



Semnan University

# Journal of Modeling in Engineering

Journal homepage: <https://modelling.semnan.ac.ir/>



## Research Article

# Numerical simulation of the flow field and heat transfer inside the channel with different dimensions of spindle obstacles in the presence of power-law non-Newtonian fluids

Danesh Mirzaei<sup>1</sup>, Mostafa Sayah Badkhor<sup>1\*</sup>, Mohammad Reza Rezaie<sup>1</sup>

1. Department of Mechanical Engineering, University of Eyvanekey, Semnan, Iran

\*Corresponding Author: Mostafasayah@gmail.com

## PAPER INFO

### Paper history:

Received: 21 August 2022

Revised: 23 October 2022

Accepted: 08 January 2023

### Keywords:

Non-Newtonian fluid,  
Numerical solution,  
Spindle barrier,  
Power index.

## ABSTRACT

In this article, analysis of the flow field and forced convection heat transfer of non-Newtonian fluids inside the channel with spindle-shaped obstacles is discussed. At first, after checking the governing equations and the boundary conditions of the problem, the grid independency is evaluated. Then, the results of the present study are validated for two cases of Newtonian and non-Newtonian fluids with previous works. The effects of various parameters such as arrangement of spindle obstacles, the effect of the obstacles diameter and the effect of the obstacles length have been investigated. Also, the effect of different power indexes of non-Newtonian fluid and its effect on drag coefficient and Nusselt number are investigated. By examining the results, it is found that for all the mentioned parameters, the staggered arrangement of the spindle obstacles have a higher heat transfer rate than the ordered arrangement. The results of this research are revealed that by increasing the diameter and length of the obstacles by 300%, the amount of heat transfer from obstacles decreases by 100% and 25%, respectively. Also, by increasing the diameter of obstacles, the pressure and friction drag coefficients increases; meanwhile, increasing the length size of the spindle obstacle increases the frictional drag coefficient and decreases the pressure drag coefficient. Finally, by examining the behavior of the non-Newtonian fluid of the power-law model, it is found that the average Nusselt number is decreased by increasing the power index from 0.8 to 1.2 for the ordered arrangement about 3.43% and for the staggered arrangement around 4.38%. Also, the total drag coefficient has increased by about 200% through increasing the power index from 0.8 to 1.2.

© 2023 Published by Semnan University Press.

DOI: <https://doi.org/10.22075/jme.2023.28152.2320>

## How to cite this article:

mirzaei, D., Sayah Badkhor, M., & Rezaie, M. R. (2023). Numerical simulation of the flow field and heat transfer inside the channel with different dimensions of spindle obstacles in the presence of power-law non-Newtonian fluids. *Journal of Modeling in Engineering*, 21(73), 147 -157. doi: 10.22075/jme.2023.28152.2320

## شبیه‌سازی عددی میدان جریان و انتقال حرارت درون کانال با ابعاد مختلف موانع دوکی در حضور سیال غیرنیوتنی مدل توانی

دانش میرزائی<sup>۱</sup>، مصطفی سیاح بادخور<sup>۱\*</sup> و محمدرضا رضائی<sup>۱</sup>

اطلاعات مقاله	چکیده
<p>نوع مقاله: پژوهشی            دریافت مقاله: ۱۴۰۱/۰۵/۳۰            بازنگری مقاله: ۱۴۰۱/۰۸/۰۱            پذیرش مقاله: ۱۴۰۱/۱۰/۱۸</p>	<p>در این مقاله به تحلیل میدان جریان و انتقال حرارت جابجایی اجباری سیالات غیرنیوتنی درون کانال با موانع دوکی شکل پرداخته شده است. در ابتدا پس از بررسی معادلات حاکم و شرایط مرزی حاکم بر مسئله، استقلال حل از تعداد شبکه صورت گرفته است. سپس نتایج تحقیق حاضر در دو حالت برای سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی با مطالعات مشابه پیشین صحت‌سنجی شده است. اثرات پارامترهای مختلفی مانند اثر آرایش موانع دوکی، اثر قطر موانع (D/H) و اثر دنباله موانع (W/D) مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین اثر شاخص-های توانی (n) مختلف سیال غیرنیوتنی و تاثیر آن بر ضریب درگ و عدد ناسلت مورد بررسی قرار داده شده است. با بررسی نتایج مشخص شد که به ازای کلیه پارامترهای مورد بررسی، آرایش جابجا شده موانع دوکی نسبت به حالت آرایش منظم، میزان انتقال حرارت بیشتری داشته و از طرف مقابل افت فشار بیشتری را در کانال سبب می‌شود. نتایج این تحقیق نشان داد که با افزایش قطر و دنباله موانع به میزان ۳۰٪، میزان انتقال حرارت از موانع به ترتیب به میزان ۱۰٪ و ۲۵٪ کاهش می‌یابد. همچنین با افزایش قطر پیشانی موانع، ضریب درگ فشاری و اصطکاکی افزایش پیدا می‌کند؛ این در حالی است که افزایش اندازه دنباله موانع دوکی سبب افزایش ضریب درگ اصطکاکی و کاهش ضریب درگ فشاری می‌گردد. در انتها با بررسی رفتار سیال غیرنیوتنی مدل توانی مشخص شد که عدد ناسلت متوسط با افزایش شاخص توانی از ۰/۸ تا ۱/۲ برای آرایش منظم در حدود ۳/۴۳٪ و برای آرایش جابجا شده در حدود ۴/۳۸٪ کاسته شده است. همچنین ضریب درگ کل با افزایش شاخص توانی از ۰/۸ تا ۱/۲ در حدود ۲۰۰٪ افزوده شده است.</p>
<p><b>واژگان کلیدی:</b>            سیال غیرنیوتنی،            مانع دوکی‌شکل،            حل عددی،            شاخص توانی.</p>	

### ۱-مقدمه

در این زمینه تلاش‌های مختلفی از جمله شکل موانع (مربعی، دایره‌ای بیضوی و...)، تعداد آن‌ها، نحوه آرایش (در یک خط مستقیم یا به طور جابجا شده)، شرایط مرزی، فاصله بین موانع، شکل کانال، زاویه موانع مورد مطالعه قرار گرفته است. بررسی این مسئله توسط پژوهش‌های عددی و آزمایشگاهی بسیاری مورد مطالعه قرار گرفته است [۱، ۲].  
 همچنین انتقال حرارت جابجایی در کانال‌هایی با موانع در

در موضوع بررسی انتقال حرارت درون کانال با موانع با هندسه و آرایش‌های مختلف با توجه به اهمیت آن در بسیاری از کاربردهای عملی، به صورت آزمایشگاهی و عددی مورد توجه بسیاری از پژوهشگران قرار گرفته شده است. از جمله این کاربردها می‌توان به مبدل‌های حرارتی، میله‌های سوختی در راکتورهای هسته‌ای، مدارهای الکترونیکی، خنک‌کاری توربین‌های گازی و ... اشاره نمود.

