

## ارزیابی عامل کنترل کننده ترقیق شدگی در بهینه سازی زمان بندی تولید معادن

فرشاد نژاد شاه محمد<sup>۱\*</sup>، سجاد چهره قانی<sup>۲</sup> و محمد باقر فتحی<sup>۳</sup>

اطلاعات مقاله	چکیده
دریافت مقاله: ۱۳۹۹/۰۶/۱۰ پذیرش مقاله: ۱۳۹۹/۱۰/۲۴	در معدنکاری با کاهش عیار ماده معدنی و پیشروی به اعماق، برای تأمین بهره‌وری اقتصادی عملیات معدنکاری بایستی ظرفیت تولید معادن افزایش یابد؛ بنابراین بهینه‌سازی مسائل زمان بندی تولید، نیازمند محاسبات و طراحی‌های دقیق‌تری است. از میان روش‌های استخراج زیرزمینی روش تخریب بلوکی جز روش‌های بزرگ مقیاس و پرکاربرد در جهان است. در فرایند تولید این گونه معادن کنترل تخلیه بحرانی‌ترین عنصر طراحی است. اگر نرخ تخلیه و کنترل حرکت مواد خرد شده در بین دهانه‌های تخلیه به درستی انجام نگردد خسارات جبران ناپذیری به مجموعه عملیات استخراجی وارد می‌شود. در این تحقیق مدل ریاضی بر مبنای برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط جهت اعمال محدودیت کنترل ترقیق شدگی در مسائل زمان بندی تولید معادن تخریب بلوکی ارائه و مورد بررسی قرار گرفت تا با کنترل مناسب از عیار و تناژ مواد تخلیه شده، از اختلاط باطله با مواد معدنی در مناطق تخریب شده جلوگیری کرده و بهینه‌سازی واقعی‌تر از طراحی این معادن در اختیار گروه عملیات استخراج قرار دهد. نتایج اجرای مدل پیشنهادی با استفاده از نرم افزار CPLEX نشان داد برای یک محدوده معدنی با ۱۹۹ دهانه تخلیه که در طی ۱۵ سال عمر معدن برنامه‌ریزی شده است در اثر استفاده از محدودیت کنترل ترقیق شدگی مقدار $NPV 7/47$ درصد افزایش داشته و همینطور از استخراج $3/5 Mt$ باطله جلوگیری شده است. محدودیت کنترل ترقیق شدگی ضمن افزایش متوسط عیار تولیدی سالیانه موجب افزایش طول عمر ماشین‌آلات و تجهیزات درگیر در عملیات استخراج می‌شود.
<b>واژگان کلیدی:</b> محدودیت ترقیق شدگی، زمان بندی تولید، تخریب بلوکی، برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط.	

### ۱- مقدمه

با ماده معدنی و افزایش بازیابی تولید در معادن امری ضروری است. با توجه به تقاضای صنایع مختلف و تمایل جوامع به سمت استفاده از منابع معدنی، امروزه روش‌هایی با مقیاس تولید بالا در اولویت انتخاب معدنکاران است. در میان روش‌های زیرزمینی معدنکاری، روش‌های تخریبی و مخصوصاً روش استخراج تخریب بلوکی<sup>۵</sup> به عنوان یکی از پرکاربردترین روش‌ها در استخراج معادن بزرگ جهان است [۲]. در کشور ایران نیز معادن بزرگی وجود دارند که

زمان بندی تولید یکی از راهکارهای اساسی در کاهش هزینه‌های استخراج معادن است که با بهره‌گیری از محدودیت‌های تعیین شده می‌تواند زمان شروع هر فعالیت، تنظیم منابع، مقاصد و مدت زمان اجرای فعالیت‌ها را با اهداف خاص کنترل نماید [۱]. کنترل مواد معدنی استخراج شده از دهانه‌های تخلیه در افق‌های زمانی مختلف در طول عمر معدن برای رسیدن به حداقل اختلاط<sup>۴</sup> باطله

\* پست الکترونیک نویسنده مسئول: f.shahmohammadi@urmia.ac.ir

۱. استادیار گروه مهندسی معدن، دانشکده فنی، دانشگاه ارومیه

۲. استادیار گروه مهندسی معدن، دانشکده فنی، دانشگاه ارومیه

۳. استادیار گروه مهندسی معدن، دانشکده فنی، دانشگاه ارومیه

<sup>۴</sup> Mixing

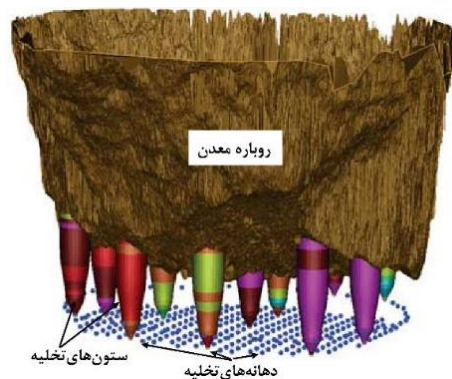
<sup>۵</sup> Block caving

مناسب دارد. به‌نحوی که در تحقیقات مختلف معایب تحقیق‌های قبلی پوشش داده شده است. ولی یکی از نقاط ضعف اصلی در این تحقیق‌ها عدم توجه به نرخ تخلیه در معادن تخریب‌بلوکی بر اساس منحنی نرخ تولید (PRC<sup>۵</sup>) به‌عنوان پارامتر اصلی کنترل‌کننده در معادن تخریبی است که اگر این عامل در زمان‌بندی‌های تولید ملاحظه نشود نتایج اجرای مدل‌ها کاملاً اشتباه خواهد بود. اعمال محدودیت نرخ تخلیه بر اساس PRC در مدل نژاد شاه محمد و همکاران [۵، ۶] آمده است ولی در این مدل نیز کنترل عیار باطله با ماده معدنی در ستون‌های تخلیه مجاور هم که مفهوم ترقیق‌شدگی است مورد توجه قرار نگرفته است. خدایاری و پوررحیمیان [۷، ۸] مدل بهینه‌سازی تصادفی بر مبنای امکان جابجایی مواد در بین ستون‌های تخلیه ارائه کرده‌اند.

