

طراحی و تحلیل یک میکروگیره دو بعدی با بهره‌گیری از حرکت دورانی میکروتیرهای یکسر گیردار عمود بر هم تحت تحریک پیزوالکتریک

بهروز شهریاری^{۱*}، وحید قربانیان کردآبادی^۲، مصطفی ناظمی زاده^۳

اطلاعات مقاله	چکیده
<p>نوع مقاله: پژوهشی دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۰۳/۰۷ بازنگری مقاله: ۱۴۰۱/۰۳/۰۵ پذیرش مقاله: ۱۴۰۱/۰۴/۱۳</p>	<p>با گسترش روزافزون تکنولوژی در ابعاد میکرو و نانو، استفاده از میکروتیرها و میکروگیره‌ها به منظور وظایفی نظیر برداشتن و جابجا کردن در مقیاس نانو مورد توجه قرار گرفته است. در این پژوهش به طراحی و تحلیل یک میکروگیره متشکل از دو میکروتیر عمود بر هم پرداخته شده است. میکروتیرها دارای یک لایه الاستیک میانی و دو لایه پیزوالکتریک می‌باشد که یک لایه به عنوان محرک و لایه دیگر به عنوان اندازه‌گیر است. ابتدا معادلات استاتیک سازه میکروتیر مورد توجه قرار گرفته و جابجایی و تغییر شکل میکروگیره با استفاده از روش سینماتیک مستقیم بدست می‌آید. معادلات بدست آمده با استفاده از روش تحلیلی، حل شده و نتایج بدست آمده با نتایج حاصل از شبیه‌سازی با استفاده از نرم‌افزار تجاری المان محدود مقایسه می‌شود. اختلاف نتایج تحلیلی جابجایی‌ها در جهات مختلف با نتایج متناظر خروجی نرم‌افزار المان محدود، در حدود ۲ درصد است. بنابراین نتایج، نشان‌دهنده صحت و کارایی روش پیشنهادی بوده و تحقیق کنونی می‌تواند چهارچوب و شالوده‌ای برای تحلیل سیستم‌های مشابه با هندسه پیچیده‌تر باشد.</p>
<p>واژگان کلیدی: سیستم‌های میکروالکترومکانیکی، میکروگیره، تغییر شکل، پیزوالکتریک.</p>	

۱- مقدمه

ساز و کار حرکت ربات‌ها را در می‌توان در سه قالب سری، موازی و ترکیبی تقسیم نمود. مکانیزم‌های سری، قسمت عمده ساز و کارهای ربات‌های صنعتی را به خود اختصاص داده و به محاسبات کمتری نیز جهت سینماتیک معکوس نیاز دارند. مکانیزم‌های موازی به خاطر اینرسی کمتر و سختی بیشتر، سرعت‌های بیشتر و همچنین دقت بیشتری دارند [۱].

تاکنون تحقیقات بسیاری در حوزه علم رباتیک، مکانیزم و اجزای تشکیل‌دهنده ربات جهت رسیدن به مزایایی از جمله ساده و کم هزینه بودن تجهیزات مکانیکی، افزایش انعطاف پذیری سیستم‌ها و سریع‌تر شدن فرایند انجام شده است [۲-۴].

برای میکرومینیولیشن مکانیزمی که بیشتر در میکروروبات‌ها به کار برده می‌شود، مکانیزم لینک‌های موازی است [۵].

البته برخی مکانیزم‌های سری نیز تاکنون پیشنهاد شده‌اند. بر اساس مکانیزم‌هایی که تاکنون پیشنهاد شده، در حالت کلی بازه حرکتی میکروروبات‌ها از چند میکرون تا چند ده میکرون بوده و دقت آنها نیز در مرتبه نانو می‌باشد [۶].

در بیشتر میکروروبات‌ها و میکروگیره‌ها از مکانیزم‌های انعطاف‌پذیر به عنوان سازه استفاده می‌شود. در این نوع مکانیزم‌ها حرکت میکروروبات به وسیله انعطاف‌پذیری بخش‌های خاصی بدست می‌آید که به لحاظ هندسی متفاوت بوده، سختی کمی را دارا می‌باشند و تحت عنوان مفصل‌های انعطاف‌پذیر شناخته می‌شوند.

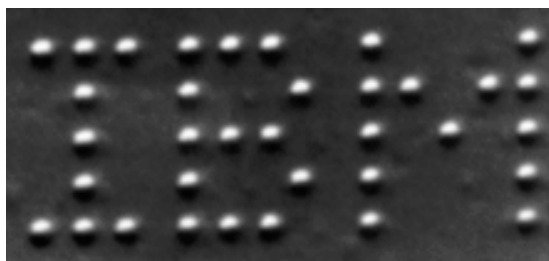
عدم وجود مفصل‌های رایج، فرآیند ساخت را آسان‌تر کرده، پدیده‌های همچون اصطکاک و لقی مکانیزم را حذف کرده و نیاز مکانیزم را به روغن‌کاری برطرف می‌سازد. این مزیت‌ها مکانیزم انعطاف‌پذیر را برای دقت‌های بالا و استفاده در محیط‌های پاک مناسب می‌سازد [۷]. از جمله

*پست الکترونیک نویسنده مسئول: shahriari@mut-es.ac.ir

۱. دانشگاه صنعتی مالک اشتر، مجتمع دانشگاهی مکانیک

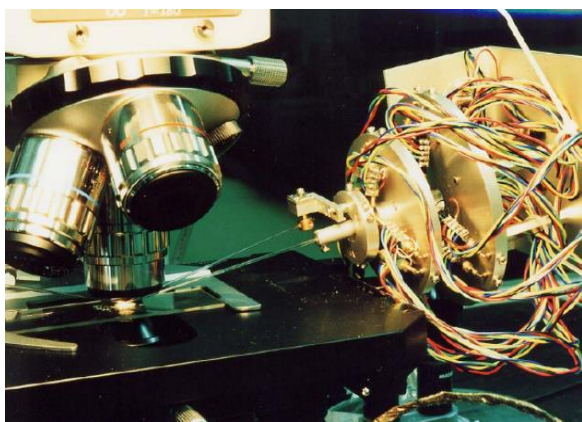


شکل ۱- میکروگیره در حال نزدیک شدن به نوک AFM [۱۵]



شکل ۲- نوشتن IBM بوسیله ۳۵ اتم زنون [۱۶]

در یک منیپولیتور که در شکل (۳) ارائه شده‌است، لایه‌های پیزوالکتریک بر روی لینک‌های انعطاف‌پذیر موازی سوار شدند [۱۷].



شکل ۳- میکرو دست پیزوالکتریک [۱۷]

نمونه‌ای از میکروروبات‌های صنعتی جهت ساخت در ابعاد میکرون، میکروروبات RP-1AH از شرکت Mitsubishi Electric می‌باشد [۱۸]. این میکروروبات به صورت ویژه جهت کنترل و جابه‌جایی با دقت بالا در محیط‌های کوچک و بسته ساخته شد. از جمله کاربردهای آن می‌توان به جاگذاری اجزا برد در مدار SMD اشاره کرد. در این پژوهش سعی بر آن است که به طراحی و بررسی سینماتیک یک میکروگیره دو بعدی پرداخته شود که

کاربردهای این مکانیزم‌ها، میکروگیره‌ها می‌باشد [۸]. میکروگیره‌ها مکانیزم‌هایی هستند که وظیفه آنها برداشتن و تحویل دادن میکروذره می‌باشد و از آنها می‌توان به عنوان پنجه ربات استفاده کرد. میکروگیره‌ها غالباً از پیزوالکتریک‌ها به عنوان محرک استفاده می‌کنند [۷ و ۸]. فک‌ها در میکروگیره‌ها می‌توانند به کمک مفصل‌های انعطاف‌پذیر، حرکت موازی را داشته باشند [۹]. در میکرومنیپولیشن برای پرهیز از آسیب زدن به ذراتی از جمله سلول‌های بیولوژی، حساسیت نیرویی در میکروگیره‌ها مورد نیاز است و از تحریک الکترواستاتیک و خاصیت خازنی می‌توان جهت حساس کردن میکروگیره‌ها به نیرو استفاده کرد [۱۰]. برای حساس کردن میکروگیره‌ها به نیرو از پیزوالکتریک‌ها نیز می‌توان استفاده کرد [۱۱].

فرآیند کنترل حرکت یک سازه به صورت اتم به اتم برای اولین بار توسط ریچارد فیمن^۱ در سال ۱۹۵۹ مورد بحث قرار گرفت [۱۲]. فناوری نانو به وسیله میکرو/نانو منیپولیشن وارد عمل می‌شود و با دقت نانو، کنترل و موقعیت‌دهی را به شکل مطمئنی انجام می‌دهد [۱۳].

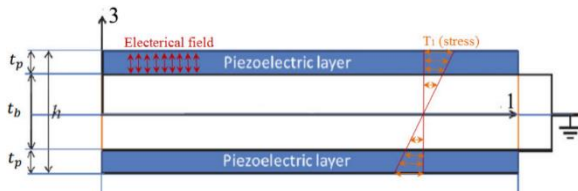
STM^۲ و AFM^۳ دو ابزار بسیار مهم و قوی جهت انجام منیپولیشن هستند. از AFM و STM برای مشاهده ذره تحت منیپولیشن در ابعاد نانو نیز می‌توان استفاده کرد. هر دوی آنها قابلیت میکروسکوپی به صورت سه بعدی را دارا می‌باشند. با توجه به این که AFM قابلیت به کارگیری در محیط‌های محدود را دارا می‌باشد، از آن می‌توان برای منیپولیشن سلول‌های بیولوژی که نیاز دارند در محیط مایع باشند، استفاده کرد [۱۴]. برای درک بهتر ابعاد میکرو و نانو منیپولیشن، شکل (۱) ارائه شده است. در این شکل، میکروگیره در حالی که یک نانوتیوب کربنی را گرفته است به سمت AFM نزدیک می‌شود.

