مسئله مکان‌یابی هاب تک تخصیصی با در نظر گرفتن تقاضاهای غیرقطعی صفر و یک

سعید پاسبانی اصل [۱]، نادر غفاری نسب [۲،*] و فرید ممیزی [۳]

اطلاعات مقاله

دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۰۱/۲۵

پذیرش مقاله: ۱۴۰۰/۰۴/۰۸

واژگان کلیدی:

مسئله مکان‌یابی هاب،

تقاضای برنولی،

شبکه حمل و نقل.

چکیده

مسائل مکان‌یابی هاب جهت تعیین بهترین مکان برای تأسیس تسهیلات هاب از بین تمام گره‌های شبکه و نحوه تخصیص سایر گره‌های شبکه به هاب‌ها با توجه به مفروضات مختلف می‌باشد. هاب‌ها تسهیلات ویژه‌ای هستند که در بسیاری از سیستم‌های توزیع به عنوان نقاط تعویض، جابجایی و طبقه‌بندی بکار گرفته می‌شوند. تسهیلات هاب در یک شبکه، جهت کاهش تعداد جریان‌های مستقیم بین هر زوج مبدأ– مقصد ایجاد می‌شوند که نقش ایستگاه‌های واسط در شبکه را دارند. در اکثر تحقیقات انجام شده در خصوص مسائل مکان‌یابی هاب، تقاضاها (جریان‌های درون شبکه) بصورت قطعی در نظر گرفته شده است در حالیکه در دنیای واقعی تقاضا یک پارامتر غیرقطعی است. در این مقاله، مسئله مکان‌یابی هاب تک تخصیصی با تقاضای غیرقطعی بصورت صفر و یک (تقاضای بین هر زوج مبدأ– مقصد یک متغیر تصادفی برنولی با احتمال مشخص p) توسعه داده شده است همچنین در صورت تکمیل شدن ظرفیت هاب، برون سپاری برخی از تقاضاها نیز در نظر گرفته شده است که تاکنون در مسائل مکان‌یابی هاب، عدم قطعیت تقاضا بصورت برنولی و برون سپاری تقاضا در صورت تکمیل ظرفیت هاب مورد بررسی قرار نگرفته‌اند. یک مدل ریاضی جدیدی از نوع برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط توسعه داده شده است که با استفاده از نرم افزار GAMS حل شده است. نتایج حاصل از حل مسائل در نمونه‌های مختلف با استفاده از اطلاعات فرودگاه‌های ایالات آمریکا (Civil Aeronautics Board) که به مجموعه داده CAB معروف است بررسی شده و تأثیر پارامترهای مختلف بر روی جواب بهینه مسئله نیز مورد بررسی قرار گرفته است.

۱-مقدمه

انواع مسائل مکان‌یابی، همواره به دنبال بهترین مکان برای مجموعه‌ای از تسهیلات می‌باشد که باید تقاضای یک دسته از مشتریان را برآورده نماید. مسئله مکان‌یابی هاب[۴] یکی از مباحث مهم در زمینه مسائل مکان‌یابی است که عموماً به منظور مشخص کردن یک نقطه یا یک مکان در شبکه برای تأسیس ایستگاهی به نام هاب اشاره دارد؛ بدین ترتیب در این مکان از شبکه (هاب) از چندین مبدأ متفاوت، کالا یا اطلاعات گردآوری شده و به سمت سایر هاب‌های شبکه یا مقاصد موردنظر فرستاده می‌شود. در هر شبکه هاب، جریان بجای ارسال مستقیم از مبدأ به مقصد، ابتدا از مبدأ به یک هاب سپس از همان هاب به مقصد ارسال می‌شود یا بعد از ارسال از مبدأ به یکی از هاب‌های شبکه از آن هاب به یک هاب دیگر در شبکه ارسال و سپس به مقصد ارسال می شود در واقع هر جریان ارسالی در شبکه از مبدأ به سمت مقصد، در بین راه نمی‌تواند بیشتر از دو هاب عبور نماید. از دلایل

* پست الکترونیک نویسنده مسئول: ngnasab@tabrizu.ac.ir

۱. کارشناس ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی ارومیه

۲. دانشیار گروه مهندسی صنایع، دانشگاه تبریز

۳. استادیارگروه مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی ارومیه

[4] Hub Location Problem (HLP)

استفاده از هاب در ارسال جریان بین گره‌های شبکه این است که یا بین گره‌های شبکه امکان ارسال مستقیم وجود ندارد و یا اگر امکان ارسال مستقیم بین گره‌ها وجود داشته باشد صرفه اقتصادی در مقیاس[1] با استفاده از شبکه هاب (به دلیل ارتباطات کمتر این نوع شبکه‌ها) در شبکه را نداشته باشد.

اغلب فرض می‌شود که تقاضاهای مشتریان در انواع مسائل مکان‌یابی از جمله مسئله مکان‌یابی هاب بخشی از داده‌های ورودی مسئله هستند، بنابراین مقدار آنها معلوم و قطعی تلقی می‌گردد. ولی در عمل این امر به ندرت اتفاق می‌افتد، زیرا در اکثر موارد دنیای واقعی یک سطح بالایی از عدم اطمینان در ارتباط با تقاضا وجود دارد.

مسائل مکان‌یابی با تقاضاهای غیرقطعی شامل هرگونه مسئله مکان‌یابی مربوط به لجستیک می‌باشد که در آن سطوح تقاضا ممکن است در دوره‌های زمانی مختلف تغییر کند مانند خدمات پستی، سوپرمارکت‌ها، انبارها برای توزیع کالاها با تقاضای فصلی، فرودگاه‌ها و ....

مسئله مکان‌یابی هاب نخستین بار توسط آقای اوکلی در سال ۱۹۸۶ [۱] به درخواست شرکت فدکس برای پیدا کردن بهترین مکان جهت تأسیس هاب در فرودگاه‌های ۲۵ شهر ایالات آمریکا (مجموعه داده CAB[2]) صورت پذیرفت. علاوه بر این از شبکه هاب در سیستم‌های ارتباطات مخابراتی و اطلاعاتی و طراحی شبکه‌های کامپیوتری نیز استفاده می‌شود.

۱-۱-تقسیم‌بندی مسائل مکان‌یابی هاب

بر اساس کمپبل [۲] چهار مدل پایه‌ای مسئله مکان‌یابی هاب بصورت زیر می‌باشد:

۱- مسئله مکان‌یابی هاب
۲- مسئله مکان‌یابی p–هاب میانه
۳- مسئله مکان‌یابی p–هاب مرکز
۴- مسئله مکان یابی هاب پوششی

فراهانی و همکاران در سال ۲۰۱۳ علاوه بر تقسیم بندی فوق، موارد دیگری نیز بصورت زیر در نظر گرفتند [۳]:

- دامنه جواب: بصورت شبکه‌ای، فضای گسسته و فضای پیوسته

در حالت فضای شبکه تمام گره‌های شبکه قابلیت انتخاب شدن به عنوان هاب را دارند. در حالت گسسته فقط تعدادی گره می‌توانند به عنوان هاب انتخاب شوند. در حالت پیوسته نیز گره‌های هاب بصورت صفحه می‌باشد.

- تابع هدف: سه نوع تابع هدف برای مسئله مکان‌یابی هاب بصورت زیر هستند:

۱- کمترین بیشینه ۲- کمترین مجموع ۳- بیشترین مجموع

حالت کمترین بیشینه ماکزیمم جریان شبکه را حداقل می‌نماید. حالت کمترین مجموع کل هزینه‌های ایجاد هاب در شبکه و تخصیص سایر گره‌ها به هاب‌ها را کمینه می‌نماید. در حالت بیشترین مجموع کل جریان‌های خدمت دهی شده (تحت پوشش) توسط هاب‌های مستقر در شبکه به حداکثر می‌رسد.

- تعیین تعداد هاب‌های شبکه توسط مدل به دو صورت درون‌زا و برون‌زا می‌باشد.

۱- حالت درون‌زا: تعداد هاب‌ها توسط خود مدل تعیین می‌شود.
۲- حالت برون‌زا: تعداد هاب‌ها قبلا مشخص شده و از طریق یک محدودیت در مدل اعمال می‌شود.

- ظرفیت هاب‌ها: مسائل مکان‌یابی هاب از لحاظ میزان جریان ورودی به هاب‌ها به دو صورت ظرفیت‌دار و بدون ظرفیت تقسیم‌بندی می‌شوند.
- هزینه ایجاد هاب‌ها در شبکه: به سه صورت بدون هزینه، هزینه ثابت و هزینه متغیر می‌باشد.
- هزینه ایجاد مسیر در شبکه: به سه صورت بدون هزینه، هزینه ثابت و هزینه متغیر می‌باشد.
- تخصیص سایر گره‌های شبکه به هاب‌های شبکه به دو صورت تک تخصیصی و چند تخصیصی می‌باشد.

در مسائل تک تخصیصی، گره‌های غیرهاب شبکه فقط می توانند به یک هاب در شبکه تخصیص یابند، در حالیکه در مسائل چند تخصیصی، گره‌های غیرهاب شبکه می‌توانند به بیش از یک هاب در شبکه تخصیص یابند.

در تحقیق حاضر مدل ارائه شده از نوع مسئله مکان‌یابی هاب با هزینه ثابت ایجاد هاب، بدون در نظر گرفتن ظرفیت در هاب‌ها و مسیرهای شبکه بوده تخصیص بصورت تکی بوده و مسئله از نوع درون‌زا برای تعیین تعداد هاب های شبکه می باشد. علاوه بر آن تقاضاهای موجود در شبکه از

[1] Economies of scale

[2] Civil Aeronautics Board

نوع غیر قطعی با توزیع احتمالی برنولی (صفر و یک) فرض شده است.

مسئله مکان‌یابی هاب در ساده‌ترین حالت خود از نوع مسائل NP-Hard می‌باشد [۱۱]. لذا مسئله مکان‌یابی هاب با تقاضاهای غیرقطعی صفر و یک که نوع توسعه یافته مسئله مکان یابی هاب است نیز قطعا در دسته مسائل NP-Hard قرار می‌گیرد.

۱-۲-نوآوری پژوهش

همانطوری که اشاره گردید در اکثر مطالعاتی که بر روی مسئله مکان‌یابی هاب صورت پذیرفته است از جمله مطالعات اولیه ذکر شده، در تمامی موارد تقاضاها (جریان‌های درون شبکه) بصورت قطعی در نظر گرفته شده است در حالیکه تقاضا در کاربرد یک پارامتر غیرقطعی با عدم اطمینان بالا است.