\* پست الکترونیک نویسنده مسئول: Mostafasayah@gmail.com  
 ۱. کارشناس ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه ایوان کی سمنان

آرایش مثلثی، گردابه‌های تشکیل شده در پشت این موانع، افزایش یافته است.

مطالعات در حوزه سیالات غیرنیوتنی نیز با بررسی جریان های با سرعت بسیار پایین بر روی سیلندر استوانه‌ای صورت پذیرفت. تانر و همکاران توانستند مقدار تقریبی ضریب درگ روی این سیلندر را برای عدد رینولدز بسیار پایین (تقریباً صفر) به دست آورند [۱۰]. سپس آن‌ها به تحقیقات دیگری در همین زمینه پرداختند [۱۱، ۱۲]. در راستای تکمیل این مطالعات، علاوه بر بررسی میدان جریان، تحلیل انتقال حرارت نیز صورت پذیرفت. چایتانیا و همکاران [۱۳] به بررسی میدان جریان و انتقال گرما با سیال غیرنیوتنی در یک جفت استوانه دایره‌ای در کنار هم پرداختند. آن‌ها دریافتند که عدد ناسلت متوسط با افزایش عدد رینولدز، افزایش پیدا کرده است. همچنین با بالا رفتن عدد شاخص توانی از ۰/۴ به ۱/۸، مقدار عدد ناسلت متوسط کاهش پیدا کرده است. شریفی اصل و همکاران [۱۴] به بررسی عددی انتقال حرارت جابجایی در جریان مغشوش غیرنیوتنی نانوسیال در یک لوله افقی مدور پرداختند. آن‌ها دریافتند که استفاده از مدل قاعده توانی در پیشبینی تحلیل رفتار غیرنیوتنی سیال با نتایج تجربی به دست آمده مطابقت قابل قبولی دارد. سانپال و دیمان [۱۵] در سال ۲۰۲۰ به تجزیه و تحلیل جریان سیال غیرنیوتنی در کانال محدود شده با یک جفت استوانه مربع شکل گرم شده کنار هم پرداختند. نتایج نشان داد که با افزایش شاخص توانی، از میزان عدد ناسلت کاهش یافته است. این در حالی است که در تمامی شاخص‌های توانی با افزایش فاصله دو مربع، میزان انتقال حرارت کاسته شده است.

در این مقاله به بررسی شبیه‌سازی عددی میدان جریان و انتقال حرارت درون کانال با ابعاد مختلف موانع دوکی در حضور سیال غیرنیوتنی با مدل توانی پرداخته شده است. استفاده از موانع دوکی شکل در تحقیقات پیشین به ندرت پرداخته شده، این در حالی است که به دلیل ایرودینامیک بودن هندسه این موانع، می‌تواند مورد توجه قرار گیرد. همچنین در این تحقیق علاوه بر استفاده موانع دوکی شکل، تغییراتی در نحوه آرایش این موانع نیز ایجاد نشده تا تفاوت این آرایش را بر روی الگوی جریان و انتقال حرارت مشاهده نمود. در این مقاله اثرات آرایش منظم و جابجا شده، اثر قطر موانع دوکی و اثر دنباله موانع دوکی بر روی میدان جریان و انتقال حرارت آورده شده است. همچنین اثر

سر راه، یکی از مسائل اصلی و اساسی در مورد خنک‌کاری قطعات بخصوص قطعات الکترونیکی و مبدل‌های حرارتی بوده و با پیشرفت روز افزون حوزه الکترونیک نیاز به خنک‌کاری‌هایی با بازده بالاتر رو به افزایش است [۳].

ظفر و همکاران [۴] میدان جریان و انتقال حرارت را در اطراف استوانه مربع و دایره اصلاح شده مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها با ایجاد گوشه‌های صاف‌شده سعی در ایجاد این اصلاح داشتند. آن‌ها با انجام این کار و در بهترین حالت توانستند نرخ انتقال حرارت را تا ۳۳ درصد افزایش دهند. یین و همکاران [۵] در سال ۲۰۲۰ به بررسی عددی جریان بر روی ۹ سیلندر (۳ سطر در ۳ ستون) در اعداد رینولدز پایین پرداختند. آن‌ها از نسبت قطر سیلندر (D) به فاصله بین سیلندرها (L) جهت پارامتر بی‌بعد خود استفاده نمودند. آن‌ها بالاترین ضریب درگ را در نسبت  $L/D = 3$  به دست آوردند. همچنین در آرایش ۹ تایی سیلندرها، سیلندر میانی بیشترین ضریب درگ را متحمل شده است. لی و همکاران [۶] در سال ۲۰۱۹ به بررسی عددی جریان سیال در اطراف دو استوانه مستطیل شکل کنار هم با آرایش‌های مختلف پرداختند. آن‌ها نتایج را در رینولدز ثابت ۱۰۰ بررسی نموده و دریافتند که ضرایب درگ و لیفت به نحوه برخورد سیال ورودی به سیلندرها و گردابه‌های مجاور نزدیک سیلندر بستگی دارد. بنابراین، آن‌ها نتیجه گرفتند که مشخصات جریان به ترتیب و فاصله بین سیلندرها حساس می‌باشد. حسینی و همکاران [۷] در سال ۲۰۲۰ به شبیه‌سازی عددی جریان عبوری از تعداد زیادی سیلندر پشت سر هم پرداختند. آن‌ها تعداد ۲ تا ۱۵ سیلندر دایروی پشت سر هم را با فواصل یکسان برای اعداد رینولدز بین ۱۰۰ تا ۲۰۰ مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها نشان دادند که استفاده از ۱۵ سیلندر متوالی می‌تواند به کنترل جریان-هایی با عدد رینولدز کمتر از ۱۴۰ کمک نماید. محبی [۸] به بررسی جریان سیال و انتقال حرارت جابجایی آزاد حفره مربعی با وجود مانع گرم مثلثی با روش المان محدود پرداختند. نتایج آن‌ها نشان داد که با افزایش عدد رایلی و افزایش نسبت ابعادی، میزان نرخ انتقال حرارت افزایش می‌یابد. همچنین افزایش فاصله مانع از دیواره‌های چپ و پایین حفره، منجر به کاهش نرخ انتقال حرارت می‌گردد. رحمان و همکاران [۹] در سال ۲۰۲۰ به بررسی عددی جریان در اطراف سه استوانه مربع‌شکل با آرایش مثلثی پرداختند. آن‌ها دریافتند که با افزایش دادن فواصل بین

شاخص توانی سیالات غیرنیوتنی نیز برای هر دو آرایش منظم و جابجا شده مورد بررسی و مقایسه قرار خواهد گرفت.

