



Semnan University

# Journal of Modeling in Engineering

Journal homepage: <https://modelling.semnan.ac.ir/>

ISSN: 2783-2538



## Research Article

# Adjustment of Optimal Parameters to Control the Temperature in Different Conductors

Amirhossein Oudi <sup>a</sup>, Samaneh Faramarzi <sup>b</sup>, Maryam Hosseini <sup>c</sup>, Yegane Davoodbeygi <sup>d,\*</sup>

<sup>a</sup> PhD Candidate, Department of Chemical Engineering, Faculty of Engineering, University of Kashan, Kashan, Iran

<sup>b</sup> MSc Student, Department of Chemical Engineering, Faculty of Engineering, Razi University, Kermanshah, Iran

<sup>c</sup> MSc, Department of Chemical Engineering, Faculty of Engineering, University of Kashan, Kashan, Iran

<sup>d</sup> Assistant Professor, Department of Chemical Engineering, University of Hormozgan, Bandar Abbas, Iran

## PAPER INFO

### Paper history:

Received: 16 September 2022

Revised: 18 December 2023

Accepted: 23 December 2023

### Keywords:

PID controller,  
Temperature control,  
Conductive heat transfer,  
Conductive horizontal  
object.

## ABSTRACT

PID controller is a closed-loop control algorithm and method using the concept of feedback that is used in many industrial processes to control the speed of DC motors, pressure control, temperature control, and so on. For this purpose, a horizontal object with different conductivities was chosen to control its temperature by changing the heat flux. Then, the studied system was written in the state space. In this method, partial differential equations were converted into ordinary differential equations with the help of finite difference, then a suitable controller was designed for temperature control. In this method, the differential equations expressing the process were written as simultaneous first order differential equations. The results show that for the stability of systems with poor thermal conductivity (small  $\alpha$  value), should be  $K_p/K_i=10$ . For systems with medium thermal conductivity should be  $K_p/K_i=0.1$ . For systems with strong thermal conductivity (large  $\alpha$  value) should be  $K_p/K_i=1$ . According to the optimization done,  $K_d$  was a small value in all three cases, so the PI controller can be used in such systems.

DOI: <https://doi.org/10.22075/jme.2023.28427.2336>

© 2024 Published by Semnan University Press.

This is an open access article under the CC-BY 4.0 license. (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

\* Corresponding Author.

E-mail address: [Y.davoodbeygi@hormozgan.ac.ir](mailto:Y.davoodbeygi@hormozgan.ac.ir)

## How to cite this article:

Oudi, A., Faramarzi, S., Hosseini, M., & Davoodbeygi, Y. (2024). Adjustment of optimal parameters to control the temperature in different conductors. *Journal of Modeling in Engineering*, 22(77), 107-116. doi: 10.22075/jme.2023.28427.2336

## تنظیم پارامترهای کنترل کننده PID جهت کنترل دما در رساناهای مختلف

امیرحسین عودی<sup>۱</sup>، سمانه فرامرزی<sup>۲</sup>، مریم حسینی<sup>۳</sup>، یگانه داودبیدی<sup>۴\*</sup>

اطلاعات مقاله	چکیده
دریافت مقاله: ۱۴۰۱/۰۶/۲۵	کنترل کننده تناسبی-انتگرالی-مشتقی (PID)، یک الگوریتم و روش کنترل حلقه بسته با بهره-گیری از مفهوم بازخوردی است که در بسیاری از فرایندهای صنعتی برای کنترل سرعت موتورهای DC، کنترل فشار، کنترل دما و غیره به کار می‌رود. در این مقاله به طراحی و تنظیم مقادیر بهینه پارامترهای کنترل کننده PID پرداخته شده است. جهت این کار یک جسم افقی با رسانایی‌های متفاوت انتخاب شد تا به کنترل دمای آن با تغییر شار حرارتی پرداخته شود. سپس سیستم مورد مطالعه در فضای حالت نوشته شد. که در این روش به کمک تفاضل محدود معادلات با مشتقات جزئی را به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل کرده سپس کنترل کننده مناسب جهت کنترل دما طراحی گردید. نتایج نشان می‌دهد برای پایداری سیستم‌هایی با رسانایی گرمایی ضعیف (مقدار $\alpha$ کوچک) باید $\frac{K_p}{K_i} = 10$ باشد. برای سیستم‌هایی با رسانایی گرمایی متوسط باید $\frac{K_p}{K_i} = 0.1$ باشد. برای سیستم‌هایی با رسانایی گرمایی قوی (مقدار $\alpha$ بزرگ) باید $\frac{K_p}{K_i} = 1$ انتخاب کرد. با توجه به بهینه‌سازی انجام شده $K_d$ در هر سه حالت مقداری کوچک بود بنابراین می‌توان از کنترل کننده PI در چنین سیستم‌هایی استفاده کرد.
بازنگری مقاله: ۱۴۰۲/۰۹/۲۷	
پذیرش مقاله: ۱۴۰۲/۱۰/۰۲	
<b>واژگان کلیدی:</b> کنترل کننده PID، کنترل دما، انتقال حرارت هدایتی، جسم افقی رسانا.	
DOI: <a href="https://doi.org/10.22075/jme.2023.28427.2336">https://doi.org/10.22075/jme.2023.28427.2336</a>	
© 2024 Published by Semnan University Press. This is an open access article under the CC-BY 4.0 license. ( <a href="https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/">https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/</a> )	

### ۱- مقدمه

انتقال حرارت دارد در معادله ۱ آمده است [۳ و ۴].