در مدل پیشنهادی آن‌ها تعدادی سناریوی از پیش تعریف شده به‌عنوان اهداف تولید مدنظر فرض شده و سپس انحراف تولید ناشی از برنامه‌ریزی تولید از این سناریوها به حداقل رسیده است این مدل به‌خوبی در جهت کنترل جابجایی مواد در بین اهداف تولید عمل می‌کند ولی در این مدل‌ها امکان بهینه‌سازی واقعی وجود ندارد چراکه در این حالت هدف مدل برآورد اهداف محقق است و این امکان وجود دارد که محقق دیگری با قضاوت‌های مهندسی متفاوت به نتایج اجرای متفاوتی برسد این در حالی است که هدف اصلی از اجرای مدل زمان‌بندی تولید رسیدن به بهینه‌ترین جواب مسئله است؛ بنابراین باید مدل‌هایی توسعه یابند که ضمن لحاظ کردن تمام عوامل مرتبط با زمان‌بندی تولید به جواب بهینه واقعی برسند تحقیق فعلی با هدف توسعه مدل MILP نژاد شاه محمد و همکاران [۶] از طریق وارد کردن محدودیت ترقیق‌شدگی، توسعه یافته است. اساس کار بر تعریف فاصله جابجایی مجاز مواد خردشده از یک ستون تخلیه به ستون تخلیه دیگر است به‌نحوی که این جابجایی باید کمتر از فاصله دهانه‌های تخلیه باشد تا از حرکت مواد خردشده مابین ستون‌ها جلوگیری کرده و ترقیق‌شدگی کاهش یابد در چنین حالتی مسئله زمان‌بندی تولید بهینه خواهد بود.

با گسترش استخراج، افزایش عمق، کم شدن عیار موادمعدنی و افزایش باطله‌برداری در نهایت به سمت معدنکاری زیرزمینی خواهند رفت و در میان روش‌های زیرزمینی، روش استخراج تخریب بلوکی جز گزینه‌های پرکاربرد در چنین معادنی هستند.

در روش تخریب بلوکی در فرایند بعد از زیربری و شروع تخریب، تنها عامل بحرانی در تولید کنترل تخلیه<sup>۱</sup> است [۳، ۴]. به این ترتیب ستون‌های تخلیه<sup>۲</sup> همواره باید به‌طور منظم و همگن در طول منطقه تخریب، تخلیه شوند تا حدفاصل باطله و ماده معدنی بین ستون‌های تخلیه حفظ شود [۴]. اختلاف زیاد نرخ تخلیه مابین ستون‌های تخلیه مجاور می‌تواند منجر به ترقیق سریع از طریق انتقال باطله از دهانه‌های تخلیه<sup>۳</sup> با سرعت تخلیه بالاتر به دهانه‌ای با سرعت تخلیه پایین‌تر شود [۵]. شکل ۱ موقعیت ستون‌های تخلیه را در یک معدن تخریب بلوکی نشان می‌دهد هر ستون تخلیه دارای یک عیار و تناژ مشخص است که در اثر مهاجرت مواد از روباره یا ستون‌های سنگی مجاور ممکن است استخراج از ستون تخلیه بر اساس تناژ و عیار طراحی شده آن صورت نگیرد چرا که ترقیق‌شدگی<sup>۴</sup> کنترل نشده باعث مهاجرت موادمعدنی مابین ستون‌های تخلیه می‌شود.



شکل ۱- موقعیت دهانه‌های تخلیه و برخی از ستون‌های تخلیه در تخریب‌بلوکی

محققین مختلفی در زمینه برنامه‌ریزی تولید معادن تخریب‌بلوکی با استفاده از روش‌های ریاضی مطالعه کرده‌اند. در جدول ۲ برخی از تحقیقات موجود در این زمینه آمده است. انجام مطالعات در زمینه برنامه‌ریزی تولید تخریب‌بلوکی همان‌طور که در جدول ۱ آمده است روند

<sup>4</sup> Dilution

<sup>5</sup> Production Rate Cure

<sup>6</sup> Production deviation

<sup>1</sup> Draw control

<sup>2</sup> Draw Column

<sup>3</sup> Drawpoint

جدول ۱- برخی از روش‌های برنامه‌ریزی ریاضی در زمان‌بندی تولید معادن تخریب بلوکی

منبع	نوع مدل	هدف	مزایا	معایب
گاست [۹]	LP	بیشینه‌سازی رفتار کنترل تخلیه	بیان مناسبی از سیستم کنترل تخلیه	اشتباه در معرفی محدودیت بجای تابع هدف
روبیو [۱۰]	MIP	بیشینه‌سازی $NPV^1$ ، و عمر معدن	وارد کردن محدودیت ذخیره،	عدم تناسب محدودیت و تابع هدف
اپستین [۱۱]	MIP	حداکثر سازی سوددهی	بیان مناسب محدودیت‌ها	تعریف نامناسب از کنترل تخلیه،
رهال [۱۲]	MIP	کم کردن میزان انحراف تولید از میزان تقاضا	اعمال راستای گسترش تخریب	تعریف نامناسب از کنترل تخلیه،
روبیو و دیرینگ [۱۳]	MILP	بیشینه‌سازی $NPV$	برقراری ارتباط برنامه‌ریزی بلندمدت و کوتاه‌مدت	عدم توجه به محدودیت‌های کنترل‌کننده سیستم تخلیه
رهال [۴]	MILP	کاهش انحراف تناژ تولید واقعی و ایده‌ال	در نظر گرفتن سیستم جابجایی به‌عنوان عاملی در کنترل نرخ تخلیه	تعداد اندک محدودیت
اسمولجانویک [۱۴]	MILP	بیشینه‌سازی $NPV$	مدل‌سازی مناسب از سلسله‌مراتب وضعیتی دهانه‌های تخلیه	در نظر نگرفتن تعداد محدودیت‌های مورد نیاز بر اساس تابع هدف
پارکینسون [۱۵]	IP	بیشینه‌سازی $NPV$	بهینه‌سازی زمان باز و بسته شدن دهانه‌های تخلیه	در نظر نگرفتن تعداد محدودیت‌های موردنیاز بر اساس تابع هدف
پوررحیمیان [۱۶]	MILP	بیشینه‌سازی $NPV$	ارائه یک الگوی کلی در زمان‌بندی تولید	عدم توجه به سیستم کنترل تخلیه
خدایاری [۷]	MILP	کاهش انحراف تولید	ارائه مدل زمان‌بندی تولید	عدم توجه به سیستم کنترل تخلیه و عدم ارائه جواب بهینه واقعی
نژادشاه محمد [۶]	MILP	بیشینه‌سازی $NPV$	اعمال نرخ تخلیه بر اساس منحنی نرخ تولید	عدم توجه به ترقیق‌شدگی

## ۲- مدل کنترل‌کننده ترقیق‌شدگی

عیار تولید شده از یک دهانه تخلیه با انتقال باطله از ستون تخلیه مجاور در اثر ضعف در کنترل تخلیه، کاهش می‌یابد. ستون‌های تخلیه مجاور برای هر ستون تخلیه فرضی (مرتبط با هر دهانه تخلیه) با توجه به موقعیت مکانی آن‌ها تعیین می‌شوند بنابراین ممکن است تعداد این ستون‌های تخلیه مجاور بیش از یک عدد باشد پس نیاز است تا برای هر ستون تخلیه شعاع مجاورت<sup>۲</sup> مناسبی تعریف شود. طبق تحقیقات لابسچر [۱۷] مواد خردشده در بالای هر دهانه تخلیه می‌توانند تا ۴۲ متر به‌صورت افقی جابجا شوند همچنین پوررحیمیان [۱۸] این فاصله را تابعی از موقعیت فضایی دهانه‌های تخلیه عنوان کرده و حداکثر مقدار جابجایی را ۲۰ تا ۲۵ متر محاسبه کرده است. همان‌طور که در شکل ۲ آمده است مواد خردشده از ستون‌های تخلیه واقع در بالای هر دهانه تخلیه طبق قوانین حرکت ثقلی باید در راستای قائم حرکت کرده و از طریق دهانه‌های تخلیه،

استخراج شوند. اگر نرخ تخلیه از دهانه‌های تخلیه به‌خوبی رعایت نشود امکان جابجایی‌های افقی و در نتیجه ترقیق‌شدگی وجود دارد. اگر شعاع مجاورت هر دهانه تخلیه RB باشد در آن صورت برای هر دهانه تخلیه امکان اختلاط مواد فقط در آن شعاع وجود دارد.