در تحقیق پیش رو تقضاها بصورت غیرقطعی و از نوع احتمالی صفر و یک (توزیع برنولی) در نظر گرفته شده است. این یک در مسئله بهینه‌سازی ترکیبی تصادفی است که در آن تصادفی بودن با غیرقطعی بودن تقاضای مشتریان همراه است و بر این اساس، فرض شده است هر هاب دارای ظرفیت اتصال می‌باشد که نشان دهنده حداکثر مشتریانی است که می‌توانند از آن خدمات بگیرند. برای هر هاب، این ظرفیت بر تعداد مشتریانی که می‌توان به آن اختصاص داد تأثیری ندارد بلکه تعداد گره‌هایی که می‌توانند به هاب متصل شوند با ظرفیت اتصال به هاب مواجه هستند، بنابراین اجازه داده شده است که تعداد اتصال گره‌ها به هر هاب بیش از ظرفیت هاب‌ها باشد. در حالت خاصی که تعداد مشتریان تخصیص یافته به هاب‌های شبکه بیش از ظرفیت هاب باشد در آن صورت به دلیل کمبود ظرفیت هاب به برخی از این مشتریان نمی‌توانند بدون استفاده از برون سپاری به آنها خدمات ارائه داد. در این حالت، برخی از هزینه‌های اضافی به لجستیک شبکه تحمیل می‌شوند. بیشتر فرض شده است که هاب‌ها تنها درصورتی ایجاد می‌شوند که حداقل تعداد مشتری از پیش تعیین شده‌ای به آن اختصاص داده شود. این فرض حداکثر محدودیت استفاده را مدل‌سازی نمی‌کند، بلکه نوع دیگری از شرایط مانند قراردادهای حمل و نقل که قبل از تحقق تقاضا تعریف شده‌اند و نیاز به هاب با ظرفیت بالایی دارند ولی تغییرات در ظرفیت هاب‌ها بسیار دشوار و هزینه‌زا است. معمولاً این نوع عملکرد تحمیل هزینه نیست بلکه تصمیمات مقدماتی است که لازم است اتخاذ می‌شود تا اطمینان حاصل شود که سیستم تا چه اندازه متعادل است و این یک نیاز کاملاً عمومی است، زیرا در ابتدای تصمیم گیری در زمان برقراری شبکه و تأسیس هاب در خصوص ظرفیت هاب‌ها چنین محدودیتی وجود نداشته بلکه به مرور زمان به طور خاص تحت قراردادی بوجود آمده است. در اکثر مطالعاتی که تسهیل هاب را بصورت ظرفیت‌دار در نظر گرفته‌اند، یک محدودیت برای کران بالای ظرفیت هاب در نظر گرفته می‌شود که از ورود تقاضای مازاد بر ظرفیت جلوگیری می‌نماید که این روش برای طراحی شبکه هاب در ابتدای امر موثر است. بنابراین در مقاله پیش‌رو، ظرفیت محدود برای هاب در نظر گفته شده است ولی این ظرفیت از ورود مقدار مازاد بر ظرفیت هاب جلوگیری نمی‌کند بلکه جریمه‌ای برای مقادیر مازاد در نظر گرفته شده است که جریمه اخذ شده به عنوان هزینه برون سپاری در نظر گرفته شده است.

۱-۳-ساختار مقاله

ساختار نگارش مقاله حاضر بصورت زیر است: در بخش بعدی مروری بر پژوهش‌های پیشین در زمینه مسائل مکان‌یابی علی الخصوص مکان‌یابی هاب با تاکید بر جنبه‌های غیر قطعی مسئله صورت می‌گیرد. در بخش ۳ به مدل‌سازی مسئله پرداخته می‌شود، نتایج عددی حاصل از حل مسئله بر اساس مجموعه داده استاندارد CAB توسط نرم افزار گمز در بخش ۴ ارائه و بررسی می‌شود و در بخش ۵ به جمع بندی مقاله و در نهایت در بخش ۶ به نتیجه‌گیری و ارائه پیشنهادهایی برای تحقیقات آتی پرداخته خواهد شد.

۲-مرور پژوهش‌های پیشین

همانطوری که اشاره گردید مسئله مکان‌یابی هاب شاخه‌ای از علم مکان‌یابی است، هدف مسائل مکان‌یابی پیدا کردن بهترین مکان برای تسهیل مورد نظر است.

به عنوان مثال بشیری و یعقوبی [۴] مسئله مکان‌یابی مرکز (P-Center) با در نظرگرفتن سلسله مراتب یک مدل ریاضی غیر خطی ارائه کردند. در مدل پیشنهادی دو سطح در نظر گرفته شده است که برای رسیدن به سطح دو حتماً باید از سطح یک گذر کرد و خدمات سطح یک و دو با هم در ارتباط بوده و سطح دو ضمن ارائه خدمات سطح یک، خدماتی بالاتر از آن سطح را نیز ارائه می‌کند. حکیم پور و همکاران [۵] به تحقیق در خصوص مکان‌یابی بانک‌ها تحت

شرایط رقابتی با سطوح جذابیت متفاوت پرداخته‌اند. هاب‌ها همانند بانک‌ها تسهیلات خاصی هستند که دارای امکانات، عملکرد و شرایط ویژه‌ای جهت مکان‌یابی می‌باشند. نخستین تحقیق در زمینه مسئله مکان‌یابی هاب توسط حکیمی [۶] در سال ۱۹۶۴ در زمینه ناحیه بهینه‌سازی گره می‌باشد که بعدها باعث مفهومی شبیه به مسائل مکان‌یابی هاب شد. توه و هیگینز [۷] در سال ۱۹۸۵ برای حمل و نقل و صنعت هوایی،کاربرد شبکه‌های مکان‌یابی هاب را نشان دادند که در زمینه مکان‌یابی هاب به عنوان اولین پژوهش مطرح است. با تلاش‌های اوکلی اولین مقاله در این زمینه که شامل مدل ریاضی و روش حل آن است نوشته شد. اوکلی در سال ۱۹۸۷ اولین مدل درجه دوم را برای این مسئله مطرح کرد که در آن تسهیلات هاب با شرط ارتباط تخصیص مراکز تقاضا به یک مرکز هاب می‌باشند [۱]. در اکثر مطالعات صورت پذیرفته تا دهه ۱۹۸۰ تحقیقات بر روی مدل‌سازی تمرکز داشتند، این تمرکز در دهه ۱۹۹۰ اکثرا بر روی بهینه‌سازی، ایجاد مدل ساده‌تر و حل مدل پیشنهادی تغییر یافت به عنوان مثال کمپبل در سال ۱۹۹۴ [۲] فرمول‌بندی ریاضی چندگانه را ارائه داد که اولین برنامه‌ریزی عدد صحیح می‌باشد. در ادامه در سال ۱۹۹۶ اسکورین-کاپو و همکاران [۸] بیان کردند که آزادسازی فرمولبندی برنامه‌ریزی خطی که توسط کمپبل [۲] ارائه شده بود، باعث حل‌های کسری می‌شود. آن‌ها برای مسئله تخصیص تکی p- هاب میانه یک مدل ریاضی عدد صحیح مختلط جدید مطرح کردند. نویسندگان نشان دادند که آزاد سازی خطی این فرمول‌بندی تقریبا همیشه حل‌های صحیح با مجموعه داده‌هایCAB بدست می‌دهد. بر طبق تحقیقات [۸]، اولین تلاش در حل بهینه مسئله تخصیص تکی p- هاب میانه را اسکورین-کاپوف و همکارانش در سال ۱۹۹۶ ارائه دادند. همچنین در سال ۱۹۹۶ ارنست کریشناموتی [۹] مدل ریاضی عدد صحیح مختلطی ارائه نمودند که تعداد متغیرهای کمتری نسبت به مدل کمپبل را داشت که مدل ریاضی عدد صحیح مختلط با درنظر گرفتن متغیرهای سه اندیسه برای پیدا کردن بهترین مکان جهت احداث هاب در پست استرالیا با استفاده از مجموعه داده AP که برای شهرهای استرالیا بود ارائه نمودند.

کلینزویچ [۱۰] در سال ۱۹۹۸ استفاده مکان‌یابی هاب در زمینه ارتباطات را مورد بررسی قرار داد که شامل مکان‌یابی گره‌های هاب و طراحی شبکه بود. با توجه به توضیحات فوق می‌توان دریافت که مسئله مکان یابی هاب کاربرد گسترده‌ای در صنعت از جمله حمل و نقل هوایی، ریلی، زمینی و دریایی و غیره دارد. برایان و اوکلی[۱۲] در سال ۱۹۹۹به کاربردهای مکان‌یابی هاب در صنایع، ارتباطات و حمل و نقل هوایی را پرداختند.

از سال‌های ۲۰۰۰ به بعد تلاش محققان بیشتر بر روی ارائه مدل‌های پیشرفته که مفروضات و محدودیت‌های واقعی در جهان را در نظر گرفته و همچنین ارائه روش‌های حل جدید بوده است. محدودیت توقف در یک هاب در سال ۲۰۰۰ توسط ابری و همکاران [۱۳]، در سال ۲۰۰۱ هورنر و اوکلی [۱۴] تابع هزینه جریان غیرخطی متفاوتی را بر اساس توابع عملکرد لینک ها ارائه می دهند که معمولاً در برنامه ریزی حمل و نقل شهری استفاده می‌شود. این تابع برای مدل‌سازی هزینه‌های وابسته به جریان در هر دو گره هاب و غیرهاب استفاده می‌شود.

در سال ۲۰۰۳ کارا و تانسل [۱۵] حداکثر مقدار آستانه روی سطح خدمات (زمان سفر) را در مدل وارد کرده و بر روی به حداقل رساندن هزینه راه اندازی شبکه هاب تمرکز کردند. در سال ۲۰۰۴ کارلو و همکاران [۱۶]، در سال ۲۰۰۵ یامان و کارلو [۱۷] و در سال ۲۰۰۸ یامان [۱۸] هاب با ظرفیت لینک مدولار را مطالعه کرده‌اند. همه آنها محدودیت‌های ظرفیت ورودی و خروجی هاب‌ها را در نظر گرفتند. در سال ۲۰۰۵ راکونیکا و وینتر [۱۹] گسترش مسئله مکان‌یابی هاب‌ها را در طراحی شبکه‌های حمل و نقل، برای راه آهن باری مطالعه کردند و مدل غیرخطی با تابع هدف مقعر ارائه نمودند. در سال ۲۰۰۶ کیمز [۲۰] روش متفاوتی را برای مدل سازی هزینه‌های تخفیف یافته وابسته به جریان در کلیه لینک‌های شبکه ارائه می‌دهد که مبتنی بر توابع هزینه ثابت است که معمولاً در سایر مسائل طراحی شبکه استفاده می شود.

