



Semnan University

Journal of Modeling in Engineering

Journal homepage: <https://modelling.semnan.ac.ir/>

ISSN: 2783-2538



Research Article

Analytical and Numerical Modeling of Impact Loading Cantilever Sandwich Beam with Aluminum Foam Core and Steel Facesheets

Mohammad Solooki ^{a,*}

^a PhD Student, Department of Mechanical Engineering, Bu Ali Sina University, Hamadan, Iran

PAPER INFO

Paper history:

Received: 11 November 2023

Revised: 23 January 2024

Accepted: 27 January 2024

Keywords:

Sandwich beam,
Low velocity impact load,
Thick and weak core,
Metal facesheets (steel).

ABSTRACT

Due to having advantages such as high strength, lightness, and crack-resistant properties, sandwich structures are widely used in aircraft, missile, marine, and medical industries. For this purpose, in this research, the analytical and numerical investigation of low velocity impact on cantilever sandwich beams with foam core and metal facesheets has been done. In the analytical part, using the GALERKIN method, the equations governing the rise were calculated and the speed and acceleration equations of the sandwich beam were extracted. ABAQUS software has also been used to simulate this process. Finally, the effects of parameters such as impact load application location, core density and strength, projectile mass and velocity, and dimensions have been analyzed and compared analytically and numerically on the deflection of the sandwich beam. By examining and comparing the obtained results, it was observed that, firstly, there is a good agreement between the analytical and numerical results, and secondly, with the movement of the place of application of the load from the free support to the cantilever support of the beam, the final shape of the upper part of the sandwich changes. The beam is reduced by 9.6% and by increasing the rate of projectile mass from 0.01 to 0.04 and reducing the projectile width from 0.05 to 0.01, the final rise of the upper surface increases by 71% and 44%, respectively.

DOI: <https://doi.org/10.22075/jme.2024.32308.2557>

© 2024 Published by Semnan University Press.

This is an open access article under the CC-BY 4.0 license. (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

* Corresponding author.

E-mail address: mohammadsolooki459@gmail.com

How to cite this article:

Solooki, M. (2024). Analytical and Numerical Modeling of Impact Loading on Cantilever Sandwich Beam with Aluminum Foam Core and Steel Facesheets. *Journal of Modeling in Engineering*, 22(78), 31-58. doi: 10.22075/jme.2024.32308.2557

مدل سازی تحلیلی و عددی بار ضربه‌ای بر تیر ساندویچی یک سرگردار با هسته فوم آلومینیومی و رویه‌های فولادی

محمد سلوکی^{۱*}

اطلاعات مقاله	چکیده
دریافت مقاله: ۱۴۰۲/۰۸/۲۰	سازه‌های ساندویچی به دلیل دارا بودن مزایایی هم چون استحکام بالا، سبکی و خواص مقاوم به ترک، امروزه به طور وسیعی در صنایع، هواپیماسازی، موشکی، دریایی و پزشکی مورد استفاده قرار می گیرند. به همین منظور، در این پژوهش به بررسی تحلیلی و عددی ضربه سرعت پایین بر روی تیرهای ساندویچی یک سرگردار با هسته فومی و رویه‌های فلزی پرداخته شده است. در بخش تحلیلی با استفاده از روش گالرکین معادلات حاکم بر خیز محاسبه شده و معادلات سرعت و شتاب تیر ساندویچی استخراج شده‌اند. هم چنین جهت شبیه سازی این فرآیند از نرم افزار آباکوس استفاده شده است. در نهایت اثر پارامترهایی چون محل اعمال بار ضربه‌ای، چگالی و استحکام هسته، ابعاد، جرم و سرعت ضربه زننده و به صورت تحلیلی و عددی بر روی انحراف تیر ساندویچی بررسی و مقایسه شده است. با بررسی و مقایسه نتایج به دست آمده، مشاهده شد که اولاً تطابق خوبی بین نتایج تحلیلی و عددی برقرار است و ثانیاً با حرکت محل اعمال بار از تکیه گاه آزاد به سمت تکیه گاه گیردار تیر، تغییر شکل نهایی رویه بالایی ساندویچ تیر ۹/۱۶٪ کاهش و هم چنین با افزایش نرخ جرم ضربه زننده از ۰/۰۱ به ۰/۰۴ و کاهش عرض ضربه زننده از ۰/۰۵ به ۰/۰۱ خیز نهایی رویه بالایی به ترتیب ۷۱٪ و ۴۴٪ افزایش می یابد.
بازنگری مقاله: ۱۴۰۲/۱۱/۰۳	
پذیرش مقاله: ۱۴۰۲/۱۱/۰۷	
واژگان کلیدی: تیر ساندویچی، بار ضربه‌ای سرعت پایین، هسته ضخیم و ضعیف، رویه‌های فلزی (فولادی).	

DOI: <https://doi.org/10.22075/jme.2024.32308.2557>

© 2024 Published by Semnan University Press.

This is an open access article under the CC-BY 4.0 license. (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

۱- مقدمه^۱

زمینه بیشتر مقالات در دو دهه اخیر توسط ابریت و وینسون به چاپ رسیده است. وینسون در بررسی‌های خود به تاریخچه سازه‌های ساندویچی تحت ضربه سرعت پایین پرداخته است [۲]، از طرفی ابریت تلاش در ارائه راه حل - های کلی در بررسی سازه‌های ساندویچی تحت ضربه سرعت پایین داشته است [۳].

اندرسون و همکاران [۴] پاسخ تیرهای ساندویچی را به صورت تجربی تحت ضربه‌های سرعت پایین بررسی نمود. نتایج وی که بر روی هسته‌های فوم و هانی کامب بود نشان داد که در محل برخورد در صفحه بالایی ترکی در وسط صفحه ایجاد می گردد درحالی که هر دو نوع هسته مقاومت

ساندویچ تیرها یک ساختار سبک و مرکب با ظرفیت تحمل بالای بار کششی، فشاری، خمشی و پیچشی است که از دو طرف به دو رویه محدود شده و در وسط یک لایه به نام هسته قرار گرفته است. رویه‌ها از موادی با سفتی، استحکام و چگالی بالا مانند فلز، پلیمر، کامپوزیت و نانوکامپوزیت ساخته می شوند. در حالی که هسته اغلب یک ماده با چگالی و سفتی پایین تر نسبت به رویه ها است. هسته می تواند از جنس فوم، اشکال لانه زنبوری و خرپا ساخته شود. مارگوئری [۱] به بررسی سازه‌های ساندویچی تحت بار ضربه‌ای سرعت پایین درون صفحه‌ای پرداخت. در این

* پست الکترونیک نویسنده مسئول: mohammadsolooki459@gmail.com

۱. دانشجو مقطع دکتری، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه بوعلی سینا، همدان، ایران

استناد به این مقاله:

سلوکی، محمد. (۱۴۰۳). مدل سازی تحلیلی و عددی بار ضربه‌ای بر تیر ساندویچی یک سرگردار با هسته فوم آلومینیومی و رویه‌های فولادی. مدل سازی در مهندسی،

۲۲(۷۸)، ۳۱-۵۸. doi: 10.22075/jme.2024.32308.2557

سرعت پایین با جرم زیاد ارائه کرده‌اند و از یک سیستم جرم و فنر برای نشان دادن تماس، خمش، برش و سختی غشایی سیستم استفاده شده است.

اسبورلاتی و همکاران [۱۱] پاسخ دینامیکی تیر ساندویچی گرد با هسته فوم و رویه‌های کامپوزیتی را تحت اثر ضربه-زنده‌های کروی و استوانه‌ای بررسی نمود. وی با فرض بزرگ بودن زمان برخورد نسبت به حرکت موج از محل ضربه به سمت مرزها، از آنالیز شبه استاتیکی استفاده کرد و حل تحلیلی در مختصات قطبی ارائه داد.

هانسن و همکاران [۱۲] برخورد پرتابه به پانل آلومینیوم-فوم را به صورت تجربی و عددی بررسی نمودند. تحلیل عددی به کمک نرم افزار ال اس داینما انجام شده است.

زو و همکاران [۱۳] برخورد سرعت بالا به پانل آلومینیوم-فوم را به صورت تجربی بررسی کردند. آن‌ها اثرات شکل ضربه‌زننده را نیز بررسی نمودند.

موسوی‌زاده و همکاران [۱۴] به بررسی آزمایشگاهی و عددی بر روی ورق‌های فولادی تخت و انحنا دار در دو حالت ساده و همراه با تقویت کننده‌ها با مقطع عرضی مختلف جهت ارزیابی-های بیشتر، تحت اثر ضربه ناشی از سقوط آزاد وزنه پرداختند. در این پژوهش از دو شعاع انحنای بی نهایت (ورق تخت) و ۱۱۰ میلی‌متر تحت ضربه ناشی از سقوط آزاد وزنه استفاده شده است. ورق فولادی انتخاب شده از جنس فولاد St1۲ و با ابعاد ۲۰۰*۲۲۰ میلی‌متر و با ضخامت ۱ میلی‌متر می‌باشد.

حاتمی و فتح‌اللهی [۱۵] به بررسی و مقایسه نظری و عددی رفتار دینامیکی یک مدل متشکل از چهار میله و چهار مفصل الاستیک-پلاستیک تحت اثرات اینرسی در دو حالت تک سلولی و دو سلولی پرداختند. در این تحقیق، هدف به دست آوردن رابطه جذب انرژی بر حسب پارامتر اینرسی روی سازه مشبک تحت بارگذاری ضربه‌ای و نیز بررسی رفتار دینامیکی پارامترهای موثر و سازوکار فروریزی سازه در دو حالت تک سلولی و دو سلولی بود.

حاتمی [۱۶] به خصوصیات مکانیکی شامل مقاومت خمشی و مقاومت در برابر ضربه برای تیرهای کامپوزیت فولادی با بتن با عملکرد بالا پرداخت. نتایج آزمایش‌های ضربه نشان داد، میزان جذب انرژی و هم‌چنین نیروی بیشینه اولیه با افزایش درصد الیاف افزایش یافته، به طوری که بیشترین جذب انرژی مربوط به تیر w4hc4sf1 است که نسبت به نمونه بدون بتن ۰/۰۹ درصد افزایش داشته است.

خوبی در مقابل تغییر شکل نشان داده و تغییر ایجاد شده در آن‌ها قابل چشم پوشی بود. بررسی‌های وی نشان داد که اگرچه سازه‌هایی با هسته با چگالی بالاتر و رویه‌های بالایی و پایینی ضخیم‌تر انرژی بیشتری برای تغییر شکل نیاز دارند، اما تغییر شکل باقی‌مانده در آن‌ها پس از آزمایش مشابه نمونه‌های سبک‌تر می‌باشد.

با توجه به اهمیت کاربرد تیرهای ساندویچی در صنایع مختلف مطالعات زیادی بر روی آن‌ها تحت بارهای مختلف از جمله ضربه، کمانش و غیره و اثرات آن‌ها انجام شده است. میشله و همکاران [۵] یک مدل جرم و فنر یک درجه و دو درجه آزادی برای پیش‌بینی پاسخ دینامیکی حاصل از ضربه با سرعت پایین بر روی سازه‌های ساندویچی ارائه دادند. آن‌ها تکیه‌گاه‌های چهار طرف ساده و چهار طرف گیردار را بررسی نموده و با مدل جرم و فنر، نیروی برخورد و پاسخ دینامیکی را برای شرایط مرزی یاد شده به دست آوردند.

هوفت و همکاران [۶] مدلی تحلیلی برای بررسی ضربه سرعت پایین روی سازه‌های ساندویچی کامپوزیتی با هسته فوم ارائه دادند. آن‌ها معادلات حرکت پرتابه و جرم مؤثر صفحات رویی و هسته هنگامی که موج ضربه از سازه ساندویچی عبور می‌کند را مشخص کرده و در نهایت سرعت باقی‌مانده پرتابه را در هنگام خروج از سازه ساندویچی محاسبه کردند، مطابقت خوبی بین نتایج این مدل و نتایج تجربی وجود دارد.

ایوانز و همکاران [۷] برخورد پرتابه‌ی کروی بر تیر ساندویچی فوم-کامپوزیت، را در نرم‌افزار آباکوس شبیه‌سازی کردند. نتایج این شبیه‌سازی نشان داد که با افزایش سرعت اولیه، سرعت باقی‌مانده‌ی پرتابه نیز افزایش می‌یابد. هم‌چنین با افزایش سرعت اولیه، انرژی جذب شده توسط فوم کاهش می‌یابد.

آشیش میشرا و همکاران [۸] مدل تحلیلی برای پاسخ ورق‌های مستطیلی متقارن، تحت بار ضربه‌ای سرعت پایین ارائه نمودند. در این روش تحلیلی از معیار شکست تسای-هیل برای شکست ماده کامپوزیتی تحت بار ضربه‌ای استفاده شده است.

فعلی و رنجبران [۹] تحلیل ضربه عمودی در سازه‌های ساندویچی با در نظر گرفتن مکانیزم‌های مختلف جذب انرژی بررسی کردند.

هارپریت و همکاران [۱۰] یک مدل تحلیلی بهبود یافته، برای پیش‌بینی پاسخ دینامیکی سازه کامپوزیتی تحت ضربه

عارفی و نجفی تبار [۱۷] به بررسی تحلیل کمانش و ارتعاش آزاد تیر ساندویچی ساخته شده از یک هسته نرم با ورق های کامپوزیت تقویت شده FG-GNP با استفاده از روش ریتز پرداختند. تیر ساندویچی از یک هسته نرم ادغام شده با صفحات کامپوزیتی تقویت شده با نانوپلاکت های گرافن درجه بندی شده تشکیل شده است. هدف این پژوهش به دست آوردن فرکانس های طبیعی و بارهای کمانش از نظر کسر وزن و توزیع نانوپلاکت های گرافن، نسبت طول به ضخامت، نسبت هسته به سطح و شرایط مرزی مختلف می باشد.

عارفی و زنگور [۱۸] به بررسی تأثیر پارامترهای مقیاس میکروطول و ناهمگنی ها بر تحلیل خمش، ارتعاش آزاد و انتشار موج میکروپرتو پیزوالکتریک ساندویچی FG تیموشنکو پرداختند. میکروتیر شامل یک میکرو هسته و دو صفحه پیزوالکتریک در بالا و پایین است. نتایج به دست آمده نشان داد که تغییر پارامترهای مقیاس طول مواد منجر به ساختار سفت تر می شود که فرکانس های طبیعی را افزایش می دهد و انحراف عرضی و حداکثر پتانسیل الکتریکی را کاهش می دهد.

در این پژوهش یک مدل تحلیلی جدید به همراه شبیه سازی عددی برای بررسی پاسخ دینامیکی بار ضربه‌ای روی تیر ساندویچی یک سرگردار با هسته ضخیم و ضعیف آلومینیومی و رویه های فلزی فولادی ارائه شده است. در این تیر ساندویچی جنس هسته از آلومینیوم فوم و جنس رویه های بالایی و پایینی از فولاد زنگ-نزن می باشد. در تحلیل تیر ساندویچی رفتار هسته به صورت صلب-پلاستیک، رفتار رویه بالایی تیر ساندویچی به صورت صلب-پلاستیک و رفتار رویه پایینی به صورت یک صلب-پلاستیک و تیر اویلر-برنولی، در نظر گرفته شده است. در قسمت تحلیلی یک تیر با رویه های فلزی و نازک و هسته ضخیم و سبک تحت اثر بار ضربه‌ای سرعت پایین در نظر گرفته شده و با استخراج معادلات حرکت سیستم و استفاده از روش گالرکین، معادلات حاکم بر خیز، سرعت و شتاب تیر ساندویچی نیز استخراج و با استفاده از روش های عددی حل شده است. علاوه بر آن شبیه سازی عددی از فرآیند در محیط نرم افزار آباکوس صورت گرفته و نتایج مدل تحلیلی و شبیه سازی عددی مقایسه و صحت گذاری شده است. از جمله نوآوری های این پژوهش که در پژوهش های قبل به آن پرداخته نشده است، فرمول بندی تحلیلی برای

مدل سازی بار ضربه‌ای روی رویه های تیر ساندویچی با در نظر گرفتن سه مقدار مختلف استحکام هسته فومی (کم، متوسط و زیاد)، فرمول بندی برای سه محل مختلف اعمال بار ضربه‌ای و صحت گذاری بر فرمولاسیون محاسبه پاسخ دینامیکی ساندویچ تیر می باشد. در این پژوهش اثر پارامترهایی چون محل اعمال بار ضربه‌ای، چگالی و استحکام هسته، ابعاد، جرم و سرعت ضربه زنده و به صورت تحلیلی و عددی بر روی انحراف تیر ساندویچی بررسی و مقایسه شده است. با بررسی و مقایسه نتایج به دست آمده، مشاهده شد که اولاً تطابق خوبی بین نتایج تحلیلی و عددی برقرار است و ثانیاً با حرکت محل اعمال بار از تکیه گاه آزاد به سمت تکیه گاه گیردار تیر، تغییر شکل نهایی رویه بالایی ساندویچ تیر ۹/۶٪ کاهش و هم چنین با افزایش ۶۵٪ سرعت ضربه زنده روی پروفایل نهایی رویه بالایی، مشاهده شده است که با حرکت از تکیه گاه آزاد به تکیه گاه گیردار، انحراف نهایی رویه بالایی ۱۲/۵۸٪ کاهش یافته است.

