

یک روش حل فرا ابتکاری برای مسئله ممانعت از بیشینه ظرفیت با چندین مهاجم

حمید بیگدلی^{۱*}، سید محمد صادق میردامادی^۲ و جواد طیبی^۳

اطلاعات مقاله	چکیده
<p>نوع مقاله: پژوهشی</p> <p>دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۱۱/۰۳</p> <p>بازنگری مقاله: ۱۴۰۱/۰۱/۲۹</p> <p>پذیرش مقاله: ۱۴۰۱/۰۲/۱۸</p>	<p>مسائل ممانعت در شبکه، دسته‌ای از مسائل هستند که دو بازیگر با اهداف متضاد به تقابل با یکدیگر می‌پردازند و به صورت کلی منفعت یک بازیگر موجب متضرر شدن بازیگر دیگر می‌شود. در مسئله ممانعت از بیشینه ظرفیت، یک مدافع در نقش رهبر، اقدامات ممانعتی خود را با توجه به بودجه موجود بر روی یال‌های یک شبکه اعمال می‌کند. در سطح بعدی، تعدادی مهاجم به عنوان پیرو و با مشاهده اقدامات ممانعتی مدافع، مسئله بیشینه‌سازی ظرفیت مسیر را از مبدأ به مقصد بهینه‌سازی می‌نمایند. ممانعت در واقع حمله به کمان‌های شبکه و تخریب آن‌ها، با هدف کاهش ظرفیت عبوری کمان می‌باشد. در این مقاله، در ابتدا یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی دو سطحی صفر و یک برای مسئله مورد نظر بیان شده است. سپس با توجه به پیچیدگی حل مسائل دو سطحی، یک الگوریتم ترکیبی شامل الگوریتم دایکسترا اصلاح شده و الگوریتم شبیه‌سازی تبرید برای حل مسئله پیشنهاد شده است. الگوریتم دایکسترای اصلاح شده همواره جواب بهینه مسئله بیشینه ظرفیت را ارائه می‌دهد که سبب تولید جواب‌های مطلوب در الگوریتم ترکیبی می‌گردد. سپس کارایی الگوریتم پیشنهادی تا ابعاد ۱۰۰ گره و ۱۵۰ کمان مورد بررسی قرار گرفت که نشان‌دهنده توانایی الگوریتم برای حل مسائل در ابعاد مختلف می‌باشد. بر اساس نتایج حاصل شده، افزایش بودجه مدافع تا میزان مشخصی بر بهبود تابع هدف مسئله تأثیرگذار می‌باشد. همچنین مقدار ضریب اهمیت مهاجمان در مسئله، ارتباط معکوس با کیفیت مسیر مهاجمان دارد و موجب افزایش یا کاهش بیشینه ظرفیت مسیر مهاجمان می‌گردد.</p>
<p>واژگان کلیدی:</p> <p>بازی مجموع صفر، مسئله ممانعت در شبکه، مسئله بیشینه‌سازی ظرفیت، الگوریتم دایکسترا اصلاح شده، الگوریتم شبیه‌سازی تبرید.</p>	

۱- مقدمه

می‌گردد و مدل‌سازی ریاضی و شبیه‌سازی آن صورت می‌پذیرد. به عبارت دیگر کاربرد اصلی بازی جنگ، پیاده‌سازی جنگ واقعی بدون تلفات و هزینه‌های فراوان و نیز بدون از دست دادن وسایل و تجهیزات است. هدف اصلی بازی جنگ فراهم کردن تجربه تصمیم‌گیری و اطلاعات تصمیم‌گیری در موقعیت‌های واقعی یا ارزیابی عوامل موثر بر تصمیم، جهت انتخاب بهترین گزینه است [۱]. در نظریه بازی‌ها، یک بازی مجموع صفر، یک مدل ریاضی

امروزه در سازمان‌های نظامی یکی از روش‌های مهم تصمیم‌گیری در شرایط عدم قطعیت استفاده از بازی جنگ است. بازی جنگ به عنوان یک روش تمرین مسائل نظامی و کمک به تصمیم‌سازی و تصمیم‌گیری فرماندهی مطرح است. بازی جنگ یک روش پیش‌بینی کننده و محاسبه تأثیر متقابل اقدام‌ها در صحنه جنگ و منطقه عملیات بوده و در واقع به کمک بازی جنگ، صحنه عملیات تجسم

* پست الکترونیک نویسنده مسئول: H.bigdeli@casu.ac.ir

۱. استادیار گروه مطالعات علم و فناوری دانشگاه فرماندهی و ستاد آجا

۲. دانش‌آموخته کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، پژوهش‌گر پژوهشکده عالی جنگ، دانشگاه فرماندهی و ستاد آجا

۳. دانشیار دانشکده مهندسی صنایع و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی بیرجند

(کمان‌های شبکه)، قصد محدودسازی تابع هدفی که پیرو می‌تواند کسب نماید را در نظر دارد. به عنوان مثال با حمله به کمان‌های شبکه، موجب تخریب کمان، کاهش سرعت حرکت در هنگام عبور و یا کاهش ظرفیت کمان‌های شبکه می‌شود. مسائل ممانعت از عبور حالت جامع‌تری از بازی استکلبرگ^۳ [۱۱] می‌باشند. این بازی شامل یک رهبر و یک یا چند پیرو می‌باشد که لزوماً بازی مجموع صفر در آن انجام نمی‌شود. نمونه‌ای از کاربرد بازی استکلبرگ در بازی رهبر و پیرو در زمینه‌ی مکان‌یابی رقابتی تسهیلات میان سرمایه‌گذار و امتیاز دهنده مشاهده می‌شود [۱۲].

در مسائل ممانعت در عبور فرضیاتی در نظر گرفته می‌شود که به صورت زیر بیان می‌گردند [۷]:

- همه اطلاعات مسئله برای رهبر و پیرو از پیش شناخته شده است.
- رهبر از تأثیر اقدامات ممانعتی خود بر روی مسئله پیرو اطلاع دارد.
- رهبر و پیرو یک بازی مجموع صفر انجام می‌دهند. ارزش بازی از تابع هدف پیرو در شرایطی که رهبر به دنبال بیشینه‌سازی (یا کمینه‌سازی) مقدار کمینه (یا بیشینه) ارزش کسب شده می‌باشد، توسط پیرو حاصل می‌گردد.
- در هر مرحله از بازی، رهبر و پیرو هر کدام یک مجموعه از تصمیمات را اتخاذ می‌کنند و تصمیمات ممانعتی رهبر غالباً قبل از تصمیمات پیرو صورت می‌پذیرد.
- تنها یک مرحله در هر بازی انجام می‌شود.

۲- پیشینه پژوهش

مسئله ممانعت برای اولین بار توسط وولمر^۴ [۱۳] با بررسی حذف کمان‌های شبکه و هدف کاهش بیشینه جریان انجام گرفت. سپس با توجه به کاربرد مناسب، سایر حوزه‌های تحقیقاتی به این دسته از مسائل توجه نمودند. از جمله این کاربردها می‌توان به موضوع قاچاق مواد هسته‌ای [۱۴]، تحلیل شبکه‌های برق [۱۵] و برنامه‌ریزی نظامی [۱۶] اشاره کرد.

یکی از مسائل کاربردی و مورد توجه در زمینه ممانعت، مسئله ممانعت از کوتاه‌ترین مسیر در شبکه می‌باشد [۱۷]. مسئله ممانعت از کوتاه‌ترین مسیر در شبکه‌ای از گره‌ها و

از وضعیتی است که سود (یا زیان) یک شرکت‌کننده، دقیقاً متعادل با زیان‌های (یا سودهای) شرکت‌کننده(های) دیگر است. اگر مجموع سودهای شرکت‌کننده‌ها با هم جمع شود و مجموع زیان‌ها از آن کم شود، حاصل برابر صفر خواهد بود. در مقابل، بازی مجموع ناصفر وضعیتی را توصیف می‌کند که مجموع سودها و زیان‌های طرف‌های درگیر، کمتر یا بیشتر از صفر باشد. در بازی‌های مجموع صفر، مجموع هر برآمد همیشه صفر است [۲]. بیگدلی و همکاران در کارهای قبلی به مسائل مختلف در نظریه بازی‌ها پرداختند (به عنوان نمونه مراجع [۳]، [۴]، [۵] و [۶] را ببینید).