در سال ۲۰۰۹ کنتراس و همکاران [۲۱] ارتباط بین هاب‌ها را نه بصورت کامل بلکه بصورت درختی را در نظر گرفته و مدل‌سازی نمودند کاربرد این نوع هاب‌ها در شبکه‌های مخابراتی زمانی است که ایجاد برقراری ارتباط بین تمام هاب‌های شبکه بصورت کامل و دو به دو لازم نبوده و در شبکه های حمل و نقل زمانی است که هزینه ایجاد ارتباط کامل بین هاب‌های شبکه مقرون به صرفه نباشد. در سال ۲۰۱۰ کوریا و همکاران [۲۲] مدل مشهور بر پایه جریان

که توسط ارنست کریشناموتی [۹] برای مسئله مکان‌یابی هاب تک تخصیصه ظرفیت‌دار ارائه شده بود را مجددا بررسی نموده و یک محدودیت که در مدل ناقص بود را به آن اضافه نمودند. در سال ۲۰۱۳ صبوری و همکاران [۲۳] مدلی را ارائه نمودند که علاوه بر اینکه ارتباط بین هاب‌های شبکه کامل بوده و ارتباط بین گره‌های غیرهاب متصل به هر هاب در شبکه بصورت جداگانه نیز کامل می‌باشند.
در سال ۲۰۱۴ رودروگز-مارتین و همکاران [۲۴]، مسئله مسیریابی- مکان‌یابی هاب (یک نوع HNDP[1]) را مدل‌سازی و با استفاده از روش شاخه و کران حل نمودند. در سال ۲۰۱۷ تاناش و همکاران [۲۵] مسئله مکان‌یابی هاب را بصورت مادولار مدل‌سازی نمودند که در این حالت جریان بین گره‌ها بصورت بسته بندی شده و در قالب ظرفیت یک وسیله حمل و نقل در نظر گرفته شده و ارسال می‌شود. در سال ۲۰۱۸ غفاری نسب و عطایی [۲۶] مطالعه‌ای در خصوص بحث قابلیت اطمینان در هاب ها همچنین ارتباطات بین گره‌های شبکه هاب بررسی نمودند.
مقالات مروری بیشماری در زمینه مکان‌یابی هاب منتشر شده است که می‌توان به بهترین آنها بصورت زیر اشاره نمود. مقاله‌های منتشر شده تا سال ۲۰۰۷ توسط آلومور و کارا [۲۷] مورد بررسی قرار گرفته و طبقه بندی شده‌اند در سال ۲۰۱۲ اوکلی و کمپبل [۲۸] تحقیقات مهم انجام شده طی ۲۵ سال در زمینه مکان‌یابی هاب را بررسی کرده‌اند و همچنین در سال ۲۰۱۳ نیز زنجیرانی و همکاران [۳] به مرور مقالات هاب و بررسی و طبقه بندی آنها بصورت جداگانه پرداختند. تحقیق مروری دیگری نیز در سال ۲۰۱۹ نیز توسط کنتراس و اوکلی [۲۹] در قالب یکی از فصول کتاب علم مکان‌یابی ارائه شده است. آخرین مقاله مروری در سال ۲۰۲۰ توسط آلمومور و همکاران [۳۰] ارائه شده است که در این تحقیق تقریبا مقالات جدیدتری بررسی و طبقه بندی شده‌اند.

۲-۱-عدم قطعیت در شبکه‌های هاب

اخیراً در پژوهش‌های انجام شده توسط محققان، مفروضات غیرقطعی که بصورت وقایع واقعی در جهان را درحال رخ دادن است در مسئله مکان‌یابی هاب بیشتر در نظر گرفته شده و مدل‌سازی شده‌اند. عدم قطعیت در شبکه هاب را می‌توان بصورت زیر تقسیم بندی نمود:

۱- عدم قطعیت در مکان هاب‌های شبکه که تاکنون به دو صورت ازدحام در هاب‌ها و اختلال در هاب‌ها بررسی شده‌اند.
۲- عدم قطعیت در هزینه‌های شبکه که به دو صورت هزینه‌های متغیر در ایجاد هاب و هزینه‌های حمل و نقل(هزینه ارسال جریان) بررسی شده‌اند.
۳- عدم قطعیت در میزان جریان‌های شبکه (تقاضا)
۴- عدم قطعیت در زمام سفر بین گره‌های شبکه هاب

در سال ۲۰۰۳ ماریانوف و سرا [۳۱] احتمالاً اولین مقاله‌ای را ارائه کردند که بر روی عدم اطمینان در حوزه مکان‌یابی هاب متمرکز شده است و بر تصادفی بودن در گره‌های هاب با نشان دادن فرودگاه‌های هاب به عنوان صف‌های M/D/c و محدود کردن تعداد هواپیماهایی که می‌توانند در یک فرودگاه صف بکشند مدل‌سازی نموده‌اند. همچنین در سال ۲۰۰۵ بحث ازدحام در جریان گره‌های هاب توسط الهدهلی و هو [۳۲] نیز مطرح گردید و یک مدل تابع هدف غیرخطی برای حالت تخصیص تکی P-میانه ارائه نمود. در سال ۲۰۱۱ محمدی و همکاران [۳۳] بحث ازدحام در هاب ها را بصورت محدودیت ظرفیت و محدودیت زمان سرویس دهی در هاب‌ها در نظر گرفتند وهاب‌ها را که شلوغ ترین قسمت‌های شبکه هستند، به صورت سیستم های نوبت دهیM/M/c مدل نمودند، در استفاده از مدل پیشنهادی برای سیستم حمل و نقل بار، تعداد کامیون ها توزیع احتمال پواسون را در سیستم صف در نظر گرفتند و یک برنامه ریزی ریاضی غیرخطی ارائه نمودند.
در سال ۲۰۱۲ آلومور و همکاران [۳۴] مسئله مکان‌یابی هاب را تحت عدم اطمینان برای هزینه تأسیس مکان هاب‌ها و همچنین عدم اطمینان در جریان تقاضا برای هر دو مدل تک تخصیصه و چند تخصیصه در نظر گرفتند از بهینه‌سازی استوار[2] (رباست) برای عدم قطعیت هزینه تأسیس مکان هاب‌ها، از روش برنامه‌ریزی تصادفی برای عدم قطعیت در خصوص تقاضاهای شبکه و از روش بهینه‌سازی استوار تصادفی برای در نظر گرفتن تصادفی بودن هر دو پارامتر استفاده کردند. در سال ۲۰۱۳ پرورش و همکاران [۳۵] از طریق بازی استاکلبرگ با یک بازیگر رهبر و چند پیرو، امکان اخلال عمدی در یک هاب توسط

[1] Hub Network Design Problem

[2] Robust Optimization

رقبا را مدل‌سازی کردند. روش تعادل استکلبرگ نیز در سال ۱۳۹۸ توسط کاری مجیدآباد و همکاران [۳۶] جهت مکان‌یابی رقابتی تسهیلات میان یک امتیاز دهنده و دو سرمایه گذار استفاده کردند درواقع سه تصمیم گیرنده یکی به عنوان رهبر و دو تصمیم گیرنده به عنوان پیرو در رقابت همزمان با یکدیگر وارد بازی انتخاب مکان برای ایجاد تسهیلات خود می‌شونددر سال ۲۰۱۵ ادیب و رزمی [۳۷] یک برنامه‌ریزی تصادفی دو مرحله‌ای با در نظر گرفتن عدم قطعیت در تقاضا و عدم قطعیت در هزینه حمل و نقل ارائه نمودند. در سال ۲۰۱۵ غفاری نسب و همکاران [۳۸] از رویکرد بهینه‌سازی رباست برای مدله کردن تقاضاهای غیرقطعی بهره بردند. در سال ۲۰۱۷ مراکلی و یمن [۳۹] عدم قطعیت در ظرفیت هاب‌ها را بصورت چندین سناریو در نظر گرفتند. همچنین در سال ۲۰۱۷ کوین و گا او [۴۰] برای عدم قطعیت در جریان‌های شبکه هاب، متغیر تصادفی با توزیع زیگزاگ [1] برآورد کردند و بصورت برنامه‌ریزی ریاضی تصادفی مدل‌سازی نمودند.

در سال ۲۰۱۸ کوریا و همکاران [۴۱] عدم قطعیت در تقاضاهای شبکه را بصورت مدل تصادفی دو مرحله با در نظر گرفتن محدویت ظرفیت چند دوره‌ای مدل‌سازی نمودند. در سال ۲۰۱۸ ممیزی و همکاران [۴۲] عدم قطعیت هاب‌ها را بصورت اختلال در هاب‌ها در نظر گرفتند و مسئله مکان‌یابی هاب مادولار با در نظر گرفتن محدودیت در ظرفیت ورودی هاب را بصورت مدل تصادفی دو مرحله ای مدل‌سازی نمودند. در سال ۲۰۱۸ غفاری نسب [۴۳] یک مدل ریاضی استوار بصورت عدد صحیح مختلط خطی با در نظر گرفتن عدم اطمینان در تقاضا بصورت چند وجهی ارائه نمود. در سال ۲۰۲۰ شانگ و همکاران [۴۴] یک چارچوب مدل سازی مکان‌یابی چند حالته سلسله مراتبی تصادفی برای سیستم های تحویل کالا در سطح استراتژیک با در نظر گرفتن عدم قطعیت در هزینه ایجاد هاب و عدم قطعیت در زمان سفر که هر دو دارای توزیع نرمال می‌باشند، یک مدل ریاضی تصادفی با استفاده از روش برنامه ریزی تصادفی و تکنیک برنامه‌ریزی محدودیت تصادفی[2] ارائه نمودند.

در سال ۲۰۲۱ رستمی و همکاران [۴۵] یک مدل ریاضی تصادفی دو مرحله‌ای با در نظر گرفتن عدم قطعیت در تقاضاهای شبکه هاب تک تخصیصه بصورت برنامه ریزی تصادفی دو مرحله‌ای ارائه نمودند.

