مدلسازی لاگرانژی سهبعدی جریانهای تراکمناپذیر لزج و غیرلزج با استفاده از حلگرهای ریمن پایستار و ناپایستار و اصلاح چگالی

محمود رستمی ورنوسفادرانی^{۱،}*و محمّدهادی شعبانی^۲

| چکیدہ | اطلاعات مقاله |
|--|--------------------------|
| | دریافت مقاله: ۱۳۹۸/۰۶/۱۱ |
| در این مقاله، شبیهسازی سهبعدی جریان بهصورت لاگرانژی با روش هیدرودینامیک ذرات - | پذیرش مقاله: ۱۳۹۸/۰۹/۰۶ |
| هموار نسبتاً تراکم پذیر انجام شده است. از معادلات ناویر-استوکس و معادلات اویلر بهعنوان | |
| معادلات مومنتوم بهترتیب برای جریان لزج و غیرلزج استفاده شد. جریان در سه حالت | واژگان کلیدی: |
| غیرلزج، لزجت مصنوعی و لزجت لایهای همراه با مدل آشفتگی SPS مدل سازی شده است. | شبيەسازى لاگرانژى، |
| گرچه روش لاگرانژی فوق برای مدلسازی سطوح آزاد مناسب است، نوسانات شدید و | جريان لزج و غيرلزج، |
| غیرواقعی در میدان فشار و سرعت، یکی از مشکلات عمده در این روش به شمار میآید. | حلگر ریمن، |
| در این مقاله، اثر استفاده از فیلتر چگالی و حلگرهای ریمن پایستار و ناپایستار بر نوسانات | اصلاح چگالی، |
| میدان فشار و سرعت تحقیق شده و نوآوری آن، ارائهٔ ترکیبی مناسب از موارد فوق برای | سطح آزاد. |
| اصلاح این نوسانات و درنتیجه، بالا رفتن دقت نتایج نیروی برخورد است. فیلتر چگالی در | |
| حالتهای جریان با لزجت مصنوعی و لزجت لایهای با آشفتگی استفاده شده است. ریمن | |
| پایستار برای جریان غیرلزج و ریمن ناپایستار برای جریان با لزجت لایهای و آشفته به کار | |
| رفته است. همچنین اصلاح گرادیان کرنل نیز در کنار ریمن ناپایستار استفاده شده است. | |
| بنابراین پنج مدل عددی برای شبیهسازی سهبعدی جریان معرفی و نتایج حاصل، با نتایج | |
| آزمایشگاهی شکست سد با مانع مقایسه گردید. مقایسهٔ این نتایج نشان داد حلگر ریمن در | |
| حالت پایستار و ناپایستار بهعلت تصحیح فشار و سرعت، عملکرد خوبی در کنترل نوسانات | |
| میدان فشار و سرعت داشته است؛ امّا استفاده از فیلتر چگالی که بهطور غیرمستقیم، تنها | |
| فشار را تصحیح می کند، نتایج قانع کنندهای نداشت. درنهایت معتبرسازی نتایج سطح آزاد | |
| نیز با بهترین روش از لحاظ نتایج فشار و سرعت انجام شد، بهطوری که خطاهای نیروهای | |
| حاصل از برخورد، از حدود ۱۰۰ درصد به حدود ۱۰ تا ۱۵ درصد کاهش یافته است. | |
| حاصل از برخورد، از حدود ۱۰۰ درصد به حدود ۱۰ تا ۱۵ درصد گاهش یافته است. | |

۱– مقدّمه

شبیه سازی تغییر شکل های سطح آزاد جریان و اندر کنش سیال و سازه برای استفاده در طراحی سازه های ساحلی، فراساحلی، مسائل مکانیک سیالات و هیدرودینامیک، ضروری است. برای شبیه سازی این مسائل، مدل سازی سه بعدی جریان سیال [۱–۷] دارای اهمیت است. از سویی به دلیل تغییر شکل های بزرگ در سطح آزاد، شبیه سازی آن

ها با استفاده از روش های لاگرانژی بهتر از روش های اویلری صورت می گیرد. بنابراین برای شبیه سازی این پدیده های پیچیده، حل معادلات ناویر -استوکس با روش های لاگرانژی، از کارآمدترین روش هاست. مسئلهٔ شکست سد، مسئله ای معروف و شناخته شده در مکانیک سیالات است که به دلیل پدیده های مختلف و پیچیده ای که در این مسئله اتفاق می افتد، برای شبیه سازی سطوح آزاد بسیار مناسب

^{*} پست الكترونيك نويسندهٔ مسئول: rostamivf@aut.ac.ir

۱. استادیار، مجتمع مکانیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر

۲. کارشناسی ارشد، مجتمع مکانیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر

است. بهعلاوه این مسئله بسیار شبیه برخی از مسائل مهندسی مثل خیسی عرشهٔ کشتی و موج حاصل از وقوع سونامی [۸] است. روش هیدرودینامیک ذرّات هموار نسبتاً تراکم یذیر (WCSPH) یک روش کاملاً لاگرانژی است که توسط موناگان [۹] معرفی شد. در این روش، سیال نسبتاً تراکم یذیر در نظر گرفته می شود و فشار از معادلهٔ حالت به دست میآید. اولین بار این روش با لزجت مصنوعی و سپس لزجت واقعى سيال مورد استفاده قرار گرفت. اين روش بهطور گسترده در مدلسازی مسائل جریان تراکمناپذیر، مانند شکست سد بر روی بستر خیس [۱۰]، انتشار موج [۱۱ و ۱۲]، اندر کنش موج با سازه [۱۳] و شکست موج تنها [۱۴] استفاده شده است. مدلسازی خوب سطح آزاد از محاسن روش WCSPH است؛ امّا در این روش به علت استفاده از معادلهٔ حالت، نوسانات بزرگ و غیرفیزیکی زیادی در میدان فشار به وجود میآید. این نوسانات میتوانند با استفاده از فیلترهای چگالی شیارد [۱۱] و MLS [۱۵] تصحیح شوند. از طرف دیگر، نوسانات میدان سرعت نیز باید کنترل شود. از این رو موناگان، روش XSPH را که به نوعی متوسط گیری از سرعت ذرّات اطراف ذرّهٔ مور دنظر در میدان حل است، معرفی کرد [۱۶]؛ امّا در صورت استفاده از این روش، قانون بقای انرژی ارضا نمی شود و همچنان میدان سرعت بهصورت غیرفیزیکی است [۱۷]. بنابراین حلگرهای ریمن^۱ برای استفاده در این روش معرفی شدند [۱۹ و ۲۰]. با استفاده از حلگر ریمن، میدان فشار و سرعت به صورت همزمان تصحيح شده، ضرورت استفاده از فيلتر چگالي و روش XSPH حذف مى گردد. البته اغلب شبيهسازىهاى انجامشده با روش هیدرودینامیک ذرّات هموار برای سطوح آزاد بهصورت دوبعدی و بدون توجه به میدان فشار و سرعت بوده است. در این مقاله، جریان حاصل از شکست سد بر روی مانع بهصورت سهبعدی با استفاده از کد متن باز SPHysics شبیهسازی و با نتایج آزمایشگاهی یه و پتروف [۲۱] مقایسه می شود. اثر لزجت سیال در سه حالت غيرلزج، مصنوعي و لايهاي همراه با آشفته بررسي مي گردد. برای بررسی دقیقتر، اثر اعمال فیلتر چگالی و استفاده از حلگرهای ریمن پایستار و ناپایستار بر نیروی اعمالی از جریان بر مانع و سرعتهای جریان در اطراف مانع، با هم مقايسه مىشوند. درواقع هدف اصلى اين مقاله رسيدن به

بهترین ترکیب مدل عددی در روش لاگرانژی هیدرودینامیک ذرّات هموار برای به دست آوردن هرچه دقیقتر نتایج نیرو و سرعت جریان سیال بهصورت سهبعدی است.

۲- معادلات حاکم

معادلات حاکم بر جریان سیال تراکمپذیر و لزج، معادلات پیوستگی و بقای مومنتوم هستند که به صورت زیر بیان می شوند [۹]:

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho \nabla . \boldsymbol{u} \tag{1}$$

$$\frac{D\boldsymbol{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\vec{\nabla}P + \boldsymbol{g} + \boldsymbol{\Theta} \tag{(7)}$$

در معادلات فوق، t نمایانگر زمان، ρ چگالی سیال، \boldsymbol{u} بردار $v_0 \nabla^2 \boldsymbol{u} + \boldsymbol{v}_0 \nabla^2 \boldsymbol{u}$ و ب \mathcal{P} مسرعت، P فشار، \boldsymbol{g} بردار شتاب گرانشی و \mathcal{P} این ترتیب سرعت، $\frac{1}{\rho} \nabla \tau^* = \boldsymbol{\Theta}$ مربوط به ترم دیفیوژن است. به این ترتیب که $\vartheta \tau^* = \boldsymbol{\Theta}$ مربوط به ترم دیفیوژن است. به این ترتیب که $\vartheta \tau^* = \boldsymbol{\Theta}$ مربوط به ترم دیفیوژن است. به این ترتیب ترتیب $\vartheta \tau^* = \boldsymbol{\Theta}$ آن \mathcal{P} مربوط به ترم دیفیوژن است. به این ترتیب \mathcal{P} معدار \mathcal{P} مربوط به ترم دیفیوژن است. به این ترتیب \mathcal{P} معران \mathcal{P} معدار \mathcal{P} آن \mathcal{P} معدار \mathcal{P} معدار \mathcal{P} آن \mathcal{P} معدار \mathcal{P} آن \mathcal{P} معدار \mathcal{P} آن \mathcal{P} معدار \mathcal{P} آن معاد \mathcal{P} آن \mathcal{P} معاد \mathcal{P} آن معاد \mathcal{P} آنها معاد \mathcal{P} آنها معاد \mathcal{P} آنها معاد \mathcal{P} آنها \mathcal{P} آنها معاد \mathcal{P} آنها معاد \mathcal{P} آنها \mathcal{P} آنها معاد \mathcal{P} آنها \mathcal{P} آنها معاد \mathcal{P} آنها \mathcal{P} آنها \mathcal{P} آنها \mathcal{P} آنها \mathcal{P} آنها \mathcal{P} آنها \mathcal{P} آنها معاد \mathcal{P} آنها معاد \mathcal{P} آنها \mathcal{P} معاد \mathcal{P} آنها \mathcal{P} معاد \mathcal{P} معاد \mathcal{P} آنها \mathcal{P} معاد \mathcal{P} آنها \mathcal{P} آنها

۳– روش هیدرودینامیک ذرّات هموار

روش SPH توسط لوسی [۲۱] و گینگولد و موناگان [۲۲] برای حل مسائل اخترفیزیک ابداع شد و توسط موناگان برای شبیهسازی جریانهای سطح آزاد توسعه یافت [۹]. در این روش، هر کمیت (*A*(*r*) و گرادیانهای آن برای هر ذرّه *a* بهصورت زیر تخمین زده می شود:

$$\begin{cases} A(\mathbf{r}_{a}) = \sum_{b} m_{b} \frac{A_{b}}{\rho_{b}} W_{ab} \\ (\nabla A)_{a} = \rho_{a} \sum_{b} m_{b} \left(\frac{A_{a}}{\rho_{a}^{2}} + \frac{A_{b}}{\rho_{b}^{2}} \right) \nabla_{a} W_{ab} \end{cases}$$
(7)