اولین گام در زمینه نانو منیپولیشن توسط ایگلر و اسکویزر در موسسه IBM زوریخ در سال ۱۹۹۰ برداشته شد [۱۵]. آنها یک STM را در دمای بسیار پایین (۴ کلوین)، به کار بردند تا اتم‌های زنون را روی سطح تک کریستالی نیکل به دقت اتمی جابه‌جا کنند. نتیجه این کار تصویری مشهور بود که در آن ۳۵ اتم زنون کنار هم قرار گرفته بودند تا آرم IBM را بسازند که به نوعی محقق شدن رویای فیمن را نشان می‌داد (شکل ۲).

³ Atomic Force Microscope¹ Richard Feynman² Scanning Tube Microscope

در شکل (۵) نشان داده شده است. قابل ذکر است در مواردی، چنین فرضیاتی باعث ایجاد خطا می‌گردد، ولی در ادامه با شبیه‌سازی در نرم‌افزار المان محدود نشان داده می‌شود این خطا بسیار ناچیز است.

$$T_1 \neq 0, \quad T_2 = L = T_6 = 0 \quad (1)$$



شکل ۵. میدان الکتریکی و تنش‌های بوجود آمده در میکروتیر عملگر

درباره میدان الکتریکی ایجاد شده در داخل پیزوالکتریک محرک نیز، با توجه به ضخامت کم پیزوالکتریک‌ها نسبت به طول و عرض آنها و ضمن این که اختلاف پتانسیل اعمالی به پیزوالکتریک جهت تحریک تنها در راستای ضخامت می‌باشد، فرض می‌شود که میدان الکتریکی تنها در راستای ضخامت وجود دارد و در دیگر جهات میدان صفر در نظر گرفته می‌شود.

$$E_3 \neq 0, \quad E_1 = E_2 = 0 \quad (2)$$

همان‌طور که از فرضیات در نظر گرفته شده مشخص است، پیزوالکتریک‌ها در مود خمشی ۱۳ خود هستند و با ایجاد یک میدان الکتریکی در جهت ۳، جابه‌جایی‌هایی در جهت ۱ خواهند داشت. با توجه به خواص پیزوالکتریک پس از اعمال میدان الکتریکی جابه‌جایی در هر سه راستای محور مختصات در پیزوالکتریک بوجود می‌آید ولی با توجه به هندسه تیر آنچه که بیشتر نمود می‌کند و عامل اصلی ایجاد تغییر شکل در تیر می‌باشد، جابه‌جایی پیزوالکتریک در راستای محور تیر می‌باشد. لذا تنها جابه‌جایی پیزوالکتریک در این راستا مد نظر قرار می‌گیرد. برای معادلات ساختاری کوپل الکترومکانیکی پیزوالکتریک در راستای اول و سوم دستگاه مختصات روابط ۳ نوشته می‌شوند.

$$\begin{aligned} D_3 &= \varepsilon_{33}^T E_3 + d_{31} T_1 \\ S_1 &= d_{31} E_3 + s_{11}^E T_1 \end{aligned} \quad (3)$$

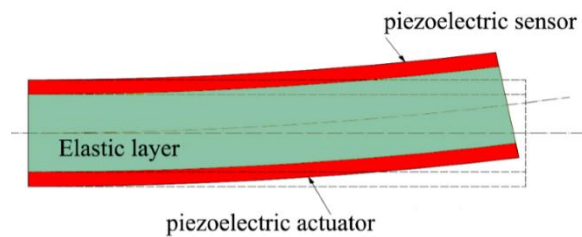
۲-۳- روابط تنش کرنش در میکروتیرهای عملگر
با توجه به فرضیات در نظر گرفته شده مربوط به نازک بودن میکروتیر، کرنش خطی در نظر گرفته می‌شود و می‌توان

قابلیت سوار شدن بر روی انواع میکروروبات و دیگر تجهیزات را دارا است. قابلیت سوار شدن میکروگیره بر روی میکروروبات، در واقع یک میکروگیره سیار را در اختیار قرار می‌دهد. با استفاده از روابط ساختاری پیزوالکتریک‌ها و کوپل آن با جابجایی‌ها میکروگیره مورد بحث قرار می‌گیرد. معادلات سینماتیک حرکت به طور کامل استخراج شده و نتایج عددی به وسیله شبیه‌سازی در نرم‌افزار المان محدود بررسی می‌شوند.

۲- معادلات حرکت میکروتیر

۱-۲- مدل سازی عملگر پیزوالکتریک خمشی

عملگر مورد استفاده در ساخت این میکروگیره، میکروتیرهای پیزوالکتریک خمشی است که با اتصال دو عدد از این‌ها، یک میکروست میکروگیره را شکل می‌دهند. هر کدام از این میکروتیرها از سه لایه تشکیل شده‌اند که در شکل (۴) نشان داده شده است.



شکل ۴- سه لایه میکروتیر

۲-۲- فرضیات مکانیکی و الکتریکی اتخاذ شده برای

میکروتیرهای عملگر

امروزه میکروتیرهای پیزوالکتریک بواسطه داشتن ساختاری انعطاف پذیر، حساسیت بالا به نیروهای مولکولی و اتمی و همچنین پاسخ دهی بسیار سریع بطور گسترده مورد توجه قرار گرفته‌اند [۱۹].

شرایط مکانیکی میکروتیر همانند تیرهای نازک در ابعاد ماکرو لحاظ می‌گردد، به طوری که پس از تغییر شکل و خم شدن تیر، تنها در راستای محور تیر تنش محوری وجود دارد و از بقیه تنش‌ها صرف‌نظر می‌شود. در اینجا فرض شده لایه‌های پیزوالکتریک به خوبی و بدون هیچ لغزشی به لایه الاستیک چسبیده‌اند. همچنین با لحاظ کردن نازک بودن میکروتیر مورد نظر، می‌توان فرض کرد که کرنش به وجود آمده در مقطع تیر به صورت خطی تغییر می‌کند [۲۰].

شرایط مرزی میکروتیر عملگر، به صورت تیر یکسرگیردار با جابه‌جایی و شیب صفر در نقطه تکیه‌گاه در نظر گرفته می‌شود. میکروتیر همراه با جهات تنش و میدان الکتریکی

قرار ندارند، لذا گشتاوری در مقطع تیر وجود نخواهد داشت. شایان ذکر است که در ابعاد میکرو از نیروی وزن در برابر نیروی سختی می‌توان صرف‌نظر کرد [۲۱].

$$\kappa = \frac{-M_{Piezo}}{C} \quad (10)$$

از رابطه ۱۰ می‌توان انحنای تیر تحت تحریک پیزوالکتریک را محاسبه کرد. گشتاور ناشی از تحریک پیزوالکتریک‌ها در میکروتیرها، نیروی درونی می‌باشد و به نقطه اتصال میکروتیرها وارد نمی‌شود. لذا میکروتیر در میکروروبات مورد نظر مانند یک تیر یک‌سرگیردار عمل می‌کند. با توجه به این‌که میکروتیر یک سرگیردار تحت هیچ نیروی محوری قرار ندارد، برای محاسبه موقعیت تار خنثی رابطه ۱۱ می‌تواند استفاده شود.

$$F = \int_A T_1 dA = 0 \quad (11)$$

با توجه به رابطه ۵، رابطه ۱۱ را می‌توان به رابطه ۱۲ ساده کرد.

$$\begin{aligned} & \frac{w_p}{s_p^E} \left[\left(\frac{1}{2} \left(\frac{t_b}{2} + t_p \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{t_b}{2} \right)^2 - t_p z_0 \right) \kappa - t_p d_{31} E_{3-t} \right] \\ & + \frac{w_b}{s_b} [-t_b z_0 \kappa] \\ & + \frac{w_p}{s_p^E} \left[\left(\frac{1}{2} \left(-\frac{t_b}{2} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(-\frac{t_b}{2} - t_p \right)^2 - t_p z_0 \right) \kappa - t_p d_{31} E_{3-b} \right] = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

با استفاده از رابطه ۱۲، موقعیت تار خنثی از رابطه ۱۳ به دست می‌آید.

$$z_0 = - \frac{d_{31} (E_{3-t} + E_{3-b})}{\kappa \left(2 + \frac{w_b}{w_p} \frac{s_p^E}{s_b} \frac{t_b}{t_p} \right)} \quad (13)$$

به نظر می‌رسد که موقعیت تار خنثی تابعی از تحریک میدان الکتریکی می‌باشد. این در حالی است که باید توجه داشت که انحنای میکروتیر نیز تابعی از تحریک میدان الکتریکی می‌باشد. با توجه به روابط ۹ و ۱۰ مشاهده می‌شود که موقعیت تار خنثی وابسته به تحریک میدان الکتریکی نمی‌باشد و تنها تابعی از خواص و ابعاد لایه‌های میکروتیر می‌باشد.