در مباحث دفاعی، ممانعت^۱ به اقداماتی اطلاق می‌گردد که موجب انسداد یا ممانعت عملیات مهاجم می‌شود. این اقدامات معمولاً در عملیات زنجیره تأمین یا ارتباطات رخ می‌دهد. مسائل ممانعت در عبور در ادبیات موضوع با عنوان بازی‌های رهبر و پیرو^۲ مطرح می‌شوند. در این دسته از مسائل رهبر اقدامات ممانعتی را انجام می‌دهد و پیرو به دنبال بهینه‌سازی مسئله خود پس از اقدامات ممانعتی رهبر می‌باشد. رهبر اقدامات ممانعتی را به گونه‌ای انجام می‌دهد که کمینه مقدار هدفی که پیرو از حل مسئله خود بدست می‌آورد را بیشینه‌سازی نماید (همچنین رهبر ممکن است کمینه‌سازی مقدار بیشینه تابع هدف مسئله پیرو را در نظر داشته باشد). اقدامات ممانعتی می‌تواند بر روی تابع هدف، فضای امکان‌پذیر جواب‌ها و یا هر دو تأثیرگذار باشد [۷]. انواع مختلفی از مسائل ممانعت از عبور در ادبیات موضوع وجود دارد. این مسائل بر اساس اهدافی که مدافع و مهاجم دنبال می‌کنند به گروه‌های مختلفی تقسیم می‌گردند. از جمله این اهداف می‌توان به یافتن کوتاه‌ترین مسیر در شبکه [۸]، برقراری بیشترین جریان در شبکه [۹] یا مسئله بیشینه‌سازی پوشش تقاضا در ممانعت از ایجاد تسهیلات اشاره کرد [۱۰].

مبحث ممانعت در عبور، شامل دو نیروی مخالف است. یک نیرو به عنوان رهبر و دیگری به عنوان پیرو که به تقابل با یکدیگر می‌پردازند. پیرو به صورتی در شبکه عمل می‌کند که تعدادی از توابع هدف همچون سرعت حرکت یک کاروان تجهیزات نظامی در شبکه را ارتقا دهد و یا مقدار تجهیزات و مواد عبوری از شبکه را بیشینه نماید. از طرفی رهبر با ایجاد ممانعت در مسیرهای مواصلاتی شبکه

³ Stackelberg game

⁴ Wollmer

¹ Interdiction

² Leader and Follower

می‌نماید [۲۴]. در شرایطی که چندین مهاجم قصد حرکت از مبدأ به مقصد شبکه را داشته باشند، هر کدام از آن‌ها با توجه به ظرفیت عبوری تجهیزات و کمان‌ها از شبکه عبور می‌کنند. در واقع در یک شبکه ظرفیت‌دار، مهاجمان به دنبال یافتن مسیری با بیشینه ظرفیت از مبدأ مشخص به مقصد می‌باشند تا بتوانند تجهیزات و نیروهای خودشان را به صورت حداکثری از شبکه عبور دهند. در حالی که مدافع (رهبر) با ممانعت در مسیرهای مواصلاتی با توجه به محدودیت بودجه، هدف کمینه‌سازی انتقال و حرکت مهاجمان از مبدأ به مقصد را در نظر دارد.

مسئله ممانعت از بیشینه ظرفیت در ابتدا توسط محمدی و طیبی [۲۴] در ادبیات موضوع بررسی گردید. در این مسئله یک مدافع و تنها یک مهاجم برای عبور از کمان‌ها در شبکه موجود است. همچنین برای کاهش ظرفیت کمان‌ها هزینه ثابت در نظر گرفته می‌شود. این پژوهشگران با ارائه یک الگوریتم، مسئله مورد نظر را در حالتی که یک برش بهینه از گراف موجود باشد در زمان چند جمله‌ای حل نمودند.

مسئله ممانعت از بیشینه ظرفیت می‌تواند در تصمیم‌گیری‌های امنیتی و نظامی کاربرد داشته باشد. به عنوان مثال شرایطی را در نظر بگیرید که چندین گروه مهاجم قصد عبور نیروها و تجهیزات خود را برای حمله به یک نقطه مشخص در نظر دارند. در اینجا ظرفیت هر یال را می‌توان برابر مقدار تجهیزات و نیروهای هر مهاجم برای عبور از هر یال بدون شناسایی یا تخریب دشمن در نظر گرفت. از طرف دیگر مدافع با تخصیص منابع و نیروهای خود به یال‌های شبکه، موجب کاهش یا از بین رفتن ظرفیت کمان‌های عبوری شبکه می‌گردد. بنابراین مهاجمان با توجه به ظرفیت یال‌های شبکه، یک مسئله بیشینه‌سازی ظرفیت را حل می‌کنند و مدافع به دنبال کاهش مجموع بیشینه ظرفیت عبوری توسط مهاجمان در شبکه می‌باشد.

در این پژوهش با ارائه و بررسی مسئله ممانعت از بیشینه ظرفیت با چندین مهاجم، یک رویکرد حل ترکیبی برای مسئله پیشنهاد شده است. این روش شامل یک الگوریتم ابتکاری و یک الگوریتم فراابتکاری به منظور حل مسئله به صورت یک‌پارچه می‌باشد. الگوریتم ابتکاری پیشنهادی از اصلاح الگوریتم دایکسترا^۳ [۲۵] حاصل شده است و

کمان‌ها تعریف می‌گردد. پیرو می‌خواهد هزینه (فاصله) جابه‌جایی بین مبدأ و مقصد حرکت خود را در شبکه کمینه‌سازی نماید. در نتیجه پیرو مسئله کوتاه‌ترین مسیر در شبکه را حل می‌کند. از طرفی رهبر با انجام اقدامات ممانعتی، می‌خواهد هزینه‌های پیرو را افزایش دهد. در مسئله ممانعت از کوتاه‌ترین مسیر، رهبر با هدف بیشینه‌سازی هزینه (فاصله) کوتاه‌ترین مسیر که پیرو می‌تواند طی نماید، به کمان‌های شبکه حمله می‌نماید. هر کدام از کمان‌های شبکه که مورد حمله قرار گیرند، هزینه‌ای (فاصله‌ای) بیش از مقدار اولیه خود در هنگام عبور خواهند داشت. در این شرایط رهبر توانایی حمله به تمام کمان‌های شبکه را نخواهد داشت چرا که محدودیت بودجه یا تعداد کمان‌های تخریبی برای آن به عنوان یک محدودیت وجود دارد [۱۸، ۱۹].

مسئله بیشینه ظرفیت یا مسئله عریض‌ترین مسیر در گراف در ارتباط با یافتن یک مسیر بین دو رأس مشخص (مبدأ و مقصد) از یک گراف وزن‌دار می‌باشد که هدف بیشینه‌سازی کمینه وزن کمان‌های مسیر می‌باشد. مسئله بیشینه ظرفیت در یک گراف برای اولین بار در سال ۱۹۶۰ مطرح گردید [۲۰]. مسئله بیشینه‌سازی ظرفیت در گراف کاربردهای مختلفی دارد. به عنوان مثال در ارتباطات اینترنتی، رابطه بین روتر و اینترنت^۱ یک مسئله بیشینه ظرفیت می‌باشد. در این مسئله وزن هر کمان تعیین‌کننده پهنای باند میان دو روتر می‌باشد و هدف یافتن مسیری میان دو گره از شبکه با بیش‌ترین میزان پهنای باند ممکن می‌باشد [۲۱، ۲۲]. همچنین این مسئله کاربردهایی در تجزیه و تحلیل مسائل زیستی و مسیر متابولیک^۲ دارد [۲۳].

در این پژوهش یک مسئله ترکیبی در حوزه ادبیات موضوع ممانعت مورد بررسی قرار می‌گیرد. این مسئله از ترکیب یک مسئله بیشینه ظرفیت در سطح پایین و یک مسئله ممانعت در سطح بالا تشکیل شده است.

مسئله ممانعت بیشینه ظرفیت، یک مسئله سلسله‌مراتبی شامل دو بازیگر است. بازیگر سطح اول (رهبر) با اقدامات ممانعتی سعی در کاهش ظرفیت کمان‌های شبکه به صورت بهینه دارد. بازیگر دوم (مهاجم) پس از اقدامات رهبر، مسئله بیشینه‌سازی ظرفیت خود را بر روی شبکه جدید حل

³ Dijkstra's algorithm

¹ Routers and the Internet

² Metabolic pathway

می‌باشد که هر زوج (v_i, v_{i+1}) متعلق به مجموعه A می‌باشد $(i=1,2,\dots,q-1)$. مسیری که از یک مبدأ (s) شروع و به یک مقصد (t) ختم گردد یک مسیر (st) نامیده می‌شود.

اگر برای هر کمان شبکه یک ظرفیت مشخص (c_{ij}) در نظر گرفته شود ظرفیت یک مسیر به صورت «کمینه ظرفیت کمان‌های موجود در مسیر» تعریف خواهد شد:

$$c(P) = \min_{(i,j) \in P} c_{ij} \quad (1)$$

با توجه به تعاریف ارائه شده مدل ریاضی مسئله بیشینه‌سازی ظرفیت در گراف به صورت زیر تعریف می‌گردد.

$$\max \quad z \quad (2)$$

$$s. t. \quad z \leq c_{ij} + M(1 - x_{ij}), \quad (3)$$

$$\sum_{j:(i,j) \in A} x_{ij} - \sum_{j:(j,i) \in A} x_{ji} = \begin{cases} 1 & i = s, \\ 0 & i \neq s, t, \\ -1 & i = t, \end{cases} \quad (4)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad (5)$$

در این حالت Z مقدار تابع هدف مسئله را مشخص می‌نماید و متغیر x_{ij} یک متغیر صفر و یک برای تعیین مسیر با بیشینه ظرفیت می‌باشد. همچنین M یک عدد مثبت و بزرگ می‌باشد. رابطه ۳ کمینه‌سازی مقدار ظرفیت کمان‌های موجود در مسیر را تعیین می‌نماید، به بیانی دیگر $Z = \min_{(i,j) \in A: x_{ij}=1} c_{ij}$ محدودیت ۴ مربوط به برقراری جریان در شبکه بین مبدأ (s) و مقصد (t) می‌باشد. رابطه ۵ نوع متغیرهای مسئله را بیان می‌کند.