در تعیین همسایه هر دهانه تخلیه ماتریس فاکتور فاصله (DP) مابین هر جفت دهانه تخلیه  $i$  و  $j$  ایجاد خواهد شد. این فاکتور از فاصله اقلیدسی نرمال شده مرکز به مرکز دهانه‌های  $i$  و  $j$  به دست می‌آید ابعاد این ماتریس  $(N \times N)$  است. معادله (۱) این فاکتور را برای هر جفت دهانه تخلیه نشان می‌دهد.

$$DP_{ij} \times MD = \sqrt{(\chi_i - \chi_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (1)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, N \quad \& \quad j = 1, 2, 3, \dots, N$$

در این رابطه  $x$  و  $y$  بیانگر مشخصات فضایی بلوک‌های  $i$  و  $j$  بوده و MD بیشترین فاصله میان دهانه‌های تخلیه است.

<sup>1</sup> Net Present Value

<sup>2</sup> Adjacent radius

تخلیه  $i$  و  $j$  است اگر فاصله دو دهانه تخلیه از  $RB$  کمتر باشد آرایه متناظر با دهانه های تخلیه  $i$  و  $j$  در ماتریس همسایگی یک خواهد بود و در غیر این صورت مقدار آن صفر است. بدین ترتیب از طریق ماتریس شاخص شباهت با توجه به موقعیت فضایی ستون های تخلیه، می توان تأثیر دهانه های تخلیه مختلف بر همدیگر را به صورت کمی بررسی کرد. در نهایت ماتریس شاخص شباهت مجموعه دهانه های تخلیه مجاور با هر دهانه تخلیه را در مدل وارد می کند. معادله (۵) ساختار این ماتریس را نشان می دهد.

$$R^i = \begin{bmatrix} Q_1.G_1, \dots, Q_{R^1}.G_{R^1} \\ Q_2.G_2, \dots, Q_{R^2}.G_{R^2} \\ \vdots \\ Q_N.G_N, \dots, Q_{R^N}.G_{R^N} \end{bmatrix}_{N \times I} \quad (5)$$

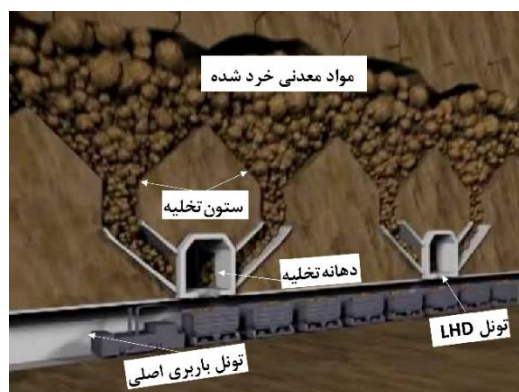
تعداد اعضا  $R^i$  برای هر دهانه تخلیه برابر با تعداد همسایگی حاصل از ماتریس  $SI_{i,j}$  است. مشخصات هر همسایگی نیز شامل عیار ( $G$ ) و تناژ ( $Q$ ) است.

مدل MILP<sup>۲</sup> این تحقیق با هدف برنامه ریزی تولید معادن تخریب بلوکی و با توجه به محدودیت کنترل ترقیق شدگی ارائه شده است. در فرمول بندی مدل MILP از سه متغیر تصمیم استفاده شده است؛ متغیر پیوسته ( $U_{i,t}$ ) بیانگر درصد استخراج از هر دهانه تخلیه در دوره  $t$  است. متغیر گسسته ( $A_{i,t}$ ) جهت تعیین فعال بودن یا نبودن دهانه تخلیه  $i$  در دوره  $t$  است، اگر دهانه تخلیه ای در حال استخراج باشد این متغیر برای دهانه تخلیه مورد نظر برابر با یک خواهد بود. متغیر گسسته ( $B_{i,t}$ ) جهت تعیین دوره شروع به استخراج از هر دهانه تخلیه استفاده شده است. اگر دهانه تخلیه ای در دوره  $t$  شروع به استخراج کرده باشد، فقط در

$$HD_{ij} \times HD_{max} = \sqrt{(Q_i - Q_j)^2} \quad (3)$$

آن دوره مقدار  $Z_{i,t}$  برابر با یک است و در مابقی دوره ها صفر است.

جهت کنترل ترقیق شدگی در نتیجه استخراج از دهانه های تخلیه، نیاز به محدودیت هایی است که تناژ ماده معدنی تخلیه شده از دهانه های تخلیه را با توجه به عیار ستون های تخلیه ارزیابی کرده و از طریق ماتریس شاخص شباهت در



شکل ۲- شماتیک ساده شده یک معدن تخریب بلوکی

ارتفاع ستون های تخلیه تابعی از تناژ ماده معدنی موجود در آن ها است هرچقدر تناژ ماده معدنی در ستون تخلیه ای بیشتر باشد ارتفاع ستون تخلیه طبق معادله (۲) بیشتر خواهد بود.

$$Hi = \frac{4 \times Qi}{\pi \times D^2 \times \rho} \quad (2)$$

در این معادله  $Qi$  تناژ ماده معدنی موجود در دهانه تخلیه ( $tonne$ )،  $D$  قطر ستون تخلیه ( $m$ ) و  $\rho$  وزن مخصوص ماده معدنی ( $t/m^3$ ) است. قطر ستون تخلیه در طراحی معادن تخریب بلوکی در کل معدن یکسان در نظر گرفته می شود بنابراین طبق این رابطه با تغییر در تناژ ماده معدنی موجود در ستون های تخلیه، ارتفاع ستون ها تغییر پیدا می کند و هرچقدر ستون های تخلیه مجاور هم اختلاف ارتفاع بالاتری داشته باشند امکان ترقیق شدگی بیشتر است؛ بنابراین در تعیین همسایگی هر دهانه تخلیه ضمن توجه به موقعیت فضایی دهانه های تخلیه باید ارتفاع ستون های تخلیه نیز به عنوان عامل مؤثر در ترقیق مورد استفاده قرار گیرد. ماتریس فاکتور ارتفاع ستون های تخلیه ( $HD$ ) از معادله (۳) به دست می آید. در این معادله  $HD_{max}$  بیشترین اختلاف فاصله وزنی میان دهانه های تخلیه است.