۲- مدل تحلیلی

معادلات حاکم بر رفتار دینامیکی یک تیر ساندویچی یک سرگردار با هسته فوم آلومینیوم تحت ضربه عمودی یک جرم ضربه زنده مکعب مستطیل با ابعاد $2 \times b \times b_f \times 10 \text{mm}$ در فاصله x از تکیه گاه استخراج شده است. در فرمول بندی ارائه شده از تئوری صلب-کاملاً پلاستیک و روش گالرکین، استفاده گردیده است. تیر ساندویچی از یک لایه فوم آلومینیومی واسط تشکیل شده است که بین دو رویه فولادی بالایی و پایینی محصور شده است. در شکل (۱) تیر ساندویچی یک سرگردار (سمت چپ ساندویچ تیر گیردار می باشد) با هسته فوم آلومینیومی و رویه های فولادی که تحت اثر ضربه قرار دارد، نشان داده شده است.

۲-۱- معادلات حاکم

تیر ساندویچی یک سرگردار به طول $2L$ با هسته ای به-ضخامت h_c و رویه های بالا و پایین به ترتیب h_f و h_b در نظر می گیریم (شکل (۱)). تیر ساندویچی دارای سطح مقطع مستطیلی شکل با پهنای یکنواخت b_f تحت ضربه یک ضربه زنده سفت و سخت با جرم G و با سرعت V_0 قرار دارد. ضربه زنده با پهنای $2b$ به صورت بارگذاری دینامیکی در مرکز سطح تیر ساندویچی وارد می شود. رویه های بالایی و پایینی تیر ساندویچی از جنس فولاد با تنش تسلیم Y_f و

صلب-کاملا پلاستیک که روی پایه قرار دارد، در نظر گرفته شده است.

۳- ضربه‌زننده صلب می‌باشد.

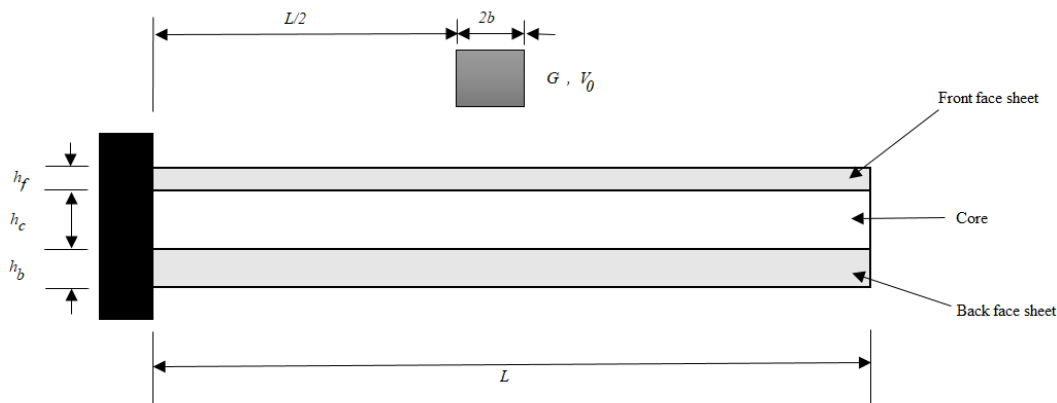
۴- تمام انرژی اولیه ضربه‌زننده صرف تغییر شکل تیر می‌شود.

۵- تیر ساندویچی از یک طرف گیردار و از طرف دیگر آزاد می‌باشد.

دانسیتته m_f می‌باشد و هم‌چنین رفتار هسته به صورت صلب - کاملاً پلاستیک با تنش تسلیم Y_c و دانسیته m_c در نظر گرفته شده است. جهت ارائه مدل تحلیلی حاضر فرضیاتی به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

۱- مدل رفتار ماده هسته به صورت صلب-کاملاً پلاستیک در نظر گرفته شده است.

۲- مدل رفتار ماده رویه بالایی تیر ساندویچی به صورت



شکل ۱- بارگذاری ضربه‌ای بر روی تیر ساندویچی یک‌سرگیردار (سمت چپ ساندویچ تیر گیردار می‌باشد) با هسته ضخیم و ورق‌های صفحه فلزی.

ساندویچی با هسته ضخیم در حالت‌های استحکام کم هسته و استحکام متوسط هسته بررسی می‌شود.

۲-۱-۱- نیروی وارد بر رویه بالایی

نیرو بر واحد طول وارد بر رویه بالایی از رابطه (۱) محاسبه می‌شود [۱۹]:

$$\begin{cases} q_c = Y_c b_f & \text{if } W_f > 0 \\ q_c < Y_c b_f & \text{if } W_f = 0 \end{cases} \quad (1)$$

۲-۱-۲- گشتاور خمشی پلاستیکی رویه بالایی

در یک محدوده از جابجایی‌های عرضی کوچک رویه بالایی، با در نظر گرفتن تیر ساندویچی به صورت صلب - کاملاً پلاستیک، گشتاور خمشی پلاستیکی رویه بالایی از رابطه (۲) به دست می‌آید:

$$M_0 = (Y_f b_f h_f^2) / 4 \quad (2)$$

۲-۱-۳- جرم بر واحد طول رویه بالایی و پایینی

بر اساس نظریه مک‌میکینگ^۵ [۲۰] و تیلبروک^۶ [۲۱]، جرم بر واحد طول رویه‌های بالایی و پایینی تیر ساندویچی از رابطه محاسبه می‌شود:

در این تحلیل تغییر شکل‌های کوچک عرضی در نظر گرفته شده و از کشیدگی تیر ساندویچی صرف نظر شده است. هم-چنین رویه بالایی و هسته تحت تغییر شکل پلاستیکی و رویه پایینی تحت ارتعاش الاستیک قرار می‌گیرد. تفاوت بین پاسخ‌های دینامیکی تیر ساندویچی به استحکام هسته، هندسه تیر ساندویچی، و انرژی ورودی وابسته است. سه نوع پاسخ دینامیکی بر اساس استحکام هسته می‌توان در مدل تحلیلی در نظر گرفت:

۱- هسته با استحکام کم^۲

۲- هسته با استحکام متوسط^۳

۳- هسته با استحکام زیاد^۴

برای استحکام کم هسته، کل هسته و رویه بالایی تحت تغییر شکل پلاستیکی قرار می‌گیرند، در حالی که برای استحکام متوسط هسته ناحیه تغییر شکل یافته پلاستیکی رویه بالایی و هسته از طول تیر ساندویچی کمتر است. برای استحکام بالای هسته لغزش برشی در لبه‌های ضربه‌زننده گسترش می‌یابد. در این مقاله پاسخ دینامیکی تیر

⁵ Mcmeeking

⁶ Tilbrook

² Core with Low Strength

³ Core with Intermediate Strength

⁴ Core with High Strength

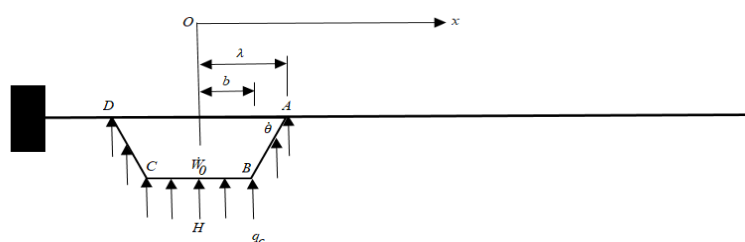
استحکام هسته متوسط است، ناحیه تغییر شکل پلاستیکی به انتهای تیر نمی‌رسد و از طول تیر کمتر است. در سمت چپ ناحیه تغییر شکل یافته در نقطه A پایان می‌یابد و در سمت راست تیر این ناحیه تا انتهای تیر ادامه دارد. دلیل دوزنقه‌ای شکل بودن موج تنش به این دلیل است که در حالت استحکام متوسط هسته، یال‌های پلاستیکی از سمت چپ تیر ساندویچی به تکیه‌گاه نمی‌رسد، و از سمت راست تیر ساندویچی به سمت محور x میل می‌کند و دو لولا پلاستیکی متحرک که از لبه‌های پرتابه حرکت می‌کنند به-طور متقارن در نقاط A و D ظاهر می‌شوند.

$$\rho_f = m_f b_f h_f + m_c b_f h_c / 2 \quad (۳-الف)$$

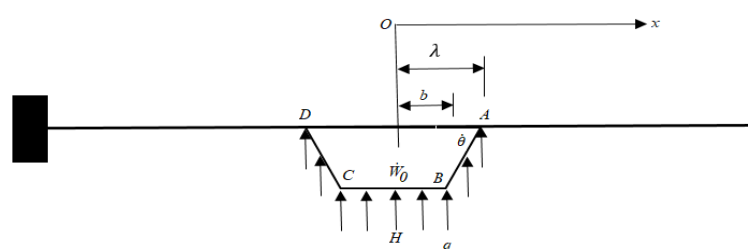
$$\rho_b = m_f b_f h_b + m_c b_f h_c / 2 \quad (۳-ب)$$

۲-۲- روند تغییر شکل رویه بالایی در حالت استحکام متوسط هسته

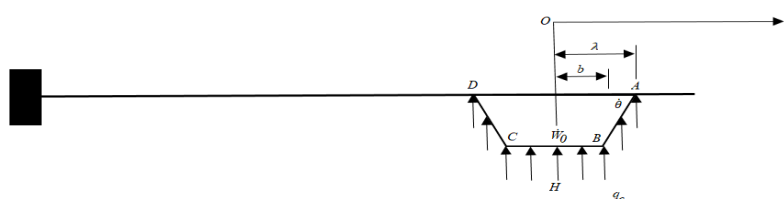
در حالت استحکام متوسط هسته، یال‌های پلاستیکی از سمت چپ تیر ساندویچی به تکیه‌گاه نمی‌رسد، و از سمت راست تیر ساندویچی به سمت بی‌نهایت میل می‌کند. در شکل (۳) نحوه تغییر شکل پلاستیک رویه بالایی در زمان t نشان داده شده است. با توجه به شکل (۳) یک نیروی گسترده q_c از طرف هسته به رویه بالایی وارد می‌شود. چون



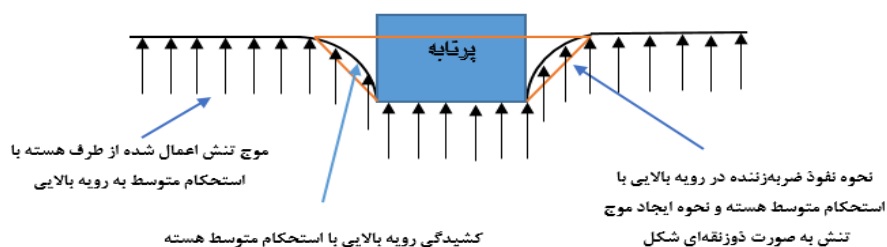
الف



ب



پ



ت

شکل ۳- تغییر شکل پلاستیکی رویه بالایی با استحکام متوسط هسته (الف) ۳۰ میلی‌متر از انتهای گیردار تیر (ب) مرکز تیر (پ) ۳۰ میلی‌متر از انتهای آزاد تیر (ت) نحوه ایجاد موج تنش دوزنقه‌ای شکل برای قسمت (ب).

کنیم. با توجه به معادله اندازه حرکت سرعت اولیه برای ضربه-زنده و قسمتی از رویه بالایی که در تماس با ضربه‌زنده است از رابطه (۱۲) محاسبه می‌شود:

$$V_{in} = \frac{G}{(G + 2\rho_f b)} V_0 \quad (12)$$

هنگامی که $t \rightarrow 0$, $\lambda \rightarrow b$ از رابطه (۱۰) و با در نظر گرفتن شرط:

$$V_{in} = \dot{\theta}(\lambda - b) \quad (13)$$

$$\lambda = \frac{6M_0}{(\lambda - b)\rho_f V_{in}}$$

با انتگرال گرفتن از فرمول (۱۳) نسبت به زمان، مقدار λ_0 در زمان t_0 به دست می‌آید، همچنین زاویه و نرخ تغییرات زاویه جزء AB حول یال پلاستیکی A در زمان t_0 از رابطه (۱۴) محاسبه می‌شود:

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{12M_0 t_0}{\rho_f V_{in}}} + b \quad (14-f)$$

$$\theta_0 = V_{in} \sqrt{\frac{\rho_f V_{in}}{12M_0 t_0}} \quad (14-b)$$

$$\theta_0 = V_{in} \sqrt{\frac{\rho_f V_{in} t_0}{3M_0}} \quad (14-p)$$

برای استحکام متوسط هسته ناحیه تغییر شکل پلاستیکی λ کمتر از L است.

$$\frac{3h_f^2 [G + \rho_f(L + b)]}{(L - b)^2 [3G + \rho_f(L + 3b)]} < \frac{Y_c}{Y_f} \quad (15)$$

$$< \frac{3h_f^2 [G + \rho_f(\rho_0 + b)]}{(\rho_0 - b)^2 [3G + \rho_f(\rho_0 + 3b)]}$$

در هر زمان t ، جابجایی عرضی رویه بالایی در حالت استحکام متوسط هسته در هر نقطه x برابر است با:

$$W_f(x, t) = \int_x^\lambda \theta_1(\xi, \lambda) d\xi \quad (16)$$

$$= \int_x^\lambda k(\xi) d\xi$$

$$K(\xi) = \frac{\dot{\theta}}{\lambda} |\lambda - \xi|$$

۲-۳- روند تغییر شکل رویه بالایی در حالت استحکام کم هسته

در حالت استحکام کم هسته، کشیدگی رویه بالایی و فرورفتگی ضربه‌زنده در هسته با استحکام کم به طوری است که یال‌های پلاستیکی از هر دو طرف به تکیه‌گاه گیردار و آزاد می‌رسد. از رابطه (۱۵) برای استحکام کم هسته داریم:

$$\frac{Y_c}{Y_f} < \frac{3h_f^2 [G + \rho_f(L + b)]}{(L - b)^2 [3G + \rho_f(L + 3b)]} \quad (17)$$

میدان سرعت^۱ در فاصله x از تکیه‌گاه در رویه بالایی از رابطه (۴) محاسبه می‌گردد [۲۲-۲۳]:

$$\dot{W}_f = \begin{cases} \dot{W}_0 & 0 \leq x < b \\ \dot{\theta}(\lambda - x) & b \leq x < \lambda \\ 0 & \lambda \leq x < L \end{cases} \quad (4)$$

میدان شتاب^۲ رویه بالایی در فاصله x از تکیه‌گاه از رابطه (۵) محاسبه می‌شود:

$$\ddot{W}_f = \begin{cases} \ddot{W}_0 & 0 \leq x < b \\ \dot{\theta}\dot{\lambda} + \ddot{\theta}(\lambda - x) & b \leq x < \lambda \\ 0 & \lambda \leq x < L \end{cases} \quad (5)$$