۲-۲-مدل‌سازی مسئله ممانعت از بیشینه ظرفیت با چندین مهاجم

در این مسئله وضعیتی را در نظر بگیرید که به تعداد at مهاجم (پیرو) برای حرکت از مبدأ به نقطه هدف وجود دارد. مجموعه مهاجمان به صورت $AT = \{1,2,\dots,at\}$ می‌باشد. فرض کنید که ظرفیت هر کمان (i,j) به صورت $c_{ij}^k \geq 0$ که

الگوریتم شبیه‌سازی تبرید^۱ به منظور حل مسئله سطح بالا (مسئله رهبر) ایجاد شده است.

الگوریتم‌های فرا ابتکاری در واقع مجموعه‌ای از الگوریتم‌ها هستند که بر روی الگوریتم‌های ابتکاری اعمال می‌شوند و باعث رهایی از بهینه‌های محلی می‌شوند و در عین حال امکان استفاده از الگوریتم‌های ابتکاری را در تعداد زیادی از مسائل می‌دهند. به عنوان مثال بابایی و همکاران [۲۶] با ارائه یک الگوریتم گرگ خاکستری^۲ توانستند مسئله مسیریابی شهری را در ابعاد مناسب حل نمایند.

الگوریتم شبیه‌سازی تبرید یکی از الگوریتم‌های فرا ابتکاری اثر بخش به منظور حل مسائل بهینه‌سازی در فضای جستجوی بزرگ است. از این الگوریتم معمولاً برای حل مسائل در فضای گسسته استفاده می‌شود. از جمله کاربردهای الگوریتم شبیه‌سازی تبرید می‌توان به پژوهش حسینی مطلق و همکاران [۲۷] در مکان‌یابی-مسیریابی اشاره کرد. آن‌ها برای حل مسئله مورد نظر از یک روش ترکیبی شامل الگوریتم جستجوی بزرگ همسایگی تطبیقی^۳ و الگوریتم شبیه‌سازی تبرید استفاده کردند.

سایر بخش‌های مقاله در پنج قسمت مختلف ادامه می‌یابد. در بخش دوم در ابتدا یک مدل ریاضی از مسئله بیشینه ظرفیت بیان می‌شود و سپس به کمک آن نسبت به مدل‌سازی مسئله اصلی اقدام می‌گردد. در بخش سوم الگوریتم پیشنهادی توصیف می‌شود. بررسی و تجزیه و تحلیل الگوریتم به کمک داده‌های نمونه در بخش چهارم صورت می‌پذیرد. در نهایت، بخش پایانی به نتیجه‌گیری و پیشنهادات برای پژوهش‌های آینده اختصاص دارد.

۳-مدل‌سازی ریاضی مسئله

مسئله ممانعت از بیشینه ظرفیت در گراف با چندین مهاجم را می‌توان به صورت یک مجموعه از مسائل ممانعت با یک مهاجم در نظر گرفت. از این رو در ابتدا مسئله بیشینه ظرفیت مورد بررسی قرار می‌گیرد تا بتوان فهم جامع‌تری از مسئله اصلی مورد نظر به دست آورد.

۳-۱-مدل‌سازی مسئله بیشینه ظرفیت

به منظور مدل‌سازی و درک مناسب‌تر مسئله، یک گراف جهت‌دار $G(V,A)$ که $V = \{1,2,\dots,n\}$ تعیین کننده گره‌ها و A نماد کمان‌های شبکه می‌باشد را در نظر بگیرید. یک مسیر، یک توالی از گره‌ها به صورت $v_1-v_2-\dots-v_q$

³ Adaptive large neighborhood search algorithm

¹ Simulated annealing algorithm

² Grey wolf algorithm

جدول ۳. متغیرهای مدل ریاضی

متغیر	تعریف
x_{ij}^k	متغیر صفر و یک؛ اگر مهاجم k از کمان (i,j) عبور کند مقدار یک و در غیر این صورت صفر خواهد بود.
y_{ij}	متغیر صفر و یک؛ اگر مدافع کمان (i,j) را تخریب نماید (ظرفیت آن را کاهش دهد) مقدار یک و در غیر این صورت صفر خواهد بود.

در این پژوهش، یک مدل ریاضی برای مسئله ممانعت از پیشینه ظرفیت با چندین مهاجم ارائه می‌گردد. این مدل شامل دو سطح متفاوت از مسائل مدافع و مهاجمان به صورت سلسله مراتبی می‌باشد. روابط ۶ تا ۱۲ مدل ریاضی مسئله را بیان می‌کنند.

$$Z = \min f(\bar{z}_1, \bar{z}_2, \dots, \bar{z}_k) \quad (6)$$

s.t

$$\sum_{(i,j) \in A} r_{ij} y_{ij} \leq R, \quad (7)$$

$$y_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in A, \quad (8)$$

$$\bar{z}_k = \max z_k: \quad (9)$$

$$z_k \leq c_{ij}^k + (d_{ij}^k - c_{ij}^k) y_{ij} + M(1 - x_{ij}^k) \quad \forall (i,j) \in A, \quad (10)$$

$$\sum_{j:(i,j) \in A} x_{ij}^k - \sum_{j:(j,i) \in A} x_{ji}^k = \begin{cases} 1 & i = s, \\ 0 & i \neq s, t, \\ -1 & i = t, \end{cases} \quad (11)$$

$$x_{ij}^k \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in A, \forall k \in AT, \quad (12)$$

رابطه ۶ تابع هدف مسئله است و ترکیبی از توابع هدف هر یک از مهاجمان می‌باشد. در این سطح مدافع به دنبال کمینه‌سازی توابع هدف کسب شده توسط مهاجمان می‌باشد. محدودیت ۷ محدودیت بودجه مدافع برای ایجاد ممانعت در کمان‌های شبکه را مشخص می‌نماید. رابطه ۸ نوع متغیرهای مدافع می‌باشد. محدودیت ۹ تا ۱۲ سطح دوم مسئله یا همان مسئله مهاجمان را تعریف می‌کند. محدودیت ۹ تابع هدف مسئله مهاجمان است که برابر پیشینه‌سازی ظرفیت مسیر عبوری هر یک از مهاجمان

این مقدار نمایانگر بیشترین مقدار جریان است که مهاجم k می‌تواند از کمان (i,j) عبور دهد. هر یک از مهاجمان به دنبال یافتن یک مسیر از مبدأ به مقصد با بیشترین ظرفیت هستند به گونه‌ای که بتوانند نیروها و تجهیزات خود را از این مسیرها عبور دهند. بنابراین مسئله هر یک از مهاجمان در شبکه به یک مسئله پیشینه ظرفیت با یک شبکه گرافی $G(V,A,c^k)$ تبدیل می‌گردد.

از طرف دیگر در این مسئله یک مدافع (رهبر) وجود دارد که ممانعت از حرکت مهاجمان در شبکه را دنبال می‌کند. رویکرد مدافع کاهش ظرفیت کمان‌های شبکه با توجه به بودجه در دسترس می‌باشد. برای کاهش ظرفیت هر کمان (i,j) از مقدار c_{ij}^k به مقدار d_{ij}^k هزینه‌ای برابر r_{ij} توسط مدافع انجام می‌گیرد.

بنابراین مسئله مورد بررسی همانند یک بازی استکلبرگ شامل دو سطح می‌باشد. در سطح اول، مدافع ظرفیت کمان‌های شبکه را بر اساس بودجه در دسترس تغییر می‌دهد. به بیان دیگر با امکانات و تجهیزاتی که در اختیار دارد موجب کاهش ظرفیت یال‌های موصلاتی می‌شود. در سطح دوم، هر یک از مهاجمان با توجه به ظرفیت‌های تغییر یافته جدید به دنبال حل مسئله پیشینه ظرفیت از مبدأ به نقطه هدف هستند.

به منظور مدل‌سازی مسئله مذکور، نمادها، پارامترها و متغیرهای تصمیم مدل ریاضی مسئله به ترتیب در جداول ۱ تا ۳ تعریف شده است.

جدول ۱. مجموعه‌های مدل ریاضی

نماد	تعریف
A	مجموعه کمان‌های شبکه و (i,j) نماد یک کمان در شبکه $A = \{v_1 - v_2 - \dots - v_q\}$
V	مجموعه گره‌های شبکه $V = \{1, 2, \dots, n\}$
AT	مجموعه مهاجمان شبکه $AT = \{1, 2, \dots, at\}$

جدول ۲. پارامترهای مدل ریاضی

پارامتر	تعریف
R	میزان بودجه در دسترس مدافع برای کاهش ظرفیت کمان‌های شبکه
M	یک عدد بزرگ مثبت
r_{ij}	هزینه کاهش ظرفیت کمان (i,j) توسط مدافع
c_{ij}^k	ظرفیت اولیه عبوری کمان (i,j) برای مهاجم k بدون ایجاد ممانعت توسط مدافع
d_{ij}^k	ظرفیت عبوری کمان (i,j) برای مهاجم k بعد از ایجاد ممانعت مدافع بر روی کمان

حل می‌گردد و مدافع مسئله ممانعت را در نظر دارد. در این پژوهش به منظور حل مسئله مهاجمان از الگوریتم دایکسترا اصلاح شده^۱ استفاده شده است. از طرف دیگر الگوریتم شبیه‌سازی تبرید مسئله مدافع را حل می‌نماید.