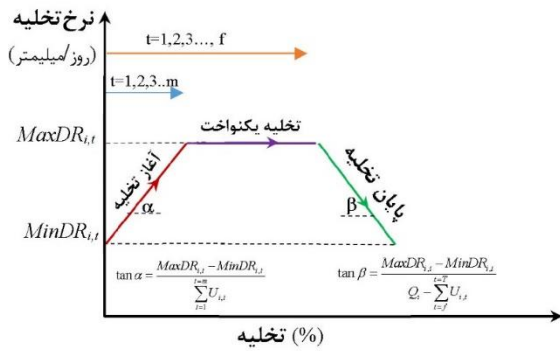
به منظور تعیین ماتریس مجاورت هر دهانه تخلیه از شاخص شباهت<sup>۱</sup> استفاده می شود [۱۹]. در معادله (۴) از طریق فاصله اقلیدسی میان دهانه های تخلیه و همچنین ماتریس ارتفاع ستون های تخلیه، می توان ماتریس شاخص شباهت ( $SI_{i,j}$ ) را محاسبه کرد.

$$SI_{ij} = (HD_{ij} \times DP_{ij})^{-\frac{1}{2}} \times NB_{ij} \quad (4)$$

در این معادله  $NB$  ماتریس همسایگی برای هر جفت دهانه

<sup>2</sup> Mixed Integer Linear Programming

<sup>1</sup> Similarity Index



شکل ۳- منحنی نرخ تولید (PRC)

اعمال محدودیت کنترل ترقیق شدگی علاوه بر اینکه در هر دوره از عمر معدن انجام می‌گیرد بایستی در تمام دوران عمر معدن ارتباط مناسبی از دیدگاه تولید مابین دهانه‌های تخلیه برقرار کند. بر این اساس معادله (۱۰) متوسط عیار وزنی استخراج شده از دو دهانه تخلیه مجاور را تا دوره مشخص کنترل می‌کند به نحوی که اختلاف در تناژ تولیدی فقط در یک محدوده مشخص، مجاز باشد. معادله (۶) نرخ تخلیه را در هر دوره کنترل می‌کند ولی معادله (۱۰) نرخ تخلیه از دهانه‌های مختلف را تا دوره مورد نظر در محاسبات وارد می‌کند تا ضمن اینکه بتوان ترقیق شدگی را در هر دوره کنترل کرد در مابقی دوران عمر معدن که حتی دهانه تخلیه‌ای فعال نباشد این کنترل همچنان ادامه داشته باشد تا انتقال باطله از دهانه‌های غیرفعال به دهانه‌های تخلیه فعال صورت نگیرد. متغیر  $Z_{j,t}$  در معادله (۱۰) این وظیفه را بر عهده دارد و از دوره شروع استخراج از دهانه تخلیه مورد تا پایان عمر دهانه تخلیه کنترل مناسب از ترقیق شدگی را به مدل اعمال می‌کند.

$$\left[ Q_i \times G_i - Q_j \times G_j \times Z_{j,t} \right] \times B_l \leq \left( Q_i \times G_i \times \sum_{t=1}^T U_{i,t} - Q_j \times G_j \times \sum_{t=1}^T U_{j,t} \right) \times B_u \quad (10)$$

### ۳- ساختار مدل MILP

در این تحقیق نرم‌افزار MATLAB زبان اصلی در ایجاد ماتریس ضرایب تابع هدف و محدودیت‌ها و نرم‌افزار CPLEX [20] به عنوان عامل اجراکننده در حل مدل‌های عددی استفاده شد. CPLEX توانایی برقراری ارتباط خوب با MATLAB را دارد CPLEX یک نرم‌افزار توسعه یافته برای اجرای انواع برنامه‌ریزی‌های مختلط خطی و غیرخطی برمبنای الگوریتم شاخه و کران است. در این نرم‌افزار یک معیار اتمام اجرا وجود دارد که مقیاسی از بهینه‌سازی در

تناسب با دهانه‌های تخلیه مجاور آن حفظ کند. این محدودیت به منزله تخلیه یکسان از دهانه‌های تخلیه نیست بلکه این محدودیت موجب تخلیه یکنواخت در محدوده تخریب شده می‌شود. بدین ترتیب کنترل تخلیه از هر دهانه تخلیه با توجه به توزیع تناژ و عیار ستون تخلیه در آن دهانه تخلیه و همین‌طور توزیع تناژ و عیار در ستون‌های تخلیه مجاور آن در ماتریس شاخص شباهت انجام می‌شود. معادله (۶) عیار وزنی تخلیه شده از هر ستون تخلیه را در هر دوره از عمر معدن با توجه به وضعیت تخلیه از دهانه تخلیه مجاور آن کنترل می‌کند. در این محدودیت زمانی می‌توان عیار وزنی بین دو دهانه تخلیه را کنترل کرد که دهانه‌های تخلیه فعال باشند. به عنوان مثال برای دهانه تخلیه  $i$  زمانی متوسط عیار وزنی استخراجی دهانه تخلیه  $j$  قابل اعمال است که  $A_{j,t} = 1$  باشد.

$$B_l \times U_{j,t} \times Q_j \times G_j + MinDR_{i,t} \times (1 - A_{j,t}) \leq U_{i,t} \times Q_i \times G_i \leq B_u \times U_{j,t} \times Q_j \times G_j + MaxDR_{i,t} \times (1 - A_{j,t}) \quad (6)$$

$$i: 1, 2, 3, \dots, N \quad \& \quad j \in R^i$$

در این معادله،  $G_i$  متوسط عیار ستون تخلیه  $i$  حداقل اختلاف در تناژ تولیدی مجاز و  $B_u$  حداکثر اختلاف در تناژ تولیدی مجاز دو ستون تخلیه مجاور است.  $MaxDR_{i,t}$  حداکثر نرخ تخلیه مجاز از دهانه‌های تخلیه (mm/day) و  $MinDR_{i,t}$  حداقل نرخ تخلیه مجاز از دهانه‌های تخلیه (mm/day) است.

نرخ تخلیه به عنوان تابعی از منحنی PRC در دوره‌های تخلیه یکنواخت به حداکثر مقدار مجاز می‌رسد در این صورت از معادله (۷) حداکثر نرخ تخلیه تعیین می‌شود.

$$MaxDR_{i,t} = \frac{Q_i}{U_{i,t}} \quad (7)$$

در دوره‌های آغازین و پایانی تولید نیز بایستی از معادلات (۸) و (۹) جهت تعیین این نرخ استفاده کرد. شکل (۳) منحنی PRC مورد استفاده در معدن تخریب بلوکی را برای معادلات (۷) تا (۹) نشان می‌دهد.