**۲-هندسه مسئله و معادلات حاکم**

شکل (۱-الف) و (۱-ب) به ترتیب کانال با موانع با آرایش منظم و جابجاشده را نمایش می‌دهد. با توجه به این شکل موانع دوکی شکل در فاصله 2.5H از ورودی قرار دارد و طول کانال به اندازه‌ی کافی بزرگ در نظر گرفته شده است که شرط توسعه یافتگی در انتهای کانال برقرار باشد (از میان کانال با طول‌های 5H، 10H و 15H کانال با طول L=10H به عنوان طول کانال در نظر گرفته شده است). در ورودی کانال نمایه سرعت به صورت سهموی در نظر گرفته شده است. دمای ورودی در کانال برابر با  $T_{in}$  در نظر گرفته شده است. دیواره‌های بالایی و پایینی کانال نیز عایق فرض شده است. همچنین در شکل (۱-ج) پارامترهای مورد بررسی موانع دوکی شکل نظیر اندازه دنباله مانع دوکی شکل (W) و اندازه قطر پیشانی مانع دوکی شکل (D) مشخص شده است.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \right) \quad (2)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} \right) \quad (3)$$

$$u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{1}{Re \cdot Pr} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) \quad (4)$$

در معادلات بالا  $u, v, p$  و  $T$  بیانگر مولفه‌های سرعت در جهت محورهای  $x$  و  $y$ ، فشار و دما می‌باشند. لزجت و تانسور نرخ تغییر شکل با نمادهای  $\eta$  و  $\epsilon_{ij}$  نشان داده شده که معادلات آن‌ها به صورت زیر است [۱۶، ۱۷]:

$$\tau_{ij} = 2\eta\epsilon_{ij} \quad (5)$$

$$\eta = m \left( I_2 / 2 \right)^{\frac{n-1}{2}} \quad (6)$$

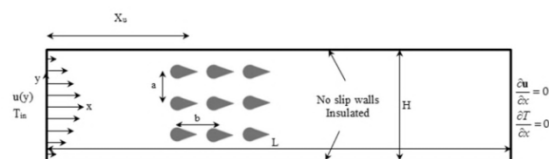
در روابط بالا  $n$  بیانگر شاخص توانی،  $m$  ضریب سازگاری و  $I_2$  از فرمول زیر قابل محاسبه است [۱۸]:

$$\frac{I_2}{2} = 2 \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \quad (7)$$

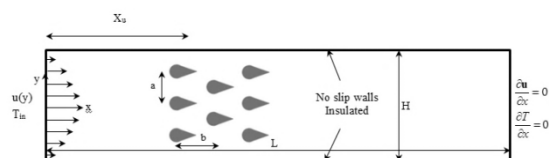
از اعداد بدون بعد مهم در مطالعه‌ی حاضر می‌توان به عدد رینولدز و عدد پرانتل برای سیالات غیرنیوتنی اشاره کرد که بدین صورت تعریف می‌شوند [۱۹]:

$$Re = \frac{U_0^{2-n} H^n}{m} \quad (8)$$

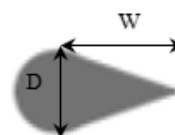
شکل (الف) و (ب) آرایش منظم و جابجا شده موانع دوکی را نشان می‌دهد. در هر دو آرایش موانع دوکی در فاصله 2.5H از ورودی قرار دارد و طول کانال به اندازه‌ی کافی بزرگ در نظر گرفته شده است که شرط توسعه یافتگی در انتهای کانال برقرار باشد (از میان کانال با طول‌های 5H، 10H و 15H کانال با طول L=10H به عنوان طول کانال در نظر گرفته شده است). در ورودی کانال نمایه سرعت به صورت سهموی در نظر گرفته شده است. دمای ورودی در کانال برابر با  $T_{in}$  در نظر گرفته شده است. دیواره‌های بالایی و پایینی کانال نیز عایق فرض شده است. همچنین در شکل (۱-ج) پارامترهای مورد بررسی موانع دوکی شکل نظیر اندازه دنباله مانع دوکی شکل (W) و اندازه قطر پیشانی مانع دوکی شکل (D) مشخص شده است.



الف



ب



ج

شکل ۱- هندسه کانال به همراه شرایط مرزی برای (الف) آرایش منظم (ب) آرایش جابجا شده (ج) قطر و دنباله مانع دوکی

با توجه به نحوه تعریف عدد رینولدز در کانال (

$$Nu_{avg} = \frac{1}{S} \int_0^s Nu_x dx \quad (17)$$

$$C_D = C_{DP} + C_{Df} = \frac{F_D}{1/2 \rho u_0^2 D} \quad (18)$$

در روابط بالا  $n$  نمایانگر بردار عمود بر سطح و  $S$  بیانگر مساحت سطح مانع بوده و  $F_D$  نیروی درگ کل به سیلندر می‌باشد.

معادلات حاکم به همراه شرایط مرزی توسط نرم‌افزار تجاری فلوئنت مورد بررسی عددی قرار گرفته‌اند. برای ایجاد ارتباط بین سرعت‌ها و فشار از الگوریتم سیمپل استفاده شده است. برای همگرایی معادله انرژی از مرتبه  $10^{-9}$  و برای همگرایی معادلات ناویراستوکس از همگرایی مرتبه  $10^{-6}$  استفاده شده است. در ادامه به بررسی نتایج حاصل از این تحقیق اشاره خواهد شد.

### ۳- نتایج

#### ۳-۱- استقلال حل از تعداد شبکه

در این تحلیل از ۴ شبکه با اندازه‌های مختلف استفاده شده است. جدول ۱ تغییرات عدد ناسلت متوسط بر حسب شبکه را نمایش می‌دهد. با توجه به این جدول تغییرات عدد ناسلت از شبکه C به شبکه D کمتر از ۱٪ می‌باشد و با در نظرگیری ملاحظات مهندسی و هزینه محاسبات شبکه C برای هر دو آرایش به عنوان شبکه محاسباتی در نظر گرفته شده است.

جدول ۱- تغییرات عدد ناسلت متوسط به ازای شبکه‌های مختلف در آرایش منظم

حالت	تعداد گره	ناسلت متوسط	درصد خطا
A	۱۰۹۱۰	۱۶/۵۲۷	-
B	۸۱۳۷۹	۱۶/۳۱۷	۱/۲۷
C	۳۱۵۴۴۲	۱۶/۲۶۵	۰/۳۲
D	۴۷۱۷۸۷	۱۶/۲۲۷	۰/۲۳

#### ۳-۲- صحت‌سنجی

برای صحت‌سنجی تحقیق حاضر، از مطالعه چندرا و چابرا [۲۲] استفاده شده است. در مطالعه آن‌ها جریان سیال نیوتنی حول سیلندر نیم‌دایروی مورد ارزیابی قرار گرفته است. تغییرات عدد ناسلت متوسط حول سیلندر نیم‌دایروی به ازای اعداد مختلف رینولدز در شکل (۲) نشان داده شده است. با توجه به این شکل، نتایج حاصل از تحقیق حاضر با

$$Pr = \frac{c_p m}{k} \left( \frac{U_0}{H} \right)^{n-1} \quad (9)$$

که  $U_0$ ،  $H$ ،  $C_p$  و  $k$  به ترتیب سرعت متوسط در ورودی، طول مشخصه، ظرفیت گرمایی سیال و ضریب هدایت حرارتی سیال را نمایش می‌دهد.