همان‌طور که در معادلات دیده می‌شود، تار خنثی در مرکز مقطع میکروتیر نیست و از این‌رو می‌توان گفت، که تار

مقدار آن را در هر نقطه‌ای از مقطع، بر اساس انحنای میکروتیر و فاصله نقطه مورد نظر از تار خنثی به صورت رابطه ۴ بیان کرد.

$$S_1 = -(z - z_0) \kappa \quad (4)$$

که در آن κ انحنای تار خنثی و z_0 موقعیت تار خنثی می‌باشد. با توجه به رابطه‌های ۳ و ۴ تنش محوری به وجود آمده در مقطع پیزوالکتریک را می‌توان با رابطه ۵ بیان کرد.

$$T_1 = \frac{-1}{s_{11}^E} \left[(z - z_0) \kappa + d_{31} E_3 \right] \quad (5)$$

با توجه به تنش محوری، گشتاور در مقطع تیر از رابطه ۶ محاسبه می‌شود.

$$M = - \int_A T_1 z dA \quad (6)$$

با توجه به این‌که میکروتیر از سه لایه تشکیل شده‌است، رابطه (۶) را بر اساس رابطه ۵ می‌توان به صورت رابطه ۷ ساده کرد [18].

$$\begin{aligned} M &= \left[\frac{2w_p}{3s_p^E} \left(\left(\frac{t_b}{2} + t_p \right)^3 - \left(\frac{t_b}{2} \right)^3 \right) + \frac{w_b t_b^3}{12s_b} \right] \kappa \\ &+ \frac{w_p}{2s_p^E} \left[\left(\frac{t_b}{2} + t_p \right)^2 - \left(\frac{t_b}{2} \right)^2 \right] d_{31} (E_{3-t} - E_{3-b}) \end{aligned} \quad (7)$$

در این معادله، t ضخامت، w عرض، اندیس b بیانگر لایه الاستیک، اندیس p بیانگر لایه پیزوالکتریک و E_{3-t} و E_{3-b} به ترتیب میدان الکتریکی درون لایه پیزوالکتریک بالای و پایینی می‌باشند. معادله ۷ را با توجه به تفکیک ممان‌ها، می‌توان به صورت رابطه ۸ بازنویسی کرد.

$$M = C \kappa + M_{Piezo} \quad (8)$$

که در آن M گشتاور خارجی وارد شده، C سختی میکروتیر و M_{Piezo} گشتاور ناشی از تحریک پیزوالکتریک می‌باشد [۲۱] و از رابطه ۹ محاسبه می‌شوند.

$$C = \left[\frac{2w_p}{3s_p^E} \left(\left(\frac{t_b}{2} + t_p \right)^3 - \left(\frac{t_b}{2} \right)^3 \right) + \frac{w_b t_b^3}{12s_b} \right] \quad (9)$$

$$M_{Piezo} = \frac{w_p}{2s_p^E} \left[\left(\frac{t_b}{2} + t_p \right)^2 - \left(\frac{t_b}{2} \right)^2 \right] d_{31} (E_{3-t} - E_{3-b})$$

با توجه به این فرض که میکروتیرهای به کار رفته در میکروروبات تحت هیچ نیرویی غیر از تحریک پیزوالکتریک‌ها

E_{3-a} بیانگر میدان الکتریکی درون پیزوالکتریک محرک است که علامت مثبت و منفی آن با توجه به این که کدام یک از پیزوالکتریک‌ها محرک هستند، تعیین می‌شود. در شرایط دوم، اگر دو سر پیزوالکتریک باز باشد، جابه‌جایی الکتریکی درون این پیزوالکتریک برابر با صفر خواهد شد. در نتیجه با توجه به رابطه ۳ می‌توان رابطه ۱۹ را استخراج کرد.

$$D_3 = \epsilon_{33}^T E_3 + d_{31} T_1 = 0 \quad \rightarrow \quad E_3 = -\frac{d_{31}}{\epsilon_{33}^T} T_1 \quad (19)$$

تنش در مقاطع پیزوالکتریک دوم را با استفاده از رابطه‌های ۵ و ۱۹، به وسیله رابطه ۲۰ به دست می‌آید. همچنین با توجه به رابطه‌های ۶ و ۲۰، برای محاسبه انحنای به وجود آمده در میکروتیر در وضعیتی که پیزوالکتریک دوم مدار باز باشد، از رابطه ۲۱ استفاده می‌شود. در این شرایط نیز همانند حالت قبل، برای این که نشان داده شود که روابط مربوط به شرایطی است که پیزوالکتریک دوم اتصال باز است از زیرنویس D در ضریب سختی و ممان خمشی استفاده شده است.

$$T_1 \left(1 - \frac{d_{31}^2}{s_p^E \epsilon_{33}^T} \right) = \frac{-ZK}{s_p^E} \quad (20)$$

$$M = \left[\left(1 + \frac{1}{\left(1 - \frac{d_{31}^2}{s_p^E \epsilon_{33}^T} \right)} \right) \frac{w_p}{3s_p^E} \left(\left(\frac{t_b}{2} + t_p \right)^3 - \left(\frac{t_b}{2} \right)^3 \right) + \frac{w_b t_b^3}{12s_b} \right] K + \frac{w_p}{2s_p^E} \left[\left(\frac{t_b}{2} + t_p \right)^2 - \left(\frac{t_b}{2} \right)^2 \right] d_{31} (\pm E_{3-a}) \quad (21)$$

$$K = \frac{-M_{Piezo-D}}{C_D} \quad (22)$$

$$M_{Piezo-D} = \frac{w_p}{2s_p^E} \left[\left(\frac{t_b}{2} + t_p \right)^2 - \left(\frac{t_b}{2} \right)^2 \right] d_{31} (\pm E_{3-a}) \quad (23)$$

$$C_D = \left[\left(1 + \frac{1}{\left(1 - \frac{d_{31}^2}{s_p^E \epsilon_{33}^T} \right)} \right) \frac{w_p}{3s_p^E} \left(\left(\frac{t_b}{2} + t_p \right)^3 - \left(\frac{t_b}{2} \right)^3 \right) + \frac{w_b t_b^3}{12s_b} \right] \quad (24)$$

همان‌گونه که از روابط ۱۸ و ۲۳ مشاهده می‌شود گشتاور پیزوالکتریک ناشی از تحریک در هر دو حالت اتصال کوتاه و مدار باز برای پیزوالکتریک دوم، برابر می‌باشند. ولی سختی در حالت مدار باز بیشتر است که در نتیجه باعث

میانی نیز دارای کرنش می‌باشد. به عبارت دیگر می‌توان گفت تغییر شکل اعمال شده توسط پیزوالکتریک به میکروتیر شامل خمش و تغییر طول می‌باشد. از روابط ۴ و ۱۳ برای محاسبه کرنش استفاده می‌شود و رابطه ۱۴ حاصل می‌شود.

$$S_0 = -\frac{d_{31} (E_{3-t} + E_{3-b})}{\left(2 + \frac{w_b s_p^E t_b}{w_p s_b t_p} \right)} \quad (14)$$

S_0 کرنش تار خنثی می‌باشد. با توجه به روابط ۹، ۱۰ و ۱۴ همان‌گونه که مشاهده می‌شود انحنای و کرنش تار میانی به وجود آمده در میکروتیر تابع میدان الکتریکی موجود در هر دو پیزوالکتریک می‌باشد. در پیزوالکتریک محرک میدان الکتریکی به وجود آمده تابعی از ولتاژ اعمالی است. میدان الکتریکی ناشی از اختلاف پتانسیل برابر با گرادیان پتانسیل الکتریکی می‌باشد که با توجه به کم بودن ضخامت لایه پیزوالکتریک نسبت به طول و عرض، آن را به شکل رابطه ۱۵ می‌توان محاسبه کرد.

$$\frac{r}{E} = \frac{V}{t_p} \quad (15)$$

در روابط بالا V اختلاف پتانسیل دو سر پیزوالکتریک محرک می‌باشد. برای میدان الکتریکی درون پیزوالکتریک دوم، می‌توان شرط اتصال کوتاه و شرط مدار باز را به کار برد. اگر اتصال کوتاه بین دو سر پیزوالکتریک به وجود آید میدان الکتریکی به وجود آمده در آن برابر با صفر خواهد شد. در این شرایط برای این که نشان داده شود که روابط مربوط به شرایطی است که پیزوالکتریک دوم اتصال کوتاه بوده و میدان درون آن صفر است از زیرنویس E در ضریب سختی و ممان خمشی استفاده شده است.

$$C_E = C \quad , \quad M_{Piezo} = M_{Piezo-E} \quad (16)$$

برای محاسبه انحنای میکروتیر از رابطه ۱۷ استفاده می‌شود.

$$K = \frac{-M_{Piezo-E}}{C_E} \quad (17)$$

در نتیجه ممان پیزوالکتریک از رابطه ۱۸ محاسبه می‌شود.

$$M_{Piezo-E} = \frac{w_p}{2s_p^E} \left[\left(\frac{t_b}{2} + t_p \right)^2 - \left(\frac{t_b}{2} \right)^2 \right] d_{31} (\pm E_{3-a}) \quad (18)$$

کوچکتر است، در نتیجه برای محاسبه انحنای میکروتیر رابطه به دست می‌آید.

$$S_0 = 1, \quad v' = 1 \quad (29)$$

$$u' = S_0 - \frac{v'^2}{2} \quad (30)$$

$$\kappa = \frac{\left(1 + S_0 + \frac{v'^2}{2}\right)v''}{(1 + S_0)^3} \quad (31)$$