³ Favre-filtered

¹ Riemann solver ² Smagorinsky

² Smagorinsky

a که m_b و m_b و ρ_b بهترتیب جرم و چگالی ذرّات مجاور ذرّه m_b علام هستند. (h معاع $W_{ab} = W(|r_a - r_b|, h)$ تابع کرنل و h شعاع هموارسازی است. در این مقاله از تابع اسپلاین مرتبهٔ (۲۳] استفاده شده است.

$$W(r,h) = \alpha_D \begin{cases} 1 - \frac{3}{2}q^2 + \frac{3}{2}q^3 & 0 \le q \le 1 \\ \frac{1}{4}(2-q)^3 & 1 \le q \le 2 \\ 0 & q \ge 2 \end{cases}$$
(f)

که q = r/h و α_D و α_D در مسائل سهبعدی (πh^3) است. در روش WCSPH، فشار هر ذرّه از معادلهٔ حالت محاسبه می شود:

$$P = B\left[\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{\gamma} - 1\right] \tag{(a)}$$

در رابطهٔ بالا $\gamma = C_0^2 \rho_0 \gamma$ و $C_0^0 \rho_0 \gamma$ سرعت صوت در چگالی مرجع ($\rho_0 = 1000 \ kg/m^3$) هستند. مقدار C_0 در این مطالعه ۱۳ برابر بیشترین سرعت سیال در نظر گرفته شده است تا هم مسئله با گام زمانی منطقی تری شبیه سازی شود و هم تغییرات چگالی سیال کمتر از یک درصد باشد.

۳-۱- گسستهسازی معادلات

فرم گسستهٔ معادلات پیوستگی (۱) و بقا مومنتوم (۲) به صورت زیر است:

$$\frac{d\rho_a}{dt} = \sum_b (\boldsymbol{u}_a - \boldsymbol{u}_b). \, \vec{\nabla}_a \, W_{ab} \tag{8}$$

$$\frac{d\boldsymbol{u}_{a}}{dt} = -\sum_{b} m_{b} \left(\frac{P_{a}}{\rho_{a}^{2}} - \frac{P_{b}}{\rho_{b}^{2}} + \Pi_{ab}\right) \cdot \vec{\nabla}_{a} W_{ab}$$
(Y)
+ \boldsymbol{q}

در رابطهٔ بالا Π_{ab} لزجت مصنوعی است. این ترم توسط موناگان [۲۴] برای از بین بردن دیفیوژن عددی و پایداری در محاسبات به معادلهٔ مومنتوم اضافه شد و برابر است با: Π_{ab}

$$= \begin{cases} -\alpha \bar{c}_{ab} \frac{\mu_{ab}}{\bar{\rho}_{ab}} & \boldsymbol{u}_{ab} \boldsymbol{r}_{ab} < 0 \\ 0 & \boldsymbol{u}_{ab} \boldsymbol{r}_{ab} > 0 \end{cases}$$
(A)

 $ar{
ho}_{ab} = 0.5(
ho_a +
ho_b)$ $ar{c}_{ab} = 0.5(c_a + c_b)$ که $\mu_{ab} = h u_{ab}.r_{ab}/(r^2{}_{ab} + \eta^2)$ $u_{ab} = u_a + u_b$ و $\zeta^2 = 0.01h^2$ و

این مطالعه طبق مرجع [۱۱]، ۰/۰۱ در نظر گرفته شده است. در صورتی که $\alpha = 0$ باشد، معادلهٔ (۷) به معادلهٔ اویلر تبدیل می شود که معادلهٔ مومنتوم برای سیال غیرلزج است.

۲-۳- الگوريتم حل زماني

برای حل معادلات حاکم، از الگوریتم پیشبینی-تصحیح استفاده شده است [۱۶]. در این الگوریتم، متغیّرهای میدان، ابتدا در نیمهٔ گام زمانی محاسبه می شوند:

$$\begin{cases} \rho_a^{n+1/2} = \rho_a^n + \frac{\Delta t}{2} D_a^n \\ u_a^{n+1/2} = u_a^n + \frac{\Delta t}{2} F_a^n \\ r_a^{n+1/2} = r_a^n + \frac{\Delta t}{2} U_a^n \end{cases}$$
(9)

 $U_a = \frac{dr_a}{dt}$ و $F_a = \frac{du_a}{dt}$, $D_a = \frac{d\rho_a}{dt}$ و Δt که Δt که Δt که Δt می می می می مناز از معادلهٔ حالت (۵) به صورت $P_a^{n+1/2} = P_a^{n+1/2}$ (۵) به صورت (۵) به صورت چگالی، مقادیر چگالی، $f(\rho_a^{n+1/2})$ می سرعت و مکان با استفاده از مقادیر مرحلهٔ قبل اصلاح می شوند:

$$\begin{cases} \rho_a^{n+1/2} = \rho_a^n + \frac{\Delta t}{2} D_a^{n+1/2} \\ u_a^{n+1/2} = u_a^n + \frac{\Delta t}{2} F_a^{n+1/2} \\ r_a^{n+1/2} = r_a^n + \frac{\Delta t}{2} U_a^{n+1/2} \end{cases}$$
(1.)