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + bq \quad (1)$$

$$b = \frac{1}{\rho C_p} \quad (2)$$

$$\alpha = \frac{k}{\rho C_p} \quad (3)$$

$\alpha$  ضریب نفوذ حرارتی،  $q$  شار حرارتی ( $W/m^2$ )،  $\rho$  دانسیته سیال ( $kg/m^3$ )،  $C_p$  ظرفیت گرمایی ویژه در فشار

انتقال حرارت هدایتی، انتقال انرژی از ذرات دارای انرژی بیشتر به ذرات مجاور با انرژی کمتر است که در جامدات به دو دلیل عمده از جمله ارتعاشات شبکه‌ای و الکترون‌های آزاد رخ می‌دهد. برای محاسبه نرخ انتقال حرارت هدایتی از قانون فوریه استفاده می‌شود [۱]. طبق این قانون در انتقال حرارت هدایتی، نرخ انتقال حرارت بین دو نقطه که دمای آن متفاوت است، به گرادین دما، مساحت سطح عمود بر جهت انتقال حرارت و جنس ماده بستگی دارد [۲]. تابع توزیع دما در مختصات کارتزین که ناپایا و فقط در جهت X

\* پست الکترونیک نویسنده مسئول: Y.davoodbeygi@hormozgan.ac.ir

۱. دانشجوی دکتری، گروه مهندسی شیمی، دانشکده مهندسی، دانشگاه کاشان، کاشان، ایران
۲. دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی شیمی، دانشکده مهندسی، دانشگاه رازی، کرمانشاه، ایران
۳. کارشناسی ارشد، گروه مهندسی شیمی، دانشکده مهندسی، دانشگاه کاشان، کاشان، ایران
۴. استادیار، گروه مهندسی شیمی، دانشکده مهندسی، دانشگاه هرمزگان، هرمزگان، ایران

استناد به این مقاله:

عودی، امیرحسین، فرامرزی، سمانه، حسینی، مریم، و داودبیدی، یگانه. (۱۴۰۳). تنظیم پارامترهای کنترل کننده PID جهت کنترل دما در رساناهای مختلف. مدل سازی در مهندسی، ۲۲(۷۷)، ۱۰۷-۱۱۶. doi: 10.22075/jme.2023.28427.2336

هدایت گرمای مستقیم و دمای اندازه گیری شده، کنترل کننده PID را هدایت می کند و شار حرارتی مرزی سیستم هدایت گرما از طریق قانون کنترل کننده PID در زمان واقعی بازیابی می شود. روش معکوس PID به دلیل ساختار ساده، پیاده سازی آسان، زمان واقعی و قابلیت ضد تداخل قوی، ارزش عملی بالایی دارد. الکساندرو و پوپازا [۱۴]، روشی ساده برای توسعه کنترل کننده های PID با استفاده از مدل های تجزیه و تحلیل حرارتی المان محدود ارائه کردند. مهمترین ایراد چنین کنترل کننده هایی، فرایند حل تکراری است همزیستی زیر برنامه های حل کننده با در نظر گرفتن تکرارهای تعادل اضافی مورد نیاز، این پیچیدگی را بیشتر می کند. از این رو، استراتژی های ساده سازی بیشتری مورد نیاز است تا استفاده از چنین کنترل کننده هایی در عمل موثر باشد.

با توجه به اهمیت موضوع مطرح شده و به علت اینکه تا به حال پژوهش مشخصی در مورد طراحی کنترل کننده برای رساناهای مختلف انجام نشده است، در پژوهش حاضر به بررسی میزان انتقال گرما در رساناهای گرمایی مختلف و طراحی و تنظیم مقادیر پارامترهای کنترل کننده PID جهت کنترل دما بر روی یک جسم افقی با جنس های مختلف پرداخته شد.

## ۲- روش تحقیق

کنترل کننده های تناسبی-انتگرالی-مشتقی (PID) در برنامه های کاربردی صنعتی برای مدت زمان طولانی مورد استفاده قرار گرفته اند. کنترل کننده ها PID از سال ۱۸۹۰ مورد استفاده قرار گرفتند [۱۵]. حتی در حال حاضر، در اکثر برنامه های کاربردی صنعتی هنوز از کنترل کننده های PID استفاده می کنند. این میزان استفاده از PID در صنعت می تواند به سادگی و سهولت آن مرتبط باشد [۱۶]. اجزای یک کنترل کننده PID شامل سه پارامتر بهره نسبی ( $K_p$ )؛ بهره انتگرالی ( $K_i$ )؛ بهره مشتق ( $K_d$ ) است که باید با دقت تعیین شود. در معادله ۴، معادله PID نشان داده شده است. طراحی و تنظیم کنترلر با استفاده از معادله ۴ انجام شده است.

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int e(t) dt + K_d \frac{d}{dt} e(t) \quad (4)$$

شکل (۱) مدار حلقه بسته کنترلی مورد نظر در این پژوهش را نشان می دهد.

ثابت ( $J/^\circ C.kg$ ) و  $k$  ضریب انتقال حرارت هدایتی ( $W/m.^\circ C$ ) می باشد. ضریب نفوذ حرارتی ( $\alpha$ ) معیاری از توانایی یک ماده در رسانش گرما در مقایسه با ذخیره انرژی گرمایی در آن ماده است. این کمیت به صورت نسبت گرمای عبور کرده به گرمای ذخیره شده توسط واحد حجم ماده است. هر چه مقدار  $\alpha$  بزرگتر باشد حرارت سریعتر در ماده پخش می شود و بالعکس [۵].

در برخی از فرایندهای صنعتی داشتن عملکرد بهینه، مستلزم کنترل میدان دما به منظور ایجاد یک توزیع مشخص در اجسام جامد با رسانایی متفاوت می باشد. مریک از روش گرادیان مزدوج برای حل مسأله ی کنترل مرزی دمای یک سیستم غیرخطی به عبارت دیگر خواص حرارتی متغیر با دما، استفاده کرد [۶ و ۷].