شتاب عرضی در فاصله $[0, b]$:

$$\ddot{W}_0 = \dot{\theta}\dot{\lambda} + \ddot{\theta}(\lambda - b) \quad (6)$$

با گشتاورگیری حول نقطه O ، داریم:

$$\frac{G}{2}\ddot{W}_0 + \int_0^b \rho_f \ddot{W}_f dx + \int_b^\lambda \rho_f \ddot{W}_f dx = -q_c \lambda \quad (7)$$

حال با توجه به گشتاور اندازه حرکت پاره خط AB حول نقطه B ، داریم:

$$\int_b^\lambda \rho_f \ddot{W}_f(x - b) dx = 2M_0 - q_c \frac{(\lambda - b)^2}{2} \quad (8)$$

با جای‌گذاری رابطه‌های (۵) و (۶) در رابطه‌های (۷) و (۸)، نتیجه می‌شود:

$$(G + 2\rho_f \lambda)\dot{\theta}\dot{\lambda} + [G(\lambda - b) + \rho_f(\lambda^2 - b^2)]\ddot{\theta} = -2q_c \lambda \quad (9-f)$$

$$\rho_f(\lambda - b)^2 \dot{\theta}\dot{\lambda} + \rho_f(\lambda - b)^3 \ddot{\theta} = 12M_0 - 3q_c(\lambda - b)^2 \quad (9-b)$$

از رابطه (۹) داریم:

$$\dot{\lambda} = \frac{12M_0 [G + \rho_f(\lambda + b)] - q_c(\lambda - b)^2 [3G + \rho_f(\lambda + 3b)]}{\rho_f(\lambda - b)^2 [2G + \rho_f(\lambda + 3b)] \dot{\theta}} \quad (10)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{3Gq_c(\lambda - b)^2 - 12M_0(G + 2\rho_f \lambda)}{\rho_f(\lambda - b)^3 [2G\rho_f(\lambda + 3b)]} \quad (11)$$

اگر $\dot{\lambda} > 0$ باشد، یال‌های پلاستیکی می‌توانند در جهت مثبت محور x جابجا شوند. باید به این نکته توجه کرد که هنگامی که $\lambda \rightarrow \infty$ ، $\dot{\lambda} \rightarrow \infty$ ، برای جلوگیری از منحصر بودن $\dot{\lambda}$ یک موقعیت اولیه یال پلاستیکی^۳ λ_0 در زمان $t \rightarrow 0$ انتخاب می-

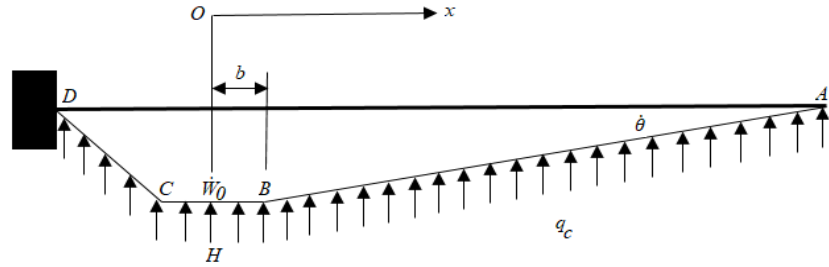
³ Plastic Hinge

¹ Velocity Field

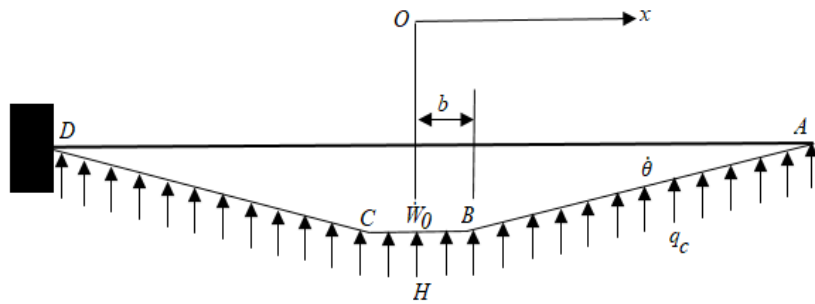
² Acceleration Field

برای استحکام کم هسته اتفاق می‌افتد. نحوه تغییر شکل رویه بالایی در حالت استحکام کم هسته در شکل (۴) نشان داده شده است:

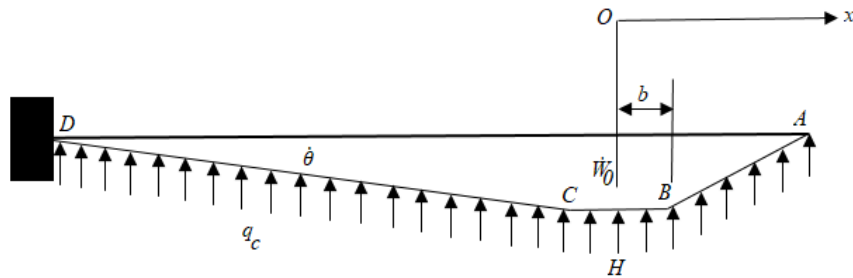
حالت گذرا، فاز اولیه حرکت رویه بالایی که برای حالت استحکام متوسط هسته به کار رفت، استفاده می‌شود. هنگامی که $\lambda = L$ شود، حالت گذرا پایان یافته و فاز دوم حرکت رویه بالایی



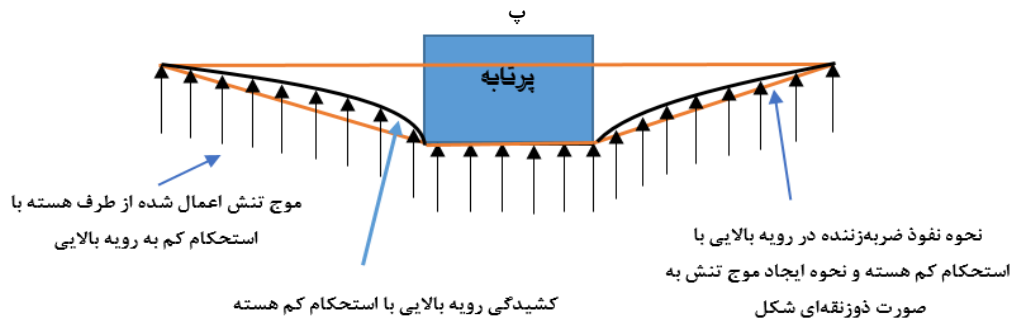
الف



ب



ج



ت

شکل ۴- تغییر شکل پلاستیکی رویه پایینی با استحکام پایین هسته (الف) ۳۰ میلی‌متر از انتهای گیردار تیر (ب) مرکز تیر (ج) ۳۰ میلی‌متر از انتهای آزاد تیر (ت) نحوه ایجاد موج تنش دوزنقه‌ای شکل برای قسمت (ب).

¹ Transit State

شکل (۵) یک بار گسترده q_c به طول 2λ به فاصله x از تکیه‌گاه به رویه پایینی از طرف هسته وارد می‌شود. رویه پایینی مانند یک تیر اوپلر - برنولی^۱ مدل شده است. معادله دیفرانسیل حرکت برای رویه پایینی که تحت بارگذاری خارجی قرار دارد، به صورت زیر است:

$$E_f I_b \nabla^4 W_b + \rho_f \ddot{W}_b = q_c H(x, t) \quad (۲۷)$$

ممان اینرسی رویه پایینی تیر ساندویچی به صورت زیر است:

$$I_b = b_f h_b^3 / 12 \quad (۲۸)$$

$$H(x, t) = \begin{cases} 1 & |x| \leq \lambda \\ 0 & \lambda < |x| \leq L \end{cases}$$

جابجایی عرضی رویه پایینی W_b به صورت یک سری فرض می‌گردد:

$$W_b(x, t) = \sum_{n=1}^N W_n(x) T_n(t) \quad (۲۹)$$

در معادله (۳۰)، $T_n(t)$ یک تابع مجهول بر حسب زمان است. تابع پایه $W_n(x)$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$W_n(x) = A_n \left\{ \begin{aligned} & \cosh \Omega_n(L+x) - \cos \Omega_n(L+x) \\ & - \eta_n [\sinh \Omega_n(L+x) - \sin \Omega_n(L+x)] \end{aligned} \right\} \quad (۳۰)$$

که

$$\eta_n = \frac{\cos(2\Omega_n L) - \cos h(2\Omega_n L)}{\sin(2\Omega_n L) - \sinh(2\Omega_n L)} \quad (۳۱)$$

و Ω_n از حل معادله زیر به دست می‌آید:

$$\cos(2\Omega_n L) \cos h(2\Omega_n L) - 1 =$$

$$0, \Omega_n < \Omega_{n+1} (n = 1, 2, \dots, N)$$

با به کارگیری روابط تعامد^۲، خواهیم داشت:

$$\int_{-L}^L W_n(x) W_j(x) dx = \delta_{nj} \quad (۳۳)$$

که در فرمول (۳۳)، δ_{nj} دلتای کرونکر^۳، و مقدار ثابت A_n از معادله (۳۳) به دست می‌آید. با استفاده از روش گالرکین^۴، تابع باقی‌مانده $R_N(x, t)$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$R_N(x, t) = \sum_{n=1}^N (\rho_b W_n \ddot{T}_n + E_f I_b \Omega_n^4 W_n T_n) - q_c H(x, t) \quad (۳۴)$$

گشتاور اندازه حرکت یال AB حول A منجر به رابطه (۱۸) می‌شود:

$$\begin{aligned} \frac{G}{2} \dot{W}_f(L+b) + \int_b^L \rho_f \dot{W}_f(L-x) dx \\ = -2M_0 - q_c \frac{(L-b)^2}{2} \end{aligned} \quad (۱۸)$$

که در رابطه (۱۸):

$$\dot{W}_f = \begin{cases} \dot{W}_0 & 0 \leq x < b \\ \dot{\theta}(L-x) & b \leq x < L \end{cases} \quad (۱۹)$$

شتاب عرضی \dot{W}_0 برابر است با:

$$\dot{W}_0 = \dot{\theta}(L-b) \quad (۲۰)$$

با جای‌گذاری رابطه‌های (۱۹) و (۲۰) در رابطه (۱۸) نتیجه می‌شود:

$$\ddot{\theta} = -\frac{12M_0 + 3q_c(L-b)^2}{[3G + 2\rho_f(L-b)](L-b)^2} \quad (۲۱)$$

با انتگرال گرفتن از رابطه (۲۱) نسبت به زمان t و در نظر گرفتن شرایط پیوستگی زاویه و نرخ تغییرات زاویه جزء AB در زمان $t = t_1$ ، نتیجه می‌شود:

$$\dot{\theta} = \dot{\theta}_1 - \frac{12M_0 + 3q_c(L-b)^2}{[3G + 2\rho_f(L-b)](L-b)^2} (t - t_1) \quad (۲۲)$$

$$\theta = \theta_1 + \dot{\theta}_1(t - t_1) - \frac{12M_0 + 3q_c(L-b)^2}{[6G + 4\rho_f(L-b)](L-b)^2} (t - t_1)^2 \quad (۲۳)$$

فاز دوم حرکت رویه بالایی در حالت استحکام کم هسته هنگامیکه $\dot{\theta} = 0$ ، پایان می‌یابد. t_{11} و θ_{11} به ترتیب زمان و زاویه جزء AB در پایان حالت مدل می‌باشد. از رابطه (۲۳) نتیجه می‌شود:

$$t_{11} = t_1 + \dot{\theta}_1 \frac{[3G + 2\rho_f(L-b)](L-b)^2}{12M_0 + 3q_c(L-b)^2} \quad (۲۴)$$

$$\theta_{11} = \theta_1 + (\dot{\theta}_1)^2 \frac{[3G + 2\rho_f(L-b)](L-b)^2}{24M_0 + 6q_c(L-b)^2} \quad (۲۵)$$

تغییر شکل عرضی در هر نقطه x از رویه بالایی در زمان t_{11} از رابطه (۲۶) محاسبه خواهد شد:

$$\begin{aligned} W_f(x, t_{11}) \\ = W_f(x, t_1) \\ + (\dot{\theta}_1)^2 \frac{[3G + 2\rho_f(L-b)](L-b)^2}{24M_0 + 6q_c(L-b)^2} L(L-x) \end{aligned} \quad (۲۶)$$

۲-۴ روند تغییر شکل رویه پایینی

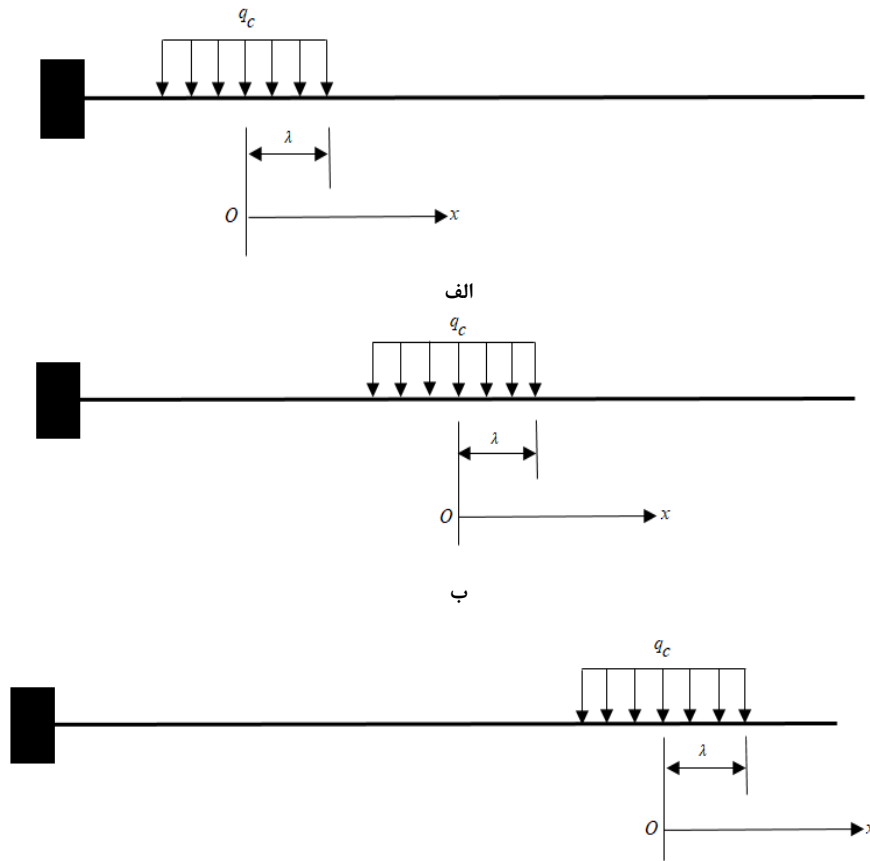
رویه پایینی تیر ساندویچی تحت ارتعاش الاستیک است. در

³ Kronecker Delta

⁴ Galerkin

¹ Euler-Bernoulli

² Orthogonal



ج

شکل ۵- طرح رویه پایینی و مختصات مربوطه (الف) ۳۰ میلی‌متر از انتهای گیردار تیر (ب) مرکز تیر (ج) ۳۰ میلی‌متر از انتهای آزاد تیر.

$$\omega_n^2 = E_f I_b \Omega_n^4 / \rho_b$$

می‌باشد. معادله‌های (۱۰) و (۱۱) و (۳۸)، از روش عددی رانج - کوتا^۱ حل و محاسبه می‌شود.