مقادیر فوق در پایان گام زمانی برابرند با:

$$\begin{cases} \rho_a^{n+1} = 2\rho_a^{n+1/2} - \rho_a^n \\ u_a^{n+1} = 2u_a^{n+\frac{1}{2}} - u_a^n \\ r_a^{n+1} = 2r_a^{n+1/2} - r_a^n \end{cases}$$
(11)

فشار در انتهای گام زمانی با استفاده از مقدار چگالی در n+1 مطابق رابطهٔ زیر به دست میآید:

$$P = B\left[\left(\frac{\rho_a^{n+1}}{\rho_0}\right)^{\gamma} - 1\right] \tag{11}$$

گام زمانی با استفاده از شرط کورانت و شرط لزجت به صورت زیر کنترل می شود [۱۱]:

$$\delta t = \min_{a} \left(\frac{0.3h}{C_a + \sigma_a} \right),$$

$$\sigma_a = \max_{b} \left| \frac{h \mathbf{u}_{ab} \mathbf{r}_{ab}}{\mathbf{r}_{ab}^2} \right|$$
(17)

۳–۳– فیلتر چگالی نوسانات غیرفیزیکی زیادی در میدان فشار حاصل از شبیه سازی به روش WCSPH وجود دارد که یکی از راههای کنترل این نوسانات، استفاده از فیلتر چگالی است. برای این منظور از فیلتر چگالی MLS [۱۵] که در هر ۳۰ گام زمانی بر روی میدان چگالی ذرّات اعمال میشود، استفاده شده است. فیلتر چگالی MLS به صورت زیر است:

$$W_{ab}^{MLS} = [\beta_0(\vec{r}_a) + \beta_{1x}(\vec{r}_a)(x_a - x_b) + \beta_{1y}(\vec{r}_a)(y_a - y_b) + \beta_{1z}(\vec{r}_a)(z_a - z_b)]W_{ab}$$
(14)

$$\beta_{0}(\vec{r}_{a}) = \begin{bmatrix} \beta_{0} \\ \beta_{1x} \\ \beta_{1y} \\ \beta_{1z} \end{bmatrix} = A^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \qquad (1\Delta)$$

$$A = \sum_{b} W_{b} (r_{a}) \widetilde{A} \omega_{b}$$

$$\widetilde{A} = \begin{bmatrix} 1 & (x_{a} - x_{b}) & (y_{a} - y_{b}) & (z_{a} - z_{b}) \\ (x_{a} - x_{b}) & (x_{a} - x_{b})^{2} & (x_{a} - x_{b})(y_{a} - y_{b}) & (x_{a} - x_{b})(z_{a} - z_{b}) \\ (y_{a} - y_{b}) & (x_{a} - x_{b})(y_{a} - y_{b}) & (y_{a} - y_{b}) & (y_{a} - y_{b})(z_{a} - z_{b}) \\ (z_{a} - z_{a}) & (z_{a} - z_{b})(y_{a} - y_{b}) & (y_{a} - y_{b}) & (y_{a} - y_{b})(z_{a} - z_{b}) \\ (z_{a} - z_{a}) & (z_{a} - z_{a})(y_{a} - y_{b}) & (y_{a} - y_{b})(z_{a} - z_{b}) \\ (z_{a} - z_{a}) & (z_{a} - z_{b})(y_{a} - y_{b}) & (y_{a} - y_{b})(z_{a} - z_{b}) \\ \end{array}$$

۳-۴- حلگر ریمن پایستار

راه دیگر کنترل نوسانات فشار، استفاده از حلگر ریمن پایستار است. در این روش، نوسانات میدان سرعت همزمان با میدان فشار کنترل میشود. به این ترتیب، دیگر نیازی به استفاده از ترم لزجت مصنوعی نیست و با معادلات ناویر-استوکس غیرلزج سروکار داریم که همان معادلات اویلر هستند. بنابراین معادلات حاکم در فرم SPH به صورت زیر درمی آیند [1۸]:

$$\frac{dx_i}{dt} = V(x, t) \tag{19}$$

$$\frac{d}{dt}(\omega_i \rho_i) + \omega_i \sum_{j \in P} \omega_j 2\rho_s (\boldsymbol{v}_{s,ij} - \boldsymbol{v}^0(x_{ij}, t)) . \nabla_i W_{ij}$$

$$= 0$$
(1Y)

$$\frac{d}{dt}(\omega_{i}\rho_{i}\boldsymbol{v}_{i}) + \omega_{i}\sum_{j\in P}\omega_{j}2\left[p_{s}\right] + \rho_{s}\boldsymbol{v}_{s,ij}\otimes\left(\boldsymbol{v}_{s,ij}^{0}\right)$$

$$-\boldsymbol{v}^{0}(x_{ij},t)\left]\cdot\nabla_{i}W_{ij}$$

$$= \omega_{i}g_{i}$$

$$(1 \wedge)$$

۳-۵- حلگر ریمن ناپایستار

برای رفع نوسانات غیرفیزیکی فشار از حلگر ریمن ناپایستار استفاده شده است. در این روش، نوسانات میدان فشار و میدان سرعت نیز به صورت همزمان تصحیح می شوند. به این ترتیب، معادلات حاکم در فرم SPH به صورت زیر درمی آیند [۲۵]:

$$\frac{d\rho_a}{dt} = -2\sum_b (\boldsymbol{u}_{ab}^* - \boldsymbol{u}_b).\,\vec{\nabla}_a \,W_{ab} \qquad (19)$$

$$\frac{d\boldsymbol{u}_{a}}{dt} = -\sum_{b} m_{b} \left(\frac{2P_{ab}^{*}}{\rho_{a}\rho_{b}}\right) \cdot \vec{\nabla}_{a} W_{ab}$$

$$+ \boldsymbol{g} +$$

$$\sum_{b} m_{b} \left(\frac{4v_{0}\boldsymbol{r}_{ab}\vec{\nabla}_{a}W_{ab}}{(\rho_{a} + \rho_{b})|\boldsymbol{r}_{ab}|^{2}}\right) \boldsymbol{u}_{ab}^{*} + \qquad (\gamma \cdot)$$

$$\sum_{b} m_{b} \left(\frac{\tau_{a}^{*}}{\rho_{a}^{2}} + \frac{\tau_{b}^{*}}{\rho_{b}^{2}}\right) \cdot \vec{\nabla}_{a} W_{ab}$$