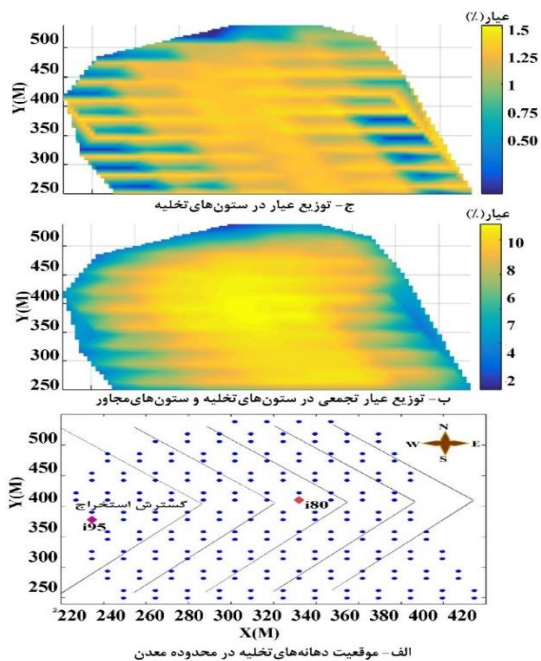
$$DR_{i,t} = MinDR_{i,t} + \frac{Q_i}{\sum_{t=1}^{t=m} U_{i,t}} \quad (8)$$

$$DR_{i,t} = \frac{Q_i}{\sum_{t=f}^T U_{i,t}} \quad (9)$$

منحنی PRC (معادلات ۹ تا ۷) و کنترل‌کننده ترقیق (معادلات ۶ و ۱۰) است که از طریق ماتریس شاخص شباهت و با ملاحظه ستون‌های تخلیه مجاور وارد برنامه MILP می‌شوند.

#### ۴- اجرای مدل MILP

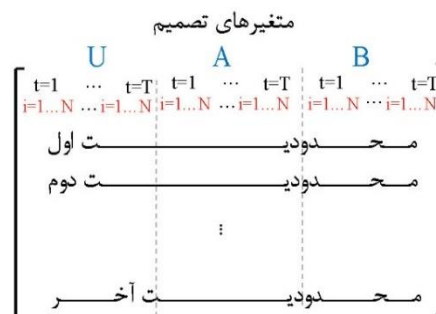
ارزیابی عملکرد محدودیت کنترل‌کننده نرخ تخلیه و ترقیق‌شدگی مدل MILP در زمان‌بندی تولید محدوده تخریب بلوکی با ۱۹۹ دهانه‌تخلیه صورت گرفت. کل تناژ ماده معدنی موجود در این محدوده ۲۴/۶ میلیون تن با متوسط عیار مس ۱/۱٪ و متوسط وزن مخصوص  $(t/m^3)$  ۲/۳ است. حداکثر نرخ تخلیه در منحنی PRC ۴۰۰۰۰ تن و حداقل نرخ تخلیه ۱۱۰۰۰ تن است. در تابع هدف حداکثر سازی NPV، نرخ تنزیل ۱۶٪ در نظر گرفته شد. طول عمر کل معدن برای استخراج ۱۹۹ ستون تخلیه ۱۵ سال لحاظ شد بنابراین در محدودیت استخراج سالیانه حداکثر ظرفیت استخراج سالیانه با توجه به تناژ کل ستون‌های تخلیه و عمر معدن  $(Mt)$  ۱/۶ و حداقل  $(Mt)$  ۰/۳ است. شکل (۵) نمای افقی از موقعیت دهانه‌های تخلیه و توزیع عیار در محدوده معدن را نشان می‌دهد همین‌طور در جدول ۳ تمام اطلاعات موردنیاز در مدل‌سازی MILP آمده است. در اجرای این مدل از سیستم رایانه‌ای ASUS G501 با رم ۱۶ گیگابایت و پردازنده Intel (R) Core i7 استفاده شده است.



شکل ۵- موقعیت دهانه‌های تخلیه (دوایر آبی در شکل الف) و توزیع عیار در ستون‌های تخلیه

مدل‌ها است. این معیار اتمام (EPGAP)، زمانی که یک‌راه حل قابل‌قبول صحیح بر اساس GAP در نظر گرفته شده از اجرا بدست آید، برنامه را مجبور به اتمام بهینه‌سازی می‌کند.

الگوریتم شاخه و کران می‌تواند به نحو مطلوبی در حل مسائل با ابعاد بزرگ و در بهینه‌سازی مسائل صنایع مختلف استفاده شود [۲۱]. در اولین گام از فرمول‌بندی مسائل زمان‌بندی تولید، ماتریس ضرایب محدودیت‌ها و تابع هدف ایجاد می‌شود. ابعاد این ماتریس‌ها تابعی از تعداد متغیرهای تصمیم، دوره‌های فعالیت معدن و تعداد دهانه‌های تخلیه است. شکل (۴) ساختار ساده‌شده ماتریس ضرایب محدودیت‌ها را نشان می‌دهد.



شکل ۴- ساختار ماتریس ضرایب محدودیت‌ها در مدل MILP

در ماتریس ضرایب محدودیت برای هر متغیر تصمیم باید در تمام دوره‌ها، دهانه‌های تخلیه را در محاسبات وارد کرد. در هر محدودیت با توجه به وجود متغیر تصمیم در معادله آن، مقدار آن متغیر از روابط ریاضی توسعه یافته در این تحقیق به دست می‌آید ولی اگر متغیر تصمیم در محدودیتی حضور نداشته باشد مقدار آن صفر لحاظ می‌شود. ساختار ماتریس تابع هدف نیز همانند ماتریس شکل (۴) است. به‌منظور ارائه یک برنامه زمان‌بندی تولید که بتواند محدودیت‌های کنترل ترقیق‌شدگی را به‌خوبی مدل‌سازی کند تابع هدف و سایر محدودیت‌های موردنیاز از الگوریتم پیشنهادی نژاد شاه محمد و همکاران [۵] استفاده شده است. جدول ۲ معادلات استفاده‌شده از مدل آن محققین را نشان داده است.