#### ۲-۱- شرایط مرزی

شرایط مرزی حاکم بر میدان جریان و شرایط حرارتی به صورت زیر برای هر قسمت آورده شده است. ورودی کانال دارای سرعت سهموی بوده و دمای ورودی ثابت فرض شده است [۲۰]:

$$\frac{u(y)}{U_0} = \frac{2n+1}{n+1} \left[ 1 - \left( \frac{|H-y|}{H} \right)^{1+1/n} \right], \quad v=0, \quad T=T_{in} \quad (10)$$

شرط مرزی در خروجی به گونه‌ای فرض شده که جریان کاملاً توسعه یافته باشد.

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (11)$$

مانع دوکی شکل که درون کانال تعبیه شده با دمایی بالاتر از دمای ورودی اعمال شده است. از شرط عدم لغزش برای مانع دوکی شکل استفاده شده است. اعمال شرایط مربوط به مانع دوکی به نحو ذیل انجام شده است:

$$u = 0, \quad v = 0, \quad T = T_w \quad (12)$$

بر روی دیواره‌های کانال، که قسمت بالایی و پایینی کانال را دربرمی‌گیرد، از شرط عدم لغزش استفاده شده و این دیواره‌ها آدیاباتیک فرض شده است:

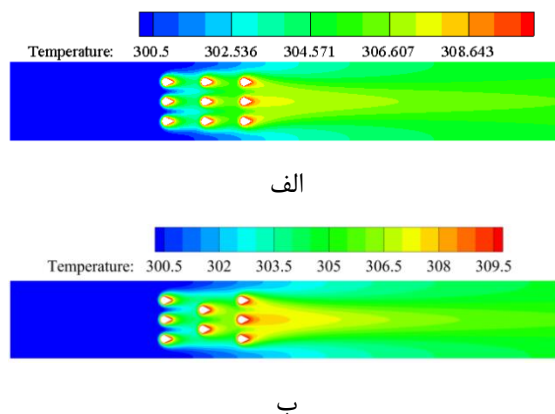
$$u = 0, \quad v = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad (13)$$

در انتها برای بررسی جریان و انتقال حرارت، پارامترهای ضریب اصطکاک پوسته‌ای محلی و ضریب اصطکاک پوسته‌ای میانگین، عدد ناسلت محلی و عدد ناسلت متوسط و ضریب درگ معرفی شده که به صورت زیر تعریف می‌شوند [۲۱]:

$$C_{f,x} = \frac{\tau_w}{1/2 \rho U_0^2} \quad (14)$$

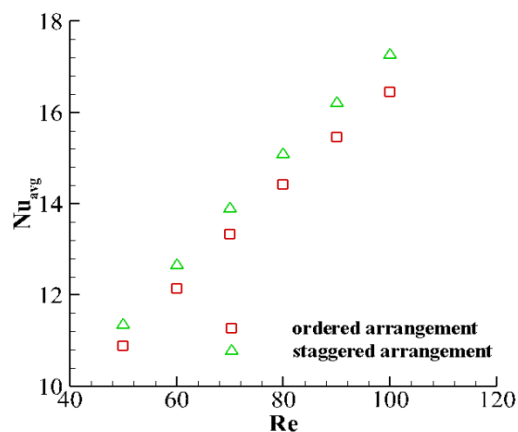
$$C_{f,avg} = \frac{1}{s_0} \int_0^{s_0} C_{f,x} dx \quad (15)$$

$$Nu_x = - \frac{\partial \theta}{\partial n} \Big|_{wall} \quad (16)$$



شکل ۳- توزیع دما در کانال در  $Re=100, n=1, Pr=1$ .  
 W/D=1 و D/H=0/1 (الف) آرایش منظم (ب) آرایش جابجا شده

شکل (۴) تغییرات عدد ناسلت متوسط در اعداد رینولدز مختلف را نمایش می‌دهد. با توجه به این شکل به ازای تمامی اعداد رینولدز، آرایش جابجا شده دارای مقادیر بالاتر عدد ناسلت نسبت به آرایش منظم دارد. همچنین لازم به ذکر است که با افزایش عدد رینولدز ضخامت لایه مرزی هیدرودینامیکی و حرارتی سیال در اطراف هر یک از موانع کوچکتر شده و قدرت جابجایی سیال در اطراف موانع افزایش یافته و منجر به افزایش عدد ناسلت شده است.

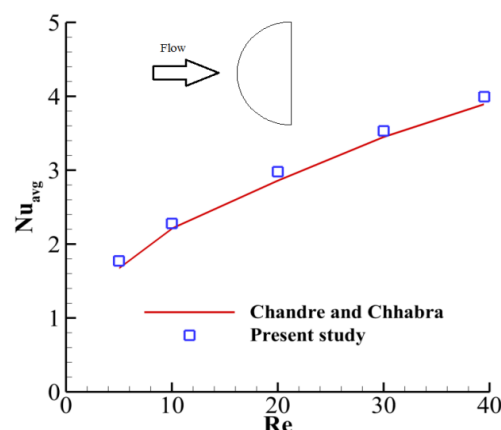


شکل ۴- تغییرات عدد ناسلت به ازای اعداد رینولدز مختلف برای آرایش‌های مختلف موانع برای شاخص توانی  $n=1, Pr=1$ .  
 W/D=1 و D/H=0/1

### ۳-۴- بررسی اثر قطر موانع های دوکی

شکل (۵) توزیع دما و سرعت در اطراف موانع را به ازای نسبت قطرهای مختلف موانع (D/H) نمایش می‌دهد. با توجه به این شکل، با افزایش نسبت D/H ضخامت لایه مرزی دما نزدیکی دیواره بزرگتر شده و در نهایت شیب دما در نزدیکی دیواره کاهش می‌یابد که سبب کاهش عدد

نتایج چندرا و چابرا [۲۲] مطابقت قابل قبولی دارند.



شکل ۲- مقایسه تغییرات عدد ناسلت متوسط حول سیلندر نیم‌دایروی برای تحقیق حاضر و تحقیق چندرا و چابرا

همچنین در جدول ۲ مقادیر عدد ناسلت متوسط در جریان سیال غیرنیوتنی بر روی مانع دایروی با مدل توانی به ازای شاخص‌های توانی ۰/۸، ۱ و ۱/۲ آورده شده و با نتایج بارتی و همکاران [۲۳] و سوارز و همکاران [۲۴] مقایسه شده است. با توجه به این جدول مشاهده می‌شود که حداکثر خطای موجود ۶ درصد بوده، که نشان‌دهنده دقت قابل قبول نتایج حاضر این تحقیق است.