۳-۱- الگوریتم دایکسترا اصلاح شده

الگوریتم دایکسترا یکی از الگوریتم‌های پیمایش گراف است که توسط دانشمند هلندی ارائه گردید [۲۵]. این الگوریتم مسئله کوتاه‌ترین مسیر از مبدأ واحد را برای گراف‌های وزن‌داری که یال با وزن منفی ندارند، حل می‌کند و با ایجاد درخت کوتاه‌ترین مسیر، کوتاه‌ترین مسیر از مبدأ به همه رأس‌های گراف را می‌یابد. همچنین می‌توان برای پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر از مبدأ تا مقصد از این الگوریتم استفاده کرد. پایه الگوریتم دایکسترا اصلاح شده نیز همانند الگوریتم اصلی است ولی تفاوت‌هایی در انتخاب گره‌ها، بروزسانی ظرفیت‌ها و برچسب‌زنی به گره‌ها وجود دارد [۳۱]. این تفاوت‌ها در ادامه تشریح شده است:

- در این الگوریتم به جای استفاده از آرایه فاصله از آرایه ظرفیت استفاده می‌شود. با استفاده از این آرایه که بیشینه ظرفیت هر گره را مشخص می‌کند، مقدار بیشینه کمترین ظرفیت برای هر مسیر از گره مبدأ تا گره مورد نظر مشخص می‌گردد.
 - در الگوریتم دایکسترا، گره مبدأ با مقدار صفر و سایر گره‌ها با مقدار بی‌نهایت (∞) مشخص می‌گردند. ولی در الگوریتم دایکسترا اصلاح شده به گره مبدأ مقدار بی‌نهایت (∞) و به سایر گره‌ها مقدار منفی بی‌نهایت (∞) تخصیص داده می‌شود.
 - در زمان بروزسانی ظرفیت گره‌های همسایه، مقدار کمینه ظرفیت فعلی با ظرفیت‌های گره‌های بازدید نشده محاسبه می‌گردد و در صورتی که این مقدار از ظرفیت فعلی تخصیص داده شده بیشتر بود جایگزین ظرفیت فعلی می‌گردد.
 - همچنین در زمان انتخاب گره‌های بازدید نشده بعدی به منظور بروزسانی ظرفیت، گره‌هایی با بیشترین مقدار ظرفیت انتخاب می‌گردند.
- ساختار الگوریتم دایکسترا اصلاح شده به منظور حل مسئله بیشینه ظرفیت در یک شبکه در شبه کد شکل (۱) تشریح شده است.

است. به کمک محدودیت ۱۰ رابطه بیشینه ظرفیت برای هر مسیر تعیین می‌گردد. محدودیت ۱۱ معادلات مربوط جریان در شبکه می‌باشد. در نهایت در رابطه ۱۲ نوع متغیرهای سطح دوم یا متغیرهای مهاجمان بیان شده است. بر اساس تابع هدف سطح اول (مدافع)، مقدار کمینه‌سازی توابع هدف مهاجمان مد نظر می‌باشد. در این پژوهش، این تابع هدف به صورت مجموع وزن‌دهی شده از توابع هدف سطح دوم (مهاجمان) در نظر گرفته شده است.

$$f(\bar{z}_1, \bar{z}_2, \dots, \bar{z}_k) = \sum_{k \in AT} w_k \bar{z}_k \quad (13)$$

رابطه ۱۳ بیانگر تابع هدف اصلی مسئله می‌باشد که از مجموع وزن‌دار توابع تک تک مهاجمان بدست آمده است. در این رابطه مقدار w_k برابر اهمیت نسبی k امین مهاجم از دیدگاه مدافع می‌باشد.

۳- رویکرد حل مسئله

مسئله ممانعت از بیشینه ظرفیت همان‌طور که در قسمت‌های قبلی نیز بیان گردید شامل دو فاز مختلف و در هم تنیده می‌باشد. در واقع جواب‌های هر بخش بر روی جواب بخش دیگر تأثیرگذار خواهد بود. این دسته از مسائل به مسائل دو سطحی یا سلسله مراتبی مشهور می‌باشند. مسائل سلسله مراتبی عموماً دارای فضای جواب غیرمحدب و غیر متصل می‌باشند و به همین سبب حتی در نمونه‌های ساده‌ای از مسائل، از لحاظ حل بسیار پیچیده خواهند بود [۲۸]. مسائل دو سطحی در دسته مسائل NP-hard قرار می‌گیرند و حتی ارزیابی بهینگی یک جواب برای این مسائل نیز NP-hard خواهد بود [۲۹، ۳۰].

مسئله ممانعت از بیشینه ظرفیت با چندین مهاجم همانند سایر مسائل ممانعت دارای دو سطح رهبر و پیرو می‌باشد و حل این دسته از مسائل نیازمند رویکردهایی است که بتواند این مسائل را در زمان و دقت مناسب حل نماید. به همین منظور از یک رویکرد حل ترکیبی شامل یک الگوریتم ابتکاری و یک الگوریتم فراابتکاری استفاده شده است. در این پژوهش از یک رویکرد حل ترکیبی شامل الگوریتم‌های دایکسترا اصلاح شده و الگوریتم شبیه‌سازی تبرید استفاده شده است. مسئله ممانعت از بیشینه ظرفیت با چندین مهاجم دارای دو مسئله در بخش مدافع و مهاجمان می‌باشد. در بخش مهاجمان مسئله بیشینه ظرفیت مسیر

¹ Revised Dijkstra's algorithm

Revised Dijkstra's Algorithm: MaxMin function that find the maximum minimum capacity in a graph**Data:** G : the stored graph

Source: source node to start from

Prev: Array to store the prev of each node

Result: return the maximum minimum capacity starting from node sourcecapacity $\rightarrow -\infty$;capacity[source] $\rightarrow \infty$; $Q \rightarrow$ all node in graph;prev \rightarrow undefined;**While** $Q.empty()$ **do** $u \rightarrow Q.getNodeWithMaxCapacity();$ **if** capacity[u] = $-\infty$ **then****break;****for** $v \in neighbors(u)$ **do** $C \rightarrow \min(capacity[u], capacityBetween(u, v));$ **if** $C > capacity[v]$ **then**capacity[v] $\leftarrow C$;prev[v] $\rightarrow u$; $Q.update(v)$;**return** capacity;

شکل ۱. شبه کد الگوریتم دایکسترا اصلاح شده برای حل مسئله بیشینه ظرفیت

۳-۲- الگوریتم شبیه‌سازی تبرید

یافتن جواب بهینه برای مسائل بهینه‌سازی دو سطحی یک عملیات دشوار محسوب می‌گردد. به خصوص اگر پیرو دارای جواب بهینه چندگانه باشد، یافتن جواب بهینه برای رهبر پیچیده است. مسئله ممانعت از بیشینه ظرفیت یک مسئله دو سطحی می‌باشد و در حالتی که چندین مهاجم در شبکه وجود داشته باشند مسئله دشوارتر می‌گردد.

الگوریتم شبیه‌سازی تبرید یک الگوریتم فراابتکاری با توانایی فرار از بهینه‌های محلی می‌باشد. سهولت در بکارگیری، همگرایی مناسب به جواب و توانایی فرار از بهینه‌های محلی از جمله مزایای این الگوریتم می‌باشد [۳۲]. این الگوریتم به منظور حل مسئله مدافع در نظر گرفته شده است. به بیان دیگر در هر مرحله، مدافع اقدامات ممانعتی خود را انجام می‌دهد. سپس به کمک الگوریتم دایکسترا اصلاح شده که در بخش قبلی ارائه گردید، تابع هدف مهاجمان محاسبه می‌گردد. این روند تکرار می‌گردد و الگوریتم شبیه‌سازی تبرید تصمیمات ممانعتی رهبر را به سمت جواب‌های بهتر حرکت می‌دهد. به بیان دیگر در هر تکرار الگوریتم ترکیبی، تابع هدف مسئله مهاجمان (سطح دوم مسئله) به کمک الگوریتم دایکسترا اصلاح شده محاسبه می‌گردد و مقادیر تابع هدف مدافع (سطح اول) بر اساس الگوریتم شبیه‌سازی تبرید بهبود داده می‌شود.