در به دست آوردن رابطه فوق، کرنش تار میانی میکروتیر، در طول آن ثابت در نظر گرفته شده است. این بار نیز با فرض کوچک بودن کرنش تار میانی و همچنین تغییرات جابه‌جایی عرضی میکروتیر نسبت به امتداد طول در برابر واحد، این رابطه را می‌توان ساده‌تر نیز نمود.

$$\kappa = v'' \quad (32)$$

با حل معادله فوق و با توجه به شرایط مرزی و همچنین ثابت بودن انحنای میکروتیر در طول آن با توجه به رابطه ۱۱، جابه‌جایی عرضی میکروتیر را می‌توان محاسبه نمود.

$$v = 1/2\kappa s^2 + As + B \quad (33)$$

boundary conditions : $v(0) = v' = 0$

$$v = 1/2\kappa s^2 \quad (34)$$

از رابطه 34 مشخص است که جابه‌جایی عرضی انتهای میکروتیر با مجذور طول آن رابطه مستقیم دارد. از طرفی با مقایسه روابط ۹، ۱۰ و ۱۵، می‌توان گفت که جابه‌جایی عرضی انتهای میکروتیر با ولتاژ اعمالی رابطه خطی دارد. برای جابه‌جایی طولی میکروتیر با استفاده از رابطه ۳۰، رابطه ۳۵ به دست می‌آید.

$$u = S_0 s - \frac{\kappa^2 s^3}{6} \quad (35)$$

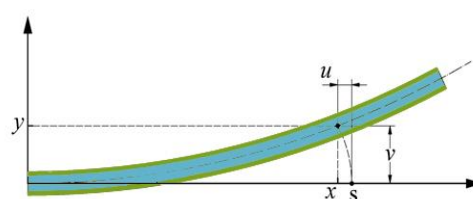
جمله اول در رابطه ۳۵ مربوط به جابه‌جایی طولی تار میانی ناشی از تحریک پیزوالکتریک بوده و جمله دوم مربوط به جابه‌جایی طولی ناشی از انحنای تار میانی می‌باشد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، جابه‌جایی طولی انتهای لینک، تابعیت مرتبه سوم از طول آن را دارا می‌باشد و با ولتاژ اعمالی به پیزوالکتریک رابطه سهمی دارد. شیب میکروتیر با انجام ساده‌سازی‌های زیر به سادگی به دست می‌آید.

می‌شود انحنای تیر در این حالت کمتر باشد. به عبارت دیگر مدار باز بودن پیزوالکتریک دوم باعث می‌شود تا میدان الکتریکی به وجود آمده در آن، به واسطه تغییر شکل، در برابر جابه‌جایی از خود مقاومت نشان دهد.

۲-۴- روابط جابه‌جایی و شیب انتهای میکروتیر

در شکل (۶)، تغییر شکل یافته میکروتیر مورد پژوهش به همراه نمادگذاری لازم نشان داده شده است. موقعیت هر نقطه از منحنی میکروتیر، بر اساس یک مولفه اسکالر در امتداد طول میکروتیر بیان شده و جابه‌جایی آن نقطه توسط معادله 25 بیان می‌شود. در این معادله x و y به ترتیب مختصات طولی و عرضی منحنی میکروتیر تغییر شکل یافته می‌باشند. u و v نیز به ترتیب جابه‌جایی طولی و عرضی میکروتیر و s مولفه اسکالر در امتداد طول میکروتیر می‌باشد.

$$\begin{aligned} x &= s + u \\ y &= v \end{aligned} \quad (25)$$



شکل ۶. نمادگذاری و تغییر شکل یافته میکروتیر

برای محاسبه انحنای میکروتیر بر اساس مختصات منحنی آن رابطه ۲۶ نوشته می‌شود.

$$\kappa = \frac{x'y'' - x''y'}{(x'^2 + y'^2)^{3/2}} \quad (26)$$

در شکلی دیگر، با توجه به رابطه‌های ۲۵ و ۲۶ برای محاسبه انحنای بر اساس جابه‌جایی میکروتیر از رابطه ۲۷ استفاده کرد.

$$\kappa = \frac{(1+u')v'' - u''v'}{\left((1+u')^2 + v'^2\right)^{3/2}} \quad (27)$$

با استفاده از اصول معادله کرنش گرین تغییر طول تار میانی میکروتیر را می‌توان توسط معادله ۲۸ بیان کرد.

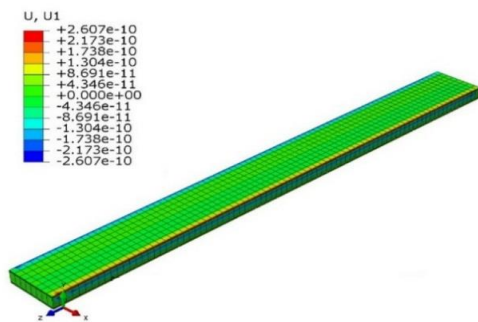
$$S_0 = \sqrt{(1+u')^2 + v'^2} - 1 \quad (28)$$

از آنجا که کرنش تار میانی و همچنین تغییرات جابه‌جایی عرضی میکروتیر نسبت به امتداد طول در برابر واحد، بسیار

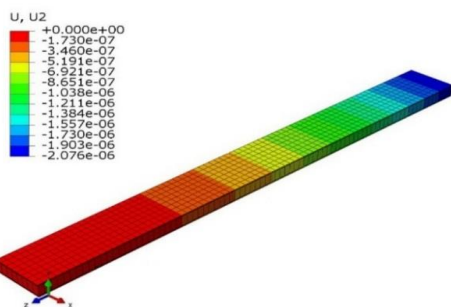
جابجایی آن در واقع اساس جابجایی حرکت میکروپا و در پی آن میکروروبات است و جهت ۳، در واقع همان جهت محوری می‌باشد. همان‌طور که در شکل‌های نتایج نرم‌افزار المان محدود نیز مشخص است جابجایی در جهت ۱ بسیار ناچیز و در حد دهم نانومتر است و به راحتی می‌توان از آن گذر کرد. بیشترین جابجایی در جهت ۲ خروجی‌های نرم‌افزار المان محدود وجود دارد که در واقع همان جهت مورد نظر در استفاده از این‌گونه عملگر است. جابجایی در این جهت در حدود ۲/۰۷۶ میکرومتر است. جابجایی در جهت ۳ که در واقع همان جهت محوری یا طولی میکروتیر است، در حدود چند صدم میکرومتر بوده و از جابجایی در جهت منظور، بسیار کمتر است.

جدول ۱- مشخصات میکروتیر

Piezoelectric layer	Substrate
PZT4	Aluminum
$E_p = 80 \times 10^9 \text{ Pa}$	$E_b = 70 \times 10^9 \text{ Pa}$
$\nu_p = 0.31$	$\nu_b = 0.33$
$t_p = 2 \times 10^{-6} \text{ m}$	$t_b = 10 \times 10^{-6} \text{ m}$
$w_p = 50 \times 10^{-6} \text{ m}$	$w_b = 50 \times 10^{-6} \text{ m}$
$\rho_p = 7600 \text{ kg/m}^3$	$\rho_b = 2700 \text{ kg/m}^3$
$d_{31} = -122 \times 10^{-12} \text{ m/V}$	
$\varepsilon_{33}^T = 1.151 \times 10^{-8} \text{ F/m}$	



شکل ۷- خروجی نرم‌افزار المان محدود برای جابجایی در جهت اول (x)



شکل ۸- خروجی نرم‌افزار المان محدود برای جابجایی در جهت دوم (y)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{ds} = \frac{v'}{1 + S_0 - \frac{v'^2}{2}} \quad (36)$$

که با توجه به کوچک بودن کرنش تار میانی و همچنین تغییرات جابه‌جایی عرضی میکروتیر نسبت به امتداد طول در برابر واحد، رابطه ۳۷ حاصل می‌شود.

$$\frac{dy}{dx} = v' = \kappa s \quad (37)$$

با توجه به این‌که در مورد انحنا، سختی خمشی و گشتاور محرک، قبلاً روابط ۱۷ و ۹ بدست آمد، در مورد شیب و تغییر شکل‌ها روابط ادامه قابل استخراج هستند.

$$\kappa = \frac{-M_{Piezo}}{C} \quad (38)$$

$$C = \left[\frac{2w_p}{3s_p E_p} \left(\left(\frac{t_b}{2} + t_p \right)^3 - \left(\frac{t_b}{2} \right)^3 \right) + \frac{w_b t_b^3}{12s_b} \right] \quad (39)$$

$$M_{Piezo} = \frac{w_p}{2s_p E_p} \left[\left(\frac{t_b}{2} + t_p \right)^2 - \left(\frac{t_b}{2} \right)^2 \right] d_{31} (E_{3-t} - E_{3-b}) \quad (40)$$

$$\nu = \frac{1}{2} \kappa s^2 = -\frac{1}{2} \frac{M_{Piezo}}{C} s^2 \quad (41)$$

$$\frac{dy}{dx} = v' = -\frac{M_{Piezo}}{C} s \quad (42)$$

همانطور که دیده می‌شود، شیب انتهای میکروتیر نیز تابع خطی از طول و ولتاژ اعمالی به پیزوالکتریک می‌باشد. در ادامه با استفاده از این روابط ابتدا سینماتیک میکروگیره و سپس سینماتیک میکروروبات را مورد بررسی قرار می‌گیرند.