۲-۵- فلوچارت^۲ مدل تحلیلی رویه پایینی و رویه بالایی برای استحکام کم و متوسط هسته

ورودی‌های مسئله شامل ابعاد هندسی و کلیه خواص مکانیکی رویه‌ها، هسته و ضربه‌زننده می‌باشد. مرحله بعد به‌دست آوردن خواص مکانیکی ثانویه از جمله، E_c ، Y_c ، ρ_f و ... می‌باشد. برای حالت استحکام متوسط هسته ابتدا از معادلات (۱۴-الف) و (۱۴-ب) در لحظه t_0 مقادیر θ_0 ، λ_0 محاسبه می‌شوند، سپس از معادلات (۱۰) و (۱۱) مقادیر $\dot{\theta}$ ، $\dot{\lambda}$ از روش رانج - کوتا برحسب λ_0 به‌دست آورده و سپس مقدار انحنای رویه بالایی و $K(\xi)$ محاسبه می‌گردد. در آخر از معادله (۱۶)، W_f محاسبه و رسم می‌شود. برای حالت استحکام کم هسته ابتدا از معادلات

چون تابع باقی‌مانده $R_N(x, t)$ یک تابع وزن برای تابع متعامد W_n است، داریم:

$$\int_{-L}^L R_n W_j dx = 0 \quad j=1, 2, \dots, N \quad (35)$$

با جای‌گذاری معادله (۳۴) و (۳۰) در معادله (۳۵)، داریم:

$$\rho_b \ddot{T}_n + E_f I_b \Omega_n^4 W_n T_n = q_n \quad (n=1, 2, \dots, N) \quad (36)$$

که q_n به صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$q_n = \frac{4q_c A_n (\cosh \Omega_n L \sin \Omega_n L - \cos \Omega_n L \sinh \Omega_n L)}{\Omega_n [\sin(2\Omega_n L) - \sinh(2\Omega_n L)]} x \quad (37)$$

$$(\cos \Omega_n L \sinh \Omega_n \lambda - \cosh \Omega_n L \sin \Omega_n \lambda)$$

می‌توان معادله (۳۵) را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\ddot{T}_n + \omega_n^2 T_n = \frac{q_n}{\rho_b} \quad (38)$$

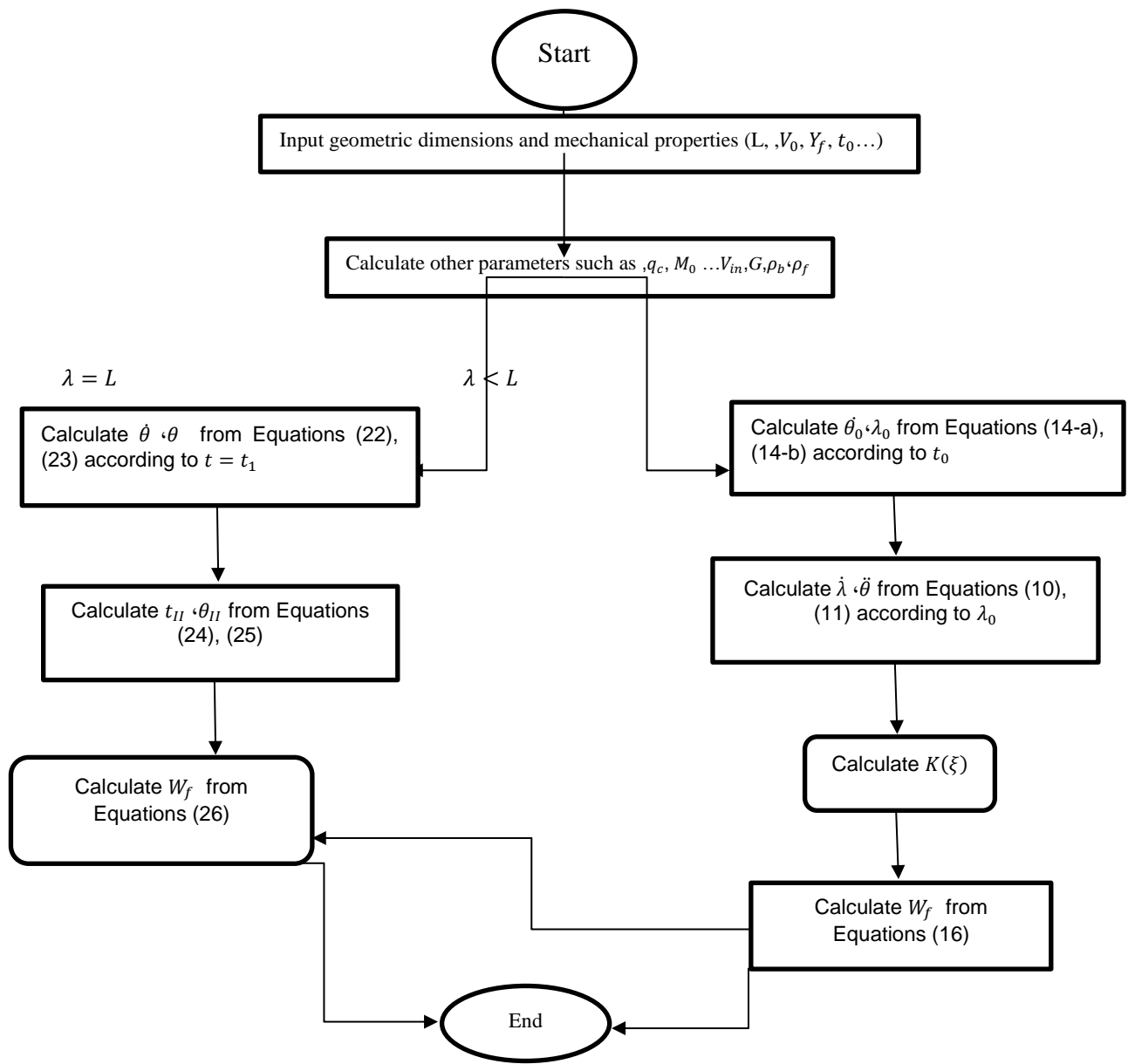
که

² Flowchart

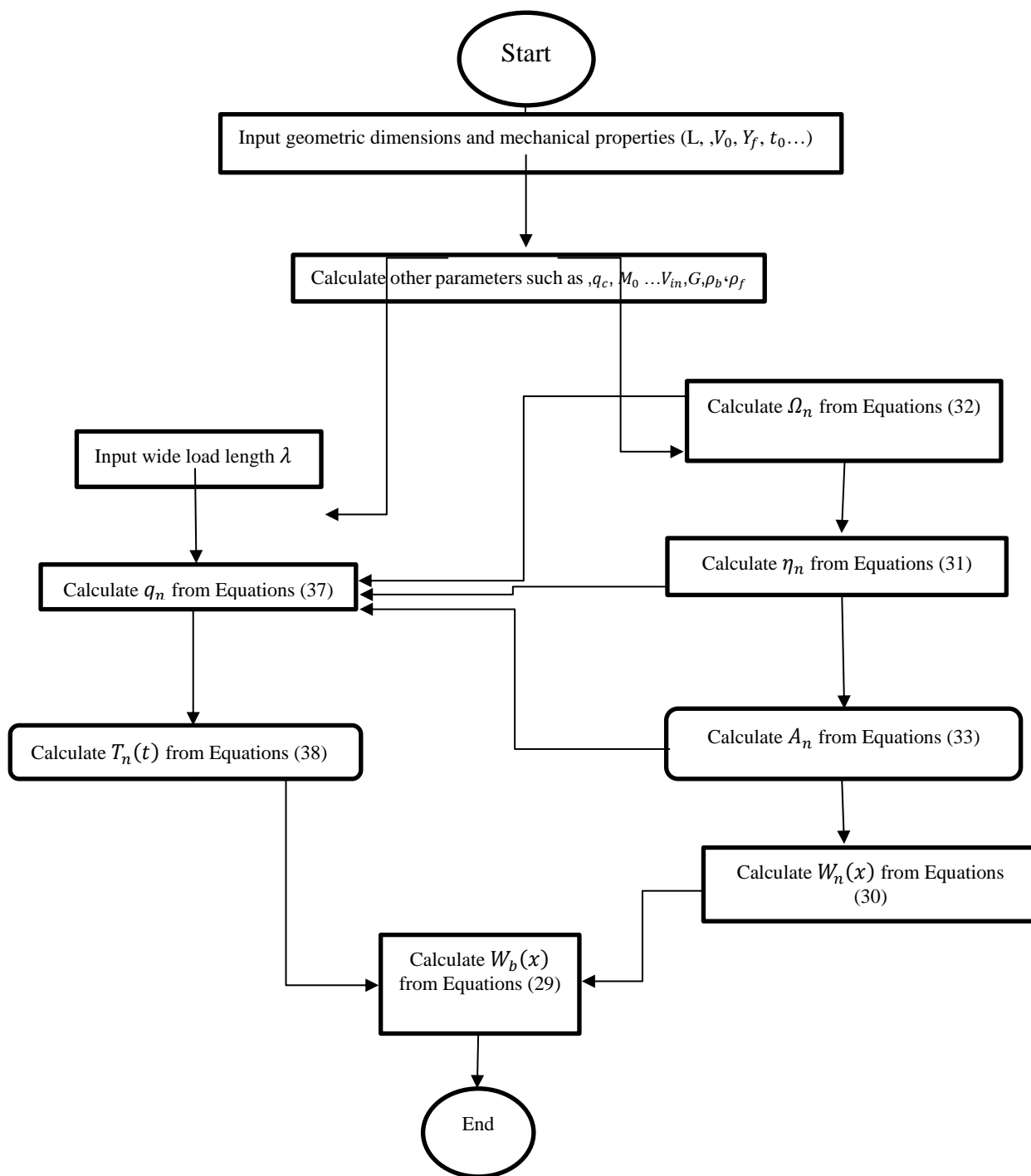
¹ Range - Kuta

محاسبه می‌شود. سپس از معادله (۳۳) ضریب A_n به دست آورده و در نهایت $W_n(x)$ از معادله (۳۰) محاسبه می‌شود. بعد از محاسبه کردن مقادیر Ω_n, η_n, A_n و وارد کردن طول بار گسترده q_c از معادله (۳۷) مقدار q_n به دست آورده و در آخر با استفاده از روش رانج - کوتا مقدار $T_n(t)$ از معادله (۳۸) محاسبه می‌شود. در پایان با محاسبه کردن مقادیر $W_n(x), T_n(t)$ از معادله (۲۹) جابجایی عرضی رویه پایینی را محاسبه و رسم می‌شود (شکل (۶)).

(۲۲) و (۲۳) مقادیر $\theta, \dot{\theta}$ در زمان $t = t_1$ محاسبه می‌شود. در زمان $t = t_1$ پایان حالت گذرا (حالتی که استحکام هسته متوسط است) می‌باشد. در ادامه زمان پایان حالت استحکام کم هسته از معادله (۲۴) محاسبه کرده و در آخر از معادله (۲۶)، W_f محاسبه و رسم می‌شود. برای رویه پایینی ورودی‌های مسئله شامل ابعاد هندسی و کلیه خواص مکانیکی رویه‌ها، هسته و ضربه‌زننده می‌باشد. مرحله بعد به دست آوردن خواص مکانیکی ثانویه از جمله، E_c, Y_c, ρ_f و ... می‌باشد. ابتدا از معادله (۳۲) مقدار Ω_n محاسبه شده و سپس از معادله (۳۱) مقدار η_n



الف



ب

شکل ۶- فلوجارت مدل تحلیلی (الف) رویه بالایی (ب) رویه پایینی برای استحکام متوسط و کم هسته

۳- شبیه‌سازی عددی

ساندویچ تیرها، به صورت فزآینده‌ای در هواپیما و صنایع هوافضا، به خاطر استحکام ویژه بالا و سختی بالایی که دارند، استفاده می‌شوند و بارهای ضربه‌ای را در طول عمر خود تجربه می‌کنند. بیشتر در صنایع که وزن اهمیت بالایی دارد، مواد کامپوزیتی

برای صفحه‌های بالایی و پایینی استفاده می‌شود. با وجود این انتخاب‌های ارزان‌تری از قبیل آلومینیوم، فولاد و چوب نیز وجود دارد. تقریباً تمامی موادی که قابلیت تبدیل شدن به ورق نازک را داشته‌اند به‌عنوان رویه در ساختارهای ساندویچی مورد استفاده قرار گرفته‌اند. رویه‌های تیر ساندویچی مورد استفاده

جهت مدل کردن هسته از مدل ماده هسته فومی که توسط فلک و دشپندا^۱ [۲۴] پیشنهاد شده، استفاده شد. تنش تسلیم σ_c و مدول الاستیک E_c هسته فوم آلومینیومی طبق روابط (۳۹) و (۴۰) به دست می آید [۲۵]:

$$E_c = E_Y[(\phi\bar{\rho})^2 + (1 - \phi)\bar{\rho}] \quad (39)$$

$$\sigma_c = \sigma_Y[0.3(\phi\bar{\rho})^{1.5} + 0.4(1 - \phi)\bar{\rho}] \quad (40)$$

که E_Y و σ_c مدول الاستیک و تنش تسلیم آلیاژ آلومینیوم به ترتیب 70 GPa و 80 GPa و ضریب ثابت ماده $\phi = 0.75$ می باشد.

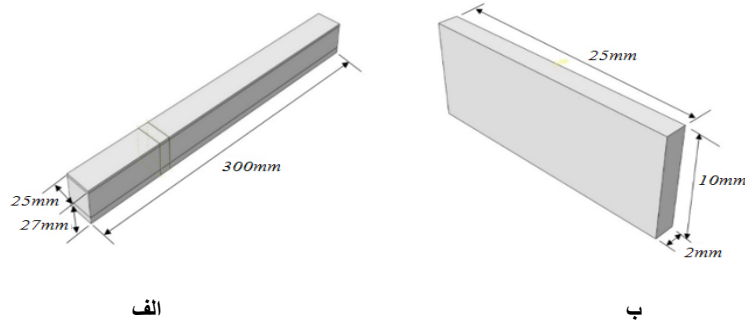
در هواپیماها، اغلب فولاد، آلومینیوم و دیگر فلزات هستند که البته در شرایط خاصی از پلاستیک‌های تقویت شده نیز استفاده می‌گردد. به همین علت برای بالا بردن استحکام و سختی تیر ساندویچی از رویه‌های فولادی و فوم فلزی (آلومینیومی) استفاده شده است. استاندارد این نوع نمونه‌ها برای مدل‌سازی و تحلیل ASTM-C393/C393M و ابعاد نمونه $25 \times 27 \times 300$ میلی‌متر می‌باشد. در این پژوهش از شبیه‌سازی عددی با نرم‌افزار آباکوس جهت بررسی پاسخ دینامیکی تیر ساندویچی یک‌سرگیردار استفاده شده است. ابعاد و خواص مکانیکی ضربه‌زننده و تیر ساندویچی همانند مدل تحلیلی در نظر گرفته شده است و در جدول ۱ آورده شده است.

جدول ۱- خواص مواد تیر ساندویچی

مواد	ضخامت h_f (mm)	چگالی $(\text{kg/m}^3)\rho$	مدول یانگ E (GPa)	نسبت پواسون ν	تنش تسلیم σ_y (MPa)	کرنش شکست ϵ_f
رویه بالایی (فولاد ضد زنگ)	۲	۷۸۵۰	۲۱۰	۰/۳	۲۶۰	۰/۰۱۸
رویه پایینی (فولاد ضد زنگ)	۵	۷۸۵۰	۲۱۰	۰/۳	۲۶۰	۰/۰۱۸
هسته (فوم آلومینیوم)	۲۰	۲۷۰	۲/۱۴۳	۰/۳	۱/۲۹	۰/۸
پرتابه (فولاد- صلب)	۲	۷۸۵۰	۲۱۰	--	-	

آباکوس به صورت C3D8R استفاده شده است. تعداد المان‌های رویه بالایی، هسته، رویه پایینی به ترتیب ۳۶۰۰، ۱۲۶۰۰ و ۴۵۰۰ می باشد. به منظور بالا بردن دقت محاسبات، سعی بر این بوده است که تعداد مش‌ها در محل برخورد از تراکم بیشتری برخوردار باشد (شکل (۸)).