جدول ۲- مقایسه عدد ناسلت در شاخص‌های توانی مختلف با

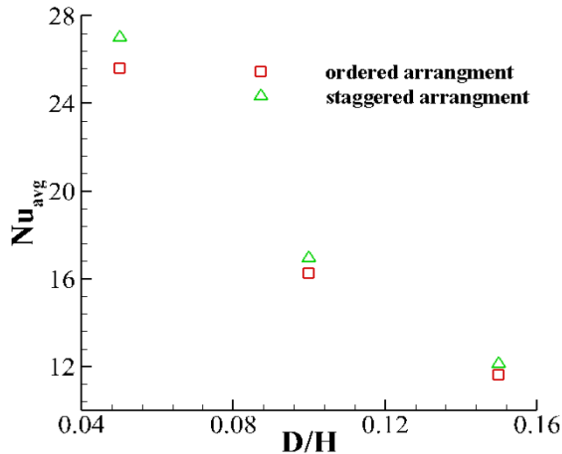
مطالعات گذشته در  $Re=100$

n=1/2	n=1/0	n=0/8	
۳/۳۰۹	۳/۶۸۶	۳/۹۷۲	مطالعه حاضر
۳/۳۵۲	۳/۷۰۳	۳/۹۹۲	بارتی و همکاران [۲۳]
۱/۲۸	۰/۴۶	۰/۵	خطای نسبی (%)
۳/۳۲۵	۳/۵۶۹	۳/۷۳۶	سوارز و همکاران [۲۴]
۰/۴۸	۳/۲۸	۶/۳۲	خطای نسبی (%)

### ۳-۳- بررسی اثر آرایش موانع دوکی

در این قسمت به بررسی نحوه آرایش موانع دوکی پرداخته شده است. شکل (۳) توزیع دما در کانال در عدد رینولدز ۱۰۰ را برای دو آرایش منظم و جابجا شده نتایج ارائه شده است. با توجه به این شکل می‌توان دریافت که تاثیر استفاده از آرایش جابجا شده باعث افزایش گرادیان دما در اطراف موانع شده و توزیع دما در پشت موانع را بیشتر تحت تاثیر قرار می‌دهد.

عدد ناسلت متوسط بر روی موانع کاهش پیدا می‌کند و همچنین برای آرایش منظم مقادیر عدد ناسلت متوسط کمتر از آرایش جابجا شده است. با افزایش نسبت  $D/H$  ضخامت لایه مرزی در نزدیکی دیواره بزرگتر شده و در نهایت شیب دما در نزدیکی دیواره کاهش می‌یابد که سبب کاهش عدد ناسلت می‌شود.



شکل ۶- تغییرات عدد ناسلت با پارامتر  $D/H$  مختلف برای آرایش‌های مختلف موانع در عدد  $Re=100$  برای شاخص توانی  $n=1$ ،  $W/D=1$  و  $Pr=1$

جدول ۳ مقادیر ضریب درگ اصطکاکی و فشاری برای مقادیر مختلف اندازه موانع را گزارش می‌کند. با توجه به این جدول با افزایش نسبت  $D/H$  ضریب درگ فشاری و اصطکاکی افزایش پیدا می‌کند. علت افزایش درگ اصطکاکی نیز افزایش سطح تماس موانع با سیال است و همچنین با بزرگتر شدن موانع اختلاف فشار در جلو و پشت موانع افزایش یافته که سبب افزایش درگ فشار می‌شود.

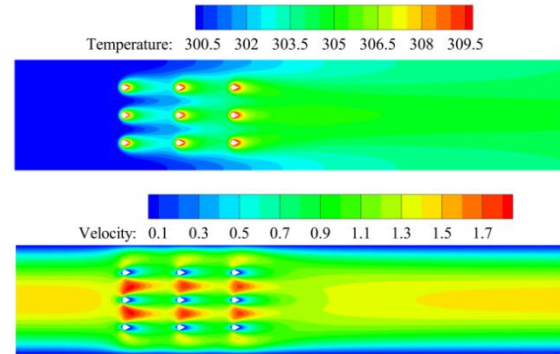
جدول ۳- مقادیر ضریب درگ در  $Re=100$ ،  $W/D=1$  و  $Pr=1$  (آرایش منظم)

ضریب درگ کل	ضریب درگ اصطکاکی	ضریب درگ فشاری	نسبت‌های مختلف $D/H$
۳/۱۷۶۵	۱/۷۰۵۲	۱/۴۷۱۲	۰/۰۵
۶/۳۴۸۱	۲/۷۷۷۵	۳/۵۷۰۶	۰/۱
۱۲/۳۹۷۵	۴/۴۰۸۸	۷/۹۸۸۷	۰/۱۵

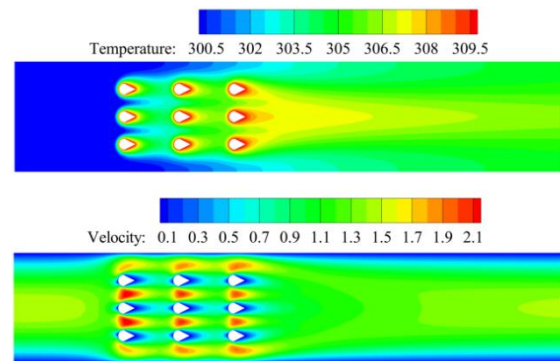
### ۳-۵- بررسی اثر دنباله مانع‌های دوکی

شکل (۷) توزیع دما و سرعت در اطراف موانع دوکی به ازای نسبت دنباله‌های مختلف موانع ( $W/D$ ) را نمایش می‌دهد. با بررسی دقیق این کانتورها مشخص می‌گردد که لایه مرزی شکل گرفته در اطراف موانع دوکی، با افزایش

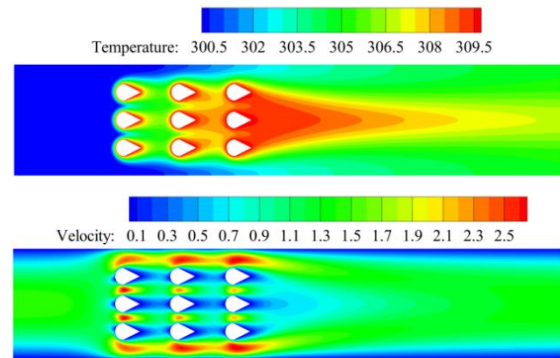
ناسلت می‌شود. همچنین با توجه به این شکل با افزایش اندازه موانع، شعاع اثر حضور موانع گسترش پیدا می‌کند که این موضوع در توزیع دماها و سرعت‌ها نمایش داده شده، قابل مشاهده است. از طرف دیگر با افزایش نسبت قطر موانع افت فشار افزایش یافته و خواص انتقالی جریان روند کاهش پیدا می‌کند.