۳- شبیه‌سازی میکروتیر

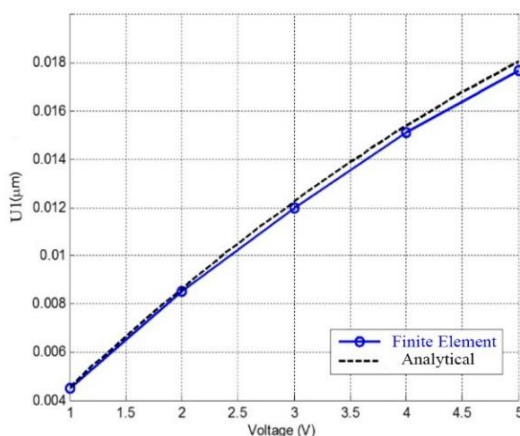
اکنون با استفاده از مشخصات میکروتیر و پیزوالکتریک‌ها رفتار استاتیکی میکروتیر در نرم‌افزار المان محدود مورد تحلیل قرار می‌گیرد تا صحت نتایج و معادلات بررسی شوند. میکروتیرهای در نظر گرفته شده برای تشکیل میکروتیر از جنس آلومینیوم و پیزوالکتریک از نوع PZT4 در نظر گرفته شده و طول هر دوی آن‌ها ۰/۵ میلی‌متر است. مشخصات این میکروتیر در جدول ۱ آمده است.

میکروتیر مورد نظر تحت ولتاژ ۵ ولت و تحت شرایطی که پیزوالکتریک دوم اتصال کوتاه است، مورد بررسی قرار گرفته است. در شکل‌های (۷)، (۸) و (۹) نتایج حاصل از شبیه‌سازی نشان داده شده است. جهت ۱ جهت عمود بر ضخامت و محور میکروتیر با هم، جهت ۲، جهت عرضی که

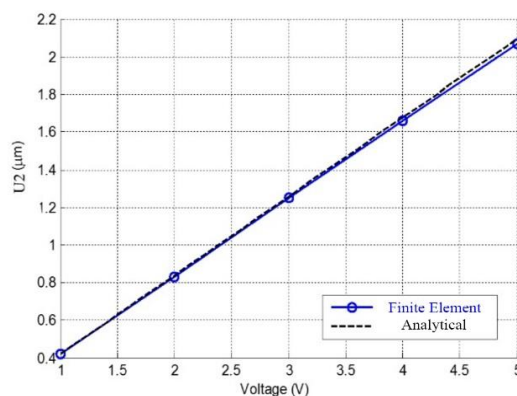
شده‌اند. همان‌گونه که به وضوح می‌توان از شکل‌ها فهمید، نتایج شبیه‌سازی در نرم‌افزار المان محدود بسیار به نتایج تحلیلی نزدیک هستند.

جدول ۳ - مقایسه جابجایی در جهت y تحت اعمال ولتاژهای متفاوت در شرایط مدار باز ($D=0$)

Voltage (V)	U2 from Abaqus	U2 from Analytical
۳	۱/۲۳۴	۱/۲۲۲
۴	۱/۶۳۴	۱/۶۲۹
۵	۲/۰۴۰	۲/۰۳۶
۱۰	۴/۰۸۳	۴/۰۷۲

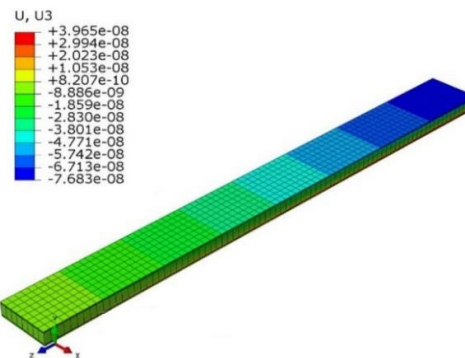


شکل ۱۰ - نمودار جابجایی U_1 بر حسب ولتاژ برای روش تحلیلی و المان محدود



شکل ۱۱ - نمودار جابجایی U_2 بر حسب ولتاژ برای روش تحلیلی و المان محدود

لازم به ذکر است که در این مقاله علاوه بر ارایه فرمولاسیون تحلیلی، از نرم‌افزار المان محدود نیز به منظور مقایسه نتایج استفاده شده است. لذا نتایج تحلیلی با استفاده از کدنویسی و نتایج المان محدود با استفاده از نرم افزار تجاری آباکوس



شکل ۹- خروجی نرم‌افزار المان محدود برای جابجایی در جهت سوم (Z)

این نتایج در شرایطی که پیزوالکتریک دوم مدار باز نیز باشد، نیز بدست آمده که می‌توان دید چندان اختلافی بین آن‌ها نیست. البته در این شرایط (مدار باز) میزان جابجایی‌ها کمی کمتر است و این به این معنا است که سختی میکروتیر در این شرایط کمی بیشتر شده است و این منطبق بر معادلات تحلیلی بدست آمده است.

۴- محاسبه جابجایی‌ها و مقایسه با شبیه‌سازی

در این بخش تحت تحریک‌های مختلف، رفتار میکروتیر بررسی شده و با نتایج حاصل از شبیه‌سازی مقایسه می‌شوند. چون جابجایی در جهت ۲ برای ما مهم است و از طرفی جابجایی در دیگر جهات آنقدر کوچک است که با دقتی در حدود چند صدم میکرومتر جابجایی‌ها محاسبه می‌شوند، فقط جابجایی در این جهت بررسی می‌شود. جدول ۲ جابجایی در شرایط اختلاف پتانسیل صفر و جدول ۳ جابجایی در شرایط مدار باز را، برای پیزوالکتریک دوم نشان می‌دهد.

جدول ۲ - مقایسه جابجایی در جهت y تحت اعمال ولتاژهای متفاوت در شرایط مدار بسته ($E=0$)

Voltage (V)	U2 from Abaqus	U2 from Analytical
۳	۱/۲۲۷	۱/۲۵۸
۴	۱/۶۳۲	۱/۶۷۸
۵	۲/۰۷۶	۲/۰۹۸
۱۰	۴/۱۵۶	۴/۱۹۵

در شرایط مدار بسته برای پیزوالکتریک دوم، جابجایی‌ها بر حسب ولتاژ برای هر دو رویه تحلیلی و المان محدود رسم می‌شوند. در شکل‌های (۱۰) و (۱۱) جابجایی‌های انتهای میکروتیر استخراج شده از هر دو روش، رسم و مقایسه

$$\{F\}_{local} = \begin{Bmatrix} x_2 + l_2 \\ y_2 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (45)$$

$$R_{90,x}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (46)$$

$$R_\phi^T = \begin{bmatrix} \cos\phi & 0 & -\sin\phi \\ \sin\phi & 0 & \cos\phi \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (47)$$

زیرنویس O به معنای نسبت به دستگاه Original و ثابت مرجع است که تمام مختصات نسبت به آن سنجیده می‌شود. زیرنویس local به معنای دستگاه محلی آن میکروتیر است. با توجه به این که هم چرخش مختصات وجود دارد و هم زاویه گرفتن انتهای میکروتیر، از دو ماتریس دوران استفاده می‌شود. در نهایت برای مختصات انتهای میکروگیره رابطه ۴۸ استخراج می‌شود.

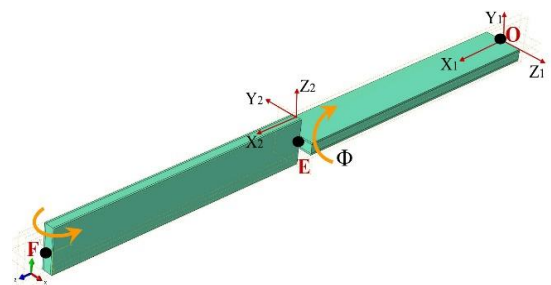
$$\{F\} = \begin{bmatrix} x_1 + l_1 + (x_2 + l_2) \cos\phi \\ y_1 + (x_2 + l_2) \sin\phi \\ -y_2 \end{bmatrix} \quad (48)$$

با توجه به این که جابجایی‌های محوری و عرضی و شیب‌ها مشخص هستند، مختصات انتهای میکروگیره به راحتی قابل محاسبه است.

۵-۲- سینماتیک معکوس میکروگیره

با استفاده رابطه ۴۸ می‌توان سینماتیک معکوس میکروگیره را مورد بررسی قرار داد. اگر هدف کنترل موقعیت نوک میکروگیره باشد و جابجایی‌های مشخصی به آن اعمال شود، باید سینماتیک معکوس میکروگیره حل شود. به عبارت دیگر باید جابجایی لینک‌ها برای یک جابجایی مشخص و دقیق در انتهای میکروگیره بدست آید. بدین منظور باید دستگاه معادلات ۴۸ حل شوند و جابجایی لینک‌ها به ازای جابجایی نقطه F میکروگیره، بدست آیند. همان‌گونه که مشاهده می‌شود این دستگاه معادلات دارای پیچیدگی می‌باشد. برای محاسبه سینماتیک معکوس میکروپا نیز باید معادلات پیچیده‌تر حل شوند بنابراین جهت حل آن نیاز به انجام ساده‌سازی می‌باشد. با توجه به این که شیب انتهای لینک مقدار کمی را دارا می‌باشد (نتایج بخش قبل)، به این منظور از بسط تیلور برای ترم‌های مثلثاتی موجود در دستگاه رابطه ۴۸ استفاده می‌شود. به منظور دقت بیشتر در محاسبات و همچنین پیچیده نکردن روابط، ترم‌های مثلثاتی تا دو ترم بسط داده می‌شوند.

بدست آمده و مقایسه نتایج به خوبی نشان می‌دهد که روش پیشنهادی دارای دقت مناسب می‌باشد.