چون ضربه‌زننده یک جسم صلب می‌باشد، المان‌بندی خاصی مد نظر نیست. و دارای یک مش یکنواخت مستطیلی می‌باشد. ضربه‌زننده در کل ۳۰۴ المان چهار نقطه‌ای به صورت R3D4 می‌باشد. برای مدل‌سازی تیر ساندویچی از المان هشت نقطه‌ای بلوک خطی با استفاده از روش انتگرال‌گیری کاهش یافته یا در



شکل ۷- ابعاد (الف) تیر ساندویچی (ب) ضربه‌زننده

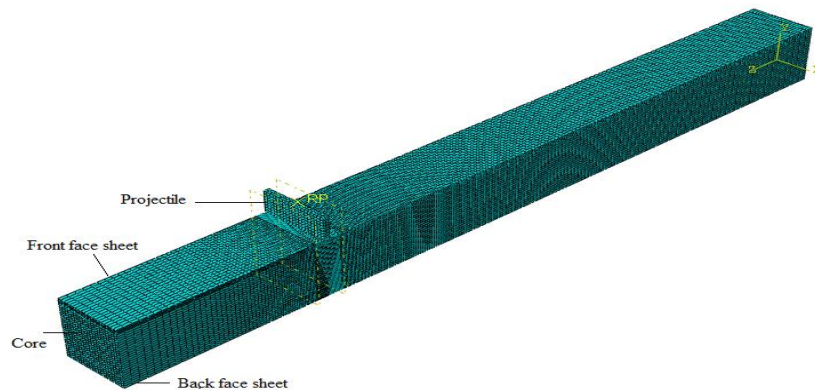
است. کرنش متراکم هسته فومی $\epsilon_d = 0.8$ و هنگامی که کرنش فشاری از کرنش متراکم هسته فومی بیشتر باشد، مقدار مدول مماسی هسته فومی $E_t = 0.1E_Y$ خواهد بود. نسبت پواسون الاستیک و پلاستیک هسته فومی به ترتیب $\nu_{ec} = 0.3$

در این مدل از شرط مرزی ENCASTRE در ابتدای تیر و محدود کردن حرکت ضربه‌زننده در جهت Y (U2) استفاده شده است. و همچنین یک شرط اولیه برای ضربه‌زننده که همان سرعت برخورد ضربه‌زننده 200 m/s است، در نظر گرفته شده

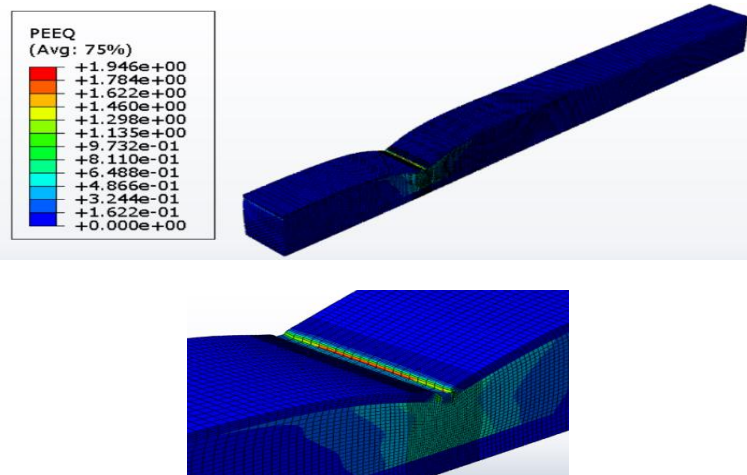
¹ Deshpande and Fleck

صفر و رویه پایینی طی فرآیند ضربه تحت تغییر شکل الاستیک قرار گرفته است.

و $v_{pl} = 0$ می‌باشد. در شکل (۹) توزیع کرنش پلاستیک رویه بالایی و هسته و رویه پایینی نشان داده شده است. با توجه به شکل (۹) مشاهده می‌شود که کرنش پلاستیکی رویه پایینی



شکل ۸- مدل المان محدود تیر ساندویچی.

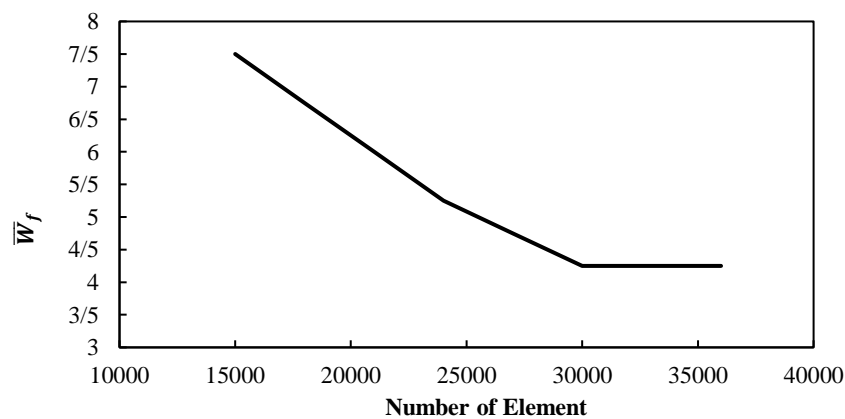


شکل ۹- توزیع کرنش پلاستیک معادل نهایی رویه‌های بالایی و پایینی

نهایی تیر ساندویچی کاهش و از تعداد ۲۷۰۰۰ المان انحراف نهایی تیر ساندویچی به عدد ۴/۲۵ میلی متر همگرا می‌شود. برای نقطه بحرانی بارگذاری تعداد مش ۱/۵ برابر نقاط دیگر است.

۱-۳- بررسی همگرایی مش بندی

در شکل (۱۰) همگرایی انحراف نهایی تیر ساندویچی بر حسب تعداد المانها بررسی شده است. با توجه به نمودار، مشاهده می‌شود که با افزایش مش بندی (افزایش تعداد المانها) انحراف



شکل ۱۰- بررسی همگرایی مش

۴- نتایج و بحث

در این قسمت اثر پارامترهایی مانند، چگالی هسته، جرم ها و سرعت های مختلف ضربه‌زننده، استحکام هسته، عرض‌های مختلف ضربه‌زننده، به‌صورت تحلیلی و عددی روی انحراف تیر

ساندویچی بررسی و مقایسه شده است.

۴-۱- صحت‌سنجی و مقایسه نتایج شبیه‌سازی و تحلیلی
با صحت‌سنجی نتایج حل تحلیلی و عددی، درصد خطاهای به-دست آمده به‌صورت جدول ۲ می‌باشد [۲۶].

جدول ۲- مقایسه نتایج تحلیلی و شبیه‌سازی و محاسبه درصد خطا.

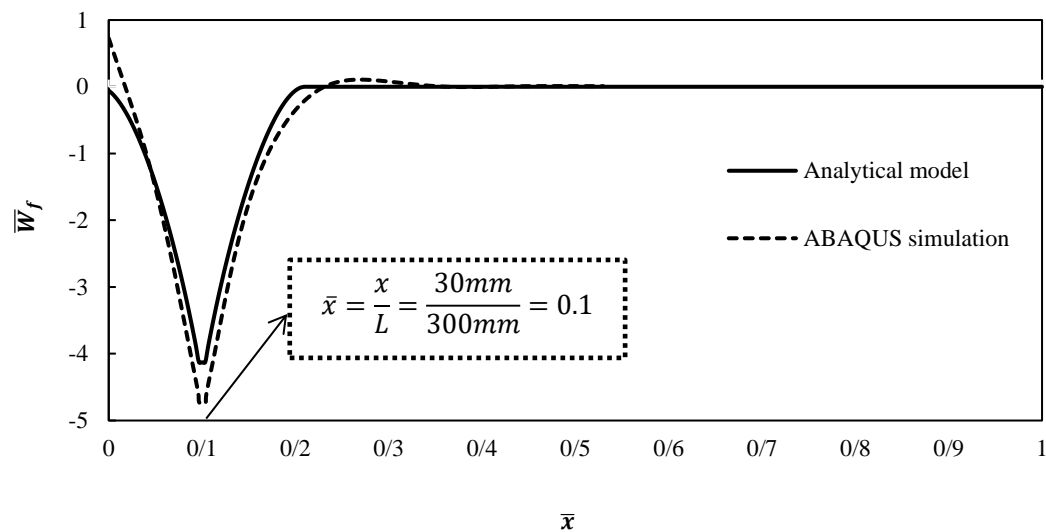
تأثیر پارامترهای موثر بر روی رویه بالایی انحراف نهایی	موقعیت ضربه‌زننده	نتایج تحلیلی	نتایج شبیه‌سازی	درصد خطا
انحراف نهایی رویه بالایی	۳۰ میلی‌متر از انتهای آزاد تیر	۴/۲ mm	۴/۶۵ mm	٪۱۳/۶۸
	مرکز تیر	۴/۱۸ mm	۴/۴۵ mm	٪۶/۸۱
	۳۰ میلی‌متر از انتهای گیردار تیر	۴/۱۶ mm	۴/۱۶ mm	٪۰
سرعت ضربه‌زننده ثابت و جرم ضربه‌زننده متفاوت	۳۰ میلی‌متر از انتهای آزاد تیر	۲/۵۵ mm	۲/۸۸ mm	٪۸
	مرکز تیر	۲/۴۹ mm	۲/۶ mm	٪۳
	۳۰ میلی‌متر از انتهای گیردار تیر	۲/۴۷ mm	۲/۴۸ mm	٪۰
جرم ضربه‌زننده ثابت و سرعت ضربه‌زننده متفاوت	۳۰ میلی‌متر از انتهای آزاد تیر	۵/۲ mm	۴/۸ mm	٪۷/۱
	مرکز تیر	۵/۱۸ mm	۴/۴ mm	٪۱۵
	۳۰ میلی‌متر از انتهای گیردار تیر	۵/۱۵ mm	۴/۲ mm	٪۱۸/۴۴

۴-۲- انحراف نهایی^۱ رویه بالایی

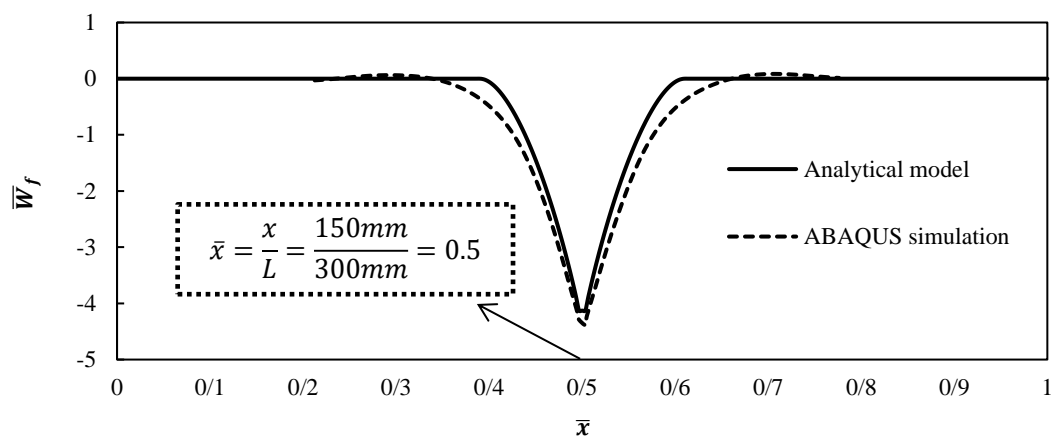
در شکل (۱۱) نمودار انحراف (تغییر شکل) نهایی رویه بالایی تیر ساندویچی را برای مدل‌سازی تحلیلی و شبیه‌سازی عددی برای سه محل اعمال بار ضربه‌ای ۳۰ میلی‌متر از انتهای آزاد، مرکز تیر و ۳۰ میلی‌متر از محل تکیه‌گاه تیر مشاهده می‌شود. از نتایج نمودارها مشخص می‌شود که انحراف نهایی رویه بالایی با حرکت ضربه‌زننده از تکیه‌گاه آزاد به سمت تکیه‌گاه گیردار، ۹/۶٪ کاهش می‌یابد. که علت این موضوع به‌دلیل فاصله محل اعمال ضربه‌زننده از تکیه‌گاه ساندویچ تیر بوده و با زیاد شدن فاصله محل ضربه‌زننده تا تکیه‌گاه ساندویچ تیر اثرات شرط مرزی تکیه‌گاه تیر کمتر می‌شود، همچنین به‌دلیل همین فاصله محل ضربه‌زننده تا تکیه‌گاه ساندویچ تیر مقدار کمی تیر زاویه پیدا کرده و باعث سر خوردن ضربه‌زننده می‌شود. همچنین از نتایج به‌دست آمده، استنباط می‌شود که اگر محل اعمال بار

ضربه‌ای به محل تکیه‌گاه تیر نزدیک‌تر باشد، درصد اختلاف نتایج مدل تحلیلی و شبیه‌سازی عددی کمتر می‌شود، که علت این مطلب به این دلیل است که در مدل‌سازی تحلیلی ضربه به‌صورت ایده‌آل در نظر گرفته شده است به‌طوری که نیروی اعمال شده از طرف ضربه‌زننده به ساندویچ تیر به‌صورت همگن (ضربه به‌صورت کامل و یکپارچه به ساندویچ تیر وارد می‌شود) به رویه بالایی وارد می‌شود، در حالی که در شبیه‌سازی عددی به دلیل شرایط مرزی، شرایط سطح برخورد، سر خوردن ضربه‌زننده و... نیروی اعمال شده از طرف ضربه‌زننده به ساندویچ تیر به‌صورت همگن (ضربه به‌صورت کامل و یکپارچه به ساندویچ تیر وارد می‌شود) به رویه بالایی وارد نمی‌شود. دلیل مینیمم بودن انحراف نهایی رویه بالایی در نقاط ۰/۱، ۰/۵ و ۰/۹ با توجه به روابط تحلیلی روی نمودارها مشخص شده است.

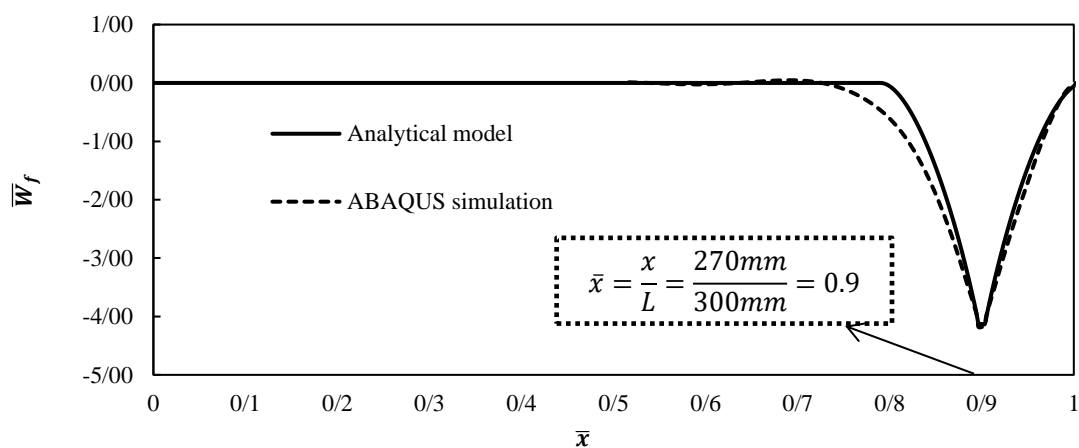
^۱ Final Deflection



الف



ب



پ

شکل ۱۱- مقایسه انحراف نهایی رویه بالایی برای $\zeta = 0.02$ و $v_0 = 200 \text{ m/s}$ (الف) ۳۰ میلی‌متر از انتهای آزاد تیر (ب) مرکز تیر (پ) ۳۰ میلی‌متر از انتهای گیردار تیر.