مقدارهای میانی ناحیهٔ ستاره، بهصورت زیر تقریب زده می شوند:

$$\begin{split} U_{ab}^{*} &= \\ & \underline{U_{b}^{R}\rho_{b}C_{b} + U_{a}^{R}\rho_{a}C_{a} - P_{b} + P_{a}}_{\rho_{b}C_{b} + \rho_{a}C_{a}} \end{split} \tag{(1)} \\ P_{ab}^{*} &= \end{split}$$

$$\frac{P_b \rho_a C_a + P_a \rho_b C_b - \rho_b C_b \rho_a C_a (U_b^R - U_a^R)}{\rho_b C_b + \rho_a C_a} \quad (\Upsilon\Upsilon)$$

که $U^{R} = u. (r_{ij}/r_{ij})$ و C سرعت صوت است. شایان ذکر HLLC است مقادیر بالا برای استفاده در حلگر ریمن محاسبه می شوند.

۳-۶- اصلاح گرادیان کرنل

زمانی که از ترمهای لزج در معادلهٔ مومنتوم استفاده می کنیم، مومنتوم زاویهای کل، ثابت باقی نمیماند [۲۶]. برای رفع این مشکل در روش هیدرودینامیک ذرّات هموار تراکم ناپذیر، گرادیان کرنل با روشی که در [۲۷] معرفی شده، اصلاح می گردد. در این روش، ماتریس تصحیح L در گرادیانهای کرنل ضرب می شود و گرادیان کرنل تصحیح شده به صورت زیر به دست می آید:

$$\tilde{\mathcal{V}}_{a}W_{ab} = \boldsymbol{L}_{a}\mathcal{V}_{a}W_{ab} \tag{(17)}$$

که $L_a = (\sum_{b=0}^{num} V_b \, \nabla_{\!\! a} W_{ab} \otimes (r_a - r_b))^{-1}$ است. در این پژوهش نیز برای ارضای شرط بقای مومنتوم زاویه

مجله مدل سازی در مهندسی

ای از این روش استفاده شده است. به همین منظور همهٔ گرادیانهای کرنل در معادلات قبلی باید با $\overline{
abla}_{a}W_{ab}$ جایگزین شوند.

۳-۷- شرایط مرزی

در این مطالعه، شرط مرزی دفع کننده [۱۲] برای شبیه سازی جریان حاصل از شکست سد بر روی مانع پاییندست استفاده شده است. در این روش وقتی ذرّهٔ سیال به دیواره میرسد، نیرویی توسط ذرّات تشکیلدهندهٔ مرزها به آن وارد می شود که برابر است با:

$$\boldsymbol{f} = \boldsymbol{n}R(\boldsymbol{y})P(\boldsymbol{x})\varepsilon(\boldsymbol{z},\boldsymbol{u}_{\perp}) \tag{(7f)}$$

که n بردار نرمال دیواره، R(y) تابع دفع، P(x) تابع کنترلکنندهٔ نیروی دافعهٔ ذرّات مرزی بر روی ذرّات سیال و (z,u_t) تابع تنظیم بزرگی نیروی دفعکننده براساس عمق محلی آب و سرعت ذرّهٔ سیال است [۲۸].

۴– مدلسازی عددی

نتایج حاصل از شبیه سازی های عددی با نتایج آزمایشگاهی یه و پتروف [۲۰] مقایسه شدهاند. این آزمایش در یک مخزن به طول 7/ متر، عرض 7/ متر و ارتفاع 7/ متر انجام شد. جزئیات دیگر این آزمایش در شکل ۱ نشان داده شده است. از آنجایی که خشک کردن کامل ناحیهٔ پایین دست دریچه در حین آزمایش میسّر نبود، یک لایهٔ نازک آب به عمق 7/ متر در این ناحیه در نظر گرفته شد [۲۰]. شبیه سازی این لایه در شرط مرزی دفع کننده ممکن نیست؛ زیرا ذرآت آب این لایهٔ نازک توسط نیروی دفع کنندهٔ **f** به بالا پرتاب می شوند. بنابراین از

مدل سازی این لایه در شرط مرزی دفع کننده صرفنظر شده است. فاصلهٔ اولیهٔ ذرّات از هم dx = dy = dz = dx شده است. 0.0225 m است و از تعداد ۲۴۱۶۶ ذرّه استفاده شده است. خلاصهٔ تمام روشهای عددی استفاده شده در این مقاله، در جدول ۱ آمده است.



شکل ۱- نمای از بالا و از کنار مدل آزمایشگاهی [۲۳] ۴-۱- معتبرسازی نیرو و سرعتها

روند تغییرات جریان سیال در شکل ۲ نمایش داده شده است. لحظهٔ صفر ثانیه، وضعیت اولیهٔ مسئله را نشان می دهد. پس از مدت بسیار کوتاهی، موج حاصل از شکست سد روی کف مخزن حرکت کرده، در لحظهٔ ۰/۳۶ ثانیه به مانع برخورد می کند. ارتفاع موج برخوردی در لحظهٔ ۰/۷ ثانیه به بیشترین مقدار خود ۰/۱۷۴ متر میرسد و بر اثر نیروی گرانش فرومی ریزد.

| اصلاح گرادیان کرنل | حلگر ريمن ناپايستار | حلگر ريمن پايستار | فیلتر چگالی | لزجت | مدل عددی | |
|--------------------|---------------------|-------------------|-------------|----------------|----------|--|
| خير | خير | خير | خير | مصنوعى | مدل ۱ | |
| خير | خير | خير | MLS | مصنوعى | مدل ۲ | |
| خير | خير | خير | MLS | لایهای و آشفته | مدل ۳ | |
| خير | خير | بلى | خير | غيرلزج | مدل ۴ | |
| بلى | بلى | خير | خير | لایهای و آشفته | مدل ۵ | |