شکل ۱۲ - میکرو دست میکروگیره متشکل از دو میکروتیر

۵- محاسبه جابجایی میکروگیره

این میکروگیره متشکل از دو میکرو دست بوده که هر کدام از دو میکروتیر تشکیل شده است. با نزدیک شدن این دو میکرو دست به یکدیگر، میکروقطعه گرفته شده و با جابجایی‌های دیگر، جانمایی می‌شود. شکل (۱۲) یکی از دست‌های این میکروگیره را نشان می‌دهد.

۵-۱- سینماتیک مستقیم میکروگیره

در میکروگیره مورد بررسی در این بخش نقطه انتهایی یعنی نقطه F، آن نقطه‌ای است که تمام حرکات لینک‌ها بدان منظور انجام می‌شوند تا این نقطه به مکان مورد نظر منتقل شود. در این بخش اثری حرکت هر کدام از لینک‌ها بر روی موقعیت نوک پای میکروروبات بررسی می‌شوند. جابجایی و دوران هریک از لینک‌ها بر روی حرکت و موقعیت لینک دیگری و نهایتاً نوک میکروگیره اثر می‌گذارد. برای بررسی اثر حرکت هریک از لینک‌ها بر نقطه انتهایی میکروگیره، به هریک از آنها یک دستگاه مختصات محلی متصل می‌شود، به گونه‌ای که این دستگاه‌های مختصات به همراه لینک مورد نظرشان دوران می‌کنند. میکروگیره همانند شکل (۱) با دستگاه‌های مختصات و نقاط مشخص شده در آن، در نظر گرفته می‌شود. با استفاده از اصول رباتیک و دوران محورها [۲۲]، مختصات نقطه انتهایی که کلیه تحریک‌ها و حرکت‌ها به منظور حرکت این نقطه انجام می‌شود، در دستگاه ثابت مرجع که همان دستگاه یک است، در ادامه بیان می‌شوند.

$$\{E\}_O = \begin{Bmatrix} x_E \\ y_E \\ z_E \end{Bmatrix} = \{F\} = \begin{Bmatrix} x_F \\ y_F \\ z_F \end{Bmatrix} = \{E\}_O + R_\phi^T R_{90,x}^T \{F\}_{local} \quad (43)$$

$$\{E\}_O = \begin{Bmatrix} x_1 + l_1 \\ y_1 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (44)$$

مقدار کوچکتری را دارا می‌باشند. لذا می‌توان از ترم‌هایی که اندازه آنها به شکل قابل توجهی کوچک است صرف‌نظر کرد. به منظور ساده‌سازی این رابطه به وسیله حذف ترم‌های کوچک، در ابتدا نیاز است تا معیاری برای بزرگی یا کوچکی ترم‌ها در نظر گرفته شود. به منظور حذف ترم‌های کوچک، پارامتر Γ طوری در نظر گرفته می‌شود که اندازه آن به لحاظ بزرگی در مرتبه طول لینک‌ها باشد.

$$\frac{l}{\Gamma} \approx 1 \quad (55)$$

با توجه به این‌که جابه‌جایی عرضی انتهای لینک‌ها در برابر طول آنها مقدار کمی دارد، پارامتر بی بعد Δ که اندازه آن نسبت به واحد، مقداری کوچکی دارا می‌باشد با رابطه ۵۶ تعریف می‌شود.

$$\frac{y_1}{\Gamma}, \frac{y_2}{\Gamma} \approx \Delta \quad (56)$$

با توجه به رابطه‌های ۳۳، ۳۵ و ۵۶ می‌توان مرتبه اندازه شیب انتهای لینک‌ها را نیز تعیین نمود.

$$\varphi \approx \Delta \quad (57)$$

جهت تعیین مرتبه اندازه جابه‌جایی طولی، که در اینجا منظور x ها هستند، از رابطه ۳۵ استفاده می‌شود.

$$u = \frac{S_0 s}{2} - \frac{\kappa^2 s^3}{6} \quad (58)$$

در مورد این معادله و اندازه ابعادی آن، ابتدا باید دو جمله این رابطه با همدیگر مقایسه شوند. بدین منظور ابتدا نیاز است تا اندازه کرنش تار میانی (S_0) و انحنای به وجود آمده در لینک (κ) محاسبه شوند. با توجه به رابطه ۱۴ مرتبه بزرگی کرنش تار میانی بررسی می‌شود.

$$S_0 \approx d_{31} E_3 \quad (59)$$

برای بررسی مرتبه اندازه انحنای لینک‌ها با توجه به رابطه‌های ۹ و ۱۰، رابطه ۶۰ نوشته می‌شود که در آن t پارامتری است که از نظر بزرگی هم مرتبه با ضخامت لایه پیزوالکتریک و لایه الاستیک می‌باشد.

$$\kappa \approx \frac{d_{31} E_3}{t} \quad (60)$$

از طرفی اگر فرض شود که بزرگی جابه‌جایی عرضی انتهای لینک‌ها و ضخامت لینک‌ها هم مرتبه باشند، با توجه به رابطه ۳۴ می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \cos \varphi &= 1 - \frac{\varphi^2}{2} \\ \sin \varphi &= \varphi - \frac{\varphi^3}{6} \end{aligned} \quad (49)$$

در این رابطه، φ آرگومان توابع مثلثاتی می‌باشد. با ساده‌سازی رابطه ۴۸ با توجه به بسط‌های رابطه ۴۹، رابطه ۵۰ به دست می‌آید.

$$\begin{Bmatrix} x_F \\ y_F \\ z_F \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_1 + l_1 + (x_2 + l_2) \left(1 - \frac{\varphi^2}{2} \right) \\ y_1 + (x_2 + l_2) \left(\varphi - \frac{\varphi^3}{6} \right) \\ -y_2 \end{Bmatrix} \quad (50)$$

مختصات اولیه نقطه انتهایی میکروگیره در شرایط عدم تحریک پیزوالکتریک‌ها عبارت است از:

$$\begin{Bmatrix} x_F \\ y_F \\ z_F \end{Bmatrix}_{initial} = \begin{Bmatrix} l_1 + l_2 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (51)$$

بنابراین با توجه به روابط ۵۰ و ۵۱ می‌توان جابه‌جایی انتهایی میکروگیره را به شکل روابط ۵۲ و ۵۳ محاسبه نمود. در این جا برای سادگی اندازه دو میکروتیر برابر با L و یکسان در نظر گرفته می‌شوند.

$$\begin{Bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_F \\ y_F \\ z_F \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} x_F \\ y_F \\ z_F \end{Bmatrix}_{initial} \quad (52)$$

$$\begin{Bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_1 + x_2 - x_2 \frac{\varphi^2}{2} - l \frac{\varphi^2}{2} \\ y_1 + x_2 \varphi + l_2 \varphi - x_2 \frac{\varphi^3}{6} - l \frac{\varphi^3}{6} \\ -y_2 \end{Bmatrix} \quad (53)$$

با توجه به رابطه ۳۷، رابطه بین جابه‌جایی عرضی و شیب انتهای لینک‌ها را می‌توان با رابطه ۵۴ بیان کرد.

$$\varphi = 2 \frac{y_1}{l} \quad (54)$$

همان‌گونه که مشاهده می‌شود در ترم‌های رابطه ۵۳، توان‌های مختلفی از شیب و جابه‌جایی وجود دارند. با توجه به کوچک بودن جابه‌جایی‌ها و شیب‌های انتهای لینک‌ها می‌توان گفت که ترم‌ها با توان بزرگتر از شیب و جابه‌جایی

$$x_1 = 2Z_0 \frac{y_1}{l} - \frac{2}{3} \frac{y_1^3}{l}, \quad x_2 = 2Z_0 \frac{y_2}{l} - \frac{2}{3} \frac{y_2^3}{l} \quad (67)$$

Z_0 فاصله تار خنثی از تار میانی است که از رابطه ۶۸ بدست می‌آید.

$$Z_0 = \frac{S_0}{\kappa} \quad (68)$$

در نتیجه معادله جابجایی، رابطه ۶۵ به شکل رابطه ۶۹ بسط داده می‌شود.

$$\begin{cases} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{cases} = \begin{bmatrix} 2Z_0 \frac{y_1}{l} - \frac{2}{3} \frac{y_1^3}{l} + 2Z_0 \frac{y_2}{l} - \frac{2}{3} \frac{y_2^3}{l} - 4Z_0 \frac{y_2}{l} \frac{y_1^2}{l^2} - \frac{4}{3} \frac{y_2^3}{l} \frac{y_1^2}{l^2} - 2 \frac{y_1^2}{l} \\ y_1 + 4Z_0 \frac{y_2}{l} \frac{y_1}{l} - \frac{4}{3} \frac{y_2^3}{l} \frac{y_1}{l} + 2y_1 - 8 \frac{y_1^3}{6l^2} \\ -y_2 \end{bmatrix} \quad (69)$$

