



Semnan University

# Journal of Modeling in Engineering

Journal homepage: <https://modelling.semnan.ac.ir/>

ISSN: 2783-2538



## Research Article

# Application of Monte Carlo Simulation (MCS) and Fuzzy Finite Element (FFEM) for Investigating the Uncertainty of Seepage in Homogeneous Earth Dams

Milad Kheiry<sup>a</sup>, Farhoud Kalateh<sup>b,\*</sup>

<sup>a</sup> PhD Graduate, Faculty of Civil Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran.

<sup>b</sup> Associate Professor, Faculty of Civil Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran.

## PAPER INFO

### Paper history:

Received: 16 December 2022

Revised: 31 July 2023

Accepted: 10 September 2023

### Keywords:

Porous medium, Galerkin finite element method (GFEM), Simulation model, Soil hydraulic conductivity, Fortran.

## ABSTRACT

In the analysis of saturated and semi-saturated soil media, the use of the finite element method results in more realistic analyses than deterministic methods due to the random nature of porous media properties. The purpose of this research is to investigate the impact of uncertainty in the prediction of seepage flow through earth dams using the Fuzzy Monte Carlo Simulation (FMCS) new hybrid algorithm, which is implemented with the help of the finite element method and monte carlo simulation. In this study, a computer program was used for Finite Element Analysis (FEA), which was definitively checked after validation with experimental results. Monte Carlo iteration loops were then used for probabilistic mode. The Fuzzy Finite Element Method (FFEM) was executed assuming the probability of the soil for four variables: soil permeability ( $K_x/K_y$ ), water height ratio ( $H_d/H_u$ ), horizontal width of downstream slope ratio to base width ( $B_d/B$ ), and horizontal width of downstream slope ratio to horizontal upstream width ( $B_d/B_u$ ). The results of this research show that the fuzzy membership function is linear-symmetric for  $K_x/K_y$  variables and linear-asymmetric for two geometric variables,  $B_d/B$  and  $B_d/B_u$ . Additionally, the membership function was extracted for  $H_d/H_u$

DOI: <https://doi.org/10.22075/jme.2023.29331.2377>

© 2024 Published by Semnan University Press.

This is an open access article under the CC-BY 4.0 license. (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

\* Corresponding author.

E-mail address: [fkalateh@tabrizu.ac.ir](mailto:fkalateh@tabrizu.ac.ir)

## How to cite this article:

Kheiry, M., & kalateh, F. (2024). Application of Monte Carlo simulation (MCS) and Fuzzy Finite Element (FFEM) for Investigating the Uncertainty of Seepage in Homogeneous Earth dams. Journal of Modeling in Engineering, 22(76), 99-114. doi: 10.22075/jme.2023.29331.2377

## بررسی عدم قطعیت تراوش از سدهای خاکی همگن با بهره‌گیری از شبیه‌سازی مونت کارلو و اجزای محدود فازی

میلاذ خیری<sup>۱</sup>، فرهود کلاته<sup>۲\*</sup>

اطلاعات مقاله	چکیده
دریافت مقاله: ۱۴۰۱/۰۹/۲۵	در تحلیل محیط خاکی به صورت اشباع و نیمه اشباع، استفاده از روش اجزای محدود فازی به علت تصادفی بودن خصوصیات خاک موجب حصول تحلیل‌های واقع‌بینانه‌تری نسبت به روش‌های تعینی می‌شود. هدف این تحقیق بررسی تأثیر عدم قطعیت در پیش‌بینی دبی نشت از سد خاکی، با به‌کارگیری الگوریتم نوترکیب شبیه‌سازی مونت کارلو فازی (FMCS) است که به کمک روش اجزای محدود تصادفی اجرا شده است. در این تحقیق از یک برنامه رایانه‌ای برای تحلیل اجزای محدود استفاده شد که بعد از صحت‌سنجی با نتایج آزمایشگاهی ابتدا به صورت قطعی و تعینی بررسی گردید. سپس از حلقه‌های تکرار مونت کارلو برای حالت احتمالاتی استفاده شد. اجزای محدود فازی با فرض احتمال وقوع رخداد تراوش در خاک برای چهار متغیر نفوذپذیری خاک $(Kx/Ky)$ ، نسبت ارتفاع آب $(Hd/Hu)$ ، نسبت عرض افقی پایین‌دست به عرض قاعده $(Bd/B)$ و نسبت عرض افقی پایین به عرض بالادست $(Bd/Bu)$ اجرا گردید. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که تابع عضویت فازی برای متغیرهای $Kx/Ky$ به صورت خطی-مقارن و برای دو متغیر هندسی $Bd/B$ و $Bd/Bu$ خطی-غیرمقارن است و همچنین تابع عضویت $Hd/H$ به صورت غیرخطی-غیرمقارن برای تراوش می‌باشد.
بازنگری مقاله: ۱۴۰۲/۰۵/۰۹	
پذیرش مقاله: ۱۴۰۲/۰۶/۱۹	
<b>واژگان کلیدی:</b> محیط متخلخل، اجزای محدود گالرکین، مدل شبیه‌سازی، هدایت‌پذیری خاک، برنامه‌نویسی فرترن.	

DOI: <https://doi.org/10.22075/jme.2023.29331.2377>

© 2024 Published by Semnan University Press.

This is an open access article under the CC-BY 4.0 license. (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

### ۱-مقدمه

و ابهام در داده‌های ورودی است. این رویکرد مبتنی بر ایده نمایش داده‌های ورودی به صورت مجموعه‌های فازی و استفاده از منطق فازی است. استفاده از مجموعه‌های فازی و منطق فازی امکان نمایش واقعی‌تری از داده‌های ورودی را فراهم می‌کند و تجزیه و تحلیل دقیق‌تری از سیستم ارائه می‌دهد. به‌طور کلی روش‌های تحلیل عدم قطعیت در مهندسی عبارت‌اند از: روش تحلیل حساسیت، روش تحلیل خطا، روش تحلیل احتمال‌اندیشانه، تحلیل فازی و اجزای محدود تصادفی.

هزینه ساخت سدهای خاکی و بتنی و بهره‌برداری از آن‌ها بسیار بالا است و شکست آن منجر به پیامدهای جبران‌ناپذیر اقتصادی و انسانی می‌شود [۱]. از طرف دیگر با توجه به شرایط حاکم آب و هوایی و کمبود آب قابل‌استفاده، توجه در بهره‌برداری از منابع ذخیره آب مانند سدها برای هر کشور ضرورتی اجتناب‌ناپذیر است [۲-۴]. تجزیه و تحلیل اجزای محدود فازی شامل استفاده از مجموعه‌های فازی و منطق فازی برای مقابله با عدم قطعیت

\* پست الکترونیک نویسنده مسئول: [fkalateh@tabrizu.ac.ir](mailto:fkalateh@tabrizu.ac.ir)

۱. دانش‌آموخته دکترای عمران آب و سازه‌های هیدرولیکی، دانشکده مهندسی

عمران، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران

۲. دانشیار گروه آب، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران

استناد به این مقاله:

شامل هزار مورد را با استفاده از روش المان محدود مرزی مقیاس شده (SBFEM) برای تحلیل تراوش در زیر یک سازه بتنی ایجاد کردند و از آن‌ها برای تحلیل احتمالاتی نشت استفاده نمودند. [۱۷]. در پژوهشی مروری به سال ۲۰۲۲ روش‌های عددی تحلیل جهت به دست آوردن نشت و محاسبه فشار منفذی برای سدهای خاکی از سال ۲۰۰۵ تا ۲۰۲۲ مورد بررسی قرار گرفتند و مدل‌های بهینه از بین مدل‌های حاضر برای پیش‌بینی تراوش از سد معرفی و مقایسه شد [۱۸].

خیری و کلاته در سال ۲۰۲۳ روش‌های اجزای محدود احتمالاتی مبتنی بر شبیه‌سازی مونت کارلو را بررسی کرده و تحلیل تاریخیچه زمانی برای روش‌های تحلیل سدهای خاکی غیراشباع را ارائه دادند [۱۹].

در سال ۲۰۲۳ فنگ و همکاران از روش اجزای محدود تصادفی (RFEM) برای تحلیل یک سد سنگریزه‌ای با دیواره رسی استفاده کردند که در آن مشخصات خاک بدنه به‌عنوان متغیر تصادفی برای مدل سه‌بعدی فرض شده بود [۲۰].

شیراگو و همکاران [۲۱] در سال ۲۰۲۳ تحلیل عدم قطعیت و قابلیت اعتماد سد خاکی را با روش مونت کارلو انجام دادند و پایداری احتمالاتی سد را با در نظر گرفتن عدم قطعیت خاک محاسبه نمودند.

اهداف کلی تحقیق حاضر عبارت است از: الف) تحلیل عدم قطعیت با فرض احتمالاتی بودن مصالح سد و اثرات آن بر روی تراوش با کمک روش مونت کارلو در فاز اول تحقیق ب) محاسبه نشت با فرض فازی بودن داده‌های به‌دست‌آمده از شبیه‌سازی مونت کارلو.

## ۲- مواد و روش‌ها

### ۲-۱- روش محاسباتی

جهت حل عددی معادله تراوش در محیط خاکی، اسمیت و گریفیت کدی را در زبان برنامه‌نویسی فرترن نگارش نموده اند [۲۲] که دبی و بار هیدرولیکی را در بدنه سد خاکی همگن یا ناهمگن محاسبه نماید که در تحقیق حاضر این کد توسعه داده شده است. این کد فرترن برای حل معادلات تراوش برگرفته از کد تحلیل اجزای محدود مکانیک جامدات است. این کد بر اساس معادلات بخش ۱-۲

در روش تحلیل حساسیت برای شناسایی پارامترهای حساس در مدل‌های مهندسی استفاده می‌شود. با تغییر پارامترهای ورودی، تأثیر آن‌ها بر خروجی مدل بررسی می‌شود [۶-۵]. در روش تحلیل خطا، با مقایسه خروجی مدل با داده‌های آزمایشگاهی یا داده‌های واقعی، خطاهای موجود در مدل شناسایی می‌شوند [۷].

