerals Engineering*, Vol. 105, No.1, 2017, pp. 22–35.
- [20] P. W. Cleary, and P. Owen, "Development of models relating charge shape and power draw to SAG mill operating parameters and their use in devising mill operating strategies to account for liner wear", *Minerals Engineering*, Vol. 117, No.1, 2018, pp. 42–62.
- [21] F. Pedrayes, J. G. Norniella, M. G. Melero, J. M. Menéndez-Aguado, and J. Del Coz-Díaz, "Frequency domain characterization of torque in tumbling ball mills using DEM modelling: Application to filling level monitoring", *Powder Technology*, Vol. 323, No.1, 2018, pp. 433–444.
- [22] L. Xu, K. Luo, and Y. Zhao, "Numerical prediction of wear in SAG mills based on DEM simulations", *Powder Technology*, <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2018.02.004>, 2018.
- [23] M. S. Powell, I. Smit, P. Radziszewski, P. Cleary, B. Rattray, K. Eriksson, and L. Schaeffer, "The Selection and Design of Mill Liners", In *Advances in Comminution*, Ed. S.K. Kawatra. ISBN-13: 978-0-87335-246-8, Society for Mining, metallurgy, and exploration, Inc., Colorado, USA, 2006, pp. 331-376.
- [24] M. Yahyaei, and S. Banisi, "Spreadsheet-based modeling of liner wear impact on charge motion in tumbling mills" *Minerals Engineering*, Vol. 23, Issue 15, 2010, pp. 1213–1219.
- [25] MB-Ruler – the triangular screen ruler, <http://www.markus-bader.de/MB-Ruler/index.php>.