الف



ب

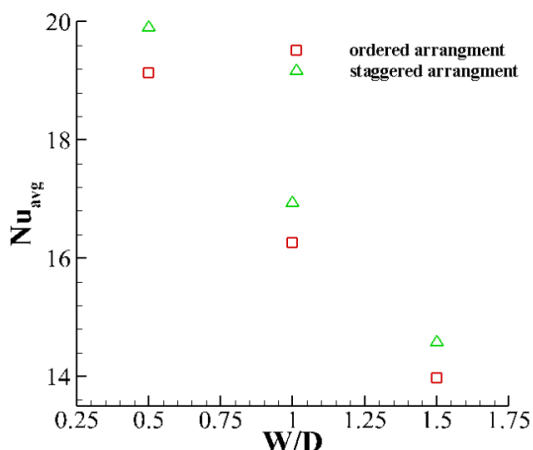


ج

شکل ۵- توزیع دما و سرعت در اطراف موانع برای عدد رینولدز ۱۰۰ و پرانتل ۱، به ازای نسبت‌های قطر مختلف موانع (الف) ۰/۰۵ (ب) ۰/۱ (ج) ۰/۱۵

در شکل (۶) تاثیر متغیر  $D/H$  بر روی تغییرات عدد ناسلت آورده شده است. با توجه به این شکل با افزایش این نسبت

با افزایش این نسبت عدد ناسلت متوسط بر روی موانع کاهش پیدا می‌کند. این روند تغییرات برای هر دو آرایش منظم و جابجا شده یکسان می‌باشد. افزایش نسبت  $W/D$  به معنی بلندتر شدن دنباله دوک‌ها است که سبب افزایش سطح تماس موانع با سیال می‌شود. با افزایش سطح تماس، افت فشار در کانال افزایش یافته و خواص جابجایی سیال در نزدیکی موانع کاسته می‌شود و در نتیجه عدد ناسلت روند کاهشی پیدا می‌کند.



شکل ۸- تغییرات عدد ناسلت با نسبت دنباله  $W/D$  متفاوت برای آرایش‌های مختلف موانع در عدد  $Re=100$  برای شاخص توانی  $n=1$ ،  $D/H=0/1$  و  $Pr=1$

با توجه به جدول ۴، افزایش سطح تماس در نهایت سبب افزایش چشمگیر ضریب درگ اصطکاکی می‌شود و از طرف مقابل با افزایش این نسبت ضریب درگ فشاری کاسته می‌شود و این میزان کاهش در مقابل افزایش درگ اصطکاکی کوچکتر بوده و در نهایت سبب افزایش درگ کل می‌شود. با افزایش ضریب درگ خواص جابجایی سیال در اطراف موانع کمتر شده و کاهش عدد ناسلت را سبب می‌شود.

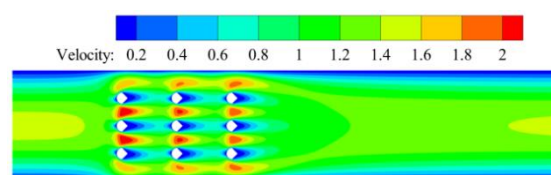
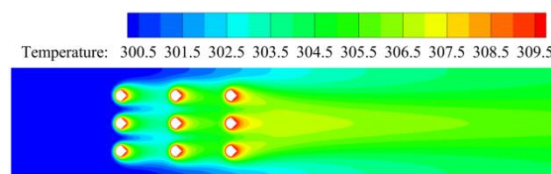
جدول ۴- مقادیر ضریب درگ در  $Re=100$  و  $W/D=1$  و  $Pr=1$  برای نسبت‌های مختلف  $W/D$  (آرایش منظم)

نسبت‌های مختلف $W/D$	ضریب درگ فشاری	ضریب درگ اصطکاکی	ضریب درگ کل
۰/۵	۳/۷۹۹۷	۲/۳۲۲۲	۶/۱۲۱۹
۱/۰	۳/۵۷۰۶	۲/۷۷۷۴	۶/۳۴۸۱
۱/۵	۳/۴۵۲۱	۳/۳۰۷۲	۶/۷۵۹۳

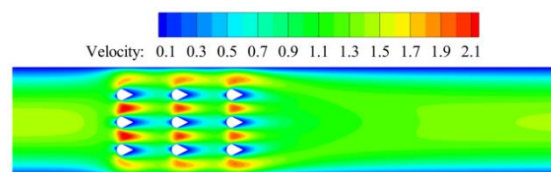
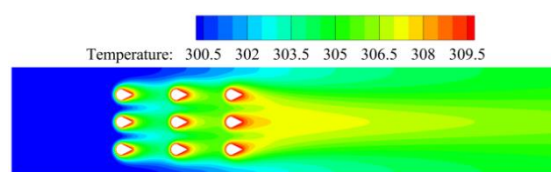
### ۳-۶- بررسی اثر سیال غیرنیوتنی مدل توانی

در مطالعه عددی حاضر از مدل توانی جهت مدل‌سازی

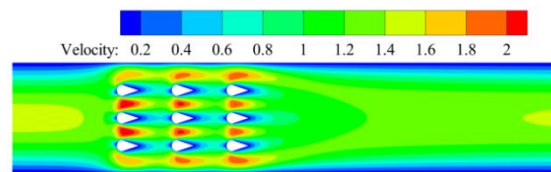
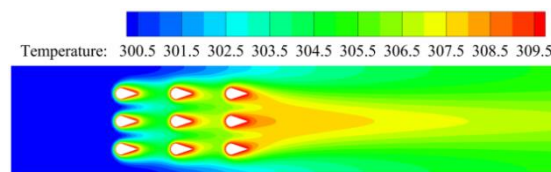
نسبت‌های دنباله موانع، افزایش یافته است. به عبارت دیگر ضخامت لایه مرزی حرارتی شکل گرفته برای نسبت‌های دنباله بزرگتر، ضخیم‌تر است که این امر باعث کاهش یافتن انتقال حرارت و در نتیجه عدد ناسلت می‌گردد. برای بهتر نشان دادن این تغییرات در ادامه تغییرات عدد ناسلت بر حسب دنباله‌های مختلف موانع آورده شده است.



الف



ب



ج

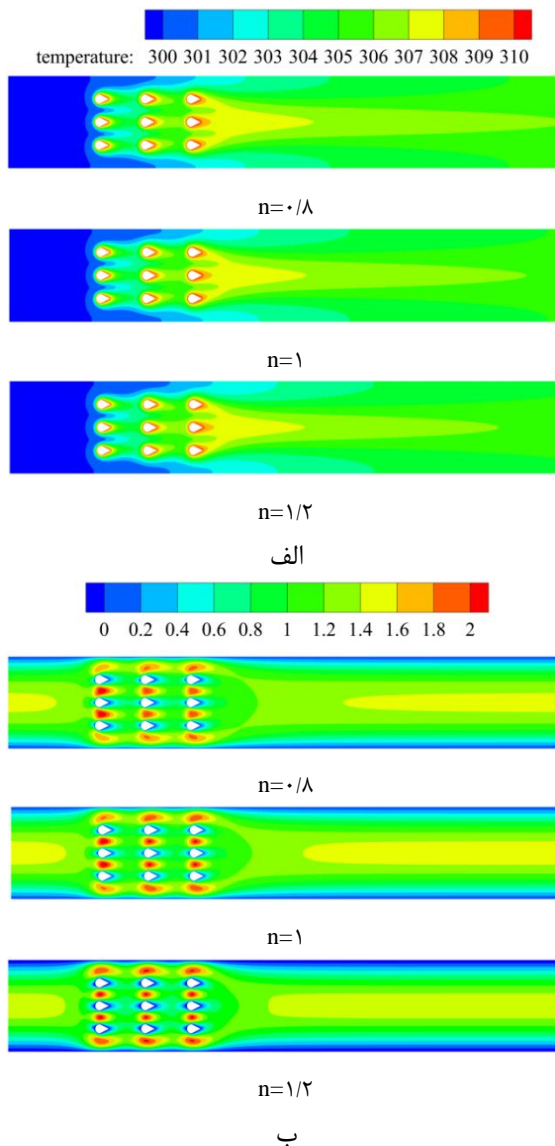
شکل ۷- توزیع دما اطراف موانع برای عدد رینولدز ۱۰۰ و پرانتل ۱، به ازای نسبت‌های دنباله مختلف موانع (الف) ۰/۵ (ب) ۱/۵ (ج) ۱/۵