۳-۴

مقایسه میزان انحراف رویه بالایی در سرعت برخورد ثابت و جرم ضربه‌زننده مختلف

در شکل (۱۲) نمودار انحراف رویه بالایی به صورت تابعی از انرژی جنبشی برای مدل‌سازی تحلیلی و شبیه‌سازی عددی برای سه محل اعمال بار ضربه‌ای ۳۰ میلی‌متر از انتهای آزاد، مرکز تیر و ۳۰ میلی‌متر از محل تکیه‌گاه تیر مشاهده می‌شود. برای محاسبه انرژی جنبشی ضربه‌زننده در این حالت از اطلاعات جدول ۳ استفاده شده است. از نتایج نمودارها مشاهده می‌شود که با افزایش انرژی جنبشی ضربه‌زننده، انحراف نهایی رویه بالایی تیر ساندویچی افزایش می‌یابد، علت این مطلب به این دلیل است که با افزایش انرژی جنبشی میزان جذب انرژی تیر ساندویچی زیاد می‌شود که باعث افزایش خیز رویه بالایی می‌گردد.

۴-۴- مقایسه انحراف رویه بالایی در جرم ثابت ضربه‌زننده و سرعت برخورد مختلف

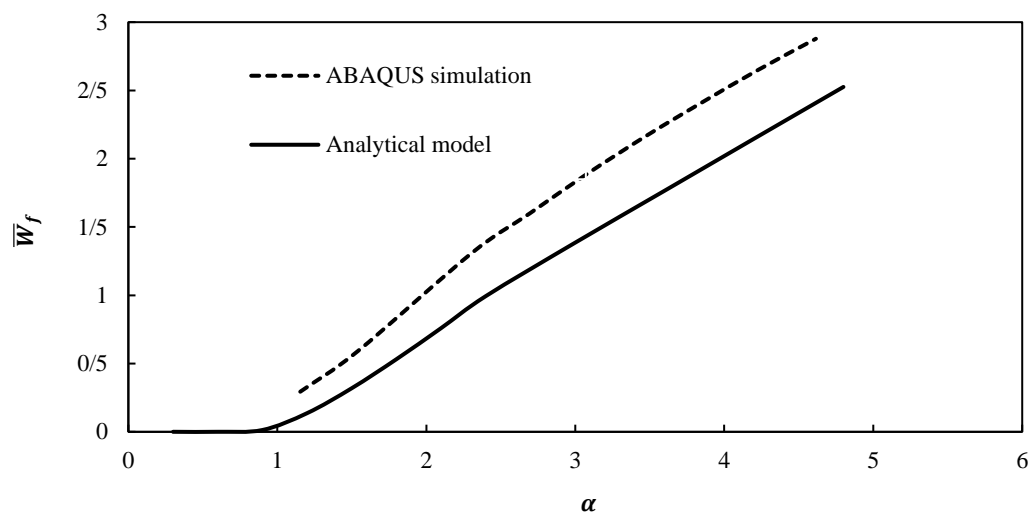
در شکل (۱۳) نمودار انحراف رویه بالایی به صورت تابعی از انرژی جنبشی برای مدل‌سازی تحلیلی و شبیه‌سازی عددی برای سه محل اعمال بار ضربه‌ای ۳۰ میلی‌متر از انتهای آزاد، مرکز تیر و ۳۰ میلی‌متر از محل تکیه‌گاه تیر مشاهده می‌شود. برای محاسبه انرژی جنبشی ضربه‌زننده در این حالت از اطلاعات جدول ۴ استفاده شده است. از نتایج نمودارها مشاهده می‌شود که با افزایش انرژی جنبشی ضربه‌زننده، انحراف نهایی رویه بالایی تیر ساندویچی افزایش می‌یابد، علت این مطلب به این دلیل است که با افزایش انرژی جنبشی میزان جذب انرژی تیر ساندویچی زیاد می‌شود که باعث افزایش خیز رویه بالایی می‌گردد.

جدول ۳- محاسبه انرژی جنبشی ضربه‌زننده α با سرعت اولیه مشخص طبق روابط تحلیلی

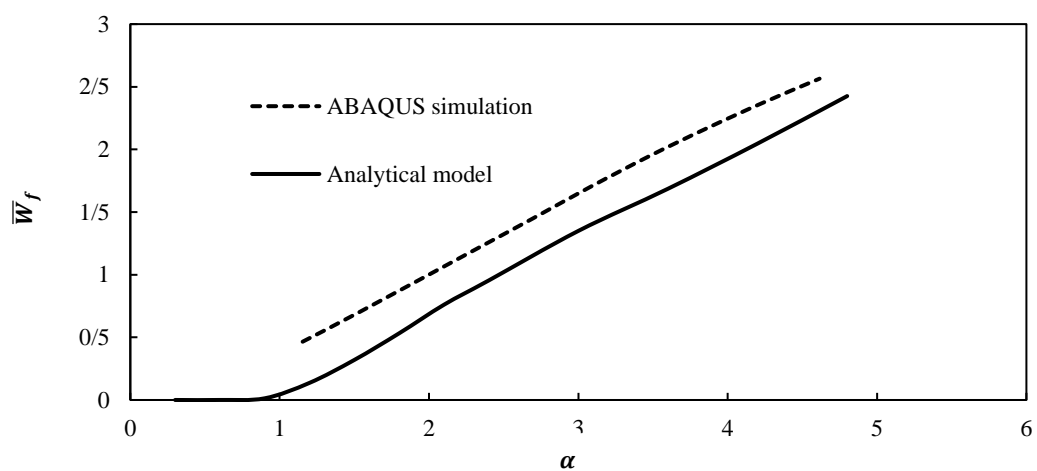
$(MPa)Y_f$	$(mm)h_f$	$(mm)b_f$	$G(gr)$	$(m/s)V_0$	$K_0 = \frac{GV_0^2}{2} (J)$	$M_0 = \frac{Y_f b_f h_f^2}{4} (N/m)$	$\alpha = K_0/M_0$
۲۶۰	۲	۲۵	۱/۵	۱۰۰	۷/۵	۶/۵	۱/۱۵
۲۶۰	۲	۲۵	۲	۱۰۰	۱۰	۶/۵	۱/۵۳
۲۶۰	۲	۲۵	۳	۱۰۰	۱۵	۶/۵	۲/۳۱
۲۶۰	۲	۲۵	۳	۱۰۰	۱۷/۵	۶/۵	۲/۶۹
۲۶۰	۲	۲۵	۴	۱۰۰	۲۰	۶/۵	۳/۰۷
۲۶۰	۲	۲۵	۴/۵	۱۰۰	۲۲/۶	۶/۵	۳/۴۸
۲۶۰	۲	۲۵	۵	۱۰۰	۲۵	۶/۵	۳/۸۴
۲۶۰	۲	۲۵	۵/۵	۱۰۰	۲۷/۵	۶/۵	۴/۲۳
۲۶۰	۲	۲۵	۶	۱۰۰	۳۰	۶/۵	۴/۶۱

جدول ۴- محاسبه انرژی جنبشی ضربه‌زننده α با نسبت جرم مشخص طبق روابط تحلیلی

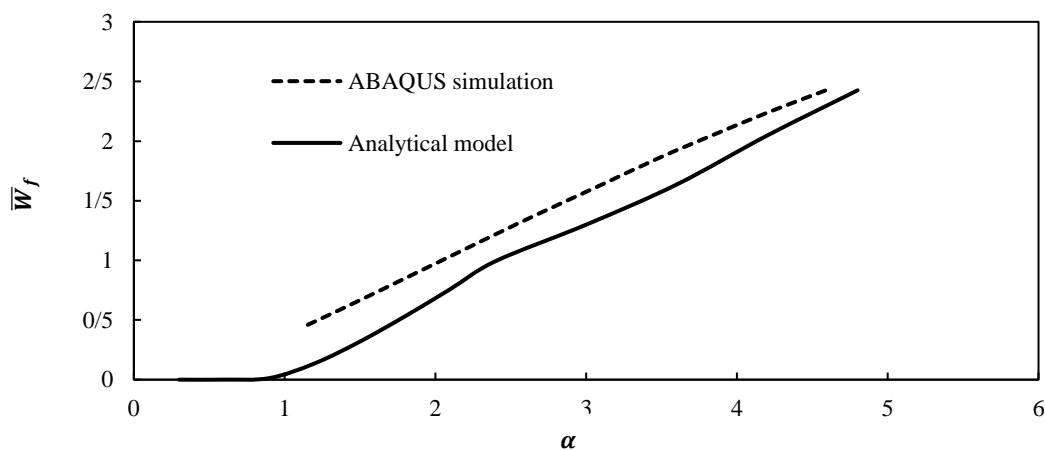
$(MPa)Y_f$	$(mm)h_f$	$(mm)b_f$	$G(gr)$	$(m/s)V_0$	$K_0 = \frac{GV_0^2}{2} (J)$	$M_0 = \frac{Y_f b_f h_f^2}{4} (N/m)$	$\alpha = K_0/M_0$
۲۶۰	۲	۲۵	۴/۵	۷۰	۱۱/۰۸	۶/۵	۱/۷۰
۲۶۰	۲	۲۵	۴/۵	۸۰	۱۴/۴۸	۶/۵	۲/۲۲
۲۶۰	۲	۲۵	۴/۵	۱۰۰	۲۲/۶	۶/۵	۳/۴۸
۲۶۰	۲	۲۵	۴/۵	۱۳۰	۳۸/۲	۶/۵	۵/۸۸
۲۶۰	۲	۲۵	۴/۵	۱۵۰	۵۲/۹۲	۶/۵	۷/۸۳
۲۶۰	۲	۲۵	۴/۵	۱۷۵	۶۹/۳	۶/۵	۱۰/۶۶
۲۶۰	۲	۲۵	۴/۵	۲۰۰	۹۰/۵	۶/۵	۱۳/۹۲



الف

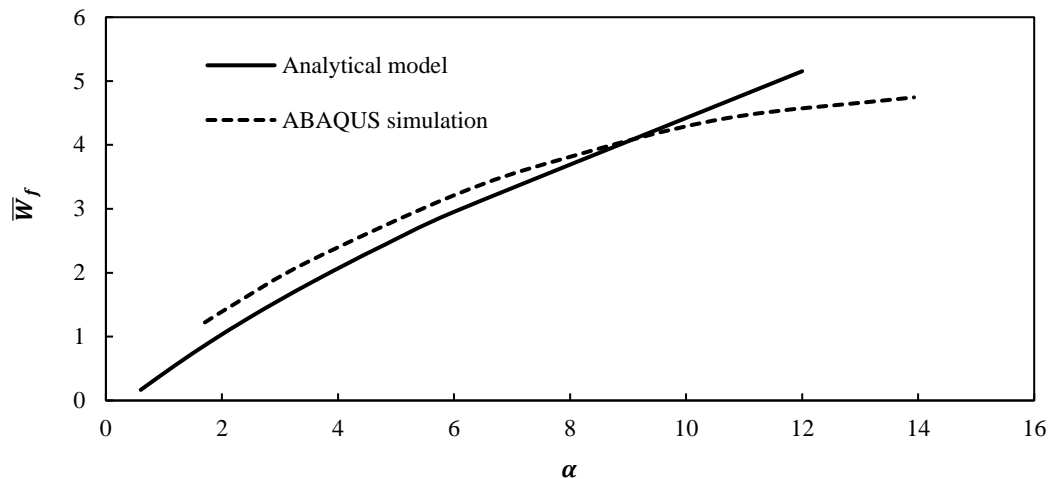


ب

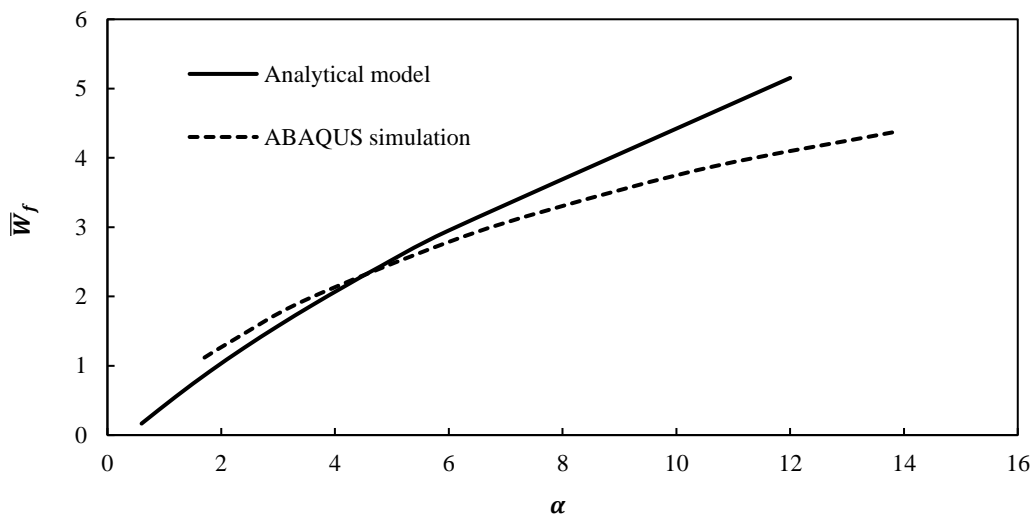


پ

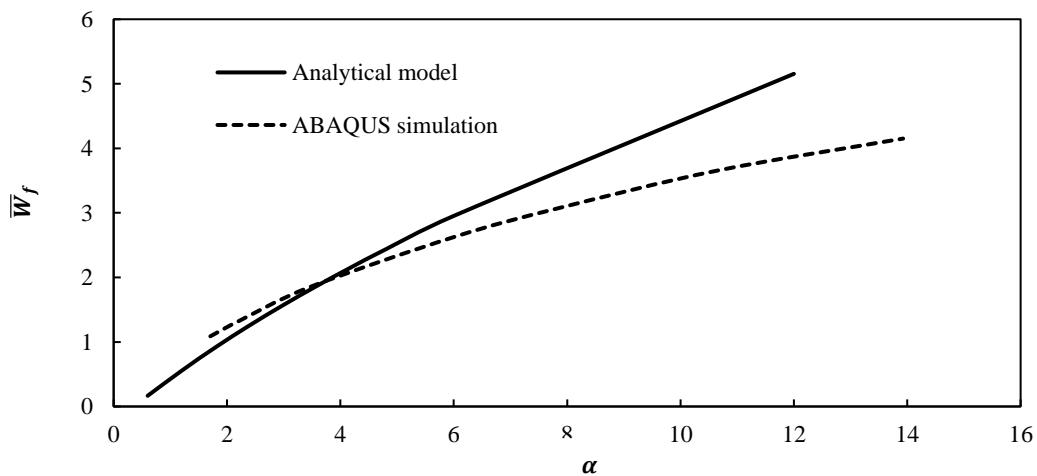
شکل ۱۲- مقایسه انحراف نهایی در وسط رویه بالایی برحسب انرژی جنبشی ضربه‌زننده α برای سرعت اولیه $V_0 = 200 \text{ m/s}$ مشخص (الف) ۳۰ میلی‌متر از انتهای آزاد تیر (ب) مرکز تیر (پ) ۳۰ میلی‌متر از انتهای گیردار تیر.



الف



ب



پ

شکل ۱۳- مقایسه انحراف نهایی در وسط رویه بالایی برحسب انرژی جنبشی ضربه‌زننده α برای $\zeta = 0.2$ (مشخص الف) ۳۰ میلی- متر از انتهای آزاد تیر (ب) مرکز تیر (پ) ۳۰ میلی‌متر از انتهای گیردار تیر.