جدول ۱- روشهای عددی به کاررفته در این مقاله برای اصلاح میدان فشار و سرعت

با گذشت زمان، جریان سیال به دیوارهٔ انتهایی مخزن می رسد، منعکس می شود و باعث وقوع ضربهٔ دوم بر مانع در لحظهٔ ۱/۶۰ ثانیه می گردد. نتایج عددی و آزمایشگاهی نیروی وارد بر مانع در شکل ۳ مقایسه شدهاند. در ۱/۳۵ ثانیهٔ اول، جریان سیال هنوز به

مانع نرسیده است و هیچ نیرویی به ستون وارد نمی شود. پس از برخورد موج حاصل از شکست سد، نیروی شدیدی به ستون وارد می شود. همان طور که پیش از این ذکر شد، در شرط مرزی دفع کننده لایهٔ یک سانتی متری در پایین دست دریچه مدل نشده است. در این شرایط، جریان

سیال سریعتر حرکت کرده [۲۹]، زودتر با مانع برخورد می کند. علاوه بر این، اندازهٔ ضربهٔ اولیه نیز بزرگتر است [۳۰]. پس از این اتفاق، نیروی وارد بر ستون کاهش مییابد. این کاهش تا زمان ۱/۶۰ ثانیه که موج منعکسشده از دیوارهٔ پاییندست مخزن به ستون برخورد میکند، ادامه مییابد. به لطف استفاده از حلگر ریمن، این پدیده در روش ۴ و ۵ (در جدول ۱) بهدرستی شبیهسازی شده است. البته دقت روش پنجم نه تنها بالاتر است، بلکه از لحاظ اعمال لزجت لایهای و آشفته، به شرایط جریان واقعی نزدیک است. درنهایت حرکت جریان سیال میرا شده، نیروی حاصل از آن به نزدیکی صفر میرسد.





شکل ۳- مقایسهٔ نتایج عددی و آزمایشگاهی [۱۹] برای نیروی وارد بر ستون

همچنین با استفاده از روشهای تشریحشده در جدول ۱، مؤلفهٔ افقی و عمودی سرعت جریان در نقطهٔ به طول ۰/۷۵۴ متر، عرض ۰/۳۱ متر و ارتفاع ۰/۰۲۶ متر محاسبه و با نتایج آزمایشگاهی [۲۳] مقایسه شده است (شکل ۴). تغییرات سرعت در روش ۵ تطابق خوبی با نتایج تجربی دارد و برخلاف دیگر روشها، نوسانات میدان سرعت حذف شده است.



شکل ۴- مقایسهٔ نتایج عددی و آزمایشگاهی [۲۳] برای مؤلفه های افقی (تصویر بالا) و عمودی (تصویر پایین) سرعت

۴–۲– مدلسازی عددی و معتبرسازی سطح آزاد در بخش قبل، جریان سیال لزج (لزجت لایهای و آشفته) با استفاده از حلگر ریمن ناپایستار و اصلاح گرادیان کرنل در روش هیدرودینامیک ذرّات هموار مدل گردید و نشان داده شد که این روش در محاسبهٔ نیروی وارد بر ستون و میدان سرعت موفق عمل میکند. روش پنجم در جدول ۱ را NCR نامگذاری میکنیم. در این بخش به شبیه سازی آزمایش کلیفسمن [۳۱] برای اعتبارسنجی در مدل سازی سطح آزاد سیال در برخورد به یک مانع میپردازیم.



شکل ۵- نمایی از جزئیات آزمایش کلیفسمن [۳۱] این آزمایش در یک مخزن به ابعاد ۳/۲۲ متر طول، ۱/۰۰ متر عرض و ۱/۰۰ متر ارتفاع انجام شد. ارتفاع اولیهٔ آب ۵۵/۰ متر در نظر گرفته شد. یک مانع کوتاه به طول ۱/۱۶۱ متر، عرض ۲/۴۰۳ متر و ۱/۱۶۱ متر به فاصلهٔ ۱/۲۴۸ متر در پاییندست دریچهٔ عمودی قرار دارد. جزئیات بیشتر و محل قرارگیری گیجهای ارتفاع در این آزمایش در شکل (۵) نشان داده شده است.

با استفاده از روش SPH-T-NCR که از بخش قبل به دست آمد، آزمایش کلیفسمن [۳۱] مدلسازی شد. فاصلهٔ اولیهٔ ذرّات از هم dx = dy = dz = 0.0183 m است. تصاویری از برخورد سیال در زمانهای مختلف در شکل (۶) ارائه شده است. پس از اینکه سیال در زمان $^{+}$ ثانیه به مانع برخورد می کند، ارتفاع آب به تدریج افزایش می یابد و در زمان $^{+}$ ثانیه به بیشترین مقدار خود می رسد.

همان طور که ملاحظه می شود، تطابق قابل قبولی از نظر کیفی بین مدل سازی عددی و تصاویر آزمایشگاهی وجود دارد. تنها اختلاف موجود، مربوط به پاشش^۱ ذرّات آب است که این مسئله فقط تابع تعداد ذرّات می باشد. بنابراین با

افزایش تعداد ذرّات، میتوان پاشش آب و شکست موج روی مانع را دقیق تر مدل کرد. موج پس از عبور از مانع، به دیوار انتهایی مخزن برخورد میکند و بهسمت مانع بازمی گردد.