مایدی و کوریو [۸]، مدلی برای کنترل گسترده معادله ی پخش غیرخطی با استفاده از خطی سازی ورودی-خروجی ارائه دادند. طراحی کنترل کننده با استفاده مستقیم از معادله ی مشتق جزئی (PDE) و بدون هیچ ساده سازی یا تقریبی انجام شده است. بونکومکونگ و کوانتاناپریدا [۹]، یک کنترل کننده ی مرزی بازخوردی برای انتقال حرارت از یک میله با شرایط مرزی نیومن طراحی کردند. اوزدیمیر و بوفستنکو [۱۰]، کنترل مرزی بهینه ی تنش حرارتی در یک صفحه را براساس کسر زمانی معادله ی هدایت گرمایی بررسی کردند. یانگ و دابجویک [۱۱]، با استفاده از روش نامساوی ماتریسی خطی یک روینگر و کنترل کننده برای معادلات مشتق جزئی سهموی طراحی کردند. لوانگ و همکاران [۱۲]، یک مدل ریاضی غیر خطی از یک محرک پلیمری با رسوب فوق رسانا (SCP) را ارائه کردند که توسط حرارت ژول برای کنترل های بازخورد بر اساس مدل پیش می رود. عملکرد کنترل کننده پیشنهادی نسبت به یک کنترل کننده PID برتر است، زیرا خطاهای ردیابی در مقایسه با کنترل کننده های PID تقریباً ۱۰ برابر کوچکتر است و در برابر اختلالات خارجی مانند نویز سنسور و خطای مدل سازی محرک قوی تر است. وان و همکاران [۱۳]، با الهام از قانون کنترل کننده PID، یک روش معکوس از فرآیند هدایت ناپایدار حرارتی ایجاد کردند. مشکل معکوس هدایت ناپایدار حرارت به نوعی از کنترل کننده PID تبدیل می شود که در این پژوهش، روش بهینه سازی پیچیده برای تنظیم پارامترهای PID پیشنهاد شده است. روش معکوس PID با استفاده از سیگنال انحراف بین خروجی مدل

وابسته به مکان در زمان جلوتر بسط داده می شوند. معادله ۱ را در نظر بگیرید. بسط معادله وابسته به مکان به صورت معادله ۵ و ۶ انجام می شود [۲۳].

$$\frac{\partial T}{\partial x_i} = \frac{T(t, x_{i+1}) - T(t, x_i)}{\Delta x} \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x_i^2} = \frac{T(t, x_{i+1}) - 2T(t, x_i) + T(t, x_{i-1}))}{\Delta x^2} \quad (6)$$

$i = 1, \dots, 10$

در معادلات T دما ( $^{\circ}\text{C}$ )، X مکان (m) و t زمان (s) می باشد. معادله ۷ فرم گسسته معادله حرارت را نشان می دهد.

$$\frac{\partial T(t, x_i)}{\partial t} = \alpha \frac{T(t, x_{i+1}) - 2T(t, x_i) + T(t, x_{i-1}))}{\Delta x^2} + bQ(t, x_i) \quad (7)$$

$i = 1, \dots, 10$

شرایط اولیه و مرزی جهت حل معادله انتقال حرارت در جدول ۱ آورده شده است.

جدول ۱: شرایط اولیه و مرزی جهت حل معادله انتقال حرارت

پارامتر	مقدار
$T(t, 0)$	$T_1$
$T(t, x_{11})$	$T_2$
$T(0, x)$	$T_{\infty}$

جسم مورد مطالعه به ۱۱ قسمت تقسیم شده است. دما در نقاط ۱ و ۱۱ مشخص است اما برای گره های ۲ تا ۱۰ در فضای حالت معادلات نوشته می شود.

$$\dot{T}_1 = \alpha \frac{T(t, x_2) - 2T(t, x_1) + T(t, x_1)}{\Delta x^2} + bQ(t, x_2) \quad (8)$$

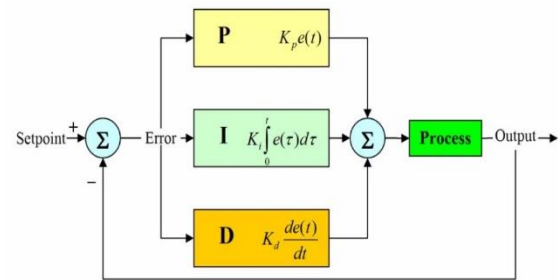
$$\dot{T}_2 = \alpha \frac{T(t, x_2) - 2T(t, x_2) + T(t, x_2)}{\Delta x^2} + bQ(t, x_2) \quad (9)$$

$$\dot{T}_{10} = \alpha \frac{T(t, x_{11}) - 2T(t, x_{10}) + T(t, x_9)}{\Delta x^2} + bQ(t, x_{10}) \quad (10)$$

معادله ۱۱ شکل کلی فضای حالت را نشان می دهد.

$$\dot{T} = AX + BQ + T_{\text{dist}} \quad (11)$$

در معادله ۱۱، X نشان دهنده حالت های سیستم است. همچنین فرض می شود تنها در گره ۴ شارحرارتی ثابتی به