ساختار کلی الگوریتم ترکیبی دایکسترا اصلاح شده- شبیه‌سازی تبرید در شکل (۲) نمایش داده شده است. لازم به ذکر است هنگام محاسبه تابع هدف مسئله از رابطه ۱۳ یعنی رویکرد مجموع وزن دهی توابع هدف مهاجمان استفاده می‌گردد. بنابراین در ابتدا تابع ممانعت مدافع بر روی شبکه اعمال می‌گردد و مقادیر ظرفیت‌های جدید هر کمان برای هر کدام از مهاجمان مشخص می‌گردد. سپس به کمک الگوریتم دایکسترا اصلاح شده، مقدار تابع هدف هر کدام از مهاجمان (Z_k) به صورت مجزا محاسبه می‌گردد. در نهایت با استفاده از رابطه ۱۳ مقدار تابع هدف کلی مسئله به دست می‌آید. لازم به ذکر است محدودیت بودجه برای مدافع به صورت یک پارامتر هزینه با ضریب هزینه‌ای بزرگ در تابع هدف مسئله منظور شده است تا از نشدنی بودن جواب‌های تولیدی جلوگیری نماید. در واقع در صورتی که در یک جواب محدودیت بودجه رعایت نگردد به صورت یک هزینه با ضریب زیاد و به عنوان جریمه به تابع هدف افزوده می‌شود تا جواب‌های تولید شده به سمت جواب‌های امکان‌پذیر و مطلوب حرکت کنند.

$$Z_v = M. \max \left(\left(\sum_{(i,j) \in A} r_{ij} y_{ij} - R \right), 0 \right) \quad (14)$$

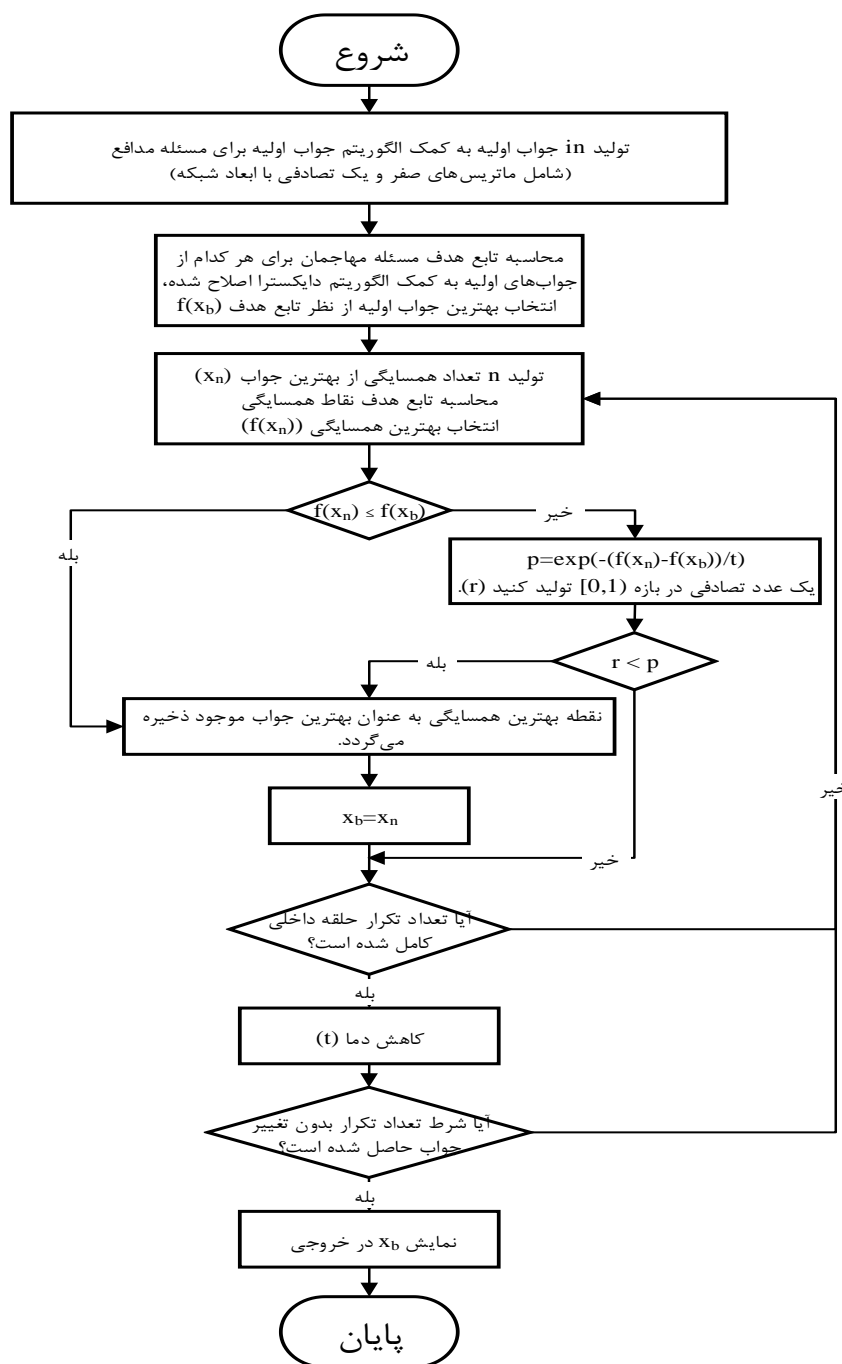
$$Z_{total} = Z + Z_v \quad (15)$$

$$T_{new} = \alpha \cdot T_{old} \quad (\alpha = 0.99) \quad (۱۶)$$

جواب‌های سطح مدافع (رهبر) همواره به صورت ماتریس‌هایی شامل اعداد صفر و یک می‌باشد. بنابراین برای تولید همسایگی‌های جدید از جواب، می‌توان تبدیل مقادیر صفر و یک به یکدیگر را در دستور کار قرار داد. بر این اساس از رابطه ۱۷ استفاده شده است.

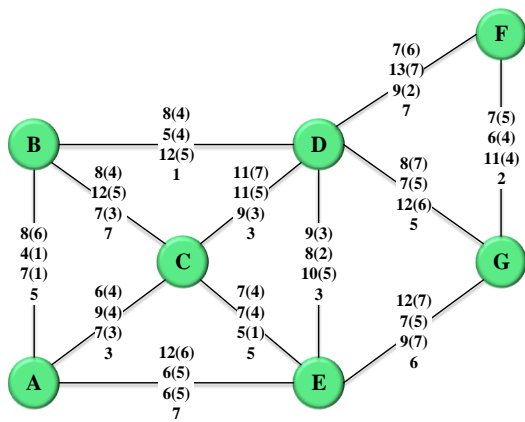
$$y_{ij(new)} = 1 - y_{ij(old)} \quad (۱۷)$$

لازم به ذکر است به منظور فرار از بهینه‌های محلی و جستجوی مناسب فضای جواب از تابع کاهش دما به صورت کاهنده استفاده شده است. در این ساختار، در ابتدای فرایند جستجو، احتمال پذیرش جواب‌هایی با تابع هدف بیشتر افزایش می‌یابد. با ادامه تکرارها و کاهش دما، احتمال پذیرش این گونه جواب‌ها، کاهش می‌یابد و جستجوی دقیق‌تری در فضای جواب یافت شده، حاصل می‌گردد. تابع کاهش دما در رابطه ۱۶ بیان شده است.



شکل ۲. ساختار الگوریتم ترکیبی دایکسترا اصلاح شده- شبیه‌سازی تبرید

تا جزییات مسئله آشکار گردد. در شکل (۳) یک شبکه گرافی شامل ۷ گره و ۱۲ کمان قابل مشاهده است. در این مسئله نقطه شروع حرکت مهاجمان (مبدأ) گره A و مقصد آنها گره F می باشد و سه مهاجم در شبکه وجود دارد. میزان بودجه مدافع برای کاهش ظرفیت کمانها برابر ۲۰ ($R=20$) و درجه اهمیت نسبی مهاجمان از نظر مدافع برابر یک ($w_k=[1 \ 1 \ 1]$) در نظر گرفته شده است. همچنین مقادیر ظرفیت اولیه هر کمان و ظرفیت جدید پس از ایجاد ممانعت برای هر یک از مهاجمان بر روی هر کمان مشخص شده است. هزینه مدافع برای ایجاد ممانعت در هر کمان نیز در سطر چهارم بر روی هر کمان مشخص شده است.



شکل ۳. نمونه‌ای از مسئله ممانعت از بیشینه ظرفیت با سه مهاجم (گره مبدأ A و گره مقصد F)

به منظور بررسی مسئله در ابتدا بودجه مدافع برای ایجاد ممانعت صفر در نظر گرفته می شود و مقدار تابع هدف مسئله مشخص می گردد. سپس بودجه در دسترس به مقدار اولیه باز می گردند و جوابها مورد تجزیه و تحلیل قرار می گیرند. در شرایطی که مدافع هیچ گونه ممانعتی در شبکه ایجاد نکند میزان تابع هدف مهاجمان حاصل می گردد برابر ۲۳ می باشد. در این حالت مدافع هیچ گونه تغییری در شبکه ایجاد نمی کند. مسیر بهینه (مسیر با بیشینه ظرفیت) برای هر یک از مهاجمان در جدول ۵ مشخص شده است.