شکل ۶- مقایسهٔ کیفی مدلسازی عددی برخورد جریان ناشی از شکست سد به مانع با نتایج آزمایشگاهی [۳۱]

تصویری از بازگشت موج در ثانیهٔ ۲ شبیهسازی در شکل (۶) نشان داده شده است. برای مقابر هٔ دقیتی نتایج مرده با تفاع آبید محمل گرچ

برای مقایسهٔ دقیق تر نتایج عددی، ارتفاع آب در چهار گیج

¹ Splash



شکل ۷- مقایسهٔ نتایج عددی SPH-T-NCR و آزمایشگاهی [۲۷] برای تغییرات ارتفاع آب: الف) گیج شمارهٔ ۱ (H1)، ب) گیج شمارهٔ ۲ (H2)، ج) گیج شمارهٔ ۳ (H3)، د) گیج شمارهٔ ۴ (H4)

با نتایج آزمایشگاهی در شکل (۷) مقایسه شده است. بررسیها نشان داد صرفنظر از تأخیر زمانی ۲/۲–۰/۳ ثانیهای موجود بین نتایج، حداکثر ارتفاع آب و روند کلّی تغییرات تراز آب بهدرستی محاسبه شده است.

۵- نتیجهگیری

در این مقاله، جریان سهبعدی شکست سد روی یک مانع با هدف اصلاح فشار در روش WCSPH شبیهسازی شد. برای رفع مشکل نوسانات میدان فشار، از فیلتر چگالی و حلگرهای ریمن استفاده گردید. بنابراین پنج مدل عددی برای شبیهسازی سهبعدی جریان معرفی و نتایج حاصل با نتایج آزمایشگاهی شکست سد با مانع مقایسه شد. مقایسهٔ این نتایج نشان داد حلگر ریمن در حالت پایستار و ناپایستار بهعلت تصحيح فشار و سرعت، عملكرد خوبي در كنترل نوسانات میدان فشار و سرعت داشته است. مقایسهٔ نتایج عددی با نتایج آزمایشگاهی نشان داد روش WCSPH با حلگر ریمن ناپایستار همراه با اصلاح گرادیان کرنل با در نظر گرفتن لزجت لایهای و آشفتگی جریان (مدل-SPH-T NCR) و شرط مرزی دفع کننده، نوسانات فشار را اصلاح کرده و نیروی وارد بر مانع را به خوبی محاسبه نموده است؛ امّا استفاده از فیلتر چگالی که بهطور غیرمستقیم، تنها فشار را تصحیح می کند، نتایج قانع کنندهای نداشت. البته در نظر گرفتن جریان غیرلزج همراه با حلگر ریمن پایستار نیز نتایج قابل قبولی به دنبال دارد؛ امّا با این حال، استفاده از مدل SPH-T-NCR نتایج بهتری نسبت به این روش (ریمن ناپایستار و جریان غیرلزج) به دست میدهد. درنهایت معتبرسازی نتایج سطح آزاد نیز با SPH-T-NCR انجام شد و نتایج قابلقبولی حاصل گردید.

8- فهرست علايم

- ρ چگالی آب، *kg/m*³
 - t زمان، *s*
- *m/s* بردار سرعت، *u*
 - *kg/m²* فشار، *kg/m*²
- *m/s*² بردار شتاب گرانشی، *g*
 - 😡 ترم ديفيوژن
 - W كرنل
 - m جرم، kg
 - m شعاع هموارسازی، h
 - r فاصلهٔ ذرّات، *m*

- m/s سرعت صوت در چگالی مرجع، C_0
 - لزجت مصنوعی Π_{ab}
 - α ضريب لزجت مصنوعي
 - Pa.s لزجت ديناميكى، μ
 - m بردار جابەجايى، r

- بردار تصحیح میدان چگالی $oldsymbol{\beta}$
- *m/s* بردار سرعت در حلگر ریمن پایستار، *V*
 - m^3 حجم ذرّه، ω
 - بردار نرمال **n**
 - z عمق محلّی آب، m

مراجع

[۱] قربان مهتابی، میترا ملازاده و فرزین سلماسی، «کاربرد شبیهسازی عددی در تعیین موقعیت و ابعاد سوراخ آب (Hole Weep) کانال بتنی تحت ترازهای مختلف آبزیرزمینی»، مجلهٔ مدلسازی در مهندسی، دورهٔ ۱۶، شمارهٔ ۵۵، ۱۳۹۷، صفحهٔ ۲۶۷-۲۷۸.

[۲] محمدمحسن شاه مردان، محمود نوروزی و امین شهبانی ظهیری نسایی، «بررسی عددی تأثیر گردابهها بر روی افت فشار و تلفات جریان در داخل کانال با انبساط تدریجی صفحهای»، مجلهٔ مدلسازی در مهندسی، دورهٔ ۱۵، شمارهٔ ۴۸، ۱۳۹۶، صفحهٔ ۴۵-۶۰.

[۳] مهدی اژدری مقدّم، مهنا تاج نسایی و مهنا تاج نسایی، «مدلسازی عددی سلّولهای جریان ثانویه در کانالهای ذوزنقهای با زبری یکنواخت»، مجلهٔ مدلسازی در مهندسی، دورهٔ ۸، شمارهٔ ۲۰، ۱۳۸۹، صفحهٔ ۵۷–۷۰.

[۴] داود طغرایی سمیرمی و شیرین میرفروغی، شیرین، «بررسی عددی انتقال حرارت آمیخته نانوسیال با خواص متغیّر داخل حفرهٔ مستطیلی کمعمق با درپوش متحرّک»، مجلهٔ مدلسازی در مهندسی، دورهٔ ۱۶، شمارهٔ ۵۵، ۱۳۹۷، صفحهٔ ۳۵۰–۳۷۷.