در روش تحلیل احتمال‌اندیشانه، با در نظر گرفتن توزیع احتمالی پارامترهای ورودی، تابع توزیع احتمالی به‌عنوان خروجی مدل بررسی می‌شود و در روش تحلیل فازی با در نظر گرفتن مقادیر فازی برای پارامترهای ورودی، تابع عضویت خروجی تعیین می‌گردد [۹-۸].

در روش تحلیل اجزای محدود تصادفی با در نظر گرفتن توزیع احتمالی پارامترهای ورودی، تحلیل اجزای محدود برای خروجی مدل انجام می‌شود که در این تحقیق مطابق شکل (۱) از ترکیبی از روش‌های احتمال‌اندیشانه و اجزای محدود فازی استفاده می‌شود [۱۰].

لیو و همکاران در سال ۲۰۱۹ از روش المان محدود تصادفی (RFEM<sup>۲</sup>) جهت تحلیل نشت به‌صورت دوبعدی در حالت ماندگار یک خاک‌ریز استفاده کردند و با توجه به نشت پایداری آن را بررسی نمودند [۱۱]. النداوای از روش المان محدود برای حل معادلات دیفرانسیل حاکم مربوط به نشت در سد هرمین<sup>۳</sup> استفاده کرد [۱۲].

در سال ۲۰۲۰ احمد و همکاران از «روش خود پتانسیل<sup>۴</sup>» و زنجیره‌ی مونت کارلو مارکوف برای پیش‌بینی دبی تراوش در سد خاکی بهره بردند [۱۳].

کماسی و همکاران، تحلیل اجزای محدود سد خاکی را با نرم‌افزار ژئواستادیو و باهدف بهینه‌سازی ابعاد زهکش انجام دادند و حداقل ضریب اطمینان سد را با طرح سناریوهای مختلف برای زهکش محاسبه کردند [۱۴].

در سال ۲۰۲۰ کلاته و حسین نژاد از روش اجزای محدود فازی (FFEM) برای همبسته محیط متخلخل اشباع استفاده کردند، آن‌ها برای حل معادلات هیدرومکانیکال حاکم بر مسئله از معادله بایوت استفاده کردند [۱۵].

فوکوموتو و همکاران جریان تراوش از خاک ماسه‌ای اشباع را با روش پیشرفته شبکه‌بندی جفت شده<sup>۵</sup> بولتزمن و روش اجزای محدود (FEM) حل کردند [۱۶].

جوهری، حیدری و طالبی در سال ۲۰۲۱ پایگاه داده‌ای

<sup>۴</sup> Streaming Potential field

<sup>۵</sup> Coupled

<sup>۲</sup> Randon Finite Element Method

<sup>۳</sup> Hemin

نوشته شده است.

برای حل ریاضی تراوش معادله مرسوم رابطه لاپلاس است و بیانی از معادله لاپلاس، که برای تحلیل جریان نشت آب از ناحیه تحتانی سازه‌های هیدرولیکی و بدنه خاکریز و سد سنگریزه‌ای استفاده می‌شود به صورت زیر است:

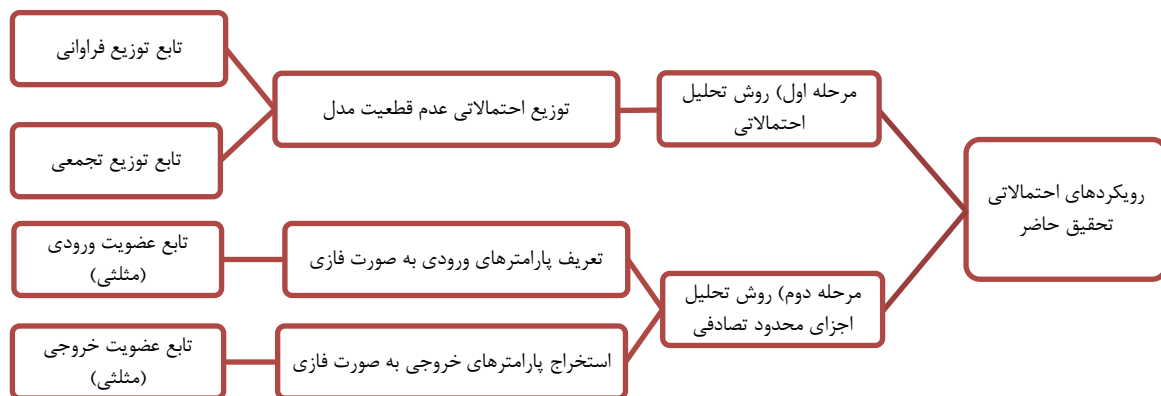
$$k_x \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = q \quad (1)$$

در معادله (۱)،  $K_x$  و  $K_y$  به ترتیب هدایت هیدرولیکی خاک در دو جهت افقی و قائم (متر بر ثانیه)،  $h$  پتانسیل آب در خاک (متر) و  $q$  دبی جریان ورودی به خاک (مترمکعب بر ثانیه در واحد سطح) است.  $\phi$  تابع پتانسیل جریان سیال و یا هد کل است. اگر دبی ورودی به توده

خاک وجود داشته باشد علامت  $q$  مثبت است و برعکس اگر دبی خروجی وجود داشته باشد، علامت  $q$  منفی خواهد بود. معادله بالا برای جریان در شرایط دائمی و خاک همگن استفاده می‌شود. با استفاده از روش اجزای محدود و گسسته سازی معادلات، معادله دیفرانسیل پاره‌ای فوق به دستگاه معادلات جبری زیر تبدیل می‌شود:

$$[k_c]\{\phi\} = \{q\} \quad (2)$$

در معادله ۴،  $[K_c]$  ماتریس ضرایب متقارن و  $\{\phi\}$  بردار مقادیر گرمی مجهول هد آب و  $\{q\}$  بردار جریان‌های ورودی یا خروجی از گره‌های مرزی (در قلمرو حل) هستند [۲۲].



شکل ۱ - روش‌های احتمالاتی مورد استفاده در تحقیق حاضر جهت تحلیل تراوش.

معادله نفوذ فازی در محیط متخلخل به شکل زیر است:

$$\vec{f} = \nabla \cdot (\vec{k} \nabla h) \quad (4)$$

و  $\vec{f}$  نیز همانند رابطه قبلی تابع منبع/مصرف اما به صورت فازی است. روش المان محدود فازی شامل گسسته سازی دامنه  $\Omega$  به المان‌های محدود، و تقریب سرعت هیدرولیکی فازی  $\vec{h}(x)$  با استفاده از توابع شکل فازی است. توابع شکل فازی برای هر المان محدود تعریف شده‌اند و برای تقریب سرعت هیدرولیکی فازی در گره‌های المان محدود استفاده می‌شوند. در ادامه فرمول‌بندی ریاضی اجزای محدود فازی در تجزیه تراوش را بیان می‌کنیم:

الف) فزیندی پارامترهای نامعین:

پارامتر هدایت هیدرولیکی خاک را در نظر بگیریم که یک پارامتر نامعین است. می‌توانیم هدایت هیدرولیکی را با استفاده از مجموعه فازی  $K(x)$  نمایش دهیم، جایی که  $x$

## ۲-۲-۲ اجزای محدود فازی

در این تحقیق، چهار ویژگی سد خاکی به‌عنوان مجموعه‌های فازی مدل‌سازی می‌شوند که شامل مشخصات مصالح، هندسه سد و نفوذپذیری خاک است که با استفاده از قواعد منطق فازی، تحلیل و بررسی می‌شوند.

فرض کنید  $\Omega$  دامنه موردنظر باشد و  $\Omega h$  شبکه المان محدودی از  $\Omega$  با گره‌های  $\{xi\}$  و المان‌های  $\{Tj\}$  باشد.  $h(x)$  سرعت هیدرولیکی در نقطه  $x$  در محیط متخلخل باشد و  $\vec{h}(x)$  سرعت هیدرولیکی فازی در نقطه  $x$  باشد. سرعت هیدرولیکی فازی  $\vec{h}(x)$  به‌عنوان یک مجموعه فازی بر روی  $\Omega$  تعریف می‌شود، با تابع عضویت  $\mu(x)$  که درجه عضویت  $x$  در  $\vec{h}$  را نشان می‌دهد.

معادله نفوذ در محیط متخلخل به صورت زیر است:

$$\nabla \cdot (k \nabla h) = f \quad (3)$$

که در آن  $k$  هدایت هیدرولیکی و  $f$  تابع منبع / مصرف است.

$$\mathbb{E}(g(X)) = \int_{x \in X} g(x) f_X(x) dx \quad (13)$$

و اگر  $X$  پیوسته مفروض شود و  $n$  نمونه از  $X$  شامل  $X_1$  تا  $X_n$  در نظر گرفته گردد،  $g(X)$  میانگین نمونه‌ها است. پس داریم:

$$\bar{g}_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n g(x_i) \quad (14)$$

به‌طور جایگزین، برای متغیر تصادفی می‌توان گفت:

$$\bar{g}_n(X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n g(X) \quad (15)$$

محاسبه‌گر مونت‌کارلو برای  $\mathbb{E}(g(X))$  فراخوانده می‌شود و اگر  $\mathbb{E}(g(X))$  وجود دارد، در نقطه مربوط فرم ضعیف مقادیر دست بالا<sup>۶</sup> بیان می‌کند که برای هر مقدار ناچیز  $\epsilon$  داریم [۲۵]:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(|\bar{g}_n(X) - \mathbb{E}(g(X))| \geq \epsilon) = 0 \quad (16)$$

قاعده LLN<sup>۷</sup> بیانی دیگر از رابطه بالا است. بیان می‌کند که اگر اندازه  $n$  بزرگ باشد و  $\bar{g}_n(x)$  از روش مونت‌کارلو مشتق گردد و همچنین نزدیک به مقدار  $\mathbb{E}(g(X))$  باشد. داریم:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(\bar{g}_n(X)) &= \mathbb{E}\left\{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n g(X_i)\right\} \\ &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbb{E}g(X_i) = \mathbb{E}g(X) \end{aligned} \quad (17)$$

در فاز اول از تحقیق، برای اجرای تحلیل احتمال‌اندیشانه، از حلقه‌های تکراری شبیه‌سازی مونت‌کارلو استفاده شده است. به‌منظور اطمینان از همگرایی برنامه، یک زیر برنامه ایجاد شده است که به‌طور مداوم برای همه اجزا در یک حلقه اجرا می‌شود. این زیر برنامه اختلاف عددی هد هیدرولیکی به‌دست‌آمده در تکرار  $n$  را با مقدار منتج از تکرار  $n-1$  مقایسه می‌نماید و اگر این اختلاف کمتر از خطای قابل قبول باشد، برنامه متوقف می‌گردد. در بخش بعدی الگوریتم، داده‌های به‌دست‌آمده از اجرای فاز اول با استفاده از روش اجزای محدود تصادفی برای تعیین اثرات متغیرهای فازی در دبی تراوش تحلیل می‌شوند.