۲-۲- بررسی و مقایسه مطالعات مربوط به مسئله مکان‌یابی هاب با پارامترهای غیرقطعی و تمایز با تحقیق پیشنهادی

مقالات بررسی شده در بخش ۲-۱ در جدول شماره ۱ با یکدیگر مقایسه شده‌اند. همانطوری که در در جدول شماره یک مشاهده می‌شود در اکثر مطالعات بررسی شده مسئله مکان‌یابی هاب در حالت عدم قطعیت، تمام پارامترهای غیرقطعی در تحقیقات انجام شده از توزیع معروفی استفاده نشده است و بیشتر از روش سناریو که هر سناریو دارای توزیع گسسته با احتمال مشخصی است استفاده شده است یا از توزیع نرمال استفاده شده است و در مدل‌سازی نیز بیشتر از روش برنامه‌ریزی تصادفی که از امید ریاضی تابع هدف استفاده می‌شود یا از روش برنامه‌ریزی تصادفی دو مرحله‌ای که بخشی از تابع هدف دارای امید ریاضی است که ناشی از حضور پارامتر غیرقطعی در آن قسمت از تابع هدف است و همچنین از بهینه‌سازی استوار (رباست) استفاده شده است که از این روش زمانی استفاده می‌شود که پارامترهای غیرقطعی دارای توزیع مشخصی نیستند.

با توجه به توضیحات فوق در هیچ یک از مسائل مکان‌یابی هاب تاکنون تقاضای غیرقطعی بین مشتریان از نوع واحد (صفرو یک) در نظر گرفته نشده است. لذا مقاله پیش رو مسئله مکان‌یابی هاب تک تخصیصی را با رویکرد کاملا جدید مورد تجزیه و تحلیل قرار داده و از این نظر منحصر بفرد می باشد.

۳- مدل‌سازی ریاضی

۳-۱- تعریف مسئله

همانطوری که اشاره گردید اغلب فرض بر این است که تقاضای مشتریان از تسهیلات ارائه دهنده خدمات، بخشی از داده‌های ورودی مسئله است و از قبل مشخص و قطعی است. با این حال، در عمل این امر به ندرت اتفاق می‌افتد، زیرا معمولاً عدم اطمینان بالایی در رابطه با تقاضا وجود دارد. به عنوان مثال در مسائل مکان‌یابی با تقاضاهای غیرقطعی ممکن است سطح تقاضا در بازه‌های زمانی مختلف تغییر کند (خدمات پستی، سوپرمارکت‌ها، انبارها

[1] Zigzag Distribution

[2] chance-constrained programming techniques

جدول ۱- مقایسه مقالات مسئله مکان‌یابی هاب با پارامترهای غیرقطعی

نام مقاله	نویسندگان	روش مدل‌سازی	سال انتشار	عدم قطعیت برای پارامتر در نظر گرفته شده				
				تقاضا	هزینه ایجاد هاب	هزینه حمل و نقل	اختلال هاب‌ها	زمان سفر
Location models for airline hubs behaving as M/D/c queues	Marianov V, Serra D	تئوری صف مدل M/D/c	۲۰۰۳	-	-	-	✓	-
Hub-and-spoke network design with congestion	Elhedhli S, Hu FX	برنامه‌ریزی تصادفی	۲۰۰۵	✓	-	-	-	-
An M/M/c queue model for hub covering location problem. Mathematical and Computer Modelling	Mohammadi M, Jolai F, Rostami H	تئوری صف مدل M/M/c	۲۰۱۱	✓	-	-	-	-
Hub location under uncertainty	Alumur SA, Nickel S, Saldanha-da-Gama F.	بهینه سازی استوار تصادفی	۲۰۱۲	✓	✓	-	-	-
Solving the p-hub median problem under intentional disruptions using simulated annealing	Parvaresh F, Golpayegany SH, Husseini SM, Karimi B	تئوری بازی‌ها	۲۰۱۳	-	-	-	✓	-
2-Stage stochastic programming approach for hub location problem under uncertainty: A case study of air network of Iran	Adibi, A. and Razmi, J.	برنامه ریزی تصادفی- دومرحله‌ای	۲۰۱۵	✓	-	✓	-	-
Robust optimization approach to the design of hub-and-spoke networks	Ghaffari-Nasab N, Ghazanfari M, Teimoury E.	بهینه سازی استوار (رباست)	۲۰۱۵	✓	-	-	-	-
A capacitated hub location problem under hose demand uncertainty	Meraklı M, Yaman H.	بهینه سازی استوار(رباس ت)	۲۰۱۷	✓	-	-	-	-
Uncapacitated $$$$-hub location problem with fixed costs and uncertain flows	Qin Z, Gao Y.	برنامه‌ریزی تصادفی	۲۰۱۷	✓	-	-	-	-
A stochastic multi-period capacitated multiple allocation hub location problem: Formulation and inequalities	Correia I, Nickel S, Saldanha-da-Gama F	برنامه‌ریزی تصادفی	۲۰۱۸	✓	-	-	-	-
The capacitated modular single-allocation hub location problem with possibilities of hubs disruptions: modeling and a solution algorithm.	Momayezi F, Chaharsooghi SK, Sepehri MM, Kashan AH	برنامه‌ریزی تصادفی-دو مرحله‌ای	۲۰۱۸	-	-	-	✓	-

جدول ۱- مقایسه مقالات مسئله مکان‌یابی هاب با پارامترهای غیرقطعی

An efficient matheuristic for the robust multiple allocation p-hub median problem under polyhedral demand uncertainty	Ghaffarinasab, N	بهینه سازی استوار(رباس ت)	۲۰۱۸	✓	-	-	-	-
Stochastic hierarchical multimodal hub location problem for cargo delivery systems: formulation and algorithm	Shang X, Yang K, Wang W, Wang W, Zhang H, Celic S.	تکنیک برنامه‌ریزی محدودیت تصادفی	۲۰۲۰	✓	-	-	-	✓
Stochastic single-allocation hub location	Rostami B, Kämmerling N, Naoum-Sawaya J, Buchheim C, Clausen U	برنامه ریزی تصادفی-دو مرحله ای	۲۰۲۱	✓				

برای توزیع کالا با تقاضای وابسته به فصلی، فرودگاه ها و غیره). در بسیاری از برنامه‌های لجستیک، تقاضای مشتریان معین با "مقدار" بیان می‌شود که نشان‌دهنده میزان منابع یک مرکز خدمات (نظیر هاب) است که در صورت ارائه خدمت به مشتری مصرف می‌شود. در این حالت، به راحتی می‌توان کاربردهایی را پیدا کرد که در آن تقاضای خدمت بصورت واحد خدمت باشد. به این معنا که هر مشتری در برگیرنده یک واحد خدمت و یا نیازمند یک واحد منبع (به عنوان مثال یک کارگر) از مرکز ارائه دهنده خدمات (تسهیل) باشد. مثال‌های کاربردی از این موارد، خدمات تحویل در شرکت‌های تحویل بسته نظیر شرکت فدکس[1]، سرویس‌های پستی خانه به خانه اداره پست، شرکت‌های ارائه خدمات در منزل (نظیر کمک‌های پرستاری در منزل که چند خانه در یک منطقه که به عنوان تقاضای واحد شناخته می‌شود توسط یک پرستار انجام می‌شود). هر سناریوی ممکن با مجموعه‌ای از مشتریان دارای تقاضای خدمت، مشخص می‌شود و درخواست‌ها می‌توانند با استفاده از بردارهای باینری مدل شوند. اگر تقاضاها تصادفی باشد، هر یک از اجزای چنین برداری از جنس متغیرهای تصادفی برنولی هستند. در این مقاله فرض شده است پارامتر مربوط به تمامی متغیرهای تصادفی برنولی (p) برای همه مشتریان یکسان می باشد و همچنین تقاضای مشتریان بصورت مستقل از هم در نظر گرفته شده است.

از کاربردهای دیگر این نوع مسئله می‌توان به مسئله مکان‌یابی هاب تک مدولار[2] نیز اشاره نمود، ارسال بین گره غیرهاب به هاب توسط وسیله حمل و نقل با ظرفیت کوچکتر (هواپیما با ظرفیت کوچکتر یا کامیون با ظرفیت کوچکتر)، ارسال بین گره‌های هاب توسط هواپیما یا کامیون با ظرفیت بزرگتر است. معمولا شرکت‌های کوچک تحویل بسته، که برای هر اتصال بین غیرهاب به هاب و اتصال بین هاب‌ها فقط و فقط یک وسیله حمل و نقل (هواپیما یا کامیون) دارند. و تا زمانی که ظرفیت وسیله حمل و نقل مورد نظر تا مقدار معینی تکمیل نشود، به دلیل هزینه‌های بالا ارسال نمی‌شود. زمانی که ظرفیت وسیله حمل و نقل تا مقدار مورد نظر تکمیل شود ارسال انجام خواهد شد در این صورت مقدار تقاضای مربوطه برابر مقدار یک که نشان دهنده ارسال یک وسیله حمل نقل است و در زمانی که تصمیم به عدم ارسال تا زمانی که ظرفیت وسیله حمل و نقل تکمیل نشود مقدار متغیر برابر صفر خواهد بود. در واقع تقاضا (جریان درون شبکه) از نوع باینری صفر و یک خواهد شد. همچنین برای هاب‌های شبکه یک ظرفیت به این صورت در نظر گرفته شده است، تا زمانی که تعداد تقاضاهای از نوع باینری تخصیص یافته به هاب به ظرفیت مورد نظر هاب نرسند، تسهیل هابی ایجاد نخواهد گردید و اگر تعداد تقاضاهای نوع باینری از ظرفیت هاب بیشتر شوند در صورتیکه مقدار مازاد به اندازه ظرفیت یک هاب باشد هاب جدیدتری تأسیس خواهد شد و در صورتیکه مقدار تقاضای مازاد تخصیص یافته به یک هاب از اندازه ظرفیت

[1] FedEx

[2] Unity Modular Hub Location Problem

تعیین شده برای هاب کمتر باشد تقاضای مازاد برون سپاری شده و هزینه برون سپاری بصورت مجزا دریافت می‌گردد که در مدل بصورت هزینه جریمه برای تقاضاهای مازاد بر ظرفیت هاب در نظر گرفته شده است.

۳-۲- اندیس‌ها، پارامترها و متغیرهای مدل

فرض کنید G=(N,E) نشان دهنده یک شبکه باشد که در آن مجموعه N نشان دهنده مجموعه گره‌ها و E نشان دهنده مجموعه یال‌های شبکه می‌باشند. گره‌های شبکه بعنوان نقاط مبدأ و مقصد برای تقاضاها بشمار می‌آیند. همچنین تمامی گره‌های موجود در N بعنوان مکان بالقوه برای احداث هاب بشمار می‌آیند. اندیس‌ها، پارامترها ومتغیرهای مدل پیشنهادی در جدول شماره ۲ بصورت جدول روبرو نشان داده شده است.