جدول ۵. جواب مسئله مهاجمان بدون دخالت مدافع در شبکه

مقدار بیشینه ظرفیت مسیر	مسیر بهینه با بیشینه ظرفیت	مهاجم
۷	A→E→G→F	۱
۹	A→C→D→F	۲
۷	A→B→D→F	۳

بر اساس شکل (۲)، الگوریتم ترکیبی پیشنهادی نیازمند چندین پارامتر مختلف برای اجرا می باشد. مقادیر این پارامترها در جدول ۴ ارائه شده است.

جدول ۴. مقادیر پارامترهای الگوریتم پیشنهادی

نماد	تعریف	مقدار
in	تعداد جواب اولیه تولیدی	۱۰
n	تعداد تکرار جستجوی همسایگی	۲۰۰
M	هزینه جوابهای نشدنی	۱۰۰۰
Max_iter	تعداد تکرار اصلی بدون تغییر در جواب	۵۰

۳-۳- الگوریتم جواب اولیه

استفاده از جوابهای اولیه تصادفی موجب می شود که الگوریتم فرا ابتکاری زمان بیشتری برای یافتن جوابهای مناسب مصرف نماید. به همین سبب از یک الگوریتم جواب اولیه متناسب با ساختار مسئله استفاده شده است.

در مسئله ممانعت از بیشینه ظرفیت با چندین مهاجم، در ابتدا مدافع، اقدامات ممانعتی خود را بر روی شبکه اعمال می کند. سپس مهاجمان با توجه به تغییرات ایجاد شده در ظرفیت کمانها، مسئله بیشینه ظرفیت خود را حل می نمایند. از این رو برای ایجاد جواب اولیه یک رویکرد مبتنی بر جواب مسئله در نظر گرفته شده است.

در روش جواب اولیه، ابتدا مسئله مهاجمان بدون دخالت مدافع در شبکه و با کمک الگوریتم دایکسترا اصلاح شده حل می گردد. سپس کمانهای موجود در مسیر بهینه مهاجمان به همراه هزینه کاهش ظرفیت هر یک از کمانها در یک لیست قرار می گیرند. در مرحله بعد با توجه به بودجه در دسترس برای مدافع، در هر تکرار یک کمان از لیست ایجاد شده، به صورت تصادفی انتخاب می شود. این عملیات تا زمانی که مجموع هزینه تخریب کمانهای انتخاب شده کمتر از بودجه موجود باشد ادامه می یابد. در نهایت یک جواب اولیه برای مدافع از کمانهای انتخاب شده تولید می شود و به کمک الگوریتم دایکسترا اصلاح شده، جواب کامل مسئله شامل سیاست مدافع و مسیر عبوری مهاجمان در شبکه تعیین می گردد. در نهایت جواب اولیه تولید شده به عنوان ورودی برای الگوریتم ترکیبی در نظر گرفته می شود.

۴- نتایج محاسباتی

به منظور بررسی الگوریتمهای ارائه شده برای مسئله، در ابتدا یک مسئله در ابعاد کوچک مورد بررسی قرار می گیرد

و در جدول ۱۰ نمایش داده شده است. لازم به ذکر است که به منظور محاسبه زمان حل مسئله، بر روی هر مسئله ۵ مرتبه اجرا گرفته شده است و میانگین زمان اجرا در جدول ۱۰ ارائه شده است.

جدول ۸. ابعاد نمونه مسائل ایجاد شده

شماره نمونه	تعداد گره	تعداد کمان
۱	۲۰	۳۰
۲	۵۰	۷۵
۳	۱۰۰	۱۵۰

جدول ۹. نحوه تولید داده‌ها

نماد	تعریف	تابع تولید
c_{ij}^k	مقدار ظرفیت اولیه هر کمان	$U(50,200)$
d_{ij}^k	ظرفیت کمان پس از ممانعت	$0.75*(c_{ij}^k)$
r_{ij}	هزینه مدافع برای ممانعت	$U(20,50)$
R	بودجه مدافع برای ایجاد ممانعت	$0.2*(\sum_i \sum_j F_{ij})$
w_k	ضریب اهمیت مهاجمان	$C(1)$

جدول ۱۰. نتایج حاصل از الگوریتم بر روی داده‌های نمونه

شماره نمونه	مقدار تابع هدف	میانگین زمان حل
۱	۴۷	۵۹
۲	۳۲	۲۲۷
۳	۴۸	۱۴۵۶

بر اساس نتایج حاصل شده مشخص می‌گردد که با افزایش ابعاد مسئله، زمان حل مسائل به صورت قابل توجهی افزایش می‌یابد. از علل افزایش زمان حل می‌توان به پیچیدگی ساختار مسئله و تعداد کم جواب‌های موجه برای مسئله در فضای جستجو اشاره نمود. لازم به ذکر است هرچند که یافتن جواب بهینه برای مسائل دو سطحی پیچیده می‌باشد، الگوریتم دایکسترا اصلاح شده، همواره جواب بهینه مسئله بیشینه ظرفیت را می‌یابد. به همین سبب الگوریتم ترکیبی، جستجوی مناسبی در فضای جواب انجام داده و به سمت جواب‌های بهتر میل می‌نماید. به منظور تحلیل حساسیت پارامترهای تأثیرگذار بر روی مسئله، نمونه یک که شامل ۲۰ گره و ۳۰ کمان و دو مهاجم می‌باشد، انتخاب شده است. در این حالت در ابتدا مقادیر ضریب اهمیت مهاجمان تغییر یافته و مقادیر تابع هدف مسئله و تابع هدف هر مهاجم (MCP_k) محاسبه شده است.

در شرایطی که مدافع توانایی ممانعت در شبکه را داشته و بودجه در دسترس برابر مقدار ۲۰ باشد ($R=20$)، آن‌گاه بر روی تعدادی از کمان‌های شبکه ممانعت ایجاد می‌گردد و مقدار تابع هدف مسئله برابر ۱۵ خواهد بود. در این حالت مدافع بر روی چهار کمان شبکه ممانعت ایجاد می‌کند. کمان‌هایی که مدافع بر روی آن‌ها ممانعت ایجاد می‌کند به همراه مسیر بهینه برای هر یک از مهاجمان به ترتیب در جدول ۶ و ۷ مشخص شده است.

جدول ۶. کمان‌های ممنوع شده توسط مدافع

کمان	ظرفیت جدید برای هر مهاجم	کمان	ظرفیت جدید برای هر مهاجم
AC	۴،۴،۳	DF	۶،۷،۲
AE	۶،۵،۵	GF	۵،۴،۴

جدول ۷. جواب مسئله مهاجمان همراه با دخالت مدافع

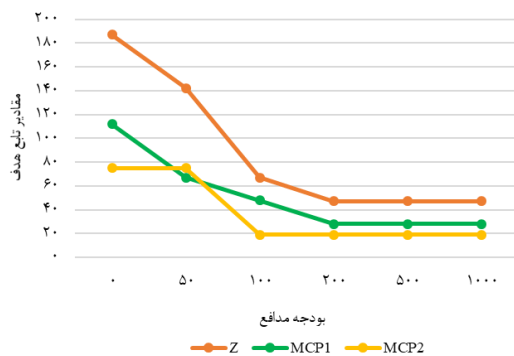
مهاجم	مسیر بهینه با بیشینه ظرفیت	مقدار بیشینه ظرفیت مسیر
۱	$A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow F$	۶
۲	$A \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow F$	۵
۳	$A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow G \rightarrow F$	۴

نتایج بدست آمده نشانگر کاهش بیشینه ظرفیت مسیر مهاجمان در حالت تجمعی می‌باشد. در واقع مدافع با صرف ۱۹ واحد از ظرفیت در دسترس ($19 \leq 20$) و ایجاد ممانعت در چهار کمان از شبکه می‌تواند مجموع بیشینه ظرفیت مسیرهای مهاجمان را از مقدار ۲۳ به مقدار ۱۵ کاهش دهد. نتایج به دست آمده نشانگر کاهش حرکت و انتقال حداکثری نیروهای مهاجم از مبدأ به مقصد می‌باشد. در واقع مدافع با ایجاد ممانعت در چهار کمان شبکه می‌تواند ظرفیت انتقال مهاجمان را به میزان ۸ واحد کاهش دهد.

۵- تحلیل حساسیت مسئله به کمک الگوریتم‌ها

در این بخش با حل چند نمونه مسئله با داده‌های متفاوت اثر پارامترهای مسئله بر روی جواب و ساختار جواب تحلیل می‌گردند. به علت عدم وجود داده‌های مناسب برای مسئله مورد مطالعه، سه نمونه داده با ابعاد مختلف تولید شده است. توضیحات مربوط به نمونه مسائل ایجاد شده و نحوه تولید داده‌ها به ترتیب در جداول ۷ و ۸ نمایش داده شده است.