در اجرای مسئله زمان‌بندی تولید هدف حداکثر سازی NPV است و محدودیت‌های مورد استفاده طبق جدول ۲ شامل ظرفیت تولید سالیانه، عیار تولید منطبق با کارخانه فراوری، تعداد دهانه‌های تخلیه فعال، پیوستگی در عملیات استخراج، زمین‌شناسی، محدودیت‌های نرخ تخلیه بر اساس



جدول ۲- معادلات مورد استفاده در برنامه ریزی تولید در روش تخریب بلوکی [۵]

نماد	معادله ریاضی	توصیف	تابع هدف
$i$ : ارزش کل دهانه تخلیه (دلار)	$O.f = \text{Max} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T U_{i,t} \times \ln_i \times (1+dr)^t$	حداکثر سازی NPV	
$dr$ : نرخ تنزیل (%)	$C_l \leq \sum_{i=1}^N (Q_i) \times U_{i,t} \leq C_u$	ظرفیت تولید سالیانه	
$Cl, Cu$ : حداکثر و حداقل ظرفیت استخراج سالیانه (ton)	$\sum_{i=1}^N (Q_i \times (G_l - G_{i,t}) \times U_{i,t} \leq 0$ $\sum_{i=1}^N (Q_i \times (G_{i,t} - G_u) \times U_{i,t} \leq 0$	عیار تولیدی	
$Gl, Gu$ : حداکثر و حداقل عیار قابل قبول کارخانه (%)			محدودیت
$NA, t$ : حداکثر تعداد دهانه تخلیه فعال مجاز سالیانه	$\sum_{i=1}^N A_{d,t} \leq N_{A,t}, U_{i,t} \leq A_{i,t}, A_{i,t} \leq \text{MaxDR}_{i,t} \times U_{d,t}$	تعداد دهانه‌ها تخلیه فعال	
$\text{MaxDR}_{i,t}$ : حداکثر نرخ تخلیه مجاز از دهانه‌های تخلیه (mm/day)	$Z_{i,t} \leq \sum_{j=1}^t Z_{R',j}, \sum_{i=1}^T Z_{i,t} = 1, A_{i,t} - A_{i,(t-1)} \leq Z_{i,t}$	پیوستگی تولید	
	$\sum_{i=1}^T U_{i,t} \leq 1$	زمین‌شناسی	

۱۱۹۴۰ عدد بیشتر از حالت اول است. بنابراین ابعاد ماتریس ضرایب محدودیت‌ها در حالت دوم بیشتر از حالت اول است همین امر موجب شده است تا زمان اجرا به دلیل افزایش تعداد محدودیت‌ها و پیچیدگی هرچه بیشتر مسئله، بیشتر از حالت اول باشد.

جدول ۴- نتایج اجرای مدل با CPLEX

مدل		WDC	BDC
متغیر تصمیم	پیوسته	۸۹۵۵	۸۵۹۹
	گسسته	۵۹۷۰	۵۹۷۰
محدودیت		۲۰۸۳۶	۳۲۷۷۶
ابعاد ماتریس تابع هدف		(۱×۸۹۵۵)	(۱×۸۹۵۵)
ابعاد ماتریس ضرایب محدودیت		(۲۰۸۳۶×۸۹۵۵)	(۳۲۷۷۶×۸۹۵۵)
زمان CPU		۰۹:۴۱:۳۰	۲۸:۱۸:۲۱
NPV(MS)		۱۶۳/۲	۱۷۵/۴
تناژ استخراج (Mt)		۲۲/۲	۱۸/۷
درصد استخراج (%)		۹۰/۲	۷۶
متوسط عیار تولید (%)		۱/۲۴	۱/۳۲

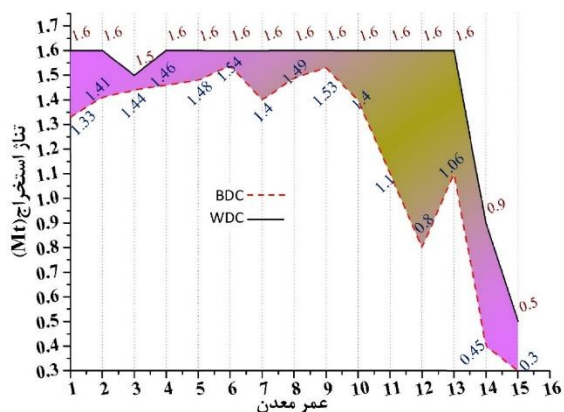
ماهیت محدودیت کنترل ترقیق‌شدگی جلوگیری از اختلاط باطله با ماده معدنی در ستون‌های تخلیه است چراکه این اختلاط در نهایت منجر به کاهش عیار مواد تخلیه‌شده و تناژ باطله می‌شود. مقدار NPV حاصل از اجرای مدل برای هر دو حالت در جدول (۴) آمده است. NPV محاسبه شده برای مدل BDC ۷/۴۷٪ بیشتر از حالت WDC است این در حالی است که تناژ استخراجی در مدل فاقد محدودیت

با ایجاد ماتریس تابع هدف و محدودیت‌ها در نرم‌افزار MATLAB، مسئله بهینه‌سازی زمان‌بندی تولید در نرم‌افزار CPLEX و با معیار بهینگی (EPGAP) ۱٪ اجرا شد. نتایج اجرای مدل MILP در جدول ۴ آمده است. به‌منظور بررسی عملکرد مدل پیشنهادی، مسئله در دو حالت (بدون محدودیت ترقیق‌شدگی (WDC) و با اعمال محدودیت ترقیق‌شدگی (BDC) اجرا شد.

جدول ۳- اطلاعات مورد نیاز در زمان‌بندی تولید

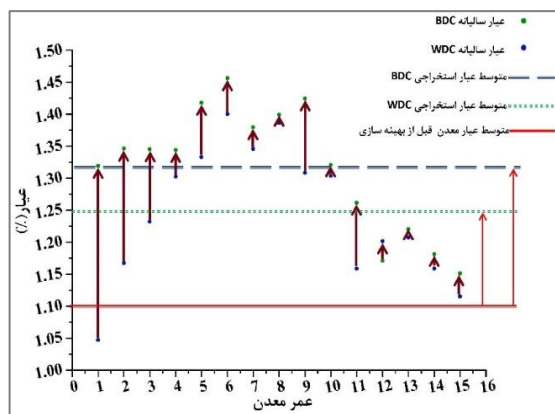
پارامتر	مقدار
کل تناژ ماده معدنی (Mt)	۲۴/۶
عمر معدن	۱۵
نرخ تنزیل (%)	۱۶
ظرفیت استخراج سالیانه (Mt)	حداکثر ۱/۶
	حداقل ۰/۳
حداکثر تعداد دهانه‌تخلیه فعال	۴۰
تعداد دهانه‌های جدید	حداکثر ۲۰
	حداقل ۲
نرخ تخلیه (Kt)	حداکثر ۴۰
	حداقل ۱۱
عیار تولید سالیانه (%)	حداکثر ۱/۲
	حداقل ۰/۹
اختلاف تناژ دو دهانه‌تخلیه مجاور	حداکثر ۴
	حداقل ۲

همان‌طور که در این جدول مشاهده می‌شود تعداد کل متغیرهای تصمیم در هر دو حالت برابر با ۸۹۵۵ بوده ولی تعداد کل محدودیت‌های ایجادشده با اعمال ترقیق‌شدگی



شکل ۶- تناژ تولید در عمر معدن با مدل MILP

شکل (۷) افزایش عیار تولیدی سالیانه را با اعمال محدودیت کنترل ترقیق‌شدگی نشان می‌دهد در تمام سال‌ها متوسط عیار تولیدی افزایش یافته است بیشترین نرخ افزایش عیار در سال اول است و در سال‌های آخر به دلیل پایین بودن عیار ستون‌های تخلیه نرخ افزایش و همین‌طور تولید عیار استخراجی پایین است. در هر دو مدل اجرا شده در این تحقیق، متوسط عیار استخراجی ناشی از مسئله بهینه‌سازی بیشتر از متوسط عیار موجود در محدوده معدن است ولی در مدل با اعمال کنترل ترقیق‌شدگی متوسط عیار تولیدی ۰/۰۸٪ بیشتر از حالت اول است.