با توجه به پارامترهای و متغیرهای جدول فوق هزینه ثابت ایجاد هاب بعلاوه امیدریاضی هزینه برونسپاری در هاب با فرض اینکه به تعداد t واحد تقاضا یه هاب واقع در گره k تخصیص یافته باشد بصورت زیر خواهد بود:

$$\widehat{f}_k^t = f_k + g_k \sum_{s=Q_k+1}^{t} b_{ts}\,(s-Q_k)$$

$$(k \in N\ ,\ t = l_k,\ldots,|N|\times|N|)$$

رابطه فوق در واقع بیانگر هزینه تأسیس هاب به اضافه متوسط هزینه جریمه مازاد بر ظرفیت هاب است که این هزینه در واقع هزینه برون سپاری شده برای تقاضاهای مازادی است که خدمت‌رسانی به آنها به دلیل کمبود ظرفیت مقدور نبوده و برون سپاری شده است.

در رابطه فوق عبارت $(s-Q_k)$ نشان دهنده تقاضای مازاد بر ظرفیت هاب است، همچنین b_{ts} نشان دهنده احتمال این است که از بین t واحد تقاضای تخصیص یافته به یک هاب، s واحد آن دارای مقدار ۱ و بقیه دارای مقدار ۰ باشد که بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$b_{ts} = \binom{t}{s} p^s\,(1-p)^{t-s}$$

$$s = 0,\ldots,t$$

در رابطه فوق p، احتمال وجود تقاضا در هر گره می‌باشدکه بعنوان پارامتر توزیع برنولی در نظر گرفته شده است.

در شبکه هاب هزینه حمل و نقل از مبدأ i به مقصد j از طریق هاب های k و m (به ترتیب ذکر شده) بصورت رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$C_{ijkm} = (C_{ik} + \alpha\, C_{km} + C_{mj})$$

$$i, j, k, m \in N$$

جدول ۲- اندیس‌ها، پارامترها و متغیرهای مدل

اندیس‌های مدل	
i , j	اندیس گره‌های مبدأ و مقصد تقاضاهای شبکه
k ,m	اندیس گره‌های هاب در شبکه
t , s	اندیس تعداد تقاضاهای تخصیص یافته به هابها
پارامترهای مدل	
f_k	هزینه تأسیس هاب در گره k
Q_k	ظرفیت هاب k
l_k	حداقل تعداد مشتری لازم برای ایجاد هاب k
g_k	هزینه واحد برون سپاری در هاب k
C_{ij}	هزینه واحد ارسال کالا از گره i به گره j
α	ضریب تخفیف هزینه حمل و نقل بین هاب‌ها
متغیرهای تصمیم	
Y_k^t	$\begin{cases} 1 & \text{ایجاد هاب در گره } k \text{ و تخصیص } t \text{ مشتری به آن} \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases}$
Z_{ik}	$\begin{cases} 1 & \text{گره } i \text{ به هاب } k \text{ تخصیص داده شود.} \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases}$
X_{ijkm}	کسری از تقاضای i به j که از طریق هاب‌های k و m ارسال می‌گردد

در واقع بنا به فرض کلاسیک شبکه های هاب، دو گره غیر هاب نمی‌توانند بصورت مستقیم به هم وصل شوند و لذا ابتدا یک گره غیر هاب مانند i به یک هاب مانند k متصل می‌شود و سپس هاب k به یک هاب دیگر مانند m متصل می‌گردد که این اتصال با یک مقدار تخفیف همراه می‌باشد که توسط فاکتور تخفیف α اعمال می‌شود. سپس هاب دوم m به گره غیر هاب پایانی یعنی j متصل می‌گردد.

با توجه به اینکه در مدل پیشنهادی تقاضاها بصورت برنولی در نظر گرفته شده‌اند بنابراین متوسط هزینه ارسال از مبدأ i به مقصد j طریق هاب‌های k و m بصورت زیر محاسبه

می‌شود.

$$\hat{C}_{ijkm} = p\,(C_{ik} + \alpha C_{km} + C_{mj})$$
$$i, j, k, m \in N$$

۳-۳- مدل ریاضی پیشنهادی

مدل برنامه‌ریزی خطی از نوع عدد صحیح مختلط برای مسئله مکان‌یابی هاب تک تخصیصی با تقاضاهای صفر و یک بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$\min \sum_{k\in N} \sum_{t=l_k}^{|N|\times|N|} \hat{f}_k Y_k^t + \sum_{i\in N}\sum_{j\in N}\sum_{k\in N}\sum_{m\in N} \hat{C}_{ijkm} X_{ijkm} \quad (۱)$$

s.t.

$$\sum_{k\in N} Z_{ik} = 1 \qquad \forall i \in N \quad (۲)$$

$$Z_{ik} \le Z_{kk} \qquad \forall i,k \in N \quad (۳)$$

$$\sum_{m\in N} X_{ijkm} = Z_{ik} \qquad \forall i,j,k \in N \quad (۴)$$

$$\sum_{k\in N} X_{ijkm} = Z_{jm} \qquad \forall i,j,m \in N \quad (۵)$$

$$\sum_{i\in N} |N| . Z_{ik} = \sum_{t=l_k}^{|N|\times|N|} t . Y_k^t \quad \forall k \in N \quad (۶)$$

$$\sum_{t=l_k}^{|N|\times|N|} Y_k^t \le 1 \qquad \forall k \in N \quad (۷)$$

$$Z_{ik} \in \{0,1\} \qquad \forall i,k \in N \quad (۸)$$

$$Y_k^t \in \{0,1\} \qquad \forall k \in N, t = l_k, ..., |N| \quad (۹)$$

$$X_{ijkm} \ge 0 \qquad \forall i,j,k,m \in N \quad (۱۰)$$

عبارت (۱) بیانگر تابع هدف مسئله است که هزینه‌های ایجاد هاب به اضافه هزینه انتقال جریان در شبکه را حداقل می‌کند. محدودیت (۲) نشانگر آن است که هر گره به یکی از هاب‌های شبکه اختصاص می‌یابد. محدودیت (۳) بیان می‌کند تخصیص فقط به گره‌هایی می‌تواند انجام گیرد که بعنوان هاب انتخاب شده باشد. محدودیت (۴) و (۵) به منظور اطمینان از تخصیص گره i به هاب k و تخصیص هاب m به گره j انجام پذیرفته است. محدودیت (۶) تعداد جریان‌های مبدأ-مقصد تخصیص یافته به هر هاب را تعیین می‌نماید.

محدودیت (۷) اطمینان از انسجام در انتخاب Y_k^t، یعنی برای هر $k \in N$ حداکثر یکی می‌تواند برابر با یک باشد. تعداد متغیرهای تصمیم باینری مدل فوق برابر $|N|^2 + \sum_{k\in N}(|N|^2 - l_k + 1)$ و تعداد متغیرهای تصمیم نامنفی برابر $|N|^4$ می‌باشد. همچنین تعداد محدودیت‌های مدل برابر $|N|(3+|N|+2|N|^2)$ می باشد.

۴- حل مدل پیشنهادی و نتایج عددی حاصل

۴-۱- معرفی داده‌ها

در این بخش مجموعه داده CAB برای ارزیابی مدل پیشنهادی در نظر گرفته شده است. این مجموعه داده شامل اطلاعاتی درباره مسافت و جریان مسافرین خطوط هوایی بین ۲۵ شهر بزرگ آمریکا در سال ۱۹۷۰ است. داده‌های مذکور معمولاً برای تست‌کردن مدل‌های مکان‌یابی هاب توسط اکثر محققان مورد استفاده قرار گرفته است. برای اولین بار از این مجموعه داده‌ها در تحقیقات اوکلی استفاده شده است. فاصله بین شهرها در مجموعه داده‌های CAB از نامساوی مثلثی پیروی می‌کند و همچنین ماتریس مربوط به این داده‌ها متقارن می‌باشد. در مدل پیشنهادی چهار مقدار برای فاکتور تخفیف در نظر گرفته شده است که عبارتند از :

$$\alpha = \{۰/۲, ۰/۴, ۰/۶, ۰/۸\}$$

همچنین برای هر یک از مقادیر مختلف فاکتور تخفیف، سه مقدار مختلف برای هزینه ثابت راه اندازی هاب در نظر گرفته شده است.

$$f_k = \{۲۰۰۰۰, ۲۵۰۰۰, ۳۰۰۰۰\}$$

برای هر یک از مقادیر مختلف هزینه ثابت ایجاد هاب، سه مقدار مختلف برای ظرفیت هر هاب در نظر گرفته شده است.

$$Q_k = \{۱۰۰, ۱۵۰, ۲۰۰\}$$

در نتیجه ۳۶ مسئله متفاوت برای داده‌های CAB طراحی شده است. همچنین احتمال وجود تقاضا در گره‌ها برابر p=۰/۵ و حداقل تعداد مشتری برای ایجاد هاب k، عدد $l_k = ۵۰$ در نظر گرفته شده است. هزینه برون سپاری هر تسهیل برای یک هاب با استفاده از رابطه زیر بدست آمده است:

$$g_k = (2+\alpha) C_{\max}$$

جدول ۳- نتایج حاصل از حل مدل در نرم افزار گمز با استفاده از مقادیر مختلف پارامترهای ورودی