#### ۲-۴- صحت‌سنجی مدل عددی

مدل‌های عددی برای کسب اطمینان از اعتبار خروجی روند حصول نتایج، نیازمند مقایسه با مدل‌های آزمایشگاهی و یا

مختصات فضایی است. تابع عضویت مجموعه فازی  $K(x)$  به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mu_K(x, k) = \exp\left[-\frac{(\ln k - \ln K(x))^2}{(2\sigma^2)}\right] \quad (9)$$

که  $k$  مقدار دقیق هدایت هیدرولیکی است،  $K(x)$  مقدار فازی هدایت هیدرولیکی در مختصات فضایی  $X$  است و  $\sigma$  انحراف معیار عدم قطعیت است. (ب) توسعه مدل المان محدود:

مدل المان محدود برای تجزیه تراوش می‌تواند با استفاده از معادلات حاکم تراوش مانند قانون دارسی و معادله پیوستگی توسعه یابد. مدل المان محدود فازی را می‌توان به‌صورت زیر نمایش داد:

$$S(x) = (K(x) \nabla h(x)) \cdot \nabla \quad (10)$$

که  $h(x)$  سرعت هیدرولیکی در مختصات فضایی  $X$  است و  $S(x)$  تابع منبع/مصرف. هدایت هیدرولیکی  $K(x)$  توسط مجموعه فازی تعریف شده در مرحله الف نشان داده می‌شود.

(ج) حل مدل المان محدود فازی:

مدل المان محدود فازی می‌تواند با استفاده از حساب فازی حل شود. حل می‌تواند به‌صورت مجموعه فازی  $H(x)$  نمایش داده شود، جایی که تابع عضویت مجموعه فازی  $H(x)$  به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} \mu_H(x, h) & \\ &= \exp\left[-\frac{(h - H(x))^2}{2\delta^2}\right] \end{aligned} \quad (11)$$

که  $h$  مقدار دقیق سرعت هیدرولیکی است،  $H(x)$  مقدار فازی سرعت هیدرولیکی در مختصات فضایی  $X$  است و  $\delta$  انحراف معیار عدم قطعیت است. [۲۳-۲۴].

#### ۲-۳- روش مونت‌کارلو

اگر متغیر احتمالاتی  $X$  را به‌عنوان متغیر اصلی در نظر بگیریم، تابع چگالی احتمالاتی به‌صورت  $f_X(x)$  است که پاسخ‌های سیستم مورد انتظار به‌صورت تابع  $g$  از  $X$  تعریف می‌شود:

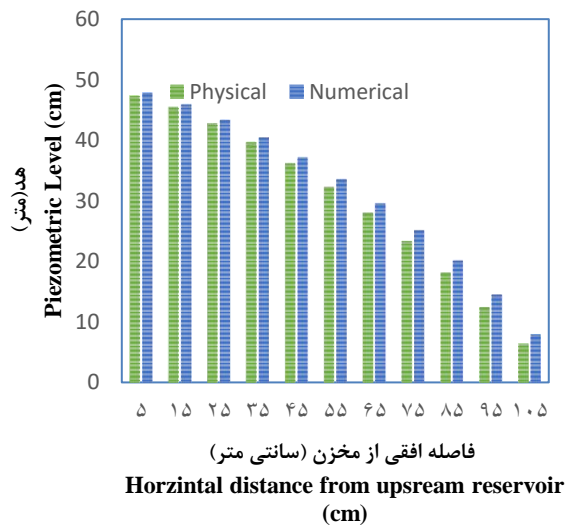
$$\mathbb{E}(g(X)) = \sum_{x \in X} g(x) f_X(x) \quad (12)$$

که اگر  $X$  گسسته فرض شود، داریم:

<sup>7</sup> The Law of Large Numbers (LLN)

<sup>6</sup> Weak law of large numbers

بسیار جزئی و در حدود ۰/۳۱ درصد است.



شکل ۴- مقایسه نتایج مدل آزمایشگاهی با مدل عددی تحقیق حاضر.

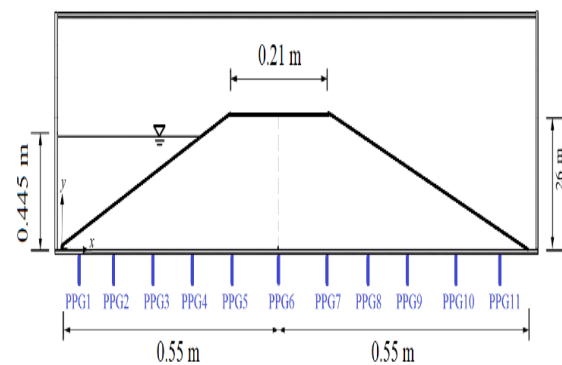
جدول ۱- مقایسه دبی نشت به‌دست‌آمده از مدل آزمایشگاهی [۲۶] و مدل تحقیق حاضر.

درصد خطا	اختلاف دو مدل	دبی نشت (مدل آزمایشگاهی)	دبی نشت (تحقیق حاضر)
%	$\times 10^{-7} \times \text{m}^3/\text{s}$	$\times 10^{-7} \times \text{m}^3/\text{s}$	$\times 10^{-7} \times \text{m}^3/\text{s}$
۰/۳۱	۰/۰۲	۴/۸۵	۴/۸۳

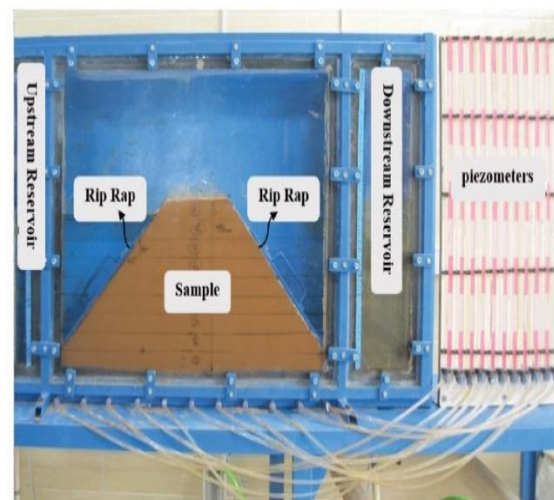
## ۲-۵- اجرای روش تحلیل احتمال‌اندیشانه مبتنی بر مونت کارلو (فاز اول)

در تحقیق حاضر برای کد محاسباتی در چند قسمت از حلقه‌های تکرار استفاده شده است که یکی از بخش‌های اساسی، حلقه تکرار اعمال شبیه‌سازی مونت کارلو است. همچنین مطابق شکل (۵) برای بررسی همگرایی زیر برنامه‌ای برای همه اجزا (المان‌ها) به صورت متصل حلقه‌ای ایجاد شده است که اختلاف بار هیدرولیکی به‌دست‌آمده در تکرار  $n$  را با مقدار متناظر آن در تکرار  $n-1$  مقایسه می‌کند و در صورتی که این اختلاف از خطای مجاز کمتر باشد برنامه متوقف می‌شود و خاتمه می‌یابد. در واقع این روند بررسی همگرایی، برای هر اجرای شبیه‌سازی مونت کارلو پردازش می‌شود که موجب افزایش زمان دستیابی به نتایج نسبت به حالت تعیینی می‌گردد. در قسمت بعدی از الگوریتم تحقیق، داده‌های به‌دست‌آمده از اجراهای مکرر برنامه فرترن در قالب اجزای محدود تصادفی به روابط بین تنش مؤثر و مؤلفه‌های ورودی تبدیل می‌شوند.

صحرائی هستند. در تحقیق حاضر برای صحت سنجی از مدل آزمایشگاهی کوه‌پیما و همکاران مربوط به سال [۲۶] استفاده شد که در یک فلوم به ابعاد ۱/۱، ۱ و ۰/۱۵ متر به ترتیب برای طول، ارتفاع و عرض تانک اجرا شده بود. ابعاد مدل‌سازی فیزیکی به صورت کوچک‌مقیاس ولی دانه‌بندی برمبنای مصالح واقعی انتخاب شد. برای مدل‌سازی تراوش از مخزن آبی استفاده گردید که مجهز به ۱۱ پیزومتر به فاصله‌های افقی ۱۰ سانتی‌متر از یکدیگر در کف و دو سر ریز لوله‌ای در مخزن‌های پایین دست و بالادست برای تنظیم تراز آب است (شکل ۳ و ۲).