پس از اجرای نمونه‌های تولید شده با کمک الگوریتم ترکیبی، مقادیر تابع هدف و زمان اجرای هر نمونه محاسبه



شکل ۴. نمودار تغییرات تابع هدف مسئله اصلی (Z) و تابع هدف مهاجمان (MCP_k)

بر اساس نتایج بدست آمده، می‌توان بیان کرد که با افزایش بودجه مدافع، توانایی مهاجمان برای عبور در شبکه کاهش خواهد یافت و بنابراین مقدار بیشینه ظرفیت مهاجمان با افزایش بودجه، کاهش می‌یابد. همچنین کاهش در مقدار تابع هدف مهاجمان برای مقادیر بودجه بزرگتر و مساوی ۲۰۰ تأثیری در تابع هدف مسئله ندارد، چرا که تغییر در میزان ظرفیت کمان‌ها به صورت پلکانی تغییر می‌کند. بنابراین میزان بودجه مناسب برای این نمونه مسئله برابر ۲۰۰ خواهد بود. بنابراین تأثیر افزایش بودجه بر روی مسیر بهینه مهاجمان به صورت پلکانی می‌باشد چرا که مدافع با صرف مقدار مشخصی از بودجه توانایی کاهش مقدار معینی از ظرفیت یک کمان را دارد. این عامل به سبب ساختار مسئله برای کاهش ظرفیت کمان‌های شبکه می‌باشد که به صورت مقادیر ثابت در نظر گرفته شده است.

۶- نتیجه‌گیری و پیشنهادات

در این مقاله با توجه به اهمیت موضوع ممانعت در حوزه مسائل امنیتی و نظامی، به بررسی مسئله ممانعت از بیشینه ظرفیت با چندین مهاجم پرداخته شد. در این مسئله یک مدافع و تعدادی مهاجم در شبکه وجود دارد. مدافع با انجام اقدامات ممانعتی موجب کاهش ظرفیت یال‌های شبکه می‌شود و از طرف دیگر، مهاجمان هدف پیدا کردن مسیر با بیشترین ظرفیت از مبدأ به مقصد را دنبال می‌کنند. در این حالت اقدامات مدافع و مهاجمان به صورت سلسله مراتبی صورت می‌پذیرد.

مدافع به عنوان رهبر در ابتدا فعالیت خود را بر روی شبکه اعمال می‌کند، سپس مهاجمان مسئله خود را بر روی شبکه تغییر یافته جدید و با آگاهی از اقدامات مدافع انجام می‌دهند. در بخش مدل‌سازی مسئله با تعریف یک ساختار

جدول ۱۱. تحلیل حساسیت مقدار ضریب اهمیت مهاجمان

ردیف	ضریب اهمیت مهاجمان	تابع هدف (Z)	MCP_1	MCP_2
۱	[1,1]	۴۷	۲۸	۱۹
۲	[1,2]	۷۸	۲۸	۲۲
۳	[2,1]	۶۶	۲۸	۱۹

بر اساس نتایج بدست آمده مشخص می‌گردد که تغییر ضریب اهمیت مهاجمان ممکن است موجب افزایش مقدار بهینه بیشینه ظرفیت برای هر یک از مهاجمان گردد. به عنوان مثال با افزایش درجه اهمیت مهاجم شماره یک، مقدار تابع هدف این مهاجم تغییری نکرده است ولی موجب افزایش مقدار تابع هدف برای مهاجم شماره ۲ از مقدار ۱۹ به ۲۲ شده است. در واقع با کاهش نسبی ضریب اهمیت یک مهاجم نسبت به سایر مهاجمان، ممکن است کاهش کمتری در ظرفیت مسیر بهینه برای این مهاجم حاصل شود. بنابراین ضریب میزان اهمیت مهاجمان از دید مدافع، تأثیر معکوس بر روی کیفیت مسیر مهاجمان دارد. در صورتی که درجه اهمیت یک مهاجم افزایش یابد، مدافع اقدامات بیشتری برای کاهش ظرفیت مسیر مهاجم مورد نظر انجام می‌دهد، ولی به سبب محدودیت بودجه امکان دارد ظرفیت مسیر بهینه سایر مهاجمان افزایش یابد.

مقدار بودجه ممانعت برای مدافع بر روی جواب‌های مسئله تأثیر گذار خواهد بود. به همین علت مقادیر بودجه مدافع از مقدار صفر تا ۱۰۰۰ تغییر داده شده است تا تأثیر این پارامتر بر روی مسئله نمایان گردد. نتایج حاصل از تغییرات میزان بودجه در جدول ۱۲ آورده شده است. نمودار تغییرات تغییرات تابع هدف اصلی و تابع هدف مهاجمان در شکل (۴) قابل مشاهده است.

جدول ۱۲. نتایج تغییرات مقدار بودجه مدافع بر روی مسئله

بودجه (R)	تابع هدف (Z)	MCP_1	MCP_2
۰	۱۸۷	۱۱۲	۷۵
۵۰	۱۴۲	۶۷	۷۵
۱۰۰	۶۷	۴۸	۱۹
۲۰۰	۴۷	۲۸	۱۹
۵۰۰	۴۷	۲۸	۱۹
۱۰۰۰	۴۷	۲۸	۱۹

آن مهاجم کاهش می‌یابد ولی به سبب ثابت بودن میزان بودجه مدافع، ممکن است کیفیت مسیر بهینه برای سایر مهاجمان افزایش یابد.

به سبب پیچیدگی مسائل دو سطحی، زمان حل الگوریتم ترکیبی پیشنهادی با افزایش ابعاد مسئله افزایش می‌یابد، هرچند که این الگوریتم توانایی حل مسئله تا ابعاد ۱۰۰ گره و ۱۵۰ کمان را دارد. بنابراین استفاده از الگوریتم‌های سریع‌تر و یا رویکردهای حل دقیق در پژوهش‌های آینده می‌تواند مورد توجه قرار گیرد.

در دوره‌های اخیر مسائل ممانعت در عبور، یکی از حوزه‌های مورد توجه پژوهشگران بوده است. با توجه گستردگی مسائل ممانعت در عبور، انواع مختلفی از مسئله مورد ارزیابی را می‌توان به عنوان زمینه‌های جدید برای مطالعات آتی پیشنهاد نمود:

- در این پژوهش، مهاجمان توانایی تغییر ساختار شبکه را ندارند. از این رو می‌توان سیاستی اتخاذ کرد که در ابتدا مهاجمان، تعدادی از کمان‌های شبکه را برای استحکام‌سازی و جلوگیری از کاهش ظرفیت انتخاب کنند و سپس مدافع تغییرات خود را بر روی شبکه اعمال نماید. در این وضعیت، یک مسئله سه سطحی (مهاجم-مدافع-مهاجم) مورد بررسی قرار می‌گیرد [۱۹].

- ارائه و بررسی مسئله مورد مطالعه در شرایطی که اطلاعات کامل از اقدامات موجود نباشد. در این حالت، مهاجمان در زمان تصمیم‌گیری، اطلاعات کامل از اقدامات ممانعتی که مدافع بر روی شبکه اعمال کرده است، ندارند [۳۳].

- در پژوهش حاضر، هزینه ممانعت در کمان‌ها مشخص و ثابت می‌باشد. احتساب هزینه‌های پیوسته برای مدافع و تغییر نسبی ظرفیت کمان‌ها، از جمله موارد کاربردی برای پژوهش‌های آتی خواهد بود [۳۴].

- بررسی و تبیین مسائل چند مدافع-چند مهاجم نیز می‌تواند حوزه مناسبی برای تحقیقات آینده باشد. در این وضعیت چند مدافع با تجهیزات و امکانات مختلف برای ممانعت در شبکه وجود دارد و هر مدافع با توجه به امکانات خود در شبکه تأثیرگذار خواهند بود [۳۵].

سلسله‌مراتبی، یک مدل ریاضی صفر یک ارائه گردید. با توجه به صفر و یک بودن متغیرهای مسئله و همچنین پیچیدگی‌های مدل ریاضی دو سطحی، نرم افزارهای تجاری مرسوم توانایی حل این‌گونه مسائل در ابعاد واقعی را نخواهند داشت. بنابراین یک رویکرد حل ترکیبی شامل الگوریتم دایکسترا اصلاح شده برای حل مسئله سطح پایین یعنی مسئله مهاجمان و یک رویکرد حل فرا ابتکاری برای حل مسئله سطح بالا (مدافع) پیشنهاد گردید. الگوریتم دایکسترا اصلاح شده توانایی یافتن جواب بهینه برای مسئله سطح پایین را دارد. از این رو الگوریتم ترکیبی به سمت جواب‌های با کیفیت میل می‌نماید. همچنین یک الگوریتم جواب اولیه بر اساس ساختار جواب مسئله ایجاد و به عنوان ورودی الگوریتم ترکیبی مورد استفاده قرار گرفت.