حال با استفاده از رابطه ۶۹ می‌توان مجهولات که همان جابجایی‌ها هستند را یافت. رابطه ۶۶ دارای سه معادله و سه مجهول می‌باشد که همان گونه که مشاهده می‌شود این دستگاه غیرخطی بوده و حل آن از روش‌های تحلیلی رایج امکان‌پذیر نیست لذا در اینجا از روش نیمه تحلیلی آشفستگی استفاده می‌شود. این روش بر اساس مرتب‌سازی جملات بر حسب توان آن‌ها است و باید بتوان ترم‌ها را بر اساس مرتبه اندازه آنها دسته‌بندی کرد. بدین منظور باید یک پارامتر با اندازه کوچک ε در دستگاه معادلات رابطه ۶۶ تعریف شود، به طوری که توان نشان دهنده مرتبه آن بوده و هرچقدر توان ε بیشتر باشد مرتبه آن کوچکتر است. اگر این دستگاه معادلات با ابعادی با واحد میکرومتر حل شود، جابجایی انتهایی لینک‌ها و همچنین جابجایی نوک میکروگیره در حدود چند میکرون خواهد شد. اندازه Z_0 نیز در حدود ضخامت لینک‌ها می‌باشد که مقدار آن نیز در حدود چند میکرون است. لذا این ضریب نیز در تعیین مرتبه اندازه تعیین کننده نیست. از طرفی طول لینک‌ها (L) در حدود چند صد میکرون می‌باشد که در نتیجه می‌توان گفت توانی از طول لینک‌ها عدد بزرگی خواهد شد. بنابراین طول لینک‌ها در تعیین مرتبه اندازه جملات رابطه ۶۶، تعیین کننده می‌باشد. لذا جهت تعیین مرتبه اندازه ترم‌ها، پارامتر کوچک ε چنین تعریف می‌شود:

$$\varepsilon = \frac{1}{L} \quad (70)$$

$$v = \frac{1}{2} \kappa s^2, \quad t \approx \kappa \Gamma^2 \quad (61)$$

با توجه به روابط ۵۹ تا ۶۱ و ۳۴، برای مرتبه جابجایی u می‌توان نوشت.

$$u \approx \kappa^2 \Gamma^3 \quad (62)$$

با توجه به رابطه ۳۴ مرتبه اندازه جابجایی‌های طولی را نسبت به جابجایی‌های عرضی با رابطه ۶۳ می‌توان بیان کرد.

$$u \approx \frac{v^2}{\Gamma} \quad (63)$$

بنابراین می‌توان مرتبه اندازه جابجایی‌های طولی را با توجه به رابطه ۶۳ به صورت رابطه ۶۴ بر حسب پارامتر Δ بیان کرد.

$$\frac{x_1}{\Gamma}, \frac{x_2}{\Gamma} \approx \Delta^2 \quad (64)$$

در رابطه ۶۴ مشاهده می‌شود مرتبه اندازه جابجایی طولی نسبت به جابجایی‌های عرضی یک مرتبه کوچکتر می‌باشد که این موضوع با نتایج بدست آمده در بخش‌های قبل تطابق دارد.

حال که مرتبه ابعاد جملات معادلات سینماتیک معکوس مشخص شده است، به ساده‌سازی رابطه ۵۵ پرداخته می‌شود. اگر بجای جابجایی طولی و عرضی، x و y ، معادل ابعادی آن‌ها جایگزین شوند و از توان‌های بالاتر از سه برای ابعاد کوچک صرف نظر شود، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{cases} = \begin{bmatrix} x_1 + x_2 - x_2 \frac{\phi^2}{2} - l \frac{\phi^2}{2} \\ y_1 + x_2 \phi + l_2 \phi - l \frac{\phi^3}{6} \\ -y_2 \end{bmatrix} \quad (65)$$

با توجه به معادله ۵۶ جابجایی انتهایی میکروگیره را می‌توان بر حسب فقط جابجایی‌ها چنین نوشت:

$$\begin{cases} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{cases} = \begin{bmatrix} x_1 + x_2 - 2x_2 \frac{y_1^2}{l^2} - 2 \frac{y_1^2}{l} \\ y_1 + 2x_2 \frac{y_1}{l} + 2y_1 - 8 \frac{y_1^3}{6l^2} \\ -y_2 \end{bmatrix} \quad (66)$$

با توجه به رابطه جابجایی محوری ۳۵ و رابطه ۵۴ می‌توان نوشت:

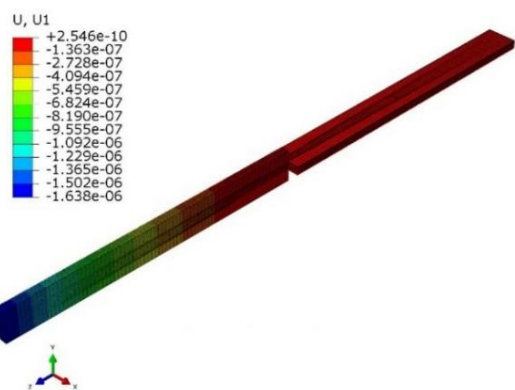
از مرتبه صدم میکرومتر است و در مقایسه با جابجایی‌های عرضی نهایی انتهای میکروگیره، بسیار ناچیز به حساب می‌آید. بنابراین در اینجا نیز برای جابجایی طولی کل میکروگیره، مقدار صفر به دست آمد.

۶- شبیه‌سازی میکروگیره در نرم‌افزار المان محدود

در این بخش، میکروگیره در نرم‌افزار المان محدود مدل کرده و تحت ولتاژهای مختلف حرکت آن مورد بررسی قرار می‌گیرد. نتایج جابجایی‌های شبیه‌سازی میکروگیره در شکل‌های (۱۳) تا (۱۵) آمده است. نکته قابل توجه در این نتایج این است که شبیه‌سازی نیز تا حدود زیادی نتایج تحلیلی را تایید می‌کند. در روابط تحلیلی جابجایی محوری در حدود صفر در نظر گرفته شد که بر اساس نتایج شبیه‌سازی نیز این عدد در حدود 0.15 میکرومتر است. این میزان جابجایی در حدود 0.3 درصد جابجایی مورد نظر در جهت Y است. در جدول ۴ جابجایی‌های میکروگیره به ازای ولتاژهای مختلف برای هر کدام از میکروتیرها بیان شدند.

جدول ۴ - مقایسه جابجایی در جهت Y تحت اعمال ولتاژهای متفاوت

		Abaqus	Analytical	Abaqus	Analytical
V1	V2	U1(Z)	U1(Z)	U2(Y)	U2(Y)
+۴	+۴	۱/۶۳۸	۱/۶۷۸	۴/۹۴۶	۵/۰۲۱
+۴	+۴	۱/۶۲۹	۱/۶۷۸	۴/۹۴۳	۵/۰۲۱
+۴	+۴	۱/۶۳۸	۱/۶۷۸	۴/۹۴۵	۵/۰۲۱
+۴	+۴	۱/۶۲۸	۱/۶۷۸	۴/۹۴۶	۵/۰۲۱



شکل ۱۳ - جابجایی میکروگیره در جهت ۱ در نرم‌افزار المان محدود (جهت Z دستگاه مرجع تحلیلی)

بنابراین در رابطه ۶۶ جملاتی که توان بیشتری از طول لینک‌ها را در مخرج دارند، از نظر مرتبه کوچکتر خواهند بود.

بر مبنای روش آشفستگی مجهولات را بر اساس جمعی از ترم‌ها با مرتبه‌های مختلف بیان می‌شوند و در نهایت به دلیل کوچک بودن ترم‌ها با توان برابر یا بیشتر از سه برای ϵ ، از نوشتن و حل معادله برای آنها صرف‌نظر می‌شود.

$$y_1 = y_{10} + \epsilon y_{11} + \epsilon^2 y_{12} + \epsilon^3 y_{13} + \dots \quad (71)$$

$$y_2 = y_{20} + \epsilon y_{21} + \epsilon^2 y_{22} + \epsilon^3 y_{23} + \dots$$

با جایگذاری‌های روابط ۷۰ و ۷۱ در رابطه ۶۶ می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \Delta x = & 2z_0 \epsilon (y_{10} + \epsilon y_{11} + \epsilon^2 y_{12} + \epsilon^3 y_{13} + \dots) - \frac{2}{3} \epsilon (y_{10} + \epsilon y_{11} + \epsilon^2 y_{12} + \epsilon^3 y_{13} + \dots)^2 \\ & + 2z_0 \epsilon (y_{20} + \epsilon y_{21} + \epsilon^2 y_{22} + \epsilon^3 y_{23} + \dots) - \frac{2}{3} \epsilon (y_{20} + \epsilon y_{21} + \epsilon^2 y_{22} + \epsilon^3 y_{23} + \dots)^2 \\ & - 2\epsilon (y_{10} + \epsilon y_{11} + \epsilon^2 y_{12} + \epsilon^3 y_{13} + \dots)^2 \\ & + \frac{4}{3} \epsilon^3 (y_{20} + \epsilon y_{21} + \epsilon^2 y_{22} + \epsilon^3 y_{23} + \dots)^3 (y_{10} + \epsilon y_{11} + \epsilon^2 y_{12} + \epsilon^3 y_{13} + \dots)^2 \end{aligned} \quad (72)$$

$$\begin{aligned} \Delta y = & (y_{10} + \epsilon y_{11} + \epsilon^2 y_{12} + \epsilon^3 y_{13} + \dots) + \\ & 4z_0 \epsilon^2 (y_{10} + \epsilon y_{11} + \epsilon^2 y_{12} + \epsilon^3 y_{13} + \dots) (y_{20} + \epsilon y_{21} + \epsilon^2 y_{22} + \epsilon^3 y_{23} + \dots) \\ & - \frac{4}{3} \epsilon^2 (y_{20} + \epsilon y_{21} + \epsilon^2 y_{22} + \epsilon^3 y_{23} + \dots)^3 (y_{10} + \epsilon y_{11} + \epsilon^2 y_{12} + \epsilon^3 y_{13} + \dots) \\ & + 2 (y_{10} + \epsilon y_{11} + \epsilon^2 y_{12} + \epsilon^3 y_{13} + \dots) - \frac{4}{3} \epsilon^2 (y_{10} + \epsilon y_{11} + \epsilon^2 y_{12} + \epsilon^3 y_{13} + \dots)^3 \end{aligned} \quad (73)$$

$$z = - (y_{20} + \epsilon y_{21} + \epsilon^2 y_{22} + \epsilon^3 y_{23} + \dots) \quad (74)$$