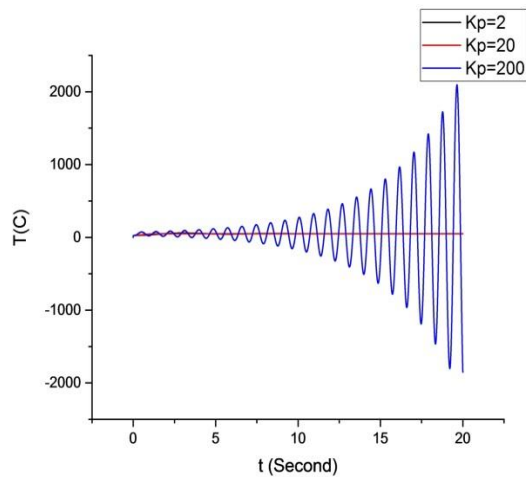


شکل ۱: مدار حلقه بسته مورد مطالعه

رویکردهای زیادی برای تعیین پارامترهای کنترل کننده PID برای سیستم های تک خروجی- تک ورودی (SISO) ایجاد شده است. از جمله رویکردهای شناخته شده می توان به روش زیگلر نیکولز [۱۷] (ZN)، روش کوهن کوئن [۱۸]، انتگرال قانون خطای وزن دهی شده (ISE) [۱۹]، انتگرال خطای مطلق (IAE) [۲۰]، روش کنترل مدل داخلی (IMC) [۲۱] و روش حاشیه بهره فاز [۲۲] اشاره کرد. در این مطالعه جهت طراحی کنترل کننده مناسب لازم است که سیستم مورد مطالعه در فضای حالت نوشته شود. فضای حالت یک روش مهم در مطالعه دینامیک و طراحی سیستم کنترلی است. در این روش مستقیماً از حالت های سیستم برای بررسی دینامیک فرایند استفاده می شود. این روش برای تکنیک های کامپیوتری مناسب است و به همین دلیل امروزه مورد توجه قرار گرفته است. در این روش معادلات دیفرانسیل بیان کننده فرایند، به صورت معادلات دیفرانسیل مرتبه اول هم زمان نوشته می شوند.

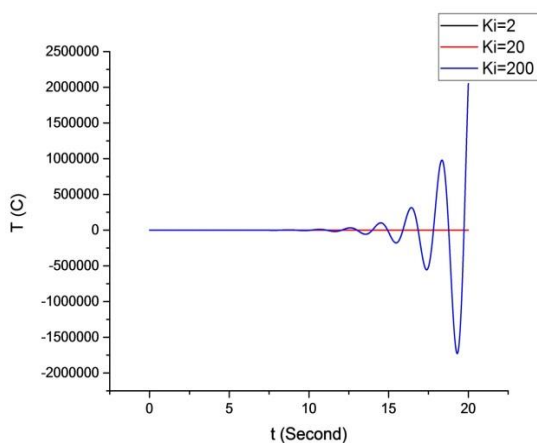
همانطور که در معادله ۱ مشخص می باشد، معادله ی سیستم مورد نظر یک معادله ی دیفرانسیل با مشتقات جزئی است. روش های حل معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی شامل روش تفاضل محدود، المان محدود و حجم محدود می باشد. روش های المان محدود و حجم محدود روش های به نسبت دقیق تر می باشند ولی ایراد آن ها پیچیده تر بودن و سرعت کم آن ها نسبت به روش تفاضل محدود می باشد. روش تفاضل محدود به این صورت است که متغیرهای مستقل را به بازه های کوچک گره بندی می کند و در هر گره مقدار متغیرهای وابسته را تعیین می کند. وقتی که معادله دیفرانسیل شامل متغیر مستقل زمان باشد روش های بسط به صورت روش حل ضمنی و صریح تقسیم می شوند. که در اینجا از روش صریح استفاده شده است. در حل عددی معادلات دیفرانسیل به صورت تفاضل محدود، معادلات

برای سه رسانای متفاوت طراحی و تنظیم شده است. مقادیر ضرایب PID برای ۹ حالت در جدول ۳ آورده شده است. شکل (۳)، اثر پارامتر  $K_p$  روی رسانای ضعیف را نشان می‌دهد. با افزایش  $K_p$  در رساناهای ضعیف، سیستم به سمت ناپایداری میل می‌کند، بنابراین نباید مقدار  $K_p$  در رساناهای ضعیف خیلی مقدار بزرگی در نظر گرفته شود.



شکل ۳: اثر  $K_p$  روی پایداری سیستم در رسانای ضعیف

شکل (۴)، اثر پارامتر  $K_i$  روی رسانای ضعیف را نشان می‌دهد. با افزایش  $K_i$  در رساناهای ضعیف، سیستم به سمت فاصله از مقدار مقرر پیش می‌رود و سبب خطای حالت ماندگار می‌شود، بنابراین نباید مقدار  $K_i$  در رساناهای ضعیف خیلی مقدار بزرگی در نظر گرفته شود.



شکل ۴: اثر  $K_i$  روی پایداری سیستم در رسانای ضعیف

شکل (۵)، اثر پارامتر  $K_d$  روی رسانای ضعیف را نشان می‌دهد. با توجه به شکل مشخص است که می‌توان از عامل مشتق‌گیر صرف‌نظر نمود و از کنترل‌کننده PI استفاده کرد.

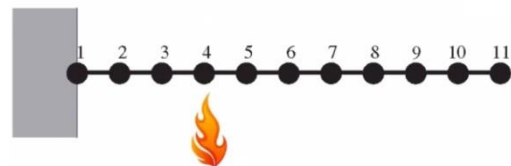
میله وارد می‌شود که سبب کنترل دمای میله می‌گردد:

$$Q(t, x_i) = 0 \quad i = 1, 3, 5, 11 \quad (12)$$

فرم فضای حالت معادلات به صورت معادله ۱۲ می‌باشد.

$$\dot{T} = \frac{\alpha}{\Delta x^2} \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 1 & -2 & 1 \\ & & & & & & -2 \end{bmatrix} X + \frac{\alpha}{\Delta x^2} \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ b \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} Q \quad (13)$$

شکل (۲) طرحواره‌ای از سیستم مورد مطالعه را نشان می‌دهد.



شکل ۲: طرحواره‌ی سیستم مورد مطالعه

اطلاعات مساله جهت حل معادله انتقال حرارت در یک جسم افقی در جدول ۲ آورده شده است.