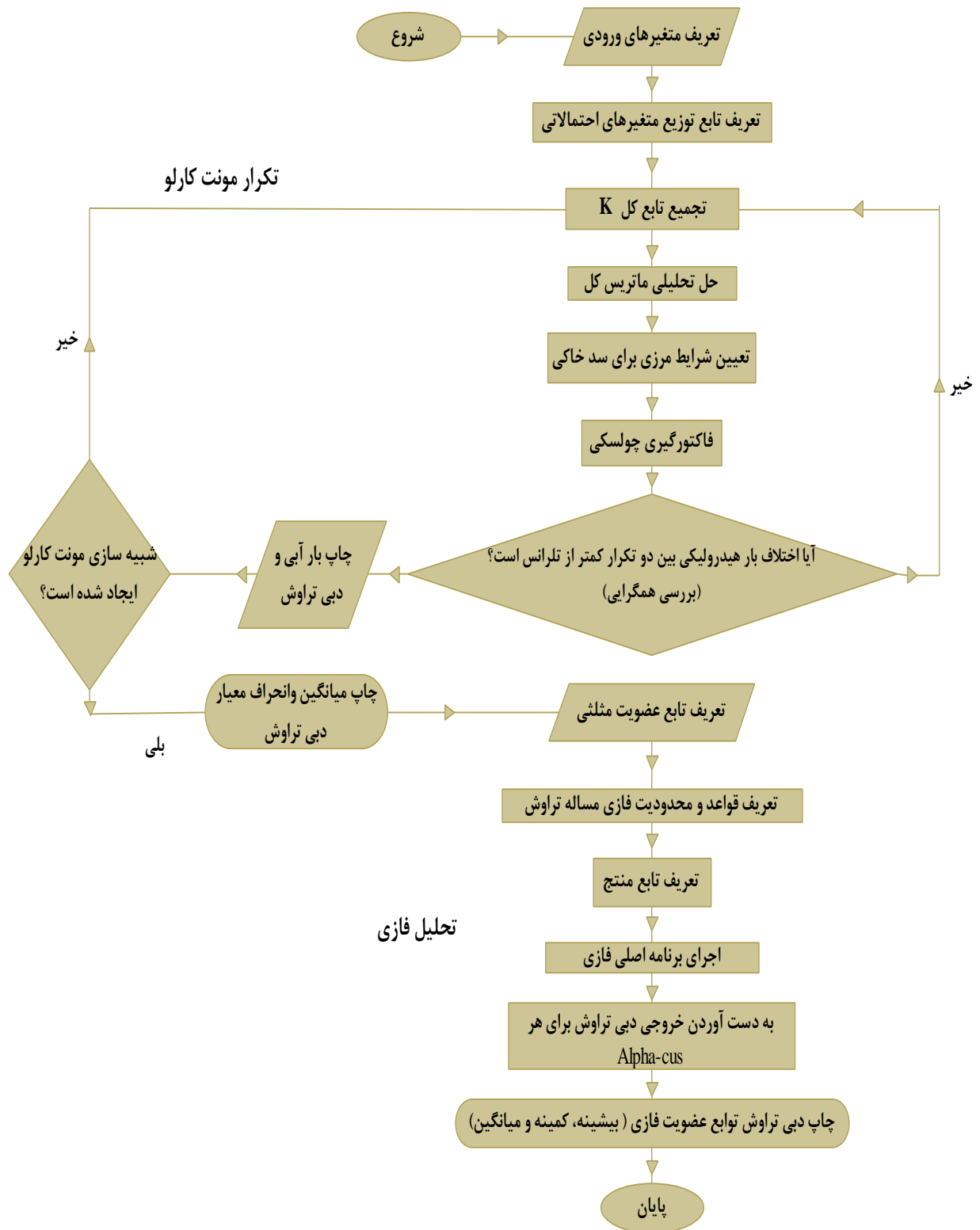


شکل ۲- نمای جانبی از مدل آزمایشگاهی کوه‌پیما و همکاران [۲۶].



شکل ۳- فلوم مورد بررسی در مدل آزمایشگاهی [۲۶].

میزان نشت در ارتفاع ۰/۴۹۵ متر از کف مخزن و برای بدنه سد با مشخصات شکل (۱) محاسبه و نتایج با مدل‌های به‌دست‌آمده از کد فرترن مقایسه شد. همچنین، بار فشاری (پیزومتری) مدل عددی و آزمایشگاهی مقایسه شد (شکل ۴). مطابق جدول ۱، اختلاف بین مقادیر عددی به‌دست‌آمده از برنامه فرترن و داده آزمایشگاهی برای مؤلفه نشت از سد



شکل ۵- الگوریتم ترکیبی اجزای محدود تصادفی مبتنی بر شبیه‌سازی مونت کارلو در تحقیق حاضر.

## ۲-۶- اجرای روش فازی (فاز دوم)

بر اساس مفهوم کلی تحلیل اجزای محدود مبتنی بر مجموعه‌های فازی و منطق فازی، مراحل اصلی به شرح زیر است:

الف) تعریف متغیرهای فازی و غیرفازی: اولین گام، تعریف مسئله و تعیین داده‌های ورودی موردنیاز برای تجزیه و تحلیل است. در این تحقیق از چهار مؤلفه به‌عنوان متغیرهای فازی استفاده شده است که عبارت‌اند از:

نسبت هدایت هیدرولیکی افقی به عمودی ( $K_x/K_y$ )، نسبت سطح آب پایین‌دست به مخزن ( $H_d/H_u$ )، نسبت فاصله تاج از پاشنه به عرض قاعده سد ( $B_d/B$ )، نسبت فاصله تاج از پاشنه به فاصله تاج از نوک ( $B_d/B_u$ ).

این متغیرهای فازی که شامل مشخصات مصالح تشکیل‌دهنده سد در جهت محورهای مختصاتی، سطوح آب پایین‌دست و بالادست و هندسه سد خاکی هستند به‌صورت مجموعه فازی مثلی شکل انتخاب شده‌اند. باقی متغیرها به‌عنوان متغیرهای تعینی فرض می‌شوند.

ب) تعریف توابع عضویت: مرحله بعدی تعریف مجموعه‌های فازی برای داده‌های ورودی است. این شامل تعریف توابع عضویت برای هر متغیر ورودی است که نشان‌دهنده درجه عضویت هر مقدار در مجموعه فازی است. در تحقیق حاضر توابع عضویت چهار متغیر فازی به شکل (۶) است.

ج) ایجاد مدل المان محدود: مرحله بعدی ایجاد مدل المان محدود سیستم با استفاده از کدنویسی در زبان فرترن و با فرض جریان داریسی نگارش شده است.

د) انجام تحلیل اجزای محدود فازی: مرحله بعدی انجام تحلیل اجزای محدود فازی با استفاده از مجموعه‌های فازی تعریف شده و منطق فازی است. این شامل حل معادلات اجزای محدود برای هر عنصر با استفاده از مجموعه‌های فازی و منطق فازی است.

ذ) چاپ خروجی: مرحله نهایی تجزیه و تحلیل نتایج اجزای محدود فازی و نتیجه‌گیری در مورد رفتار سیستم سد و مخزن در شرایط مختلف است. در این مرحله یک تحلیل حساسیت بر روی خروجی‌ها انجام می‌گردد که از صحت نتایج دبی اطمینان حاصل گردد. سپس توابع عضویت به‌دست‌آمده برای دبی تراوش بر اساس چهار متغیر فازی مرحله (ب) رسم می‌گردد.

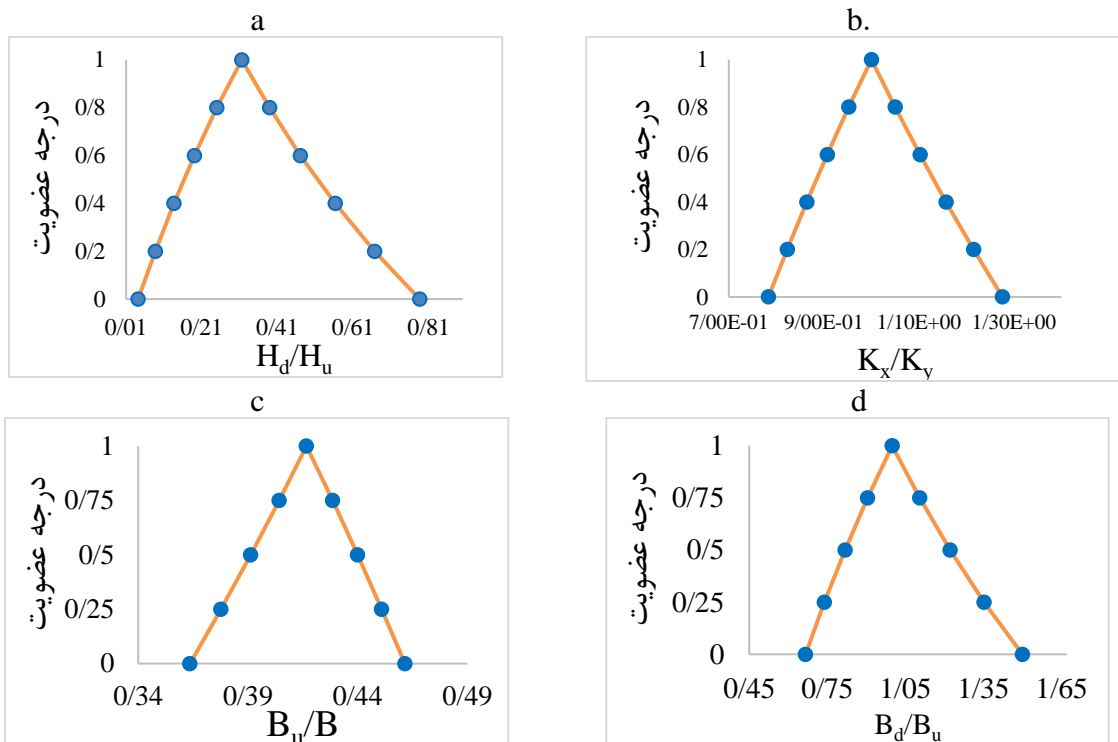
قابل‌ذکر است که برای انتخاب هندسه‌های مختلف سد خاکی علاوه بر استفاده از اطلاعات آماری سدهای در دست بهره‌برداری از قیودات مربوط به ضریب اطمینان در مورد پایداری شیروانی‌ها [۲۷] استفاده گردید و برای چهار پارامتر فازی  $K_x/K_y$ ،  $H_d/H_u$ ،  $B_d/B$  و  $B_d/B_u$  محدوده معینی تعیین شد که ناپایداری احتمالی در سد و در شیب‌های بالا و پایین‌دست حادث نشود. در واقع با بهره‌گیری از دو منبع آمار متغیرهای هندسی در سدهای حاضر (۵۰ سد) و روابط مربوط به پایداری در برابر لغزش، بازه محدودی برای هر متغیر لحاظ گردید.