زمان حل (ثانیه)	هاب‌های ایجاد شده	مقدار تابع هدف	Q_k	f_k	α
۶۳/۰۱۹	۲۴ و ۱۸ و ۱۲ و ۱۱ و ۱۰ و ۶	۳۲۴۷۶۵/۰۲۹	۱۰۰	۲۰۰۰۰	۰/۲
۶۴/۵۶۶	۲۴ و ۱۸ و ۱۲ و ۱۱ و ۱۰ و ۶	۳۲۴۷۶۵/۰۲۹	۱۵۰		
۷۰/۱۹۲	۲۴ و ۱۸ و ۱۲ و ۱۱ و ۱۰ و ۶	۳۲۴۷۶۵/۰۲۹	۲۰۰		
۷۲/۰۱۹	۲۴ و ۲۱ و ۱۲ و ۷ و ۲	۳۵۲۶۲۴/۴۷۷	۱۰۰	۲۵۰۰۰	
۱۸۰/۸۲۲	۲۴ و ۲۱ و ۱۲ و ۷ و ۲	۳۵۱۵۶۶/۹۶۲	۱۵۰		
۱۵۲/۰۸۷	۲۴ و ۲۱ و ۱۲ و ۷ و ۲	۳۵۱۵۶۶/۹۶۲	۲۰۰		
۱۹۰/۳۰۷	۱۹ و ۱۶ و ۴ و ۲	۳۷۶۸۹۵/۰۷۴	۱۰۰	۳۰۰۰۰	
۸۲/۱۲۹	۲۱ و ۱۶ و۱۲ و ۲	۳۷۲۶۷۸/۹۴۳	۱۵۰		
۷۹/۸۹۵	۲۰ و ۱۳ و ۱۲	۳۷۲۳۳۲/۵۳۱	۲۰۰		
۷۰/۸۰۰	۲۴ و ۱۹ و ۱۳ و ۹ و ۸ و ۲	۳۷۸۷۵۸/۰۲۴	۱۰۰	۲۰۰۰۰	۰/۴
۸۲/۸۸۳	۲۴ و ۱۹ و ۱۳ و ۹ و ۸ و ۲	۳۷۸۲۶۶/۷۰۳	۱۵۰		
۷۹/۹۷۳	۲۴ و ۱۹ و ۱۳ و ۹ و ۸ و ۲	۳۷۸۲۶۶/۷۰۳	۲۰۰		
۸۸/۱۳۶	۲۴ و ۱۳ و ۹ و ۸ و ۲	۴۰۵۸۲۸/۵۳۰	۱۰۰	۲۵۰۰۰	
۸۰/۶۴۵	۲۴ و ۲۱ و ۲۰ و ۱۲	۴۰۱۹۳۶/۰۴۸	۱۵۰		
۱۱۲/۶۳۱	۲۴ و ۲۱ و ۲۰ و ۱۲	۴۰۱۹۰۳/۰۱۹	۲۰۰		
۷۹/۷۹۸	۱۳ و ۸ و ۴ و ۲	۴۲۷۲۴۶/۵۵۸	۱۰۰	۳۰۰۰۰	
۶۶/۳۳۱	۲۰ و ۱۳ و ۸	۴۱۷۲۶۶/۴۱۰	۱۵۰		
۷۴/۲۵۴	۲۰ و ۱۳ و ۸	۴۱۷۲۴۴/۳۸۵	۲۰۰		
۶۱/۱۱۳	۲۴ و ۱۳ و ۸ و ۵ و ۲	۴۲۲۴۷۶/۹۵۲	۱۰۰	۲۰۰۰۰	۰/۶
۶۰/۹۵۷	۲۱ و ۲۰ و ۸ و ۱	۴۱۹۱۰۹/۰۰۱	۱۵۰		
۷۱/۵۳۵	۲۱ و ۲۰ و ۸ و ۱	۴۱۹۱۰۹/۰۰۱	۲۰۰		
۱۲۸/۶۶۳	۲۰ و ۱۳ و ۸ و ۴	۴۴۵۰۱۹/۶۴۲	۱۰۰	۲۵۰۰۰	
۷۴/۹۱۰	۲۰ و ۱۳ و ۸	۴۳۷۱۰۶/۴۴۱	۱۵۰		
۸۱/۸۲۰	۲۰ و ۱۳ و ۸	۴۳۷۰۸۲/۵۸۱	۲۰۰		
۸۵/۰۰۵	و ۱۳ و ۸ و ۴	۴۶۵۰۱۹/۶۴۲	۱۰۰	۳۰۰۰۰	
۷۰/۵۳۵	۲۰ و ۱۳ و ۸	۴۵۲۱۰۶/۴۴۱	۱۵۰		
۸۵/۹۶۴	۲۰ و ۱۳ و ۸	۴۵۲۰۸۲/۵۸۱	۲۰۰		
۵۹/۸۳۱	۲۱ و ۲۰ و ۱۳ و ۸	۴۵۸۷۰۷/۴۶۵	۱۰۰	۲۰۰۰۰	۰/۸
۶۸/۳۶۳	۲۱ و ۲۰ و ۸ و ۱	۴۵۴۱۴۱/۹۳۹	۱۵۰		
۱۰۷/۰۶۸	۲۱ و ۲۰ و ۸ و ۱	۴۵۴۱۴۱/۹۳۹	۲۰۰		
۶۳/۲۸۵	۲۱ و ۲۰ و ۱۳ و ۸	۴۷۸۷۰۷/۴۶۵	۱۰۰	۲۵۰۰۰	
۱۳۵/۱۳۲	۲۰ و ۱۳ و ۸	۴۷۱۹۴۶/۴۷۲	۱۵۰		
۱۴۴/۱۰۱	۲۱ و ۲۰ و ۸	۴۷۰۴۶۴/۷۰۳	۲۰۰		
۷۸/۰۱۹	۲۱ و ۲۰ و ۱۳ و ۸	۴۹۸۷۰۷/۴۶۵	۱۰۰	۳۰۰۰۰	
۹۸/۰۹۹	۲۰ و ۱۳ و ۸	۴۸۶۹۴۶/۴۷۲	۱۵۰		
۲۰۳/۰۱۰	۲۱ و ۲۰ و ۸	۴۸۵۴۶۴/۷۰۳	۲۰۰		

که در آن C_{max} نشان دهنده حداکثر مقدار C_{ij} در کل شبکه می باشد.

مدل ارائه شده در بخش قبل در نرم افزار GAMS کدنویسی شده و توسط کامپیوتر با مشخصات بصورت CPU Intel Core i7, 2.20 GHz و RAM8.00GB اجرا شده است. در فضای نرم افزار GAMS با ورژن ۲۴,۹,۲ نیز با استفاده از موتور حل CPLEX و با استفاده از مجموعه داده CAB حل شده و نتایج حاصل بصورت جدول

زیر ارائه شده است. هدف از انجام آزمایشات محاسباتی، ارزیابی عملکرد مدل پیشنهادی است.

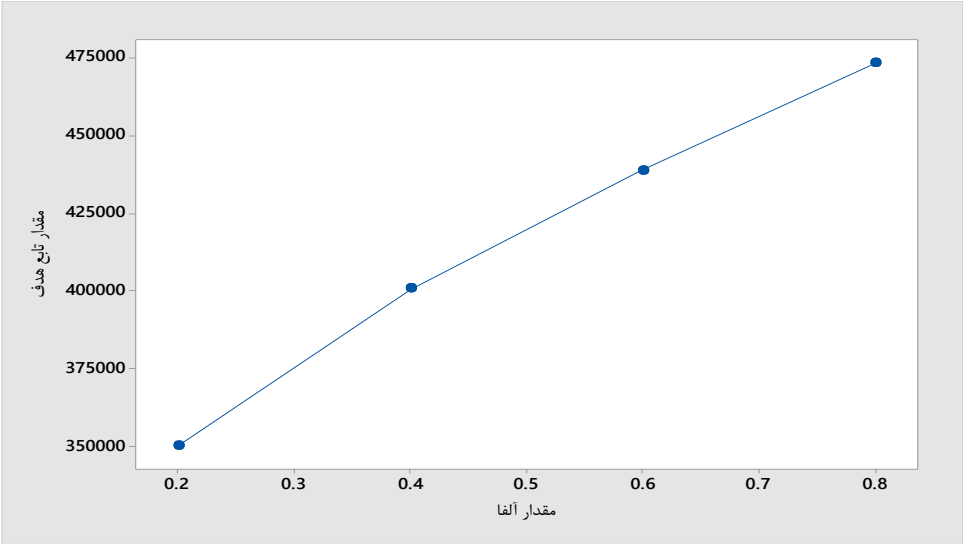
۴-۲- نتایج حاصل از حل مدل

همانطوری که اشاره گردید مدل پیشنهادی را با استفاده از موتور حل CPLEX از نرم افزار GAMS حل شده است که نتایج عددی بدست آمده در جدول ۳ ثبت شده است.

۵- بررسی نتایج و تحلیل حساسیت

نتایج نشان داده شده در جدول ۳ در این بخش مورد بررسی قرار گرفته و رفتارتابع هدف در برابر تغییرات مقادیر تخفیف α، مقادیر متقاوت هزینه ثابت ایجادها f_k و تغییر مقادیر ظرفیت هابها Q_k هریک بصورت جداگانه در شکل‌های (۱)، (۲) و (۳) مورد بررسی قرار گرفته است، و در شکل شماره ۴ نیز تعداد دفعات (تعداد فراوانی) که یک گره در ۳۶ حالت مختلف حل مسئله به عنوان مکان مناسب برای ایجاد هاب انتخاب شده است رسم شده است.

شکل‌های (۱) ، (۲) و (۳) در واقع به نوعی نشان‌دهنده عملکرد صحیح مدل نیز می‌باشند که در اکثر تحقیقات انجام شده توسط خبرگان مسئله مکان‌یابی از این نوع تحلیل حساسیت جهت اعتبار سنجی مدل پیشنهادی نیز استفاده شده است.

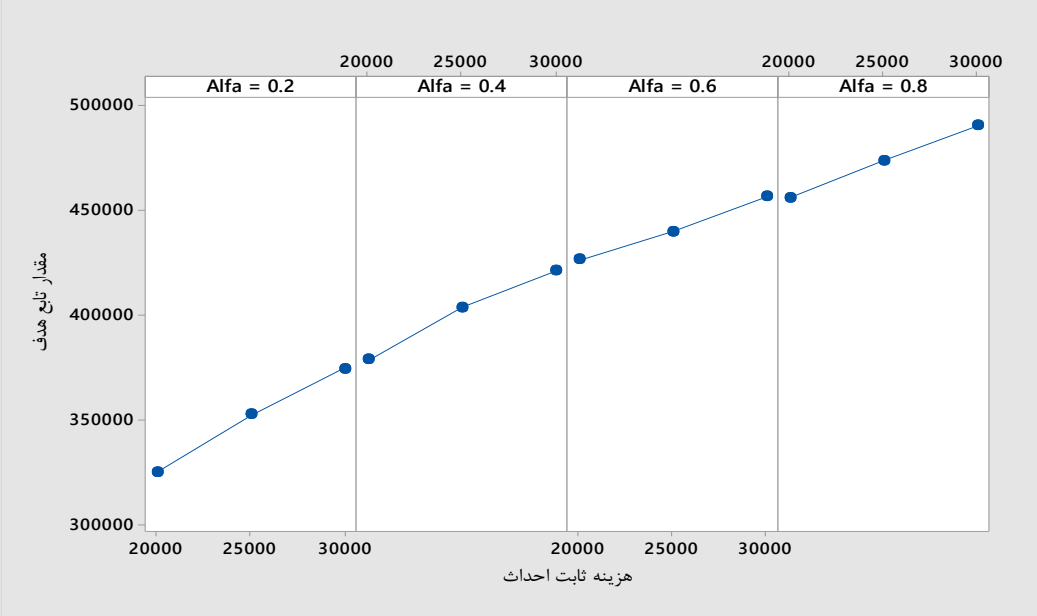


شکل ۱- رفتار میانگین تابع هدف در برابر تغییرات مقدار فاکتور تخفیف (α)