جدول ۲: اطلاعات مساله

پارامتر	مقدار
$T_\infty$ (°C)	۲۵
$T_1$ (°C)	۰
$T_{11}$ (°C)	۳۰
$T_{target}$ (°C)	۵۰
$b$ (Kg/m. s <sup>2</sup> . °C)	۱
$L$ (m)	۱
$\alpha$ (m <sup>2</sup> /s)	متغیر

### ۳- نتایج

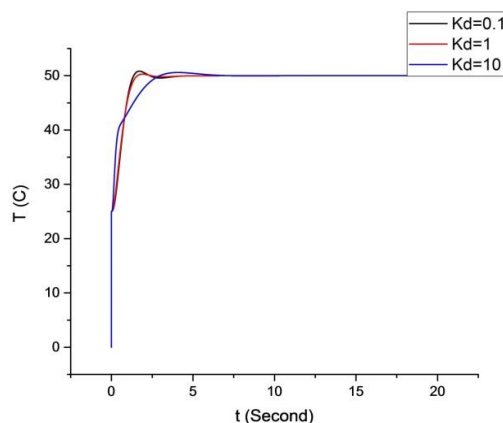
در این پژوهش یک جسم افقی با ضرایب نفوذ گرمایی متفاوت در نظر گرفته شده است. با استفاده از نرم‌افزار متلب مقادیر بهینه پارامترهای کنترل‌کننده PID در ۹ حالت

جدول ۳: ضرایب PID برای ۹ حالت مختلف

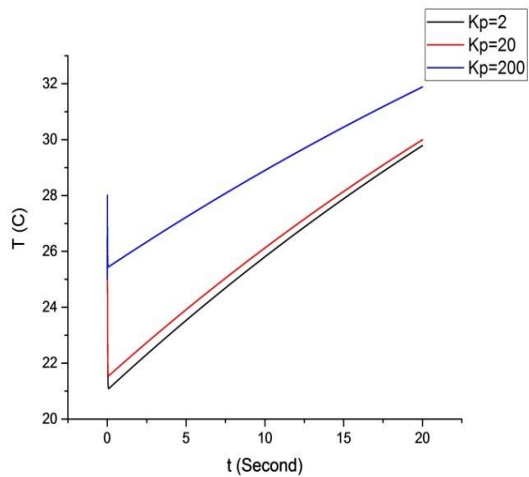
ضرایب PID			$\alpha$ (m <sup>2</sup> /s)	حالت
$K_p$ (بدون بعد)	$K_i$ (1/s)	$K_d$ (s)		
۲/۰	۲۰/۰	۱/۰	۰/۱	حالت اول
۲۰/۰	۲۰/۰	۱/۰		
۲۰۰/۰	۲۰/۰	۱/۰		
۲۰/۰	۲/۰	۱/۰	۰/۱	حالت دوم
۲۰/۰	۲۰/۰	۱/۰		
۲۰/۰	۲۰۰/۰	۱/۰		
۲۰/۰	۲۰/۰	۰/۱	۰/۱	حالت سوم
۲۰/۰	۲۰/۰	۱/۰		
۲۰/۰	۲۰/۰	۱۰/۰		
۲/۰	۲۰/۰	۱/۰	۱/۰	حالت چهارم
۲۰/۰	۲۰/۰	۱/۰		
۲۰۰/۰	۲۰/۰	۱/۰		
۲۰/۰	۲/۰	۱/۰	۱/۰	حالت پنجم
۲۰/۰	۲۰/۰	۱/۰		
۲۰/۰	۲۰۰/۰	۱/۰		
۲۰/۰	۲۰/۰	۰/۱	۱/۰	حالت ششم
۲۰/۰	۲۰/۰	۱/۰		
۲۰/۰	۲۰/۰	۱۰/۰		
۲/۰	۲۰/۰	۱/۰	۱۰/۰	حالت هفتم
۲۰/۰	۲۰/۰	۱/۰		
۲۰۰/۰	۲۰/۰	۱/۰		
۲۰/۰	۲/۰	۱/۰	۱۰/۰	حالت هشتم
۲۰/۰	۲۰/۰	۱/۰		
۲۰/۰	۲۰۰/۰	۱/۰		
۲۰/۰	۲۰/۰	۰/۱	۱۰/۰	حالت نهم
۲۰/۰	۲۰/۰	۱/۰		
۲۰/۰	۲۰/۰	۱۰/۰		

شکل (۶)، اثر پارامتر  $K_p$  روی رسانای متوسط را نشان می‌دهد. هرچه مقدار  $K_p$  بیشتر باشد، از دمای هدف که همان  $50^\circ\text{C}$  می‌باشد، بیشتر فاصله می‌گیریم، بنابراین نباید  $K_p$  از یک مقدار مشخص بزرگتر باشد. همچنین افزایش  $K_p$  باعث سریعتر شدن پاسخ می‌گردد اما سبب نوسانی شدن و گاهی ناپایداری سیستم می‌گردد.

شکل (۷)، اثر پارامتر  $K_i$  روی رسانای متوسط را نشان می‌دهد. با افزایش  $K_i$  در رساناهای متوسط، سیستم به سمت مقدار مقرر میل می‌کند، بنابراین باید مقدار  $K_i$  در رساناهای متوسط مقدار بزرگی در نظر گرفته شود.

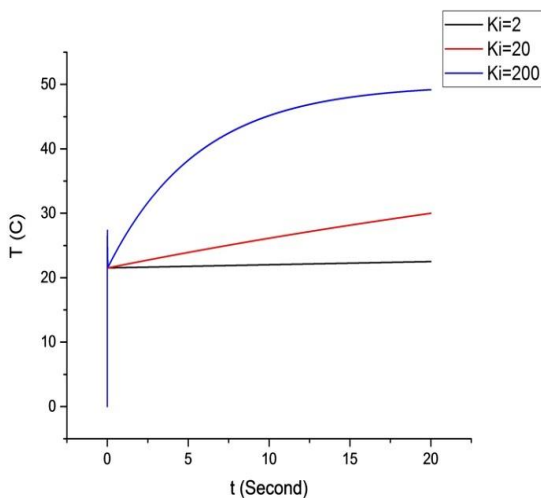
شکل ۵: اثر  $K_d$  روی پایداری سیستم در رسانای ضعیف

شکل (۹)، اثر پارامتر  $K_p$  روی رسانای قوی را نشان می‌دهد. همانطور که مشخص است، با کاهش  $K_p$  از مقدار مقرر فاصله میگیریم، بنابراین باید مقداری بزرگ برای  $K_p$  در نظر گرفته شود.