## ۲-۷- مدل تعینی-فازی و مونت‌کارلو-فازی

در تحقیق حاضر از دو فاز برای اجرای پژوهش استفاده شده است. در فاز اول تحقیق از روش مونت‌کارلو استفاده گردیده است که یکی از انواع روش‌های پرکاربرد در تحلیل عدم قطعیت است و قبل از اجرای کد، باید میانگین و انحراف معیار متغیر تصادفی (متغیرهای ورودی) تعیین شود. در این مرحله متغیر تصادفی ورودی ضریب هدایت‌پذیری است و دیگر متغیرها تعینی محسوب می‌شوند و متغیر خروجی تصادفی، دبی است. در این تحقیق، متغیر هدایت هیدرولیکی خاک به‌عنوان یک متغیر غیرقطعی با میانگین و انحراف معیار مدل شده است. روش مونت‌کارلو با ۲۰۰۰ تکرار اجرا گردیده و برخلاف تحلیل تعینی که یک مقدار برای خروجی تولید می‌کند، مقادیر خروجی دبی تراوش به تعداد تکرارها به دست آمدند. برای نمایش نتایج استفاده از تابع توزیع فراوانی (PDF) استفاده شده است. در مقاله حاضر برنامه‌ای بر اساس روش اجزای محدود در زبان برنامه‌نویسی فرترن توسط نگارنده توسعه داده شده است که معادلات لاپلاس را با فرض عدم قطعیت مؤلفه‌های ورودی و خروجی حل می‌کند. در واقع، در کد قبلی مربوط به تراوش، نفوذپذیری خاک به‌صورت تعینی در نظر گرفته شده است که در این تحقیق به‌صورت احتمال‌اندیشانه بررسی می‌شود. در حالت تعینی خروجی برنامه شامل سه ستون است که عبارت‌اند از: شماره گره، بار آبی و دبی تخلیه گره که در یک فایل<sup>۸</sup> متنی چاپ می‌شود؛ اما در حالت احتمال‌اندیشانه به دلیل کاهش حجم پرونجا خروجی دبی تراوش ورودی و خروجی برای هر گام تکرار ایجاد و مقدار دبی به تعداد تکرارها منتشر می‌شود.

<sup>8</sup> File

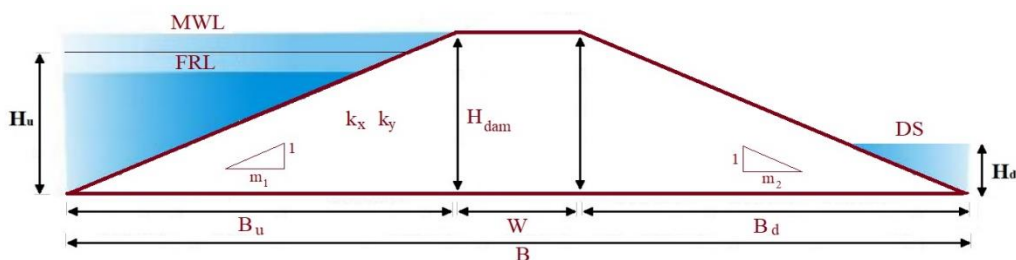




شکل ۶- توابع عضویت متغیرهای ورودی در تحلیل فازی.

است و جنس مصالح آن از نوع شنی رسی (SC) است. در مش بندی اجزای محدود تحقیق، همه مدل‌ها دارای المان‌های چهارگره‌ای هستند که برای شرایط مرزی بالادست از نقاط پتانسیل گرهی ثابت به اندازه ارتفاع سطح مخزن استفاده و سطح آب پایین دست نیز متناسب با ارتفاع آب با گره‌هایی ثابت در نظر گرفته شد.

در روش‌های احتمال‌اندیشانه مبتنی بر روش محاسباتی مونت کارلو، تعداد تکرار شبیه‌سازی دارای اهمیت است که بر اساس میانگین (دینامیک) نتایج حاصل از تحلیل‌ها و برای سطح مشخصی از خطای مورد قبول انتخاب می‌شود. در همه تحلیل‌ها در این تحقیق تعداد تکرارها ۲۰۰۰ است که سطح خطای مورد نظر را ارضا می‌کند. مدل پایه برای شبیه‌سازی یک سد خاکی با ابعاد شکل (۷)



شکل ۷- شرایط مرزی سد خاکی در مدل عددی اولیه.

نشت ورودی و خروجی بیان می‌شود (در حالت تعیینی این دو مقدار معادل هم هستند). بعد از انجام تحلیل تراوش فشار آب منفذی حاصل با استفاده از برنامه تک پلات ۳۶۰<sup>۱</sup> به کانتور تبدیل می‌شود. کانتور فشار منفذی سیال برای

### ۳- بحث و نتایج

#### ۳-۱- تحلیل خروجی مدل‌سازی تعیینی

ابتدا برنامه نوشته شده در زبان فرترن را با فرض ثابت بودن مقادیر نفوذپذیری مصالح اجرا و نتایج به صورت دو جریان

<sup>۱</sup> Tecplot 360

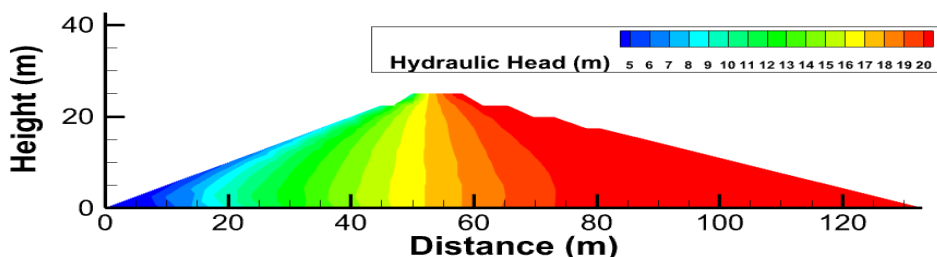
نتایج صرف‌نظر شده و میانگین دبی تراوش لحاظ می‌شود. در واقع و فقط میانگین دبی به‌دست‌آمده از تحلیل احتمالاتی موردنظر است و بر همین مبنا سطوح آب مخزن و پایین‌دست تغییر یافته تا در حالت احتمال‌اندیشانه حساسیت کد فرترن به تغییرات شرایط مخزن و پایین‌دست بررسی شود. نتایج حاکی از این است که با افزایش نسبت  $H_d/H_{up}$  مقدار میانگین دبی نشت خروجی کاهش پیدا می‌کند اما این تغییر در همه شرایط نزولی نیست، در واقع در حدفاصل بین نسبت  $0/09$  و  $0/14$  از ارتفاع سد ملاحظه می‌شود که با افزایش  $H_d/H_{up}$  میانگین نشت حالت افزایشی دارد که بیانگر این است که رفتار تابع غیرخطی است. در سه سطح هدایت هیدرولیکی  $0/333$ ،  $0/349$  و  $0/367$  (۶)  $\times 10$  تابع نشت رفتار تقریباً یکسانی دارد.

حالت اتمام مدل‌سازی در حالت تعیینی برای سه حالت سطح آب بالادست ۲۱، ۲۲ و ۲۳ متر و پایین‌دست ۳، ۴ و ۲ متر در شکل (۸) ترسیم شده است. به‌طور کلی تأثیر مؤلفه افقی نفوذپذیری ( $K_x$ ) از مؤلفه قائم آن ( $K_y$ ) بر دبی نشت بیشتر است.

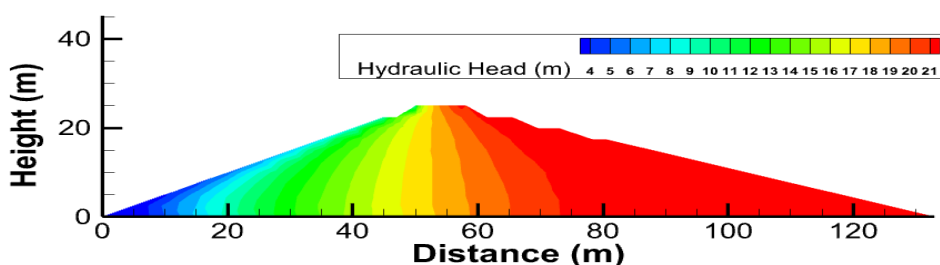
### ۳-۲- تحلیل خروجی مدل‌سازی احتمال‌اندیشانه

بالعکس حالت تعیینی که هدایت هیدرولیکی ثابت فرض می‌شود، در مدل احتمال‌اندیشانه و روش مونت‌کارلو به‌جای ثابت بودن ضریب هدایت هیدرولیکی، میانگین و انحراف معیار آن در محاسبات وارد می‌شود. به‌طوری‌که در شروع مدل‌سازی، سد به‌صورت همگن در نظر گرفته و کد توسعه داده‌شده در حالت احتمال‌اندیشانه اجرا گردید. برای مقایسه خروجی مدل‌های احتمالاتی از انحراف معیار و واریانس