در بخش پایانی، با بررسی چندین مثال در ابعاد مختلف، جزییات و اثرات پارامترهای مسئله بر روی جواب نهایی تجزیه و تحلیل گردید. با توجه با نتایج ارائه شده، بودجه ممانعت مدافع در مقدار تابع هدف نهایی مسئله بسیار تأثیرگذار خواهد بود. افزایش مکرر مقادیر بودجه برای مدافع، میزان بیشینه ظرفیت مسیر بهینه مهاجمان در شبکه را کاهش می‌دهد و از عبور حداکثری آن‌ها جلوگیری به عمل می‌آورد. از طرفی افزایش بودجه در دسترس برای مدافع همواره موجب بهبود تابع هدف مسئله نخواهد بود چرا که ممانعت در کمان‌ها (تغییر ظرفیت) به صورت پلکانی تغییر می‌یابد و افزایش زیاد بودجه مدافع، تغییر خاصی در ظرفیت مسیر بهینه مهاجمان نخواهد داشت. این عامل به سبب ساختار مسئله در کاهش ظرفیت کمان‌ها می‌باشد. از این رو یک از محدودیت‌های این پژوهش، ثابت بودن مقادیر کاهش ظرفیت در زمان ممانعت مدافع می‌باشد که در پژوهش‌های آتی می‌تواند به این موضوع پرداخته شود. در واقع با فرض پیوستگی میزان تغییر میان ظرفیت کمان و میزان بودجه مدافع، می‌توان نسبت به توسعه این پژوهش اقدام نمود.

با توجه به تحلیل پارامترهای مسئله، تأثیر مقادیر اهمیت مهاجمان از دید مدافع به صورت یک تأثیر معکوس بر روی ظرفیت مسیر بهینه مهاجمان مشاهده شد. در واقع با افزایش ضریب اهمیت برای هر مهاجم، کیفیت مسیر بهینه

مراجع

- [1] Turnitsa, C., Blais, C., and Tolk, A., *Simulation and Wargaming*, Wiley, 1th ed, 2022.
- [2] Washburn, A.R., *Two-person zero-sum games*, Springer, 4th ed, 2014.
- [3] Bigdeli, H., Hassanpour, H. "A satisfactory strategy of multiobjective two person matrix games with fuzzy payoffs", *Iranian Journal of Fuzzy Systems*, 2016; 13(4): 17-33. doi: 10.22111/ijfs.2016.2593.
- [4] Bigdeli, H., Hassanpour, H. Solving Defender-Attacker Game with Multiple Decision Makers Using Expected-Value Model. *Caspian Journal of Mathematical Sciences (CJMS)*, 2020; (): -. doi: 10.22080/cjms.2020.18275.1466.
- [5] Bigdeli, H., Hassanpour, H., Tayyebi, J. Constrained Bimatrix Games with Fuzzy Goals and its Application in Nuclear Negotiations. *Iranian Journal of Numerical Analysis and Optimization*, 2018; 8(1): 81-110. doi: 10.22067/ijnao.v8i1.55385.
- [6] Bigdeli, H., Hassanpour, H., Tayyebi, J. "Multiobjective security game with fuzzy payoffs", *Iranian Journal of Fuzzy Systems*, 2019; 16(1): 89-101. doi: 10.22111/ijfs.2019.4486.
- [7] Smith, J.C., and Song, Y., "A survey of network interdiction models and algorithms", *European Journal of Operational Research*, Vol. 283, 2020, pp. 797-811.
- [8] Fulkerson, D.R., and Harding, G.C., "Maximizing the minimum source-sink path subject to a budget constraint", *Mathematical Programming*, Vol. 13, 1977, pp. 116-118.
- [9] Altner, D.S., Ergun, Ö., and Uhan, N.A., "The maximum flow network interdiction problem: valid inequalities, integrality gaps, and approximability", *Operations Research Letters*, Vol. 38, 2010, pp. 33-38.
- [10] Church, R.L., Scaparra, M.P., and Middleton, R.S., "Identifying critical infrastructure: the median and covering facility interdiction problems", *Annals of the Association of American Geographers*, Vol. 94, 2004, pp. 491-502.
- [11] von Stackelberg, H., "The Theory of the Market Economy (translated from German) ", William Hodge & Co., London, UK ,1952.
- [۱۲] عباس کاری مجید آباد، مرضیه مظفری و علی نعیمی صدیق، "تعداد استکلبرگ-نش در بازی مکان‌یابی رقابتی تسهیلات میان یک امتیازدهنده و دو سرمایه‌گذار"، نشریه مدل‌سازی در مهندسی، دوره ۱۲، شماره ۵۷، تابستان ۱۳۹۸، صفحه ۱۱۱-۱۲۵.
- [13] Wollmer, R., "Removing arcs from a network", *Operations Research*, Vol. 12, 1964, pp. 934-940.
- [14] Morton, D.P., Pan, F., and Saeger, K.J., "Models for nuclear smuggling interdiction", *IIE Transactions*, Vol. 39, 2007, pp. 3-14.
- [15] Delgadillo, A., Arroyo, J.M., and Alguacil, N., "Analysis of electric grid interdiction with line switching", *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 25, 2009, pp. 633-641.
- [16] Whiteman, P.S.B., "Improving single strike effectiveness for network interdiction", *Military Operations Research*, 1999, pp. 15-30.
- [17] Israeli, E., and Wood, R.K., "Shortest-path network interdiction", *Networks: An International Journal*, Vol. 40, 2002, pp. 97-111.
- [18] Zhang, J., Zhuang, J., and Behlendorf, B., "Stochastic shortest path network interdiction with a case study of arizona-mexico border", *Reliability Engineering & System Safety*, Vol. 179, 2018, pp. 62-73.
- [19] Sadeghi, S., Seifi, A., and Azizi, E., "Trilevel shortest path network interdiction with partial fortification", *Computers & Industrial Engineering*, Vol. 106, 2017, pp. 400-411.
- [20] Pollack, M., "Letter to the editor-the maximum capacity through a network", *Operations Research*, Vol. 8, 1960, pp. 733-736.
- [21] Shacham, N., "Multicast routing of hierarchical data," *Discovering a New World of Communications*, IEEE, 1992, pp. 1217-1221.
- [22] Wang, Z., and Crowcroft, J., "Bandwidth-delay based routing algorithms," *GLOBECOM'95*, IEEE, 1995, pp. 2129-2133.

- [23] Ullah, E., Lee, K., and Hassoun, S., "An algorithm for identifying dominant-edge metabolic pathways," Proceeding of. IEEE/ACM International Conference on Computer-Aided Design-Digest of Technical Papers, IEEE, 2009, pp. 144-150.
- [24] Mohammadi, A., and Tayyebi, J., "Maximum capacity path interdiction problem with fixed costs", Asia-Pacific Journal of Operational Research, Vol. 36, 2019, pp. 1950018-1-1950018-21.
- [25] Dijkstra, E.W., "A note on two problems in connexion with graphs", Numerische mathematik, Vol. 1, 1959, pp. 269-271.
- [۲۶] عرفان بابایی تیر کلایی، ایرج مهدوی و میر مهدی سید اصفهانی، "حل مسأله مسیریابی وسایل نقلیه با در نظر گرفتن سفرهای چندگانه و پنجره‌های زمانی در مدیریت پسماند شهری با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی گرگ خاکستری"، نشریه مدل‌سازی در مهندسی، دوره ۱۷، شماره ۵۷، تابستان ۱۳۹۸، صفحه ۹۳-۱۱۰.
- [۲۷] سید مهدی حسینی مطلق، محمد رضا قطره سامانی و عباس جوکار، "ارائه یک مدل ریاضی و روش حل ابتکاری برای مسئله مکان‌یابی-مسیریابی دوسطحی با در نظر گرفتن شرایط گذاشت و برداشت در حالت عدم قطعیت"، نشریه مدل‌سازی در مهندسی، دوره ۱۶، شماره ۵۳، تابستان ۱۳۹۷، صفحه ۳۳۹-۳۶۱.
- [28] Sinha, A., Malo, P., and Deb, K., "A review on bilevel optimization: from classical to evolutionary approaches and applications", IEEE Transactions on Evolutionary Computation, Vol. 22, 2017, pp. 276-295.
- [29] Hansen, P., Jaumard, B., and Savard, G., "New branch-and-bound rules for linear bilevel programming", SIAM Journal on scientific and Statistical Computing, Vol. 13, 1992, pp. 1194-1217.
- [30] Vicente, L., Savard, G., and Júdice, J., "Descent approaches for quadratic bilevel programming", Journal of optimization theory and applications, Vol. 81, 1994, pp. 379-399.
- [31] Wei, K., Gao, Y., Zhang, W., and Lin, S., "A modified Dijkstra's algorithm for solving the problem of finding the maximum load path", Proceeding of 2019 IEEE 2nd International Conference on Information and Computer Technologies (ICICT), IEEE, 2019, pp. 10-13.
- [32] Siddique, N., and Adeli, H., "Simulated annealing, its variants and engineering applications", International Journal on Artificial Intelligence Tools, Vol. 25, No. 06, 2016, 1630001.
- [33] Yang, J., Borrero, J.S., Prokopyev, O.A., and Sauré, D., "Sequential shortest path interdiction with incomplete information and limited feedback", Decision Analysis, Vol. 18, 2021, pp. 218-244.
- [34] Abdolhazadeh, A., Aman, M., and Tayyebi, J., "Minimum st-cut interdiction problem", Computers & Industrial Engineering, Vol. 148, 2020, 106708.
- [35] Sinha, A., Malo, P., Frantsev, A., and Deb, K., "Finding optimal strategies in a multi-period multi-leader-follower Stackelberg game using an evolutionary algorithm", Computers & operations research, Vol. 41, 2014, pp. 374-385.