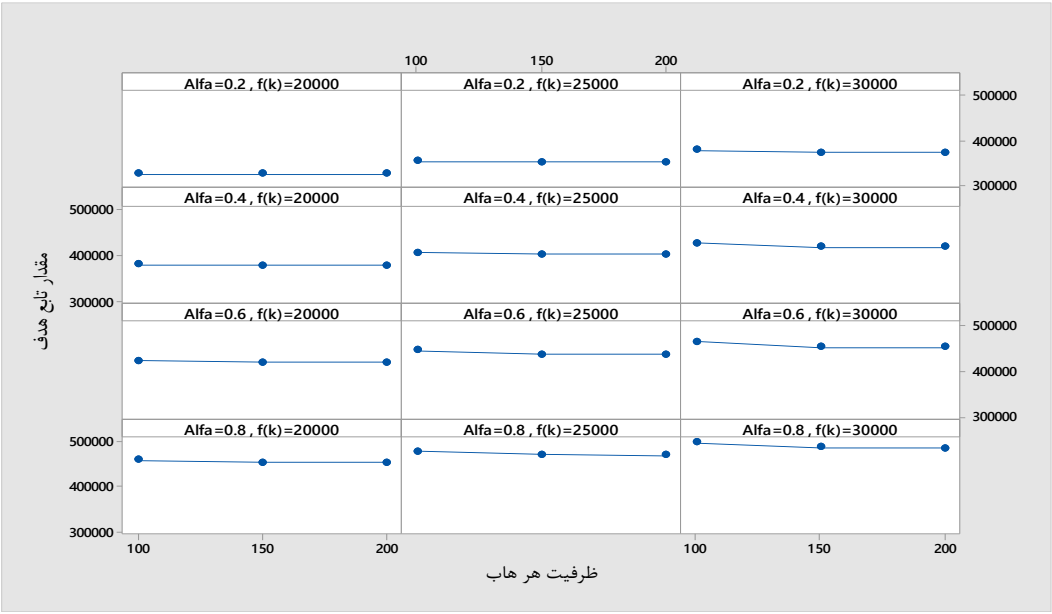
در شکل (۱) برای چهار مقدار متفاوت α میانگین مقدار تابع هدف محاسبه شده و سپس نتایج بدست آمده از میانگین مقدار تابع هدف برای مقادیر α رسم گردیده است. همانطور که در نمودار فوق مشاهده می‌شود با افزایش مقدار α از ۰/۲ به ۰/۸ میانگین مقدار تابع هدف افزایش پیدا می‌کند. دلیل افزایش مقدار تابع هدف همگام با بالا رفتن مقدار فاکتر تخفیف را این چنین می توان توجیه نمود که با افزایش فاکترو تخفیف هزینه‌های حمل و نقل بین هابها افزایش یافته و این نیز به نوبه خود در افزایش تابع هدف مساله تأثیر گذاشته است.

پس می‌توان نتیجه گرفت مقدار α در تغییر مقدار تابع هدف موثر می‌باشد و رابطه مستقیمی با یکدیگر دارد. آهنگ تغییرات میانگین تابع هدف در بازه [۰/۴ و ۰/۲] بیش از بازه [۰/۸ و ۰/۶] می‌باشد.

در شکل (۲) میانگین مقدار تابع هدف با توجه به هزینه ثابت احداث هاب‌ها رسم شده است. این نمودار کلی از ۴ نمودار کوچکتر که هر کدام بیانگر مقادیر مختلف α هستند تشکیل شده است. بخش $\alpha = ۰/۲$ در نمودار بیانگر افزایش میانگین مقدارتابع هدف در رابطه با افزایش هزینه ثابت احداث هر هاب از مقدار ۲۰۰۰۰ تا ۳۰۰۰۰ می‌باشد. به همین منوال مشاهده می‌شود در سه بخش بعدی نمودار شامل α های ۰/۴ ، ۰/۶ و ۰/۸ با افزایش مقدار هزینه ثابت احداث هر هاب میانگین مقدار تابع هدف مربوطه نیز افزایش می‌یابد. با توجه به شکل ۲ تغییرات میانگین مقدار تابع هدف برای $\alpha = ۰/۶$ با هزینه ثابت احداث ۳۰۰۰۰ نسبت $\alpha = ۰/۸$ با هزینه ثابت احداث ۲۰۰۰۰، ۷۳۹ واحد بیشتر است (این اختلاف حدودا ۰/۱ درصد تابع هدف تاب می‌باشد) که موجب کاهش شیب نمودار می‌شود دلیل آن را می‌توان در تخصیص هاب‌های یکسان در مقادیر ۰/۶ و ۰/۸ یافت (هاب‌های ۸، ۱۳، ۲۰).



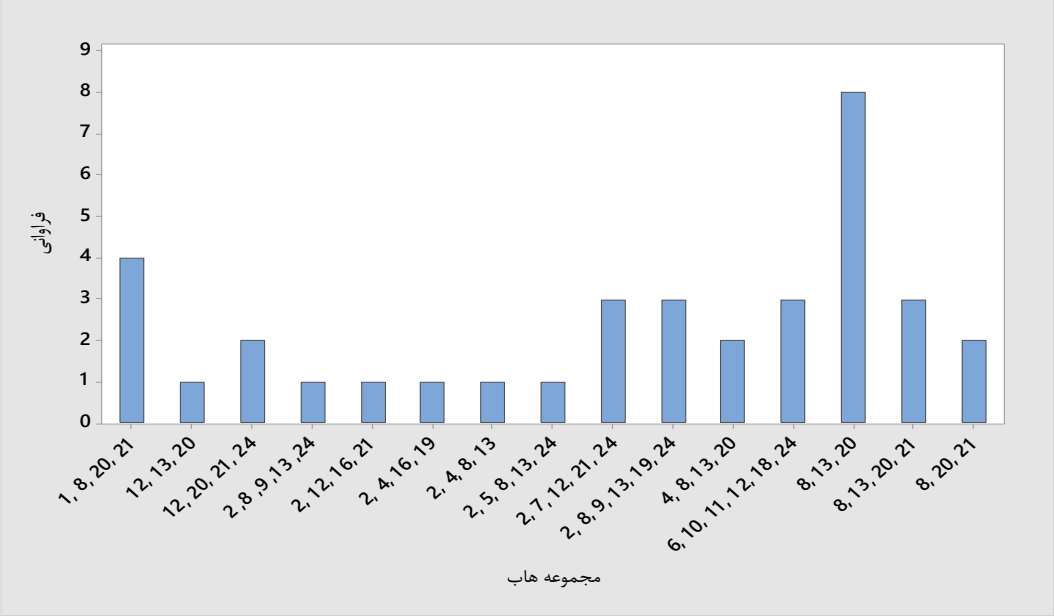
شکل ۲- رفتار میانگین تابع هدف در برابر تغییرات هزینه ثابت احداث (f_k)



شکل ۳- رفتار تابع هدف در برابر تغییرات ظرفیت هر هاب (Q_k)

شکل (۳) نشان‌دهنده تغییرات مقدار تابع هدف نسبت به ظرفیت هر هاب می‌باشد. این شکل متشکل از ۱۲ بخش می‌باشد هر سطر برابر یک α معلوم بوده و هر ستون بیانگر یک f_kاست. بر اساس نمودارهای رسم شده مشاهده می‌شود تغییر ظرفیت هر هاب از ۱۰۰ به ۲۰۰ باعث کاهش در مقدار تابع هدف می شود ولی این تغییر چندان چشمگیر نمی‌باشد. با بررسی سطری نمودار نتیجه بدست آمده از نمودار قبلی بطور کامل مشهود است با افزایش f_k در α مقدار تابع هدف افزایش می‌یابد همچنین با بررسی ستونی می‌توان نتیجه گرفت افزایش α در f_kهای یکسان موجب افزایش مقدار تابع هدف می‌شود. یکی از دلایل اصلی اینکه مقدار تابع هدف با افزایش مقدار ظرفیت هابها کاهش می‌یابد این‌است که هنگامی که ظرفیت هاب زیاد باشد، هزینه‌های برون سپاری کاهش یافته و این نیز به نوبه خود در نزولی شدن مقدار تابع هدف کل مؤثر است.

نتایج بدست آمده از حل مسئله در حالتهای مختلف نشان دهنده این است که ترکیب هابهای احداث شده در برخی حالتها مشابه هم می‌باشد. بطور دقیق تر می توان بیان نمود که در تعداد ۳۶ بار اجرای مدل، ۱۵ ترکیب مختلف برای ساختار مسئله شامل ۱۵ خوشه هاب بدست آمده است که



شکل ۴- نمودار فراوانی مجموعه هاب‌ها

از بین این ۱۵ خوشه متفاوت خوشه (۸، ۱۳، ۲۰) با ۸ بار تکرار بیشترین مقدار مجموعه هاب‌های بدست آمده می‌باشد. همچنین سایر هاب هم خانواده (۴، ۸، ۱۳، ۲۰) و (۸، ۱۳، ۲۰، ۲۱) ، مجموعا ۵ بار بعنوان مجموعه هاب‌های بهینه بدست آمده‌اند. خوشه های مختلف حاصل شده بهمراه فراوانی هر یک در شکل (۴) نشان داده شده است.

۶- نتیجه گیری و پیشنهادات آتی

در این مقاله برای اولین بار مسئله مکان یابی هاب تک تخصیصی با در نظر گرفتن تقاضاهای غیرقطعی از نوع صفر و یک (برنولی) معرفی گردید. با توجه به اینکه در برخی از کاربردهای مسئله مکان یابی هاب (مانند شرکت های پستی) خدمت ارائه شده توسط شرکت حمل و نقل استاندارد بوده و انجام آن خدمت نیازمند یک واحد منبع می‌باشد (مانند یک مأمور پست و ...)، لذا می‌توان تقاضا برای این نوع خدمات را ازنوع صفر و یک در نظر گرفت و با دخیل نمودن عدم قطعیت می‌توان توزیع احتمالی مربوطه را از نوع توزیع برنولی در نظر گرفت. مسئله معرفی شده بصورت یک مدل ریاضی از نوع برنامه ریزی عدد صحیح مختلط فرموله گردید و با استفاده از یک نرم افزار استاندارد بهینه‌سازی حل گردید. آزمایشات محاسباتی روی مجموعه داده‌های استاندارد CAB انجام گرفت و اثر تغییر پارامترهای مختلف ورودی روی جواب بهینه مسئله مورد مطالعه قرار گرفت. با توجه به اینکه مسئله تحت بررسی از نوع NP-Hard می‌باشد، می توان یکی از محدودیت‌های تحقیق حاضر را عدم کارایی نرم افزارهای استاندارد در حل مسائل با ابعاد بزرگ عنوان نمود.