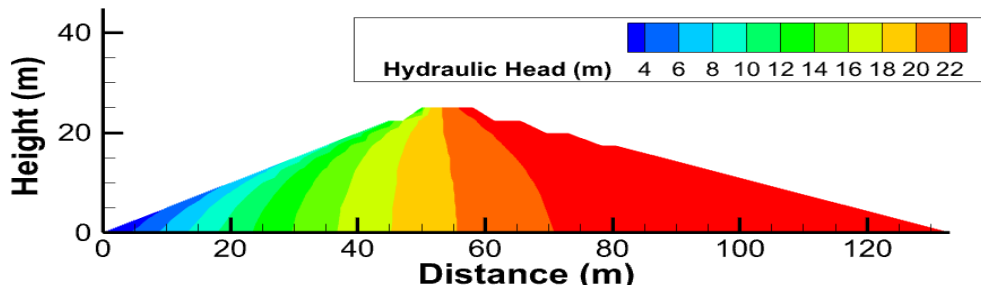
$H_d = 4$   
m,  
 $H_u = 21$   
m



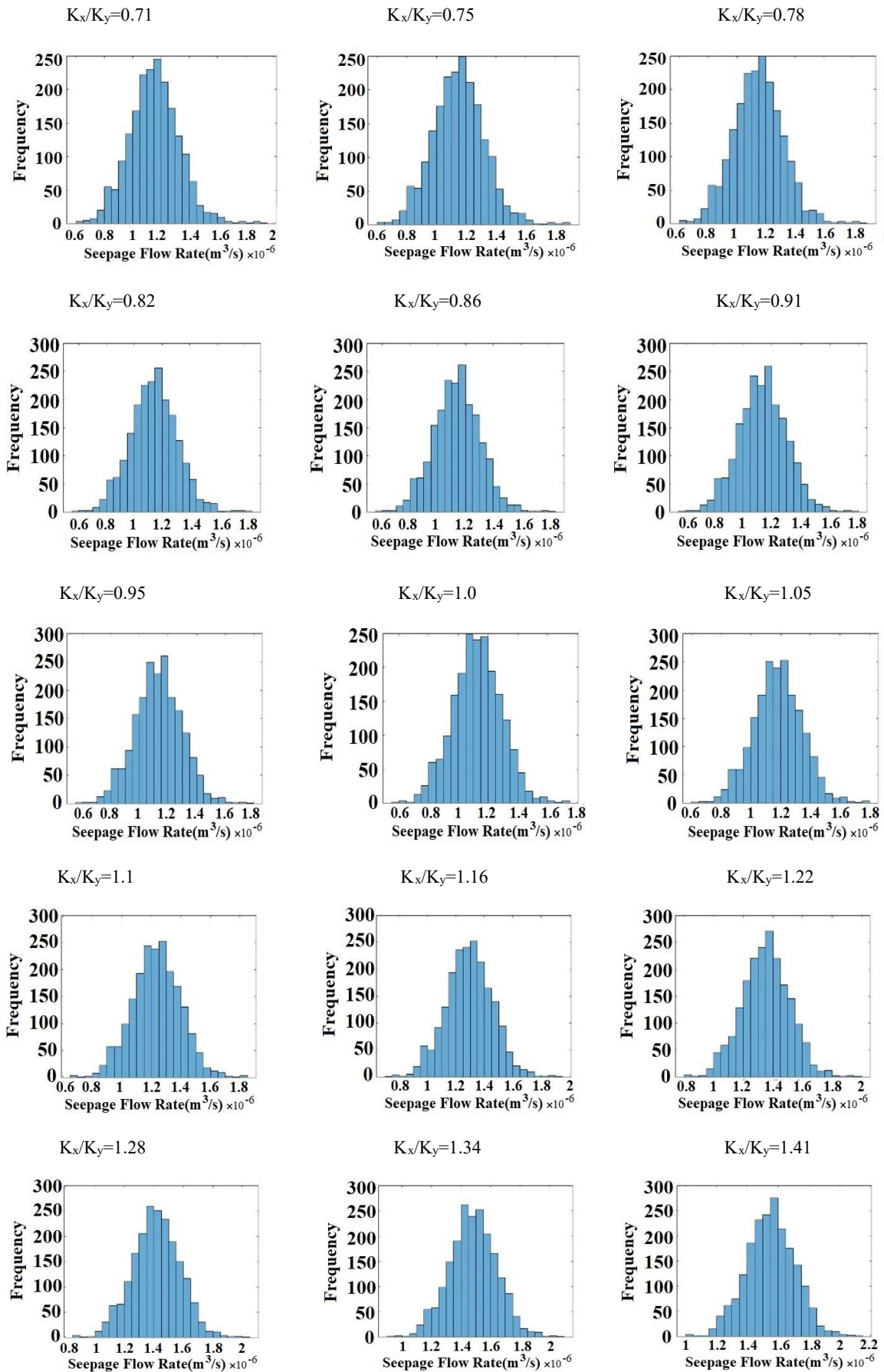
$H_d = 3$   
m,  
 $H_u = 22$   
m



$H_d = 2$   
m,  
 $H_u = 23$   
m



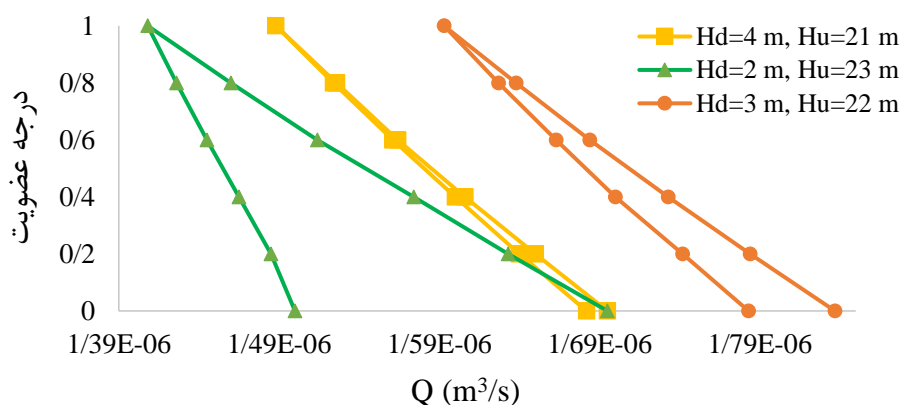
شکل ۸- کانتور فشار آب منفذی برای سد حاکی در تحلیل تعیینی.



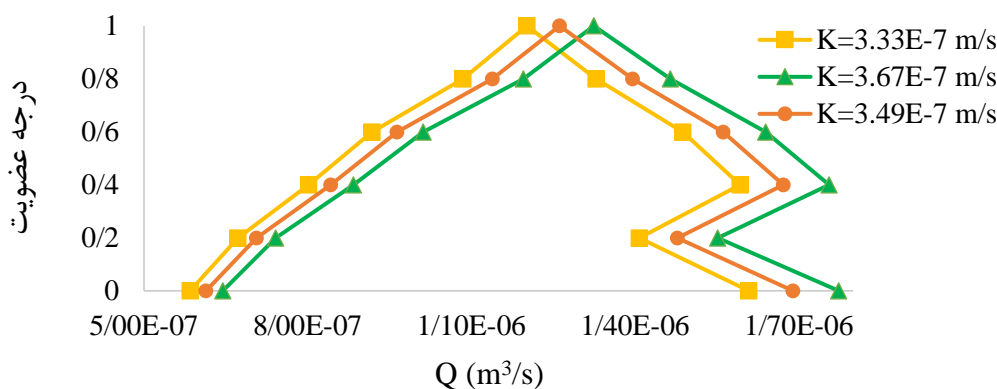
شکل ۹- تابع توزیع فراوانی (PDF) به ازای تغییرات نسبت نفوذپذیری افقی به عمودی ( $K_x/K_y$ ).

شبیه‌سازی مونت کارلو منتج به استخراج توابع توزیع فراوانی برای دبی تراوش (شکل ۹) می‌شود، روش فازی بر روی داده‌های حاصل اجرا می‌گردد. در توابع توزیع فراوانی مقدار هدایت هیدرولیکی به‌عنوان متغیر احتمالاتی فرض شده بود ولی در تحلیل فازی به‌جای یک متغیر از چهار متغیر غیرقطعی استفاده می‌شود. برای به دست آوردن تأثیر عدم قطعیت بر روی دبی نشت نیاز بود که علاوه بر مشخصات مصالح سد و به‌طور مشخص هدایت هیدرولیکی، تأثیر هندسه سد و سطح آب بالا و پایین‌دست نیز لحاظ شود. بر همین روی متغیرهای فازی چهارگانه جهت ارائه دید چندجانبه بر عدم قطعیت حاکم بر سد خاکی استفاده شدند. بعد از تحلیل تعینی، فازی سازی داده‌های ورودی انجام شد و متعاقب آن، دبی خروجی ناشی از تحلیل تعینی-فازی به ازای تغییرات نسبت هدایت هیدرولیکی خاک و نسبت سطح آب (بالادست به پایین دست) ترسیم گردید که به ترتیب در شکل‌های (۱۰) و (۱۱) نشان داده شده است. همچنین نیز تحلیل مشابه انجام شد و خروجی فازی در دو حالت حساسیت نسبت به هدایت هیدرولیکی مصالح سد و سطح آب مطابق شکل‌های (۱۲) و (۱۳) است.