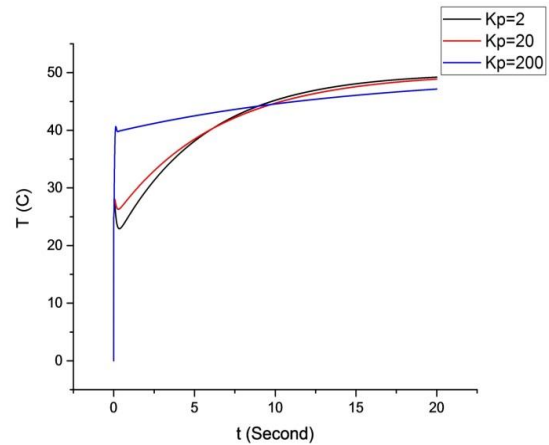
شکل ۹: اثر  $K_p$  روی پایداری سیستم در رسانای قوی

شکل (۱۰)، اثر پارامتر  $K_i$  روی رسانای قوی را نشان می‌دهد. هرچقدر  $K_i$  بزرگتر باشد، سیستم سریعتر به مقدار مقرر نزدیک می‌باشد.

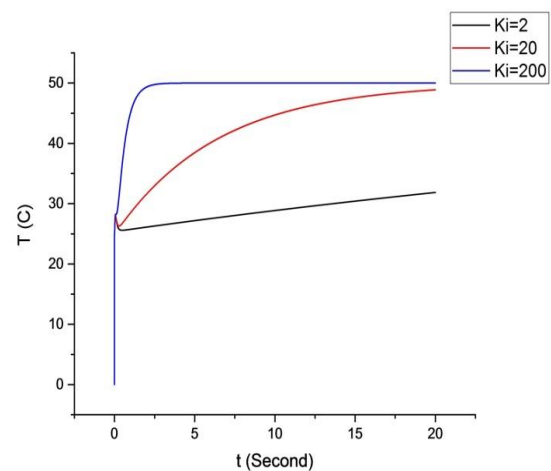


شکل ۱۰: اثر  $K_i$  روی پایداری سیستم در رسانای قوی

شکل (۱۱)، اثر پارامتر  $K_d$  روی رسانای قوی را نشان می‌دهد. همانطور که مشخص است، باتوجه به اینکه نمودارهای هر سه حالت روی یکدیگر افتادند، بنابراین در رساناهای قوی پارامتر  $K_d$  اثر خاصی ندارد و می‌شود برای کنترل دمای رساناهای قوی از کنترل کننده PI استفاده نمود.

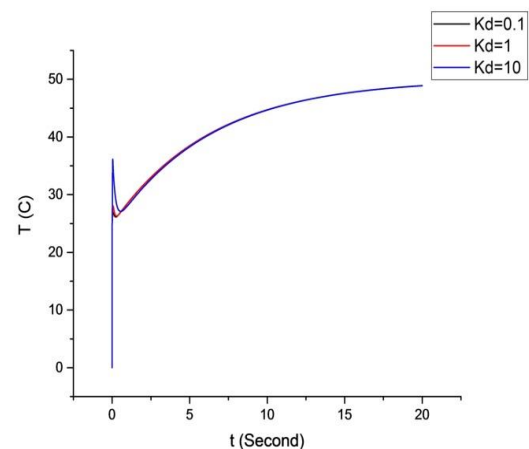


شکل ۶: اثر  $K_p$  روی پایداری سیستم در رسانای متوسط

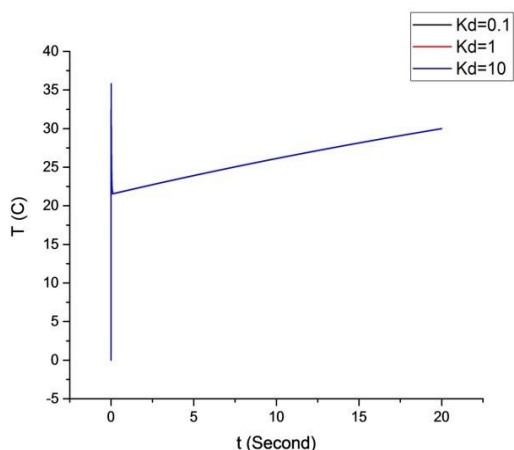


شکل ۷: اثر  $K_i$  روی پایداری سیستم در رسانای متوسط

شکل (۸)، اثر پارامتر  $K_d$  روی رسانای متوسط را نشان می‌دهد. تغییرات بهره مشتق در رساناهای متوسط تقریباً بی تاثیر می‌باشد و در این نوع از رساناها حتی می‌توان از کنترل کننده PI استفاده کرد.