[۵] محمّد شریفی اصل، داود طغرایی و احمدرضا عظیمیان، «شبیهسازی عددی انتقال حرارت جابهجایی در جریان مغشوش غیرنیوتنی نانوسیال در یک لولهٔ افقی مدوّر»، مجلهٔ مدلسازی در مهندسی، دورهٔ ۱۶، شمارهٔ ۵۳، ۱۳۹۷، صفحهٔ ۱۳۲–۱۲۰.

[6] X. Deng, H. Liu and S. Lu, "Analytical Study of Dam-Break Wave Tip Regio", Journal of Hydraulic Engineering, 144(5), 2018, p. 04018015

[7] P. Jančík and T. Hyhlík, "Pressure evaluation during dam break using weakly compressible SPH", in Experimental Fluid Mechanics 2018, edited by P. Dančová and J. Novosád (Technická univerzita Liberec, Liberec), 2018, pp. 219–224

[8] H. Chanson, "Tsunami surges on dry coastal plains: application of dam break equations", Coastal Engineering Journal, Vol. 48, No. 4, 2006, pp. 355-370.

[9] J.J. Monaghan, "Simulating Free Surface Flows with SPH", Journal of Computational Physics, No. 110, 1994, pp. 399-406.

[10] A. Crespo, M. Gomez-Gesteira and R.A. Dalrymple, "Modeling dam break behavior over a wet bed by a SPH technique", Journal of Waterway Port and Coast Ocean Engineering, Vol. 134, No. 6, 2008, p. 313–320.

[11] R.A. Dalrymple and B.D. Rogers, "Numerical Modeling of Water Waves with the SPH Method", Coastal Engineering, Vol. 2–3, No. 53, 2006, p. 141–147.

[12] M. Rostami Varnousfaaderani and M.J. Ketabdari, "Numerical simulation of plunging wave breaker impact by a modified Turbulent WCSPH method", Journal of Brazilian Soiety of Mechanical Sciences and Engineering., Vol. 37, No. 2, 2015, pp. 507-523.

[13] M. Gomez-Gesteira and R.A. Dalrymple, "Using a Three-Dimensional Smoothed Particle Hydrodynamics Method for Wave Impact on a Tall Structure", Journal of Waterway Port and Coast Ocean Engineering, Vol. 130, 2004, pp. 63-69.

[14] J.J. Monaghan and A. Kos, "Solitary Waves on a Cretan Beach", Journal of Waterway Port and Coast Ocean Engineering, Vol. 3, No. 125,1999, pp. 145-155.

[15] A. Colagrossi and M. Landrini, "Numerical simulation of interfacial flows by smoothed particle hydrodynamics", Journal of Computational Physics, No. 191, 2003, pp. 448–475.

[16] J.J. Monaghan, "On the Problem of Penetration in Particle Methods", Journal of Computational Physics, No. 82, 1989, pp. 1-15.

[17] J.J. Monaghan, "Smoothed particle hydrodynamics", Reports on Progress in Physics , No. 68, 2005, pp. 1703–1759.

[18] J.-P. Vila, "On particle weighted methods and Smooth Particle Hydrodynamics", Mathematical Models and Methods in Applied Sciences, Vol. 9, No. 2, 1999, pp. 161–209.

[19] B.D. Rogers, R.A. Dalrymple and P.K. Stansby, "Simulation of caisson breakwater movement using 2-D SPH", Journal of Hydraulic Research, Vol. 48, 2010, pp. 135-141.

[20] M. GÓMEZ-GESTEIRA, "SPHERIC SPH benchmark test cases: Test 1 - Force exerted by a schematic 3D dam break on a square cylinder", 2006, [Online], Available: http://cfd.mace.manchester.ac.uksph/TestCasesSPH_Test1.html.

[21] L.B. Lucy, "A numerical approach to the testing of the fission hypothesis", The Astronomical Journal, No. 84, 1977, pp. 1013-1024.

[22] R.A. Gingold and J.J. Monaghan, "Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars", Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, No. 181, 1977, pp. 375-389.

[23] J.J. Monaghan and J.C. Lattanzio, "A refined method for astrophysical problems", Astronomical Astrophysics, No. 149, 1985, pp. 135-143.

[24] J.J. Monaghan, "Smoothed Particle Hydrodynamics", Annual Review of Astronomy and Astrophysics, No. 30,1992, pp. 543-574.

[25] A. Parshikov and S. Medin, "Smoothed particle hydrodynamics using interparticle contact algorithm", Journal of Computational Physics, 180, 2002, pp. 358–382.

[26] A. Khayyer, H. Gotoh and S.D. Shao, "Corrected Incompressible SPH method for accurate water-surface tracking in breaking waves", Coastal Engineering, 55, 2008, pp. 236–250.

[27] J. Bonet and T.-S. Lok, "Variational and momentum preservation aspects of smoothed particle hydrodynamic formulations", Computational Methods in Applied Mechanics, 180, 1999, pp. 97-115.

[28] B.D. Rogers and R.A. Dalrymple, "SPH modeling of tsunami waves", in Advances in Coastal and Ocean Engineering, Advanced Numerical Models for tsunami waves and runup edition, Vol. 10, World Scientific, 2008, pp. 75-100.

[29] J.D. Ramsden, "Tsunamis: forces on a vertical wall caused by long waves, bores, and surges on a dry bed", PhD Thesis, California Institute of Technology,1993.

[30] T. Al-Faesly, D. Palermo, I. Nistor and A. Cornett, "Experimental Modeling of Extreme Hydrodynamic Forces on Structural Models", International Journal of Protective Structures, Vol. 3, No. 4, 2012, pp. 477-505.

[31] K.M.T. Kleefsman, G. Fekken, A.E.P. Veldman, B. Iwanowsky and B. Buchner, "Volume-of-Fluid based simulation method for wave impact problems", Journal of Computational Physics, No. 206, 2005, pp. 363-393.