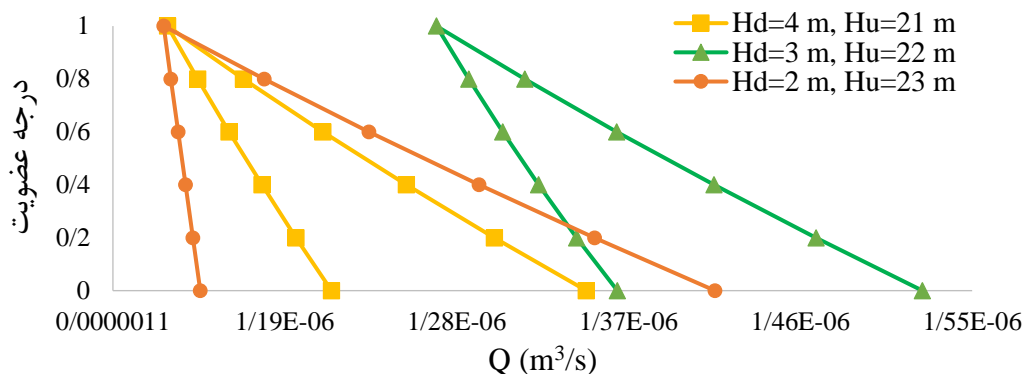
به‌طورکلی، با افزایش نسبت ارتفاع آب پایین‌دست به مخزن، تابع توزیع تجمعی تراوش به جهت چپ تمایل پیدا می‌کند و درواقع فراوانی در مقادیر پایین نشت، فراوانی بیشتری نشان می‌دهد. نتایج بررسی تابع توزیع فراوانی برای  $H_d/H_{up}$  نشانگر این است که هر چه ارتفاع آب پایین‌دست ( $H_d$ ) بیشتر باشد و یا  $H_{up}$  کم باشد، بازه قرارگیری دبی در نمودار توزیع فراوانی محدودتر می‌شود و قاعده تابع PDF عرض کمتری خواهد داشت. تابع توزیع فراوانی مستخرج برای شرایط تغییرپذیری ( $K$ ) به‌صورت شکل (۹) است که خروجی مدل‌سازی احتمال‌اندیشانه مونت کارلو می‌باشد. در حقیقت برای هدایت هیدرولیکی به‌جای مقادیر ثابت و یکسان، در هر تکرار مقادیر متغیری در نظر گرفته شده است. اگر فقط میانگین تراوش (قسمت میانی قاعده تابع PDF) مدنظر قرار داده شود، با افزایش نسبت ضریب هدایت هیدرولیکی افقی به قائم رفتار تابع میانگین نشت بین  $0.71$  و  $1$  به‌صورت نزولی و در بازه  $1$  و  $1/41$  به حالت صعودی است. در این مرحله که روش



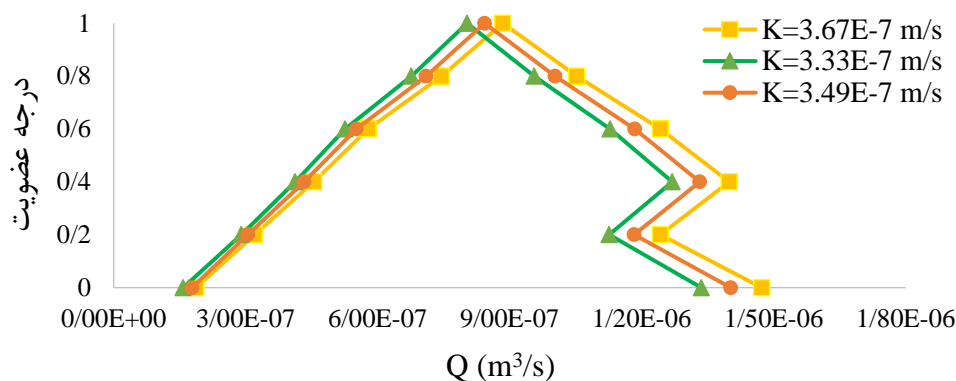
شکل ۱۰- توابع عضویت فازی دبی در حالت تعینی-فازی برای نسبت هدایت هیدرولیکی متفاوت ( $K_x/K_y$ ).



شکل ۱۱- توابع عضویت فازی دبی در حالت تعینی-فازی برای نسبت سطح آب متفاوت ( $H_d/H_{up}$ )



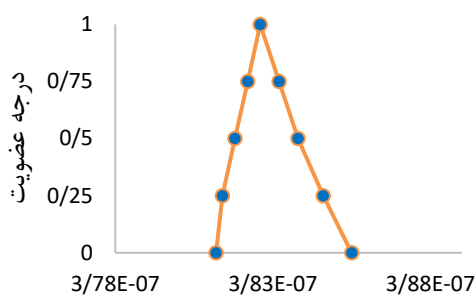
شکل ۱۲- توابع عضویت فازی دبی در حالت احتمال اندیشه-فازی برای نسبت هدایت هیدرولیکی متفاوت ( $K_x/K_y$ ).



شکل ۱۳- توابع عضویت فازی دبی در حالت احتمال اندیشه-فازی برای نسبت سطح آب متفاوت ( $H_d/H_u$ ).

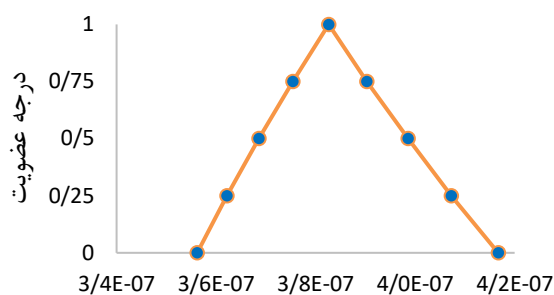
نشان داده شده است تغییر فازی متغیر  $B_d/B$  موجب ایجاد توابع عضویت مثلثی بر روی دبی نشت فازی می شود و همچنین بررسی ها حاکی از این است که عدم قطعیت در متغیر  $B_d/B_u$  نسبت به  $B_d/B$  مقادیر بالاتری دارد و در واقع گزینه های محتمل (حالات ممکن) بیشتری برای متغیر  $B_d/B_u$  وجود دارد. خروجی فازی با تکیه بر داده های احتمالاتی (فاز اول) به صورت شکل (۱۴) خواهد بود و همانند حالت تعیینی قاعده مثلث تابع عضویت دبی در بررسی متغیر  $B_d/B_u$  نسبت به متغیر دیگر بیشتر هست و این نتیجه مشابه حالت تعیینی است. به طور کلی می توان گفت که توابع عضویت فازی مثلثی در بررسی دو متغیر هندسی  $B_d/B_u$  و  $B_d/B$  منجر به تولید خروجی مثلثی شکل برای توابع عضویت دبی نشت دو حالت تعیینی-فازی و احتمالاتی-فازی می شود.

جهت تحلیل فازی هندسه سد لازم بود که از داده های ورودی هندسی به عنوان متغیرهای فازی استفاده شود که در مرحله اول تحقیق این متغیرها به صورت تعیینی در نظر گرفته شده بودند که بالعکس در فاز دوم، توابع عضویتی برای این متغیرها در نظر گرفته شد. در تحقیق حاضر به طور مشخص دو متغیر مؤثر بر روی دبی تراوش در نظر گرفته شدند که عبارت اند از نسبت فاصله تاج از پاشنه عرض قاعده سد ( $B_d/B$ ) و نسبت فاصله تاج از نوک به فاصله تاج از پاشنه ( $B_d/B_u$ ). این دو متغیر به دلیل اینکه فاکتورهای تعیین کننده بر شیب بالادست و پایین دست سد خاکی هستند به همین جهت تحلیل تراوش بر آنها تأکید شده است. برای مقایسه دو خروجی فازی مبتنی بر حالت تعیینی و احتمالاتی داده های حاصل از مرحله برای این دو حالت به صورت مجزا بررسی شدند. همان طور که در شکل (۱۳)



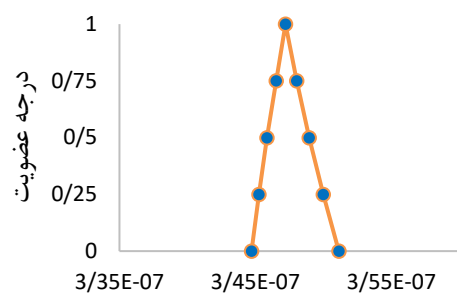
دبی نشت (مترمکعب بر ثانیه)

Bu/B تعینی- فازی



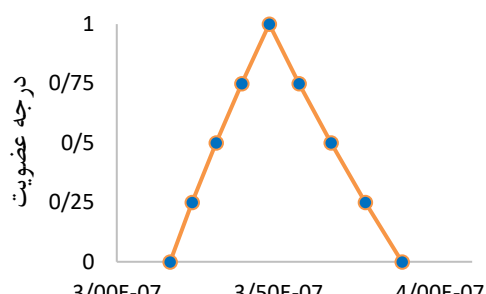
دبی نشت (مترمکعب بر ثانیه)

Bd/Bu تعینی- فازی



دبی نشت (مترمکعب بر ثانیه)

Bu/B احتمال اندیشانه- فازی



دبی نشت (مترمکعب بر ثانیه)

Bd/Bu احتمال اندیشانه- فازی

شکل ۱۴- نتایج تحلیل اجزای محدود فازی با در نظر گرفتن متغیرهای تعینی مرحله اول و فازی مرحله دوم (فازی-تعینی) و نتایج تحلیل اجزای محدود فازی با در نظر گرفتن متغیرهای احتمال اندیشانه فاز اول و فازی مرحله دوم (احتمالاتی-فازی).

سطح آب است و در واقع در این نمودارها امکان مقایسه حالت قطعی کامل و عدم قطعیت کامل قابل مشاهده است به طوری که اگر مقادیر قاعده هرم مثلث را به عنوان فازی کامل در نظر بگیریم این مقدار با مقادیر فازهای ۰/۴، ۰/۲، ۰/۱ و ۰/۸ (بیشینه و کمینه) قابل قیاس است.