شکل ۸: اثر  $K_d$  روی پایداری سیستم در رسانای متوسط

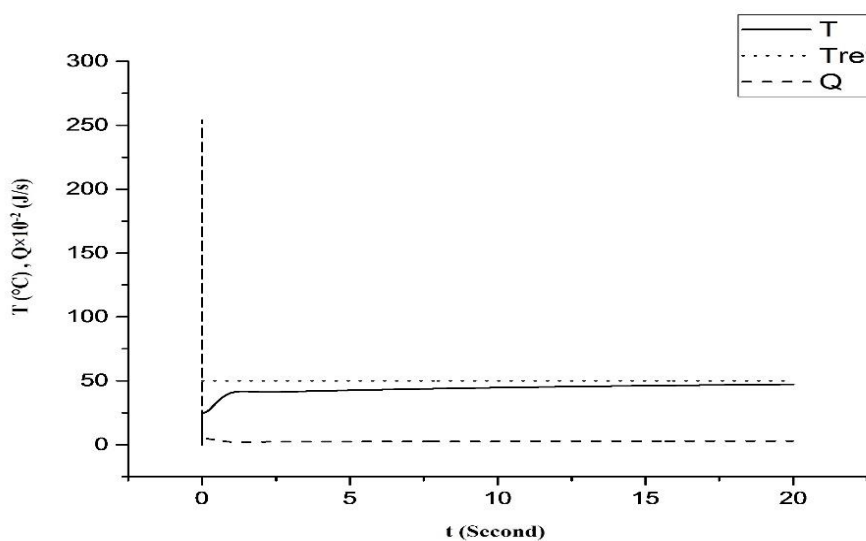


شکل ۱۱: اثر  $K_d$  بر روی پایداری سیستم در رسانای قوی

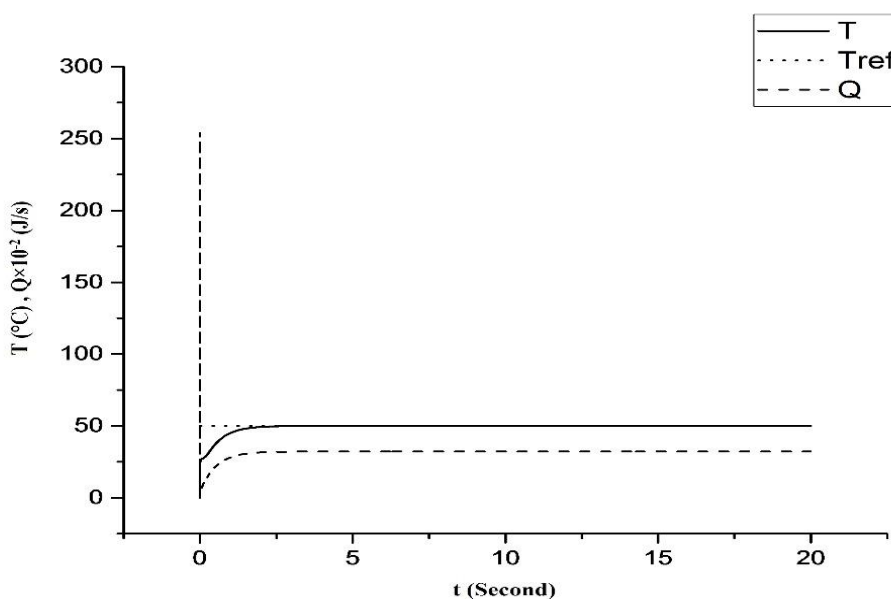
در جدول ۴ مقدار بهینه ضرایب کنترل کننده برای سه حالت مختلف رسانا آورده شده است. همچنین در شکل‌های (۱۲)، (۱۳) و (۱۴) شرایط بهینه به همراه میزان شار حرارتی ورودی برای حالت‌های مختلف نشان داده شده است.

جدول ۴: مقادیر بهینه ضرایب کنترل کننده

$K_d$	$K_i$	$K_p$	$\alpha$	
۰/۱	۲	۲۰	۰/۱	حالت ۱
۰/۱	۲۰۰	۲۰	۱	حالت ۲
۰/۱	۲۰۰	۲۰۰	۱۰	حالت ۳

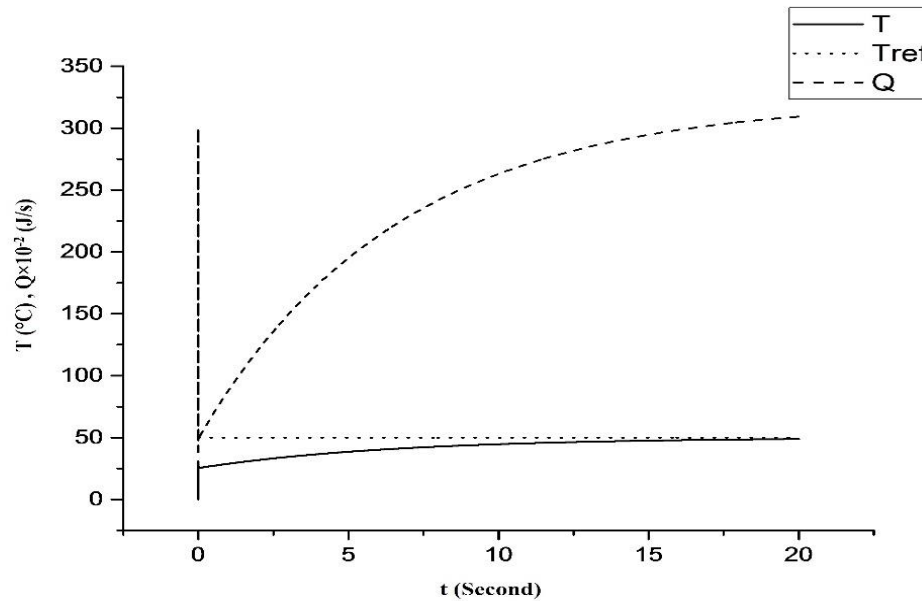


شکل ۱۲: مقادیر بهینه ضرایب کنترل کننده برای  $\alpha = 1/10$



شکل ۱۳: مقادیر بهینه ضرایب کنترل کننده برای  $\alpha = 1$





شکل ۱۴: مقادیر بهینه ضرایب کنترل کننده برای  $\alpha = 10$

#### فهرست علائم اختصاری

$m^2/s$	ضریب نفوذ حرارتی	$\alpha$
$W/m^2$	شار حرارتی	$q''$
$kg/m^3$	دانسیتة سیال	$\rho$
$J/°C.kg$	ظرفیت گرمایی ویژه در فشار ثابت	$C_p$
$W/m.°C$	ضریب انتقال حرارت هدایتی	$k$
$°C$	دما	$T$
$m$	مکان	$x$
$s$	زمان	$t$