از جمله زمینه های مطالعات آتی می توان به ارائه روشهای حل دقیق و یا ابتکاری برای حل مسئله در ابعاد بزرگ (با توجه به NP-Hard بودن مسئله) و همچنین در نظر گیری منابع دیگر عدم قطعیت در مسئله مانند هزینه‌های ایجاد هاب‌ها و هزینه‌های حمل و نقل اشاره نمود. علاوه بر آن می‌توان مسئله در در حالت تخصیص چندگانه نیز در نظر گرفت و مدلسازی و حل نمود.

۷- تقدیر و تشکر

از سردبیر محترم مجله و همچنین از داوران گرامی که با ارائه نظرات خود باعث افزایش غنای این مقاله گردیدند کمال قدردانی را داریم.

مراجع

[1] M. E. O'Kelly, "Activity levels at hub facilities in interacting networks", Geographical Analysis, Vol. 18, No. 4, 1986, pp.343-356.

[2] J. F. Campbell, "Integer programming formulations of discrete hub location problems" European Journal of Operational Research, Vol. 72, No. 2, Jan 1994, pp.387-405.

[3] R. Z. Farahani, M. Hekmatfar, A. B. Arabani, and E. Nikbakhsh, "Hub location problems: A review of models, classification, solution techniques, and applications", Computers and Industrial Engineering, Vol. 64, No. 4, Apr 2013, pp.1096-109.

[۴] مهدی بشیری و محمدرضا یعقوبی،"مدلسازی ریاضی مسئله مکان‌یابیP مرکز با در نظر گرفتن سلسله مراتب لانه‌ای و کاربرد الگوریتم بهینه‌سازی گروهی ذرات در حل آن"، نشریه مدل سازی در مهندسی، دوره چهاردهم، شماره ۴۷، زمستان ۱۳۹۵، صفحه ۱۸۷-۱۹۷.

[۵] فرشاد حکیم پور، سیامک طلعت اهری و ابوالفضل رنجبر، "ارزیابی و مقایسه الگوریتم های بهینه سازی ژنتیک، شبیه‌سازی تبرید و فاخته‌ها در مکان‌یابی رقابتی تسهیلات (مطالعه موردی: بانکها) نشریه مدل سازی در مهندسی، دوره پانزدهم، شماره ۴۸، بهار ۱۳۹۶، صفحه ۲۳۱-۲۴۶.

[6] S. L. Hakimi, and S. N. Maheshwari, "Optimum locations of centers in networks", Operations Research, Vol. 20, No. 5, 1972, pp.967-73.

[7] R. S. Toh, and R. G. Higgins, "The impact of hub and spoke network centralization and route monopoly on domestic airline profitability", Transportation journal, July 1985 , pp.16-27.

[8] D. Skorin-Kapov, J. Skorin-Kapov, and M. O'Kelly, "Tight linear programming relaxations of uncapacitated p-hub median problems", European journal of operational research, Vol. 94, No. 3, November 1996, pp.582-593.

[9] A. T. Ernst, and M.Krishnamoorthy, "Efficient algorithms for the uncapacitated single allocation p-hub median problem", Location science, Vol. 4, No. 3, October 1996, pp.139-54.

[10] J. G. Klincewicz, "Hub location in backbone/tributary network design: a review", Location Science, Vol. 6, No. 1-4, 1998, pp. 307-335.

[11] B. Yetiş Kara, "Modeling and analysis of issues in hub location problem", PhD diss, Bilkent University, 1999.

[12] D. L. Bryan, and M. E. O'kelly, "Hubandspoke networks in air transportation: an analytical review", Journal of regional science, Vol. 39, No. 2, 1999, pp. 275-295

[13] J. Ebery, M. Krishnamoorthy, A. Ernst, and N. Boland, "The capacitated multiple allocation hub location problem: Formulations and algorithms", European journal of operational research, Vol. 120, No. 3, February, pp.614-631.

[14] M. W. Horner, and M. E. O'Kelly, "Embedding economies of scale concepts for hub network design" Journal of Transport Geography, Vol. 9, No. 4, December 2000, pp.255-65.

[15] B. Y. Kara, and B. C. Tansel, "The single-assignment hub covering problem: Models and linearizations, Journal of the Operational Research Society, Vol. 54, No. 1, January 2003, pp 59-64.

[16] G. Carello, F. Della Croce, M. Ghirardi, and R.Tadei, "Solving the hub location problem in telecommunication network design: A local search approach", Networks: An International Journal, Vol. 44, No. 2, September 2004, pp.94-105.

[17] H Yaman, and G.Carello, "Solving the hub location problem with modular link capacities" Computers and operations research, Vol. 32, No. 12, December 2005, pp.3227-3245.

[18] H. Yaman, "Star p-hub median problem with modular arc capacities", Computers and Operations Research, Vol. 35, No. 9, September 2008, pp.3009-3019.

[19] I. Racunica, and L.Wynter, "Optimal location of intermodal freight hubs" Transportation Research Part B: Methodological, Vol. 39, No. 5, June 2005, pp.453-77.

[20] A. Kimms, "Economies of scale in hub & spoke network design models: We have it all wrong", Perspectives on operations research, pp. 293-317.

[21] I. Contreras, E. Fernández, and A. Marín, "Tight bounds from a path based formulation for the tree of hub location problem", Computers and Operations Research, Vol. 36, No. 12, December 2009, pp.3117-3127.

[22] I. Correia, S. Nickel, and F.Saldanha-da-Gama, "The capacitated single-allocation hub location problem revisited: A note on a classical formulation", European Journal of Operational Research, Vol. 207, No. 1, November 2010, pp.92-6.

[23] A. Saboury, N. Ghaffari-Nasab, F. Barzinpour, and M. S. Jabalameli, "Applying two efficient hybrid heuristics for hub location problem with fully interconnected backbone and access networks" Computers and Operations Research, Vol. 40, No. 10, October 2013, pp.2493-507.

[24] I. Rodríguez-Martín, J. J. Salazar-González, and H. Yaman, "A branch-and-cut algorithm for the hub location and routing problem", Computers and Operations Research, Vol. 50, October 2014, pp.161-74.

[25] M. Tanash, I. Contreras, and N. Vidyarthi, "An exact algorithm for the modular hub location problem with single assignments", Computers and Operations Research, Vol. 85, September 2017, pp.32-44.

[26] N. Ghaffarinasab, and R.Atayi, "An implicit enumeration algorithm for the hub interdiction median problem with fortification", European Journal of Operational Research, Vol. 267, No. 1, May 2018, pp.23-39.

[27] S. Alumur, and B. Y. Kara, "Network hub location problems: The state of the art, European journal of operational research, Vol. 190, No. 1, Ocober 2008, pp.1-21.

[28] J. F. Campbell, and M. E. O'Kelly, "Twenty-five years of hub location research", Transportation Science, Vol. 46, No. 2, May 2012, PP.153-69.

[29] I. Contreras, and M. O'Kelly, "Hub location problems", Location science, 2019, Springer, Cham, pp. 327-363.

[30] S. A. Alumur, J. F. Campbell, I. Contreras, B. Y. Kara, V. Marianov, and M. E. O'Kelly, "Perspectives on Modeling Hub Location Problems", European Journal of Operational Research, October 2020.

[31] V. Marianov, D. Serra, "Location models for airline hubs behaving as M/D/c queues", Computers and Operations Research, Vol. 30, No. 7, Jun 2003, pp.983-1003.

[32] S. Elhedhli, F. X. Hu, "Hub-and-spoke network design with congestion", Computers and Operations Research, Vol. 32, No. 6, Jun 2005, pp.1615-32.

[33] M. Mohammadi, F. Jolai, and H. Rostami, "An M/M/c queue model for hub covering location problem", Mathematical and Computer Modelling, Vol. 54, No. 11-12, December 2011, pp.2623-38.

[34] S. A. Alumur, S. Nickel, and F.Saldanha-da-Gama, "Hub location under uncertainty", Transportation Research Part B: Methodological, Vol. 46, No. 4, May 2012, pp.529-43.

[35] F. Parvaresh, S. H. Golpayegany, S. M. Husseini, and B. Karimi, "Solving the p-hub median problem under intentional disruptions using simulated annealing", Networks and Spatial Economics, Vol. 13, No. 4, December 2013, pp.445-70

[۳۶] عباس کاری مجیدآباد، مرضیه مظفری و علی نعیمی صدیق، "تعادل استکلبرگ- نش در بازی مکان‌یابی رقابتی تسهیلات میان یک امتیاز دهنده و دو سرمایه‌گذار"، نشریه مدل سازی در مهندسی، دوره هفدهم، شماره ۵۷، تابستان ۱۳۹۸، صفحه ۱۱۱-۱۲۵.

[37] A. Adibi, and J. Razmi, "2-Stage stochastic programming approach for hub location problem under uncertainty: A case study of air network of Iran", Journal of Air Transport Management, Vol. 47, August 2015, pp.172-178.

[38] N. Ghaffari-Nasab, M. Ghazanfari, and E.Teimoury, "Robust optimization approach to the design of hub-and-spoke networks", The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, Vol. 76, No. 5-8, February 2015, pp.1091-1110.

[39] M. Meraklı, and H. Yaman, "A capacitated hub location problem under hose demand uncertainty", Computers and Operations Research, Vol. 88, December 2017, pp.58-70.

[40] Z. Qin, and Y. Gao, "Uncaacitated p-hub location roblem with fixed costs and uncertain flows", Journal of Intelligent Manufacturing, Vol. 28, No. 3, March 2017, pp.705-716..

[41] I. Correia, S. Nickel, and F.Saldanha-da-Gama, "A stochastic multi-period capacitated multiple allocation hub location problem: Formulation and inequalities", Omega, Vol. 74, Jan 2018, pp.122-34.

[42] F. Momayezi, S. K. Chaharsooghi, M. M. Sepehri, and A. H. Kashan, "The capacitated modular single-allocation hub location problem with possibilities of hubs disruptions: modeling and a solution algorithm", Operational Research, Vol. 17, November 2018, pp.1-28.

[43] N. Ghaffarinasab, "An efficient matheuristic for the robust multiple allocation p-hub median problem under polyhedral demand uncertainty", Computers and Operations Research, Vol. 97, September 2018, pp.31-47.

[44] X. Shang, K. Yang, W. Wang, W. Wang, H. Zhang, and S. Celic, "Stochastic hierarchical multimodal hub location problem for cargo delivery systems: formulation and algorithm", IEEE Access, Vol. 8, March 2020, pp.55076-55090.

[45] B Rostami, N Kämmerling, J Naoum-Sawaya, C Buchheim, U.Clausen, "Stochastic single-allocation hub location", European Journal of Operational Research, Vol. 289, No. 3, March 2021, pp.1087-1106.