#### ۴- نتیجه‌گیری

روش اجزای محدود فازی یک روش بهینه در مهندسی ژئوتکنیک است که به مهندسان امکان می‌دهد با در نظر گرفتن عدم قطعیت‌ها و عدم دقت در داده‌ها، به تحلیل دقیق‌تری از سازه‌ها و خاک‌ها بپردازند. با استفاده از این روش، می‌توان به طراحی بهینه‌تر سازه‌های خاکی، تحلیل پایداری خاک‌ها و مدل‌سازی رفتار خاک‌ها پرداخت. در این تحقیق اندرکنش خاک و سیال در سد خاکی با اجزای محدود تصادفی مورد بررسی قرار گرفته است. خاک به عنوان متخلخل و ناهمسان دارای عدم قطعیت‌های زیادی است و برای بررسی آن نیاز به استفاده از متغیرهای غیرقطعی در

تحلیل اجزای محدود فازی در تحقیق حاضر برای مشخصات مصالح و سطح آب و هندسه سد خاکی انجام شد و از داده‌های به دست آمده از تحلیل احتمالاتی شبیه‌سازی مونت کارلو که در فاز اول تحقیق انجام شده بود برای به دست آوردن نتایج فازی استفاده شد. در فاز اول که تحقیق هدایت هیدرولیکی خاک به صورت احتمالاتی بررسی شده بود، در فاز دوم نیز به عنوان متغیر فازی لحاظ شد و در کنار این مؤلفه فازی از سه متغیر دیگر استفاده گردید و نتایج دبی تراوش برای تغییرات ۴ متغیر فازی رسم شد. نتایج حاکی از این است که در بررسی هدایت هیدرولیکی، نمودار نهایی فازی به صورت مثلثی خواهد بود و رأس هرم به عنوان پاسخ تعینی در نظر گرفته می‌شود و همچنین بررسی سطح آب فازی نشان می‌دهد که نمودار نهایی تابع عضویت حالت مثلثی بوده و تغییرات آن متفاوت از تغییرات فازی هدایت هیدرولیکی است. در بررسی هندسه نیز که از دو متغیر استفاده شد که نتایج نهایی مشابه هدایت هیدرولیکی و

نشان می‌دهد تابع عضویت فازی برای تغییرات نسبت هدایت هیدرولیکی  $K_x/K_y$  دارای رفتار مثلثی غیرمستقرن متمایل به چپ است و همچنین توابع عضویت فازی مثلثی برای ورودی دو متغیر هندسی  $B_d/B$  و  $B_d/B_u$  منجر به تولید خروجی مثلثی شکل برای توابع عضویت دبی نشد در هر دو مدل تعیینی-فازی و مونت کارلو-فازی می‌شود و افزایش هر دو متغیر هندسی مذکور موجب افزایش دبی نشد (فازی) می‌گردد. برای تحقیقاتی آتی پیشنهاد می‌شود که از روش اجزای محدود فازی برای تحلیل نشد سدهای خاکی با در نظر گرفتن تأثیر تخلیه سریع مخزن بر روی پایداری شیب سد استفاده شود و همچنین اثر عدم قطعیت در چگالی و ضریب هدایت هیدرولیکی هسته رسی بر روی نشد نیز در نظر گرفته شود.

ورودی مدل است. هدف تحقیق برآورد رابطه‌ای برای محاسبه مقدار تراوش عبوری از بدنه سد خاکی با در نظر گرفتن مؤلفه‌های غیرتعیینی است که به این منظور برنامه‌ای در زبان فرترن بر مبنای قانون دارسی و با روش اجزای محدود احتمال‌اندیشانه توسعه داده شده است. در قسمت اول تحقیق با استفاده از برنامه توسعه داده شده، حرکت سیال در سازه برای دخیل کردن متغیرهای غیرقطعی با روش شبیه‌سازی مونت کارلو انجام گرفت و سپس در مرحله بعدی با کمک اجزای محدود فازی نتایج مرحله اول استفاده گردید. پس از آنکه مقادیر تراوش منتج از ۲۰۰۰ تکرار در شبیه‌سازی مونت کارلو به دست آمدند، محاسبه تابع توزیع فراوانی (PDF) و تابع توزیع تجمعی (CDF) برای هر زیرمدل انجام گرفت و داده‌های حاصل با روش اجزای محدود فازی مورد تحلیل قرار گرفت. طور کلی بررسی‌ها

## مراجع

- [1] H. Shariatmadar, and A. Mirhaj. "Modeling of Intake Tower-Reservoir-Foundation Interaction Subjected to Earthquake." *Journal of Modeling in Engineering* 7, no. 17 (2009): 67-80. (In Persian)
- [2] Z. Khozani, K. Hosseiny, and M. Rahimian. "System Dynamic Modeling of Multipurpose Reservoir Operation to Estimate the Optimal Height of the Dam." *Journal of Modeling in Engineering* 8, no. 21 (2010): 57-65. (In Persian).
- [3] K. Akhavan, N. Abbassi, M. Kheiry Ghoujeh Biglou, and H. Ahmadpari. "Investigation on Conveyance Efficiency and Operation Issues of Precast Concrete Channels (Canalette) in Moghan Irrigation Network." *Irrigation and Drainage Structures Engineering Research* 22, no. 83 (2021): 21-42. (In Persian).
- [4] K. Giglou, A. Milad Kheiry Ghoujeh Biglou, B. Mehrparvar, and A. Shokat Naghadeh. "Investigating Amount of Leakage, Sediment and Durability in Geosynthetic Cover of Pumping Channel 3 at Irrigation Network of Moghan." *Revista Geoaraguaia* 9, no. 2 (2019).
- [5] H. SalimiRad, A. Dehvari, H. Galavi, and M. Ebrahiman. "Parameter Identification and Uncertainty Analysis of SWAT in Kardeh Streamflow Simulation." *Iran-Water Resources Research* 16, no. 3 (2020): 212-221. (In Persian).
- [6] A. Salmanmahiny. "Application of Sensitivity Analysis and Error Propagation in Spatial Multi- Criteria Decision Making (Case Study: Urban Suitability Assessment for Tehran Province)." *Environmental Researches* 7, no. 14 (2017): 203-214.
- [7] M. Dehghan, M. Dehghan. and A.R. Davari. "A New Approach for Uncertainty Analysis of the Numerical Data Using Genetic Algorithm Based on Grid Refinement." *Amirkabir Journal of Mechanical Engineering* 51, no. 6 (2020): 1381-1394. (In Persian).
- [8] H. Koohsari, A. Najafi, H. Alielahi, and M. Adampira. "Evaluation of Influential Factors on the Dynamic Compaction Operation of Granular Soils Based on Fuzzy Method." *Journal of Modeling in Engineering* 13, no. 43 (2015): 143-158. (In Persian).
- [9] A. Talebi, and E. Zahedi. "Select Suitable Areas for Underground Dam Using the Theory of Fuzzy Logic And Analytical Hierarchy Process (Case Study: Watershed Doroongar, Dargaz)." *Journal of Water and Soil Science* 9, no. 30 (2015): 41-50. (In Persian).
- [10] A. Mouyieux, C. Carvajal, P. Bressolette, L. Peyras, P. Breul, and C. Bacconnet. "Probabilistic stability analysis of an earth dam by Stochastic Finite Element Method based on field data." *Computers and Geotechnics* 101 (2018): 34-47.

- [11] K. Liu, P.J. Vardon, and M.A. Hicks. "Probabilistic Analysis of Seepage for Internal Stability of Earth Embankments." *Environmental Geotechnics* 6, no. 5 (2018): 294-306.
- [12] N.M. Al-Nedawi, and M. Al-Hadidi. "Finite Element Analysis of Seepage for Hemrin Earth Dam Using Geo-Studio Software." *Diyala Journal of Engineering Sciences* (2020): 66-76.
- [13] A.S. Ahmed, A. Revil, A. Bolève, B. Steck, C. Vergniault, J.R. Courivaud, D. Jougnot, and M. Abbas. "Determination of the permeability of seepage flow paths in dams from self-potential measurements." *Engineering Geology* 268 (2020): 105514.
- [14] F. Hosseinejad, and F. Kalateh. "Using Fuzzy FEM in Dynamic Coupled Analysis of Saturated Porous Media." *MCEJ* 17, no. 5 (2017): 193-206. (In Persian).
- [15] F. Hosseinejad, and F. Kalateh. "Fuzzy Form of Coupled Analysis of Porous Media with Non Linear Pore Fluid Flow Subjected to Dynamic Loading Using Finite Element Method." *PhD dissertation, University of Tabriz, Iran*, 2019 (In Persian).
- [16] Y. Fukumoto, H. Yang, T. Hosoyamada, and S. Ohtsuka. "2-D Coupled Fluid-Particle Numerical Analysis of Seepage Failure of Saturated Granular Soils around an Embedded Sheet Pile with No Macroscopic Assumptions." *Computers and Geotechnics* 136 (2021): 104234.
- [17] A. Johari, A. Heydari, and A. Talebi. "Prediction of Discharge Flow Rate beneath Sheet Piles Using Scaled Boundary Finite Element Modeling Database." *Scientia Iranica* 28, no. 2 (2021): 645-655.
- [18] B. Beiranvand, and T. Rajaei. "Application of Artificial Intelligence-Based Single and Hybrid Models in Predicting Seepage and Pore Water Pressure of Dams: A State-of-the-Art Review." *Advances in Engineering Software* 173 (2022): 103268.
- [19] F. Kalateh, and M. Kheiry. "A Review of Stochastic Analysis of the Seepage Through Earth Dams with a Focus on the Application of Monte Carlo Simulation." *Archives of Computational Methods in Engineering* 31 (2024): 47-72.
- [20] W. Feng, S. Chi, and Y. Jia. "Random Finite Element Analysis of a Clay-Core-Wall Rockfill Dam Considering Three-Dimensional Conditional Random Fields of Soil Parameters." *Computers and Geotechnics* 159 (2023): 105437.
- [21] K. Shirago, D. Dirate, and D. Kasahun. "Analysis of Overall Reliability of Embankment Dam for Steady-State Seepage." *Geotechnical and Geological Engineering* 41 (2023): 1703-1713.
- [22] I.M. Smith, D.V. Griffiths, and L. Margetts. Programming the finite element method. *John Wiley & Sons*, 2004.
- [23] V.R. Rao, and R. Reddy. "Analysis of a Cable-Stayed Bridge with Uncertainties in Young's Modulus and Load-A Fuzzy Finite Element Approach." *Structural Engineering and Mechanics* 27, no. 3 (2007): 263-276.
- [24] F. Kalateh, F. Hosseinejad, and M. Kheiry. "Uncertainty Quantification in the Analysis of Liquefied Soil Response through Fuzzy Finite Element Method." *Acta Geodynamica et Geomaterialia* 19, no. 3 (2022).
- [25] G. Fishman, M. Carlo. Concepts, Algorithms, and Applications. Springer Science & Business Media, 1996.
- [26] A. Kouhpeyma, F. Kilanehei, M. Hassanlourad, and R. Ziaie-Moayed. "Numerical and Experimental Modelling of Seepage in Homogeneous Earth Dam with Combined Drain." *ISH Journal of Hydraulic Engineering* (2021): 1-11.
- [27] M. Vafaeian. Earth Dams and Rockfill Dams. Arkane Danesh Publication, 2015 (In Persian).