۴-۵- بررسی اثر استحکام هسته روی شکل پروفیل

نهایی رویه بالایی ساندویچ تیر

در شکل (۱۴) انحراف نهایی رویه بالایی برای سه محل اعمال بار ضربه‌ای در ۳۰ میلی‌متر از انتهای آزاد تیر، مرکز تیر، و ۳۰ میلی‌متر از محل تکیه‌گاه تیر برای سه مقدار مختلف استحکام هسته به ازای، $\gamma = 13/68$ ، $\gamma = 20$ ، $\gamma = 60$ هنگامی که عرض ضربه‌زننده $b = 3\text{mm}$ ، انرژی جنبشی اولیه ضربه‌زننده $\alpha = 2/3$ ، جرم ضربه‌زننده $G = 3/68\text{gr}$ باشد، در مدل تحلیلی محاسبه و مقایسه شده است. مطابق جدول ۵ مقادیر مقاومت هسته بر حسب استحکام‌های هسته محاسبه شده است. مقدار $\gamma = 13/68$ برای استحکام متوسط هسته و مقدار $\gamma = 60$ برای استحکام کم هسته می‌باشد. از نتایج نمودارها مشاهده می‌شود که با افزایش استحکام هسته، خیز رویه بالایی کاهش می‌یابد، علت این موضوع به این دلیل است که مطابق فرمول با افزایش γ مقدار ξ زیاد می‌شود، و با زیاد شدن مقدار ξ مقدار q_c مقاومت هسته کاهش می‌یابد. از نتایج شکل (۱۴) استنباط می‌شود که برای استحکام متوسط هسته خیز محل اعمال ضربه $0/02\text{ mm}$ و برای استحکام ضعیف هسته خیز محل اعمال ضربه $1/87\text{ mm}$ بوده و با تغییر استحکام هسته از $13/68$ به 60 خیز محل ضربه ۹۸ درصد افزایش یافته است. دلیل مینیمم بودن انحراف نهایی رویه بالایی در نقاط $0/1$ ، $0/5$ و $0/9$ با توجه به روابط تحلیلی روی نمودارها مشخص شده است.

جدول ۵- مقدار q_c برای استحکام‌های مختلف هسته

$q_c(\text{MPa})$	$M_0(\text{N/m})$	$h_f(\text{mm})$	$\gamma(\text{MPa})$
۰/۰۳۴۷	۶/۵	۲	۱۳/۶۸
۰/۰۱۶۲۵	۶/۵	۲	۲۰
۰/۰۰۱۰	۶/۵	۲	۶۰

۴-۶- بررسی اثر جرم ضربه‌زننده بر تغییر شکل تیر

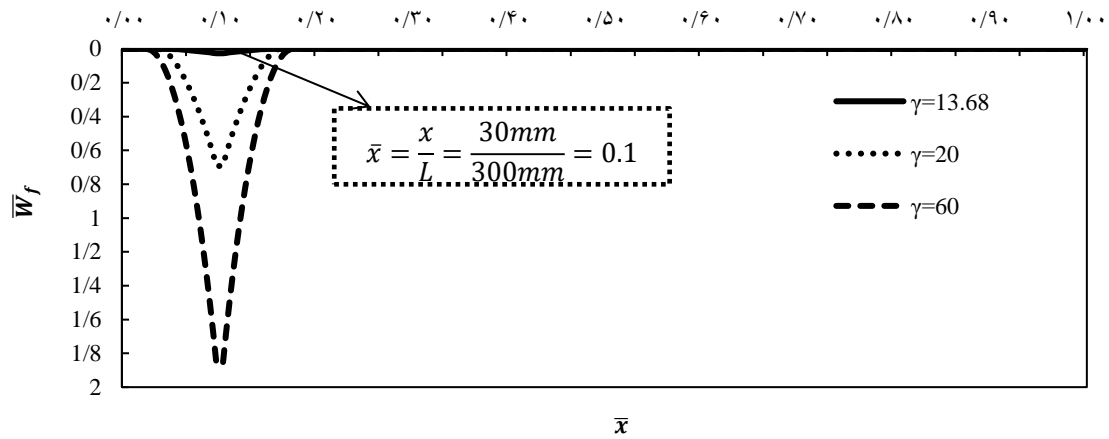
ساندویچی

در شکل‌های (۱۵)، انحراف نهایی رویه بالایی برای سه محل اعمال بار ضربه‌ای در ۳۰ میلی‌متر از انتهای آزاد تیر، مرکز تیر، و ۳۰ میلی‌متر از محل تکیه‌گاه تیر برای سه مقدار مختلف جرم ضربه‌زننده به ازای نرخ جرم‌های ضربه‌زننده $\zeta = 0/01$ ، $\zeta = 0/02$ ، $\zeta = 0/04$ ، هنگامی که انرژی جنبشی ضربه‌زننده $\alpha = 2/3$ ، عرض ضربه‌زننده 3mm ، $b =$ استحکام هسته $\gamma = 20$ باشد، در مدل تحلیلی محاسبه و مقایسه شده است. مطابق جدول ۶ مقادیر جرم ضربه‌زننده بر حسب نرخ جرم‌های ضربه‌زننده محاسبه شده است. از نتایج نمودارها مشاهده می‌شود که با افزایش جرم ضربه‌زننده، خیز رویه بالایی افزایش می‌یابد، علت این موضوع به این دلیل است که با افزایش ζ مقدار جرم ضربه‌زننده G زیاد می‌شود، و با افزایش جرم ضربه‌زننده G نیروی بیشتری به تیر ساندویچی وارد شده که منجر به افزایش خیز رویه بالایی می‌شود. از نتایج شکل (۱۶) استنباط می‌شود که برای نرخ جرم $0/01$ خیز محل اعمال ضربه $1/6\text{mm}$ و برای نرخ جرم $0/02$ خیز محل اعمال ضربه $3/6\text{mm}$ بوده و برای نرخ جرم $0/04$ خیز محل اعمال ضربه $5/56\text{mm}$ بوده با تغییر نرخ جرم ضربه‌زننده از $0/01$ به $0/04$ خیز محل ضربه ۷۱ درصد افزایش یافته است. دلیل مینیمم بودن انحراف نهایی رویه بالایی در نقاط $0/1$ ، $0/5$ و $0/9$ با توجه به روابط تحلیلی روی نمودارها مشخص شده است.

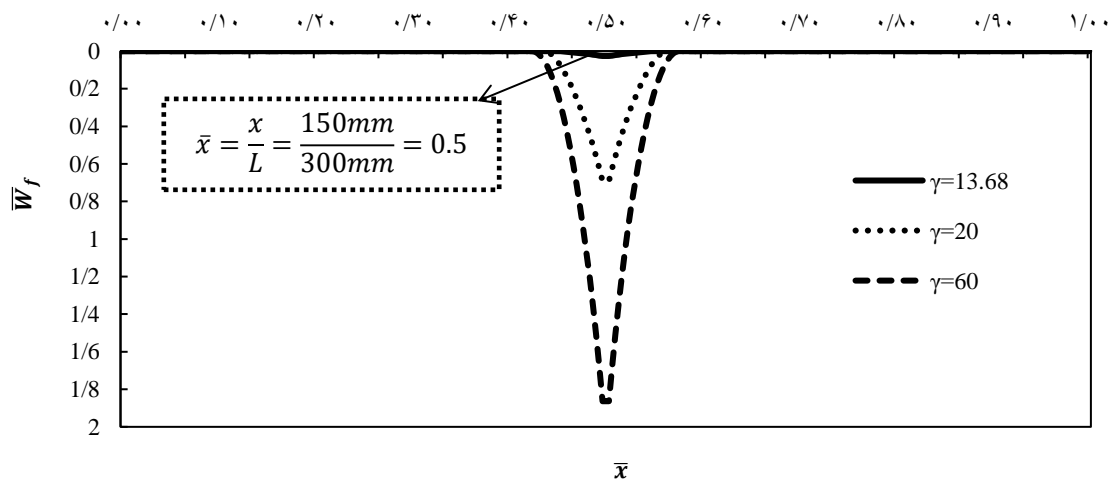
جدول ۶- مقادیر نرخ جرم ضربه‌زننده برای جرم‌های مختلف

ضربه‌زننده

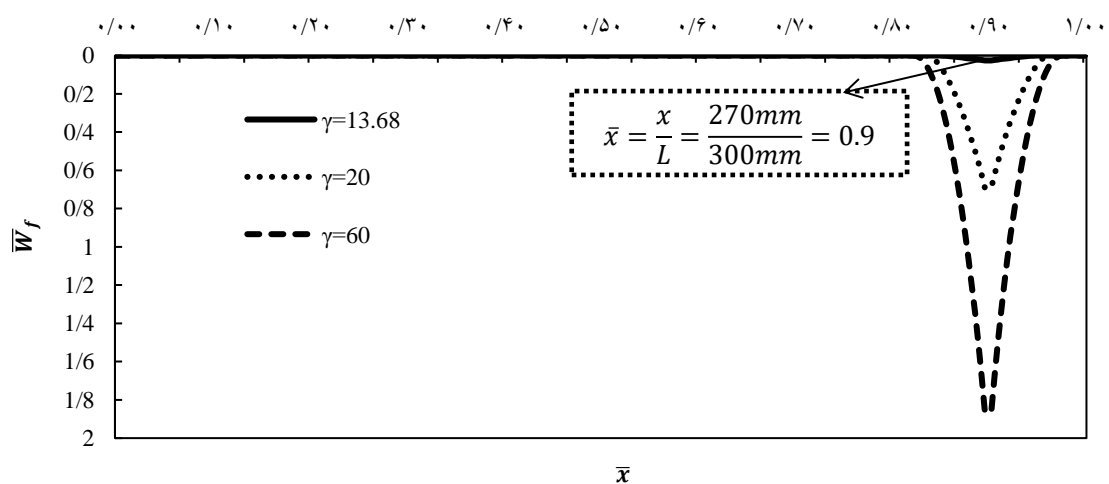
ζ	$\rho_f(\frac{\text{kg}}{\text{L}})$	$\rho_b(\frac{\text{kg}}{\text{L}})$	$L(\text{mm})$	$G(\text{gr})$
$\frac{\zeta}{G} = \frac{1}{(\rho_f + \rho_b)L}$				
۰/۰۱	۰/۲۷۶	۰/۴۷۶	۳۰۰	۲/۲۶
۰/۰۲	۰/۲۷۶	۰/۴۷۶	۳۰۰	۴/۵۲
۰/۰۴	۰/۲۷۶	۰/۴۷۶	۳۰۰	۹/۰۴



الف

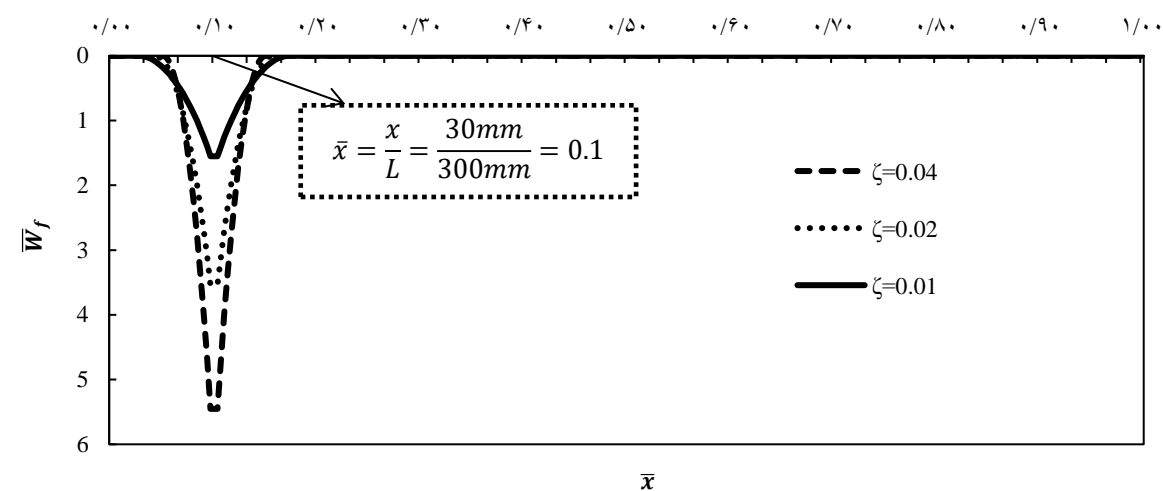


ب

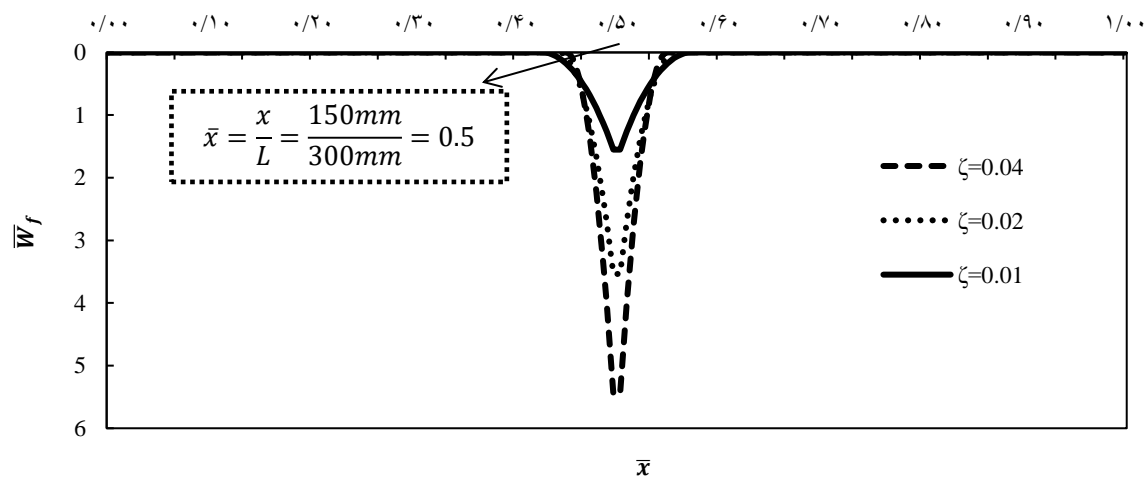


پ

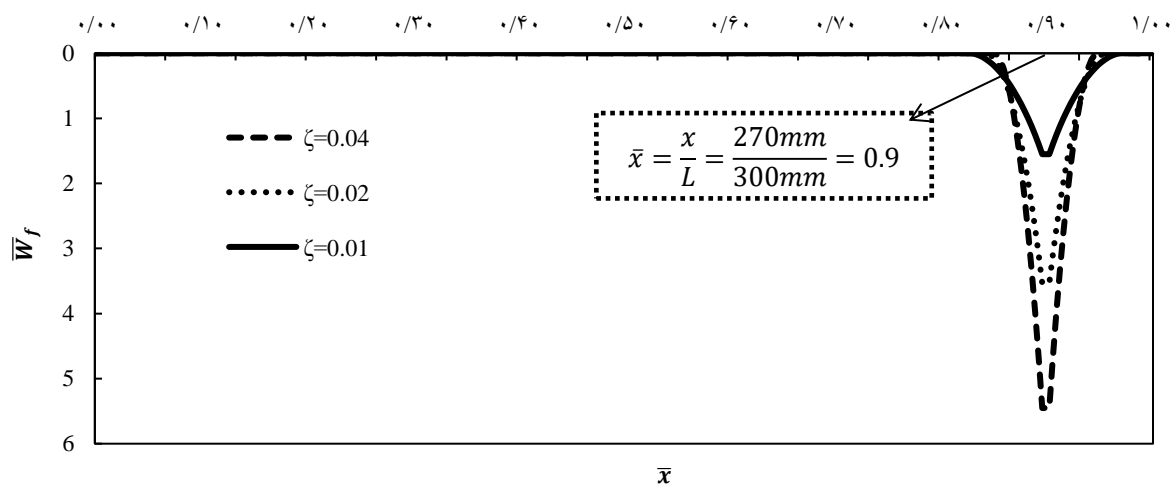
شکل ۱۴- اثر استحکام هسته روی انحراف نهایی رویه بالایی الف) ۳۰ میلی متر از انتهای آزاد تیر (ب) مرکز تیر (پ) ۳۰ میلی متر از انتهای گیردار تیر.



الف



ب



ج

شکل ۱۵- اثر نرخ جرم ضربه‌زننده روی انحراف نهایی رویه بالایی (الف) ۳۰ میلی‌متر از انتهای آزاد تیر (ب) مرکز تیر (پ) ۳۰ میلی‌متر از انتهای گیردار تیر.

محل اعمال ضربه ۰/۸mm بوده با تغییر پهناى ضربه‌زننده از ۰/۰۱ به ۰/۰۵ خیز محل ضربه ۴۴ درصد کاهش یافته است. دلیل مینیمم بودن انحراف نهایی رویه بالایی در نقاط ۰/۱، ۰/۵ و ۰/۹ با توجه به روابط تحلیلی روی نمودارها مشخص شده است.