#### ۴- نتیجه گیری

در این مطالعه به بررسی تاثیر ضرایب PID بر روی پایداری سیستم یک جسم افقی با ضرایب نفوذ گرمایی متفاوت پرداخته شده است. برای این کار با استفاده از نرم افزار متلب مقادیر بهینه پارامترهای کنترل کننده PID طراحی و تنظیم گردید. برای به دست آوردن مقادیر بهینه ضرایب PID، ۹ حالت مختلف برای سه رسانای ضعیف با ضریب نفوذ گرمایی ۰/۱، رسانای متوسط با ضریب نفوذ گرمایی ۱ و رسانای قوی با ضریب نفوذ گرمایی ۱۰ در نظر گرفته شد. نتایج به دست آمده، برای رساناهای ضعیف مقادیر بهینه  $K_i=2$  و  $K_p=20$  گزارش شد. برای رساناهای متوسط مقدار بهینه  $K_i=200$  و  $K_p=20$  گزارش شد. برای رساناهای قوی مقدار بهینه  $K_i=200$  و  $K_p=200$  گزارش شد. با توجه به بهینه سازی انجام شده در هر سه حالت مقدار  $K_d=0/1$  به دست آمد که تقریباً عدد کوچکی می باشد. بنابراین می توان نتیجه گرفت برای کنترل دمای جسم های افقی می توان از کنترل کننده PI استفاده کرد.

## مراجع

- [1] H. Aschemann, G.V. Kostin, A. Rauh, and V.V. Saurin. "Approaches to control design and optimization in heat transfer problems." *Journal of Computer and Systems Sciences International* 49 (2010): 380-391.
- [2] F.P. Incropera. "Principles of Heat and Mass Transfer." (2013).
- [3] G.V. Grenkin, A.Y. Chebotarev, A.E. Kovtanyuk, N.D. Botkin, and K.H. Hoffmann. "Boundary optimal control problem of complex heat transfer model." *Journal of Mathematical Analysis and Applications* 433, no. 2 (2016): 1243-1260.
- [4] D.W. Hahn, and M. Necati Özisik. Heat conduction. John Wiley & Sons, 2012.
- [5] J.P. Holman. "Free convection from vertical planes and cylinders." *Heat Transfer* (2002): 321-328.
- [6] R.A. Meric. "Finite element analysis of optimal heating of a slab with temperature dependent thermal conductivity." *International Journal of Heat and Mass Transfer* 22.10 (1979): 1347-1353.
- [7] R.A. Meric. "Finite element and conjugate gradient methods for a nonlinear optimal heat transfer control problem." *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 14.12 (1979): 1851-1863.
- [8] A. Maidi, and J.P. Corriou. "Distributed control of nonlinear diffusion systems by input-output linearization." *International Journal of Robust and Nonlinear Control* 24.3 (2014): 389-405.
- [9] N. Boonkumkrong, and S. Kuntanapreeda. "Backstepping boundary control: An application to rod temperature control with Neumann boundary condition." *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering* 228.5 (2014): 295-302.
- [10] N. Özdemir, Y. Povstenko, D. Avcı, and B. Billur İskender. "Optimal boundary control of thermal stresses in a plate based on time-fractional heat conduction equation." *Journal of Thermal Stresses* 37, no. 8 (2014): 969-980.
- [11] Y. Yang, and S. Dubljevic. "Linear matrix inequalities (LMIs) observer and controller design synthesis for parabolic PDE." *European Journal of Control* 20.5 (2014): 227-236.
- [12] T.A.h Luong, K.H. Cho, M.G. Song, J.C. Koo, H.R. Choi, and H. Moon. "Nonlinear tracking control of a conductive supercoiled polymer actuator." *Soft robotics* 5, no. 2 (2018): 190-203.
- [13] S. Wan, P. Xu, K. Wang, J. Yang, and S. Li. "Real-time estimation of thermal boundary of unsteady heat conduction system using PID algorithm." *International Journal of Thermal Sciences* 153 (2020): 106395.
- [14] T.G. Alexandru, and C. Pupaza. "The development of PID temperature controllers based on FEM thermal analysis." *MATEC Web of Conferences*. Vol. 342. EDP Sciences, 2021.
- [15] S. Bennett. A history of control engineering, 1930-1955. No. 47. IET, 1993.
- [16] K.J. Astrom. "PID controllers: theory, design, and tuning." *The international society of measurement and control* (1995).
- [17] J.G. Ziegler, and N.B. Nichols. "Optimum settings for automatic controllers." *Transactions of the American society of mechanical engineers* 64.8 (1942): 759-765.
- [18] G. Cohen, and G.A. Coon. "Theoretical consideration of retarded control." *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers* 75.5 (1953): 827-834.
- [19] D.W. Pessen. "A new look at PID-controller tuning." (1994): 553-557.
- [20] D.R. Coughanowr, and L.B. Koppel. Process systems analysis and control. Vol. 2. New York: McGraw-Hill, 1965.
- [21] M. Morari, "Robust process control." *Prentice-Hall google schola* 2 (1989): 654-658.
- [22] W.K. Ho, C.C. Hang, and L.S. Cao. "Tuning of PID controllers based on gain and phase margin specifications." *Automatica* 31.3 (1995): 497-502.
- [23] S.K. Godunov, and I. Bohachevsky. "Finite difference method for numerical computation of discontinuous solutions of the equations of fluid dynamics." *Matematičeskij sbornik* 47.3 (1959): 271-306.