شکل ۷- عیارهای تولیدی در محدوده معدن بر اساس مدل‌های MILP

در شکل (۸) تأثیر محدودیت ترقیق‌شدگی در تناژهای استخراجی و عیار تولیدی به‌صورت توأمان نشان داده شده است. این تأثیر به نحوی است که اگر عیار تولیدی کم باشد مدل‌ها تناژهای کمتری را استخراج می‌کنند (دوره‌های ۷، ۹ تا ۱۵). در دوره ۱۳ با افزایش عیار هر چند، مدل BDC به‌صورت جزئی سریع‌تر تناژ تولید شده را افزایش می‌دهد ولی در مدل WDC ارتباط معنادار مناسبی مابین تناژ تولید و عیار استخراجی برقرار نمی‌شود نمونه بارزی از این مسئله

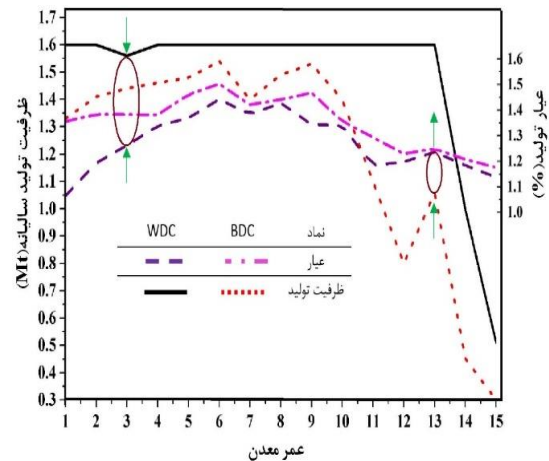
کنترل ترقیق‌شدگی ۱۴/۲ درصد بیشتر است بنابراین محدودیت کنترل ترقیق‌شدگی از اختلاط ۳/۵ Mt باطله با ماده معدنی در ستون‌های تخلیه جلوگیری کرده و مانع استخراج آن‌ها و هزینه‌های مازاد باطله برداری می‌شود. با توجه به حداکثر ظرفیت استخراجی معدن (۱/۶Mt) می‌توان گفت اگر زیرساخت‌ها و تجهیزات مکانیزه برای چنین معدنی موجود بوده باشد عمر معدن را می‌توان به اندازه ۲ سال کمتر کرد چراکه نیاز به استخراج ۳/۵Mt باطله وجود ندارد.

شکل (۶) ظرفیت استخراج سالیانه به‌دست‌آمده برای هر دو حالت را نشان می‌دهد. در حالت اول یعنی مدل بدون اعمال محدودیت کنترل ترقیق‌شدگی و با توجه به نرخ تنزیل و تابع هدف، استخراج از کل دهانه‌های تخلیه در حداکثر مقدار ممکن بوده و با رسیدن به اواخر عمر معدن به دلیل مواجه با عیارهای پایین‌تر از حداقل عیار قابل قبول کارخانه فراوری تناژ استخراجی کاهش می‌یابد. در حالت دوم که محدودیت کنترل ترقیق‌شدگی نیز به مدل اضافه شده است مجدداً مدل سعی دارد تا تناژ تولید را در بالاترین سطح ممکن نگه دارد. عملکرد اصلی کنترل ترقیق‌شدگی از طریق کنترل عیارهای تولید در دهانه‌های تخلیه مختلف در تمام دوران عمر معدن است بنابراین همان‌طور که مشاهده می‌شود تناژ تولیدی با اعمال این محدودیت در تمام سال‌ها نسبت به حالت اول کمتر است چراکه محدودیت کنترل ترقیق‌شدگی مانع از استخراج باطله می‌شود بدین ترتیب منطقه مشخص شده بین منحنی‌های هر دو حالت در شکل ۶ نشان دهنده باطله استخراجی است که در مدل حالت اول و بدون کنترل ترقیق‌شدگی در طول عمر تخلیه شده است. لازم به ذکر است استخراج باطله مازاد بر نیاز، موجب استهلاک سریع ماشین‌آلات و تجهیزات مختلف معدن خواهد شد که همین عامل نیز هزینه‌های دیگری را به مجموعه معدن وارد می‌کند. در فاصله ما بین عمر ۱۰ تا ۱۳ معدن به دلیل عیارهای پایین ستون‌های تخلیه در بخش‌های شرقی و جنوب شرقی معدن (شکل ۵-ب و ج) تناژ باطله استخراجی از سایر دوران فعالیت معدن بیشتر است. یکی از مزایای مهم محدودیت کنترل ترقیق‌شدگی، جلوگیری از استخراج بخش‌های کم‌عیار در ستون‌های تخلیه است محدودیت کنترل ترقیق‌شدگی ضمن توجه به محدودیت عیار کارخانه فراوری، همواره سعی دارد تا استخراج مواد معدنی با عیارهای بالا صورت گیرد.



ترقیق‌شدگی برای بهینه‌سازی تولید وارد مسئله زمان‌بندی تولید شود. اعمال محدودیتی با چنین شرایط منجر به پیچیدگی مسئله و ایجاد ماتریس‌هایی با ابعاد بزرگ در مدل‌های *MILP* می‌شود. ولی اجرای چنین مدل‌هایی از لحاظ اقتصادی منافع زیادی دارد به نحوی که مقایسه نتایج اجرا برای محدوده‌ای با ۱۹۹ دهانه‌تخلیه که در طی ۱۵ سال وارد مسئله زمان‌بندی تولید شده بودند، نشان داد ۷۴/۴۷ درصد از *NPV* محاسبه شده نسبت به حالتی که محدودیت کنترل ترقیق‌شدگی در مدل وجود ندارد افزایش یافته است که معادل  $12/2 M\$$  است. جلوگیری از استخراج  $3/5 Mt$  باطله در نتیجه استفاده از محدودیت ترقیق‌شدگی، علاوه بر جلوگیری از هزینه‌های باطله برداری و مسائل زیست‌محیطی در سطح زمین، عمر مفید معدن را تا ۲ سال می‌تواند کاهش دهد. برقراری ارتباط مناسب مابین تناژهای استخراجی به‌عنوان تابعی از عیارهای ستون‌های تخلیه منجر به افزایش متوسط عیار تولیدی سالیانه به میزان ۰/۰۸ درصد شده است. بدین ترتیب با وارد کردن محدودیت کنترل ترقیق‌شدگی در مسائل بهینه‌سازی معادن تخریب بلوکی می‌توان ارزش کل عملیات را بالا برد و همین‌طور با کاهش استخراج باطله‌های ناشی از عدم کنترل مناسب عیار تولیدی، از اضافه‌استهلاک ماشین‌آلات و تجهیزات مرتبط با فرایند تخریب و تخلیه جلوگیری کرد. در نهایت طبق یافته‌های این تحقیق محدودیت کنترل ترقیق‌شدگی به‌عنوان جز اصلی از سیستم کنترل تخلیه بایستی در مسائل زمان‌بندی تولید در نظر گرفته شود تا ضمن افزایش ارزش کل فرایند استخراج از هزینه‌های مازاد تولید کاسته شود.