در شکل (۸) تغییرات عدد ناسلت با نسبت دنباله‌های مختلف موانع ( $W/D$ ) آورده شده است. با توجه به این شکل



در نواحی اطراف موانع کوچکتر شده و به همین جهت ضریب درگ اصطکاکی کوچکتر است و با افزایش شاخص توانی این نوع از درگ افزایش می‌یابد.

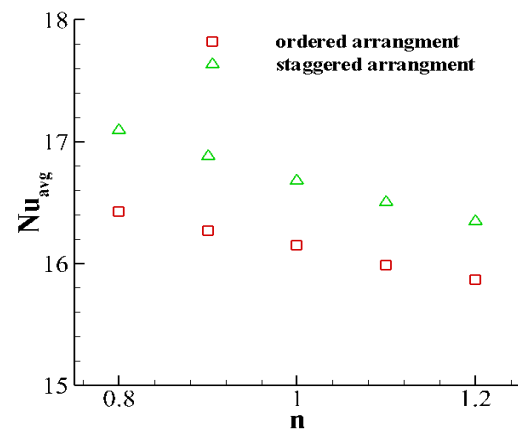
در شکل (۱۰) توزیع دما و سرعت در نواحی اطراف موانع به ازای شاخص‌های توانی مختلف ارائه شده است. با توجه به این شکل با کاهش شاخص توانی فشردگی خطوط سرعت ثابت در اطراف موانع کاهش می‌یابد که به معنی کاهش ضخامت لایه مرزی هیدرودینامیکی است. با توجه به عدد پرنتل ۱، می‌توان نتیجه گرفت که ضخامت لایه مرزی حرارتی نیز با کاهش شاخص توانی در نزدیکی موانع نازکتر شده است که نتیجتاً منجر به افزایش عدد ناسلت متوسط می‌شود.



شکل ۷- توزیع الف) دما و ب) سرعت اطراف موانع برای عدد رینولدز ۱۰۰ و پرنتل ۱، به ازای شاخص‌های توانی مختلف

جریان سیال غیرنیوتنی استفاده شده است. در این مدل با تغییر شاخص توانی خصوصیات سیال تغییر می‌کند. به ازای  $n < 1$  سیال غیرنیوتنی با رفتار باریک شونده و به ازای  $n > 1$  سیال غیرنیوتنی رفتار سخت شونده از خود خواهد داشت. در واقع در حالتی که شاخص توانی بزرگتر از یک است ویسکوزیته سیال با نرخ برش افزایش یافته در حالتی که شاخص توانی کوچکتر از یک است ویسکوزیته سیال با نرخ برش کاهش می‌یابد.

در شکل (۹) تغییرات عدد ناسلت متوسط با شاخص توانی  $n$  را نمایش می‌دهد. با توجه به این شکل با افزایش شاخص توانی  $n$  عدد ناسلت متوسط برای هر دو آرایش منظم و جابجا شده کاهش می‌یابد. در سیالات با شاخص توانی کوچکتر از یک (سیالات باریک شونده)، به علت بزرگتر بودن نرخ تغییر شکل سیال در نزدیکی دیواره موانع، ویسکوزیته ظاهری سیال کاهش می‌یابد. با کوچکتر شدن ویسکوزیته سیال در این نواحی ضخامت لایه مرزی کوچکتر شده و به همین جهت خاصیت جابجایی سیال در نزدیکی دیواره موانع گرم بیشتر می‌شود که سبب بزرگتر شدن عدد ناسلت خواهد شد. با افزایش شاخص توانی  $n$  ویسکوزیته ظاهری سیال بزرگتر شده و در نهایت سبب کوچکتر شدن عدد ناسلت بر روی موانع می‌گردد.



شکل ۹- تغییرات عدد ناسلت با شاخص توانی در  $Re = 100$ ،  $W/D = 1$  و  $D/H = 0.1$ ،  $Pr = 1$

مقادیر ضریب درگ برای شاخص‌های توانی مختلف (آرایش منظم) در جدول ۵ آورده شده است. در این جدول سهم ضرایب درگ فشاری و اصطکاکی به تفکیک ارائه شده است. با توجه به این جدول با افزایش شاخص توانی ضرایب درگ افزایش می‌یابد. همانطور که در بالا ذکر شد، برای سیالات با شاخص توانی کوچکتر از یک، ویسکوزیته ظاهری

می‌شود. از طرف دیگر میزان ضریب درگ با افزایش اندازه پارامتر قطر موانع و دنباله موانع دوکی، افزایش می‌یابد. همچنین با بررسی سیال غیرنیوتنی مشخص گردید که با افزایش عدد شاخص توانی، عدد ناسلت متوسط کاهش یافته است. میزان کاهش عدد ناسلت متوسط با افزایش شاخص توانی از ۰/۸ تا ۱/۲ برای آرایش منظم در حدود ۴/۴۳٪ و این میزان برای آرایش جابجا شده در حدود ۴/۳۸٪ است. به بیان دیگر در سیالات سخت‌شونده ( $n > 1$ ) میزان انتقال حرارت از سیالات باریک شونده ( $n < 1$ ) کمتر است. از طرف دیگر میزان افت‌های اصطکاکی و فشاری در سیالات غیرنیوتنی باریک‌شونده، کمتر است. میزان افزایش ضریب درگ کل با افزایش شاخص توانی از ۰/۸ تا ۱/۲ در حدود ۲۰۰٪ است. بررسی نتایج حاصل از این تحقیق می‌تواند به بهبود راندمان مبدل‌های حرارتی در کاربردهای صنعتی مختلف در حضور سیالات غیرنیوتنی منجر می‌شود. به صورتی که با تغییر خواص سیال غیرنیوتنی از حالت سخت شونده ( $n > 1$ ) به حالت باریک شونده ( $n < 1$ ) هم میزان انتقال حرارت افزایش یافته و هم میزان افت فشار از کانال کاسته می‌شوند. لازم به ذکر است که اکثر سیالات غیرنیوتنی رفتار باریک شونده دارند و این موضوع خوشبختانه کمک به بهبود عملکرد تجهیزات مبدل حرارتی در صنعت می‌گردد.