اگر این روابط بر اساس توان‌های ϵ دسته‌بندی شده و حل شوند:

$$\epsilon^0 : \Delta x = 0, \quad \epsilon^0 : \Delta y = 3y_{10}, \quad \epsilon^0 : \Delta z = -y_{20} \quad (75)$$

با توجه به مستقل بودن جابجایی‌های به دست آمده، دیگر به معادلات توان‌های اول و دوم ϵ نپرداخته و برابر صفر در نظر گرفته می‌شوند. بنابراین با دقت بسیار خوبی می‌توان معادلات سینماتیک معکوس را برای میکروگیره چنین در نظر گرفت:

$$y_1 = \frac{\Delta y}{3}, \quad y_2 = -\Delta z \quad (76)$$

با مقایسه نتایج بدست آمده با نتایج سینماتیک مستقیم مشاهده می‌شود نتایج با آنچه انتظار می‌رفت، تطابق خوبی دارد. قبلاً نیز اشاره شد که جابجایی‌های طولی میکروتیرها

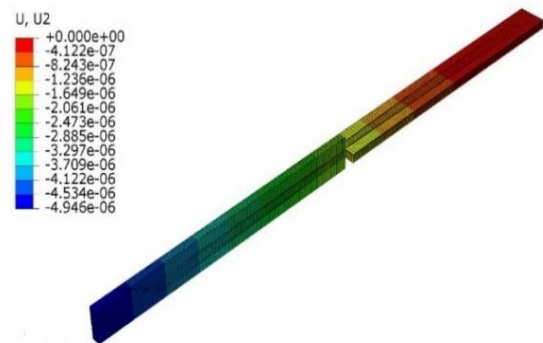
از دو میکروتیر پرداخته شد و معادلات سینماتیک حرکت میکروتیر و میکروروبات به طور کامل استخراج و ارائه شد. سینماتیک میکروروبات بصورت مستقیم و معکوس مورد بررسی قرار گرفت. نتایج تحلیلی و المان محدود برای هر دو میکروتیر و میکروگیره استخراج و با یکدیگر مقایسه شدند. در شبیه‌سازی المان محدود مشاهده شد در مورد میکروتیر اختلاف نتایج تحلیلی جابجایی‌ها در جهات مختلف با نتایج متناظر خروجی نرم‌افزار المان محدود، در حدود یک درصد است. این اختلاف در مورد میکروگیره در حدود $0/015$ میکرومتر به دست آمد. در بخش پایانی مشاهده شد با اعمال یک اختلاف پتانسیل مشخص، می‌توان حرکت دلخواه مشخص را از انتهای میکروگیره دریافت کرد که این حرکت با اعمال فرضیات ساده کننده بصورت خطی با ولتاژ رابطه دارد. حرکت انتهای میکروگیره با در نظر گرفتن فرضیات اعمال شده در رویه ی تحلیلی با حرکت استخراجی از روش المان محدود مقایسه شده که می‌توان گفت، نتایج تحلیلی دقت بسیار خوبی داشته و خطایی کمتر از ۲ درصد دارد.

تقدیر و تشکر

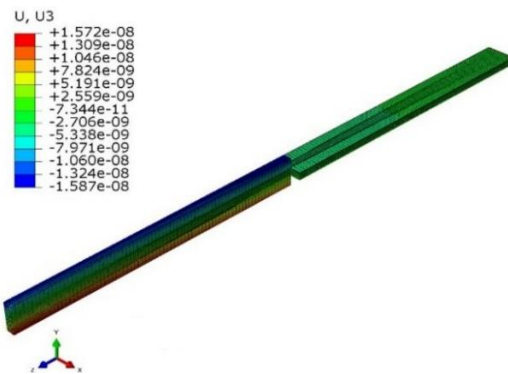
نویندگان از دکتر اصغر مهدیان برای نظرات ارزشمند خود در روند انجام این تحقیق تشکر و قدردانی می‌نمایند.

۷- نتیجه گیری

در این پژوهش به طراحی و تحلیل یک میکروگیره متشکل



شکل ۱۴- جابجایی میکروگیره در جهت ۲ در نرم‌افزار المان محدود (جهت y دستگاه مرجع تحلیلی)



شکل ۱۵- جابجایی میکروگیره در جهت ۳ در نرم‌افزار المان محدود (جهت x دستگاه مرجع تحلیلی)

مراجع

- [1] C. Amici, A. Borboni, P. L. Magnani, and D. Pomi, "Kinematic analysis of a compliant, parallel and three-dimensional meso-manipulator generated from a planar structure", in Proceedings of EUCOMES 08, Springer, 2009, pp. 479-485.
- [2] K. Nishiwaki, S. Kagami, Y. Kuniyoshi M. Inaba and H. Inoue "Toe joints that enhance bipedal and fullbody motion of humanoid robots", In Robotics and Automation, Washington, DC, USA, August 2002.
- [۳] امین نیکوبین، زهرا فراشی، محسن عسگری، مجتبی مرادی، «فضای کاری بهینه جابجایی دینامیکی برای ربات بازویی تک لینکی»، سال شانزدهم، شماره ۵۴، پائیز ۱۳۹۷، صفحه ۴۲۹-۴۴۱.
- [۴] مجید ساده دل، عقیل یوسفی کما، فائزه ایرانمنش، « بررسی اثرات تغییرات پارامترهای مفصل پنجه غیرفعال بر روی حرکت مدل دو بعدی ربات انسان نما»، سال شانزدهم، شماره ۵۳، تابستان ۱۳۹۷، صفحه ۱۵۷-۱۷۰.
- [5] Y. Tian, B. Shirinzadeh, and D. Zhang, "Design and dynamics of a 3-DOF flexure-based parallel mechanism for micro/nano manipulation", Microelectronic engineering, vol. 87, 2010, pp. 230-241.
- [6] B. J. Kenton and K. K. Leang, "Design and control of a three-axis serial-kinematic high-bandwidth nanopositioner", Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on, vol. 17, 2012, pp. 356-369.
- [7] P. Ouyang, R. Tjiptoprodjo, W. Zhang, and G. Yang, "Micro-motion devices technology: The state of arts review", The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, vol. 38, 2008, pp. 463-478.
- [8] S. Nah and Z. Zhong, "A microgripper using piezoelectric actuation for micro-object manipulation", Sensors and Actuators A: Physical, vol. 133, 2007, pp. 218-224.

- [9] S. Xiao, Y. Li, and X. Zhao, "Design and analysis of a novel micro-gripper with completely parallel movement of gripping arms", in Industrial Electronics and Applications (ICIEA), 2011 6th IEEE Conference on, 2011, pp. 2127-2132.
- [10] F. Beyeler, A. Neild, S. Oberti, D. J. Bell, Y. Sun, J. Dual, et al., "Monolithically fabricated microgripper with integrated force sensor for manipulating microobjects and biological cells aligned in an ultrasonic field", *Microelectromechanical Systems, Journal of*, vol. 16, 2007, pp. 7-15.
- [11] D.-H. Kim, B. Kim, and H. Kang, "Development of a piezoelectric polymer-based sensorized microgripper for microassembly and micromanipulation", *Microsystem technologies*, vol. 10, 2004, pp. 275-280.
- [12] R. P. Feynman, "There's plenty of room at the bottom", *Engineering and science*, vol. 23, 1960, pp. 22-36.
- [13] T. Fukuda, F. Arai, and M. Nakajima, "Micro-Nanorobotic Manipulation Systems and Their Applications", Springer Science & Business Media, 2013.
- [14] K. Uchino, "Piezoelectric actuators", *Journal of Electroceramics*, Vol. 20, No. 3, 2008, pp. 301-311.
- [15] D. M. Eigler and E. K. Schweizer, "Positioning single atoms with a scanning tunnelling microscope," *Nature*, vol. 344, 1990, pp. 524-526.
- [16] T. Fukuda, F. Arai, and M. Nakajima, "Micro-Nanorobotic Manipulation Systems and Their Applications",
- [17] T. Tanikawa, T. Arai, P. Ojala, and M. Saeki, "Two-finger micro hand", in *Robotics and Automation, 1995. Proceedings., IEEE International Conference, 1995*, pp. 1674-1679.
- [18] Y. Qin, "Micromanufacturing engineering and technology", William Andrew, 2010.
- [۱۹] رضا قادری، مهدی جهانگیری، احمد حقانی، سعید دانشمند، «بررسی رفتار ارتعاشی غیر خطی میکرو تیرک‌های پیزوالکتریک در برهمکنش با نانو ذرات کروی»، نشریه مدل‌سازی در مهندسی، دوره ۱۵، شماره ۴۸، بهار ۱۳۹۶، صفحه ۸۵-۹۸.
- [20] J. H. Ginsberg, "Advanced engineering dynamics", Cambridge University Press, 1998.
- [21] R. G. Ballas, "Piezoelectric Multilayer Beam Bending Actuators: Static and Dynamic Behavior and Aspects of Sensor Integration", Springer, 2007.
- [22] John J. Craig, "Introduction to robotics: mechanics and control", Addison-Wesley, 2005.