در دوره ۳ نیز وجود دارد در مدل *WDC* با افزایش عیار تولیدی، تناژ تولید کاهش یافته است؛ در مدل *BDC* چنین ناهماهنگی‌هایی در مقدار عیار و تناژ تولیدی وجود ندارد بنابراین مدل *BDC* به‌خوبی توانسته است محدودیت ترقیق‌شدگی را در مساله زمان‌بندی تولید اعمال کند.



شکل ۸- ارتباط تناژ و عیار تولیدی در اثر محدودیت کنترل ترقیق‌شدگی

## ۵- نتایج

هر ستون تخلیه در معادن تخریب بلوکی علاوه بر اینکه بر اساس منحنی *PRC* وارد برنامه‌ریزی تولید می‌شود، بایستی جهت جلوگیری از مهاجرت مواد باطله واقع در بالای ستون‌های تخلیه به ستون‌های مجاور، محدودیت دیگری نیز در طراحی این معادن مدنظر گرفته شود تا از طریق جلوگیری از تفاوت‌های معنادار در نرخ تخلیه ستون‌های مجاور، ترقیق‌شدگی را به حداقل برساند. همین مسئله موجب شد تا در این تحقیق محدودیت کنترل‌کننده

## مراجع

- [۱] حسن بخشنده امنیه، هادی محتاری، میثم حکیمیان و سعید دهنوی آرانی، "مدل‌سازی ریاضی زمانبندی فعالیت‌ها با در نظر گرفتن هزینه‌های اضافه‌کاری و جریمه‌ی دیرکرد برای استخراج بلوک معدن سنگ آهن چغارت". نشریه مدل‌سازی در مهندسی، دوره ۱۶، شماره ۵۳، تابستان ۱۳۹۷، صفحه ۳۱۵-۳۲۳.
- [2] G.P. Chitombo, "Cave mining: 16 years after Laubscher's 1994 paper 'Cave mining - state of the art'", International journal of Mining Technology, Vol. 119, No. 3, November 2010, pp. 132-141.
- [3] D.H. Laubscher, "Cave mining-the state of the art". The Journal of The South African Institute of Mining and Metallurgy, Vol. 1, No. 1, October 1994, pp. 279-293.
- [4] D. Rahal, "Draw Control in Block Caving Using Mixed Integer Linear Programming", Sustainable Minerals Institute, PHD Thesis, University of Queensland, 2008.

- [5] F. Nezhadshahmohammad, H. Aghababaei, and Y. Pourrahimian, "Conditional draw control system in block-cave production scheduling using mathematical programming", *International Journal of Mining, Reclamation and Environment*, Vol. 33, No. 4, August 2019, pp 223-246.
- [6] F. Nezhadshahmohammad, Y. Pourrahimian, and H. Aghababaei, "Presentation of a multi-index clustering technique for the mathematical programming of block-cave scheduling", *International Journal of Mining Science and Technology*, Vol. 28, No. 6, November 2018, pp. 941-950.
- [7] F. Khodayari, and Y. Pourrahimian, "Production Scheduling in Block Caving with Consideration of Material Flow", *International journal of Mining and Mineral Science*, Vol. 1 No. 1, December 2017, pp. 1-8.
- [8] F. Khodayari, and Y. Pourrahimian, "Long-term production scheduling optimization and 3D material mixing analysis for block caving mines", *International Journal of Mining Technology*, Vol. 128, No. 2, January 2019, pp. 45-60.
- [9] A.R. Guest, G.J. Van Hout, and A. Von Johannides, "An Application of Linear Programming for Block Cave Draw Control", *International journal of Mining and Mineral Science*, Vol. 12, No. 1, December 2000, pp. 461-468.
- [10] E. Rubio, "Long term planning of block caving operations using mathematical programming tools, Mining and Mineral Process Engineering", PHD Thesis, The University of British Columbia. 2002.
- [11] R. Epstein, S. Gaete, F. Caro, A. Weintraub, P. Santibanez, and J. Catalan, "Optimizing long term planning for underground copper mines", 5th International conference Proceedings of Copper, Santiago, Chile, October 2003, pp.156-164.
- [12] D. Rahal, M. Smith, G. V. Hout, and A. V. Johannides, "The use of mixed integer linear programming for long-term scheduling in block caving mines", *The Journal of South African Institute of Mining and Metallurgy*, Vol. 101, No. 2, November 2003, pp. 123-132.
- [13] E. Rubio, and T. Diering. "block cave production planning using operation research tool", Massmin conference , Santiago, Chile, August 2004. 2004 pp. 34-45.
- [14] M. Smoljanovic, E. Rubio, and N. Morales, "Panel Caving Scheduling Under Precedence Constraints Considering Mining System", 35th APCOM Symposium. September 2011, pp. 407-417.
- [15] A. Parkinson, "Essays on Sequence Optimization in Block Cave Mining and Inventory Policies with Two Delivery Sizes", The PhD Thesis, The University Of British Columbia: The University Of British Columbia. 2012.
- [16] Y. Pourrahimian, and H. Hooman Askari-Nasab, "An application of mathematical programming to determine the best height of draw in block-cave sequence optimisation", *International Journal of Mining Technology*, Vol. 123, No. 3, October 2014, pp. 162-172.
- [17] D.H. Laubscher, "Block caving manual", JKMRC and Itasca Consulting Group, Inc: Brisbane, August 2000, pp. 1-12.
- [18] Y. Pourrahimian, "Mathematical programming for sequence optimization in block cave mining", The PhD Thesis, University of Alberta (Canada): Ann Arbor. 2013.

[۱۹] فرشاد نژادشاه محمد، "ارائه الگوریتم خوشه‌بندی چندمرحله‌ای در مدل‌سازی ریاضی تولید معادن". نشریه مدل‌سازی در مهندسی، دوره ۱۷ شماره ۵۶، بهار ۱۳۹۸، صفحه ۲۶۷-۲۷۹.

[20] IBM ILOG, "ILOG CPLEX, ILOG", Inc. 2015: Sunnyvale, CA, USA.

[۲۱] سید محمد حسین حسینی، حسینی، علی اکبر حسینی، "توسعه یک الگوریتم شاخه و کران برای حل مساله زمان‌بندی در سیستم تولید جریان کارگاهی مونتازی"، نشریه مدل‌سازی در مهندسی، دوره ۱۵، شماره ۵۱، زمستان ۱۳۹۶، صفحه ۸۵-۹۸.