جدول ۵- مقادیر ضریب درگ در  $Re=100$ ،  $W/D=1$  و  $Pr=1$

برای شاخص‌های توانی مختلف

شاخص‌های توانی مختلف	ضریب درگ فشاری	ضریب درگ اصطکاکی	ضریب درگ کل
۰/۸	۴/۵۹۱	۳/۶۷۳	۸/۲۶۴
۰/۹	۵/۶۸۸	۵/۱۲۸	۱۰/۸۱۶
۱/۰	۷/۱۶۵	۷/۱۳۴	۱۴/۲۹۹
۱/۱	۹/۱۲۰	۹/۸۳۹	۱۸/۹۵۸
۱/۲	۱۱/۷۹۶	۱۳/۵۸۲	۲۵/۳۷۸

#### ۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله به بررسی جریان سیال غیرنیوتنی درون کانال با مانع دوکی شکل به صورت عددی مورد مطالعه قرار گرفته شده است. پس از بررسی استقلال حل از تعداد شبکه، صحت‌سنجی مساله در ۲ حالت برای سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی ارائه شده است. سپس نتایج به ازای پارامترهای آرایش موانع دوکی، قطر موانع‌های دوکی، دنباله مانع‌های دوکی و بررسی رفتار سیال غیرنیوتنی مدل توانی آورده شده است. نتایج مشخص نمود که به ازای کلیه پارامترها در آرایش جابجا شده موانع، میزان انتقال حرارت نسبت به حالت آرایش منظم بیشتر است؛ اما افت اصطکاکی و فشاری بیشتری شده است. با افزایش اندازه پارامتر قطر موانع و دنباله موانع دوکی، میزان انتقال حرارت از موانع کاسته

#### مراجع

- [1] A. Korichi and L. Oufar, "Numerical heat transfer in a rectangular channel with mounted obstacles on upper and lower walls," *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 44, 2005, pp. 644-655.
- [2] A. Korichi and L. Oufar, "Unsteady heat transfer and pressure drop in channels with obstacles mounted on the upper and lower walls," *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, vol. 48, 2005, pp. 711-729.
- [3] A. Bar-Cohen, "State-of-the-art and trends in the thermal packaging of electronic equipment," *Journal of Electronic Packaging*, vol. 114, 1992, pp. 257-270.
- [4] F. Zafar and M. M. Alam, "Flow structure around and heat transfer from cylinders modified from square to circular," *Physics of Fluids*, vol. 31, 2019, pp. 083604.
- [5] J.-j. Yin, T. Jia, D. Gao, and F. Xiao, "Numerical investigation of the patterns of the flow past nine cylinders at low Reynolds number," *AIP Advances*, vol. 10, 2020, pp. 085107.
- [6] S. J. Lee, G. S. Mun, Y. G. Park, and M. Y. Ha, "A numerical study on fluid flow around two side-by-side rectangular cylinders with different arrangements," *Journal of Mechanical Science and Technology*, vol. 33, 2019, pp. 3289-3300.
- [7] N. Hosseini, M. Griffith, and J. Leontini, "The flow past large numbers of cylinders in tandem," *Journal of Fluids and Structures*, vol. 98, 2020, pp. 103103.
- [8] R. Mohebbi, "Natural Convection Fluid Flow and Heat Transfer a Square Cavity with a Heated Triangular Obstacle Using Finite Element Method," *Journal of Modeling in Engineering*, vol. 16, 2018, pp. 361-373.

- [9] H .Rahman, S. Islam, W. Abbasi, and G. Nazeer, "A Numerical Study for Flow Around Three Square Cylinders in Triangular Arrangement," *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Mechanical Engineering*, vol. 44, 2020, pp. 229-246.
- [10] R. Tanner, "Stokes paradox for power-law flow around a cylinder," *Journal of non-newtonian fluid mechanics*, vol. 50, 1993, pp. 217-224.
- [11] J. M. Ferreira and R. P. Chhabra, "Analytical study of drag and mass transfer in creeping power law flow across tube banks," *Industrial & engineering chemistry research*, vol. 43, 2004, pp. 3439-3450.
- [12] M. J. Whitney and G. J. Rodin, "Force–velocity relationships for rigid bodies translating through unbounded shear-thinning power-law fluids," *International journal of non-linear mechanics*, vol. 36, 2001, pp. 947-953.
- [13] N. Chaitanya and A. Dhiman, "Non-Newtonian power-law flow and heat transfer across a pair of side-by-side circular cylinders," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 55, 2012, pp. 5941-5958.
- [14] m. sharifi Asl, d. toghraie, and A. Azimian, "Numerical simulation of convective heat transfer in a turbulent non-Newtonian nanofluid flow through a horizontal circular tube," *Journal of Modeling in Engineering*, vol. 16, 2018, pp. 113-120.
- [15] A .Sanyal and A. K. Dhiman, "Analysis of a channel-confined non-Newtonian shear-thinning flow past a pair of mildly heated side-by-side square cylinders," *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, vol. 77, 2020, pp. 409-442.
- [16] M. K. Moraveji, S. M. H .Haddad, and M. Darabi, "Modeling of forced convective heat transfer of a non-Newtonian nanofluid in the horizontal tube under constant heat flux with computational fluid dynamics," *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 39, 2012, pp. 995-999.
- [17] G. R. Kefayati, "FDLBM simulation of mixed convection in a lid-driven cavity filled with non-Newtonian nanofluid in the presence of magnetic field," *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 95, 2015, pp. 29-46.
- [18] A. K. Dhiman and S. Kumar, "Non-Newtonian power-law flow across a confined triangular bluff body in a channel," *Korean Journal of Chemical Engineering*, vol. 30, 2013, pp. 33-44.
- [19] R. Manica and A. L. de Bortoli, "Simulation of incompressible non-Newtonian flows through channels with sudden expansion using the power-law model," *Trends in Computational and Applied Mathematics*, vol. 4, 2003, pp. 333-340.
- [20] R. P. Bharti, R. Chhabra, and V. Eswaran, "Two-dimensional steady Poiseuille flow of power-law fluids across a circular cylinder in a plane confined channel: wall effects and drag coefficients," *Industrial & engineering chemistry research*, vol. 46, 2007, pp. 3820-3840.
- [21] W. Zhang, H. Yang, H.-S. Dou, and Z. Zhu, "Forced convection of flow past two tandem rectangular cylinders in a channel," *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, vol. 72, 2017, pp. 89-106.
- [22] A. Chandra and R. Chhabra, "Flow over and forced convection heat transfer in Newtonian fluids from a semi-circular cylinder," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 54, 2011, pp. 225-241.
- [23] R. P. Bharti, R. P. Chhabra, and V. Eswaran, "Steady forced convection heat transfer from a heated circular cylinder to power-law fluids," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 50, 2007, pp. 977-990.
- [24] A. A. Soares, J. M. Ferreira, and R. P. Chhabra, "Flow and Forced Convection Heat Transfer in Crossflow of Non-Newtonian Fluids over a Circular Cylinder," *Industrial & Engineering Chemistry Research*, vol. 44, 2005, pp. 5815-5827.