جدول ۷- مقادیر پهناى ضربه‌زننده
برای عرض‌های مختلف ضربه‌زننده

$\beta = \frac{b}{L}$	$L(mm)$	$b(mm)$
۰/۰۱	۳۰۰	۳
۰/۰۲	۳۰۰	۹
۰/۰۵	۳۰۰	۱۵

۴-۸- بررسی اثر سرعت ضربه‌زننده روی انحراف رویه

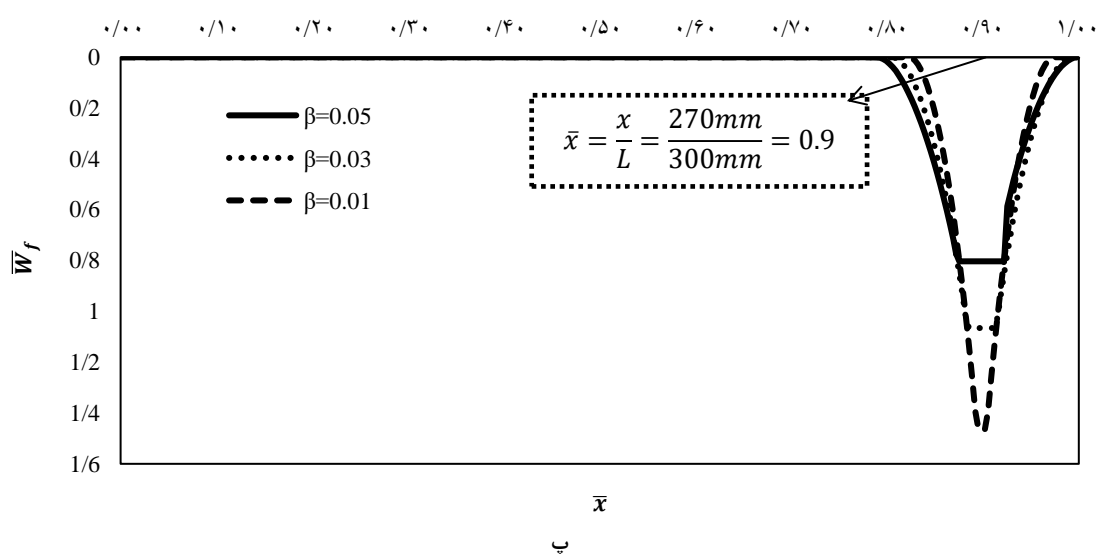
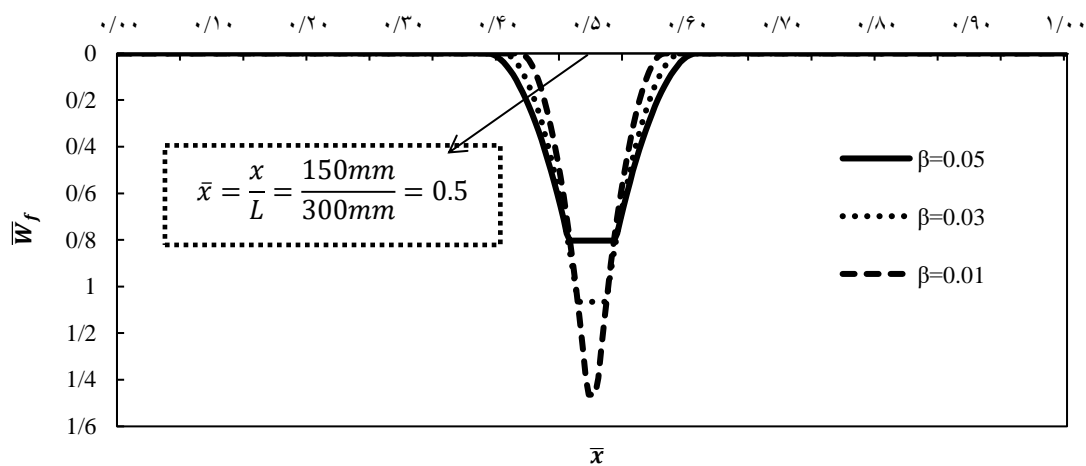
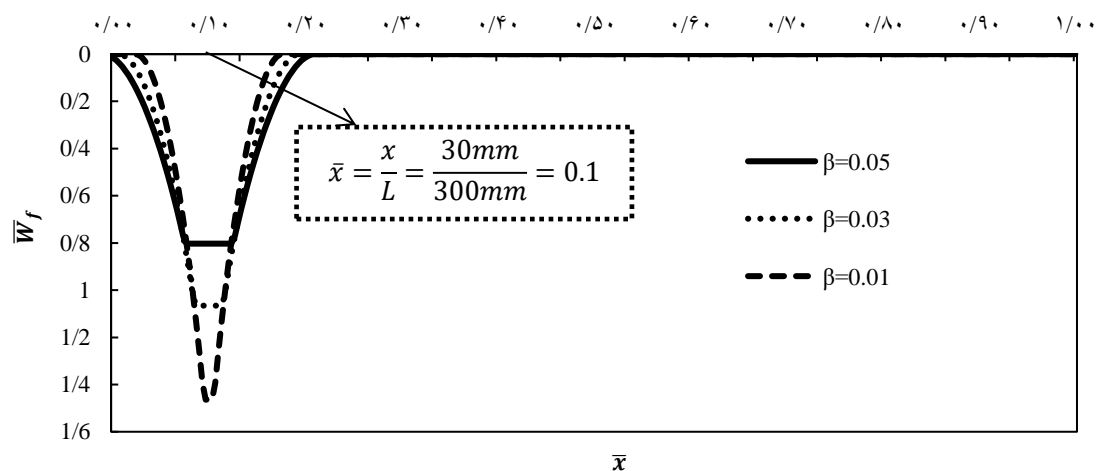
پایینی تیر ساندویچی

شکل‌های (۱۷) ماکزیمم انحراف رویه پایینی تیر ساندویچی با مقادیر مختلف انرژی جنبشی بحرانی ضربه‌زننده α برای ۰/۰۱ $\beta = 20$ ، $\gamma = 0.2$ و ζ را نشان می‌دهند. با توجه به نمودارها مشاهده می‌شود که با افزایش انرژی جنبشی بحرانی ضربه‌زننده α ماکزیمم انحراف رویه پایینی افزایش می‌یابد. برای مقدار $\alpha = 7/4$ ، $\sigma_b \max$ به استحکام تسلیم می‌رسد.

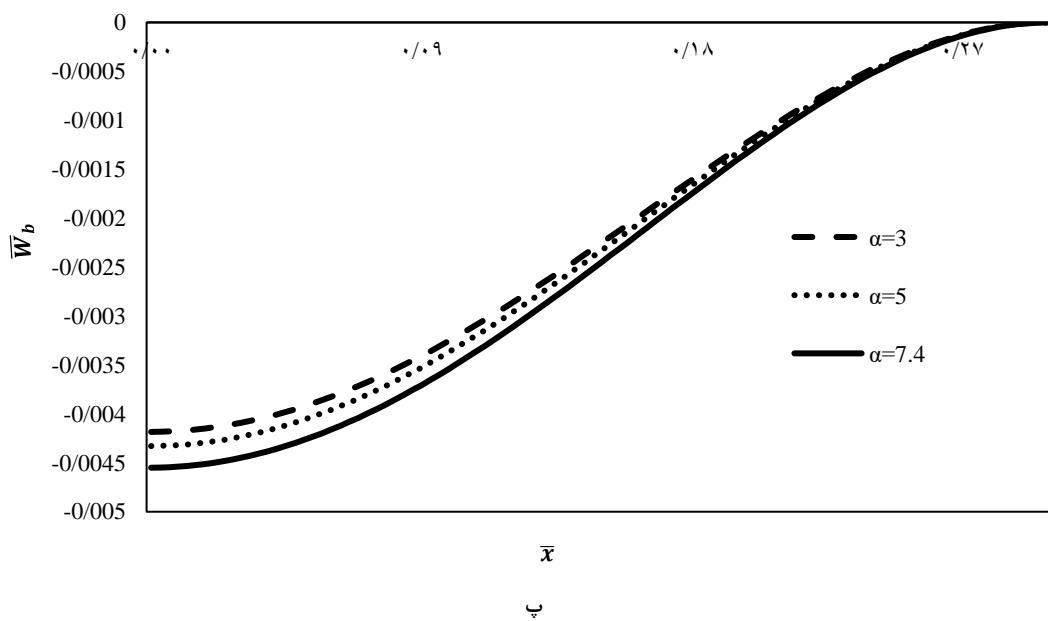
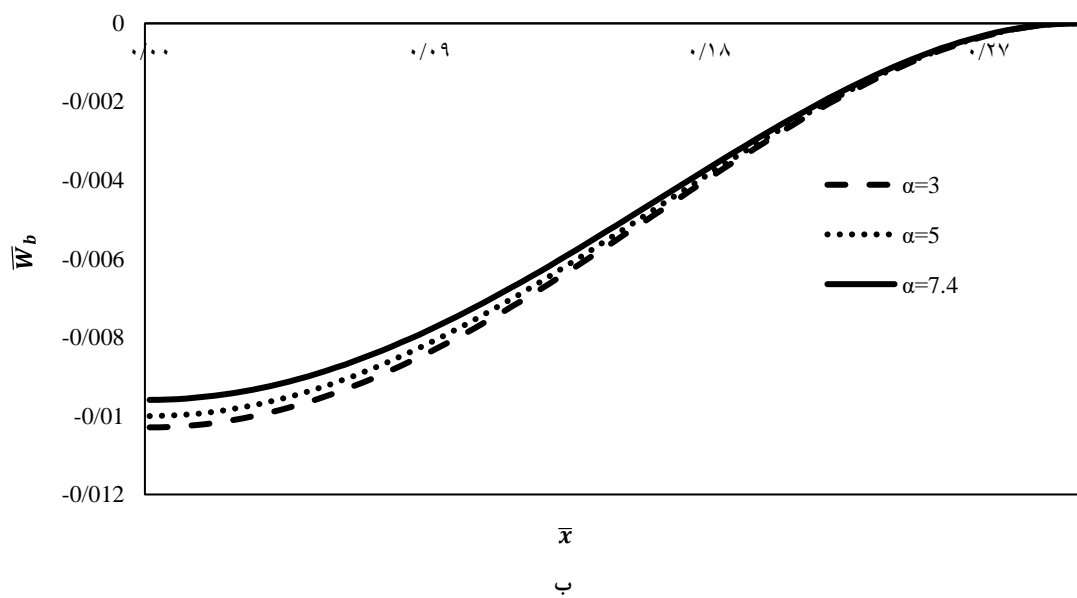
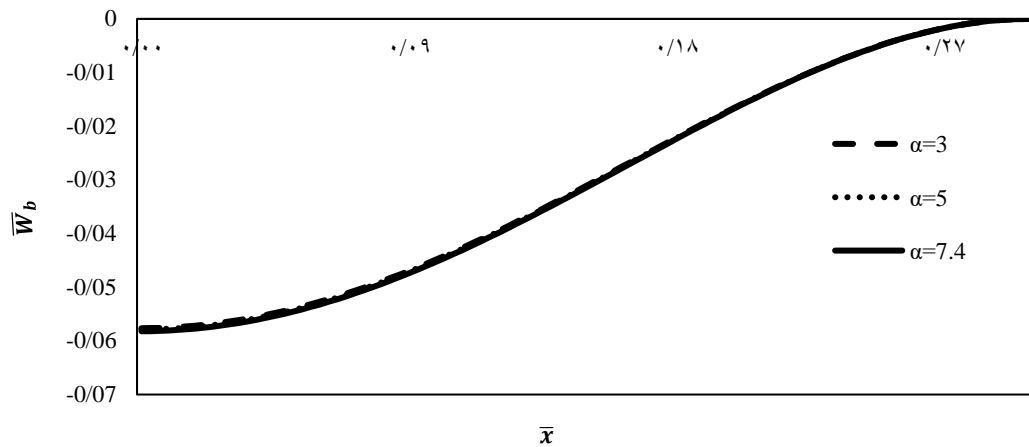
۴-۷- اثر عرض ضربه‌زننده روی نحوه تغییر شکل تیر

ساندویچی

در شکل‌های (۱۶)، پروفایل نهایی رویه بالایی برای سه محل اعمال بار ضربه‌ای در ۳۰ میلی‌متر از انتهای آزاد تیر، مرکز تیر، و ۳۰ میلی‌متر از محل تکیه‌گاه تیر در سه مقدار مختلف عرض ضربه‌زننده به ازای پهناهای مختلف ضربه‌زننده $\beta = 0.1$ ، $\beta = 0.3$ ، $\beta = 0.5$ ، هنگامی که استحکام هسته $\gamma = 20$ ، جرم ضربه‌زننده $G = 4/52 \text{ gI}$ ، انرژی جنبشی ضربه‌زننده $\alpha =$ باشد، در مدل تحلیلی مقایسه و محاسبه شده است. مطابق جدول ۷ مقادیر عرض ضربه‌زننده برحسب پهناهای مختلف ضربه‌زننده محاسبه شده است. از نتایج نمودارها مشاهده می‌شود که با افزایش عرض ضربه‌زننده، خیز رویه بالایی کاهش می‌یابد، علت این موضوع به این دلیل است که با افزایش پهناى ضربه‌زننده β مقدار عرض ضربه‌زننده b زیاد می‌شود، و با افزایش عرض ضربه‌زننده b سطح برخورد بیشتری از تیر ساندویچی را در بر می‌گیرد و باعث می‌شود که نیروی کمتری به تیر ساندویچی وارد کند که منجر به کاهش خیز رویه بالایی می‌شود. از نتایج شکل (۱۷) استنباط می‌شود که برای پهناى ضربه‌زننده $\beta = 0.1$ خیز محل اعمال ضربه ۱/۴۳mm و برای پهناى ضربه‌زننده $\beta = 0.3$ خیز محل اعمال ضربه ۱/۱۴mm بوده و برای پهناى ضربه‌زننده $\beta = 0.5$ خیز



شکل ۱۶- اثر پهناهای ضربه‌زننده روی انحراف نهایی رویه بالایی (الف) ۳۰ میلی‌متر از انتهای آزاد تیر (ب) مرکز تیر (پ) ۳۰ میلی‌متر از انتهای گیردار تیر.



شکل ۱۷- اثر سرعت ضربه‌زنده روی بیشترین انحراف رویه پایینی الف) ۳۰ میلی‌متر از انتهای آزاد تیر (ب) مرکز تیر (پ) ۳۰ میلی-متر از انتهای گیردار تیر.

۵- نتیجه گیری

در این پژوهش براساس تئوری صلب - کاملاً پلاستیک و روش گلرکین، یک مدل تحلیلی و عددی برای تعیین پاسخ دینامیکی تیر ساندویچی یک سرگیردار که تحت بار ضربه‌ای قرار داشت، ارائه شد. در این تیر ساندویچی جنس هسته از آلومینیوم فوم و جنس رویه‌های بالایی و پایینی از فولاد زنگ‌نزن می‌باشد. در این مدل هسته ضخیم و رویه بالایی تحت تغییر شکل پلاستیکی و رویه پایینی تحت ارتعاش الاستیک قرار داشتند. پاسخ دینامیکی تیر ساندویچی براساس استحکام هسته، به دو نوع پاسخ دینامیکی با استحکام متوسط هسته و استحکام کم هسته طبقه‌بندی شده است. مدل تحلیلی با شبیه‌سازی عددی مقایسه و اعتبارسنجی شد. شبیه‌سازی عددی و مدل تحلیلی نشان داد که سرعت و جرم ضربه‌زننده و استحکام هسته روی تغییر شکل تیر ساندویچی تاثیر قابل ملاحظه‌ای دارد. از نتایج مقاله می‌توان در طراحی سازه‌های محافظت کننده استفاده کرد. مهم‌ترین نتایج بدست آمده به صورت زیر می‌باشد:

- ۱- انحراف نهایی رویه بالایی با حرکت ضربه‌زننده از تکیه‌گاه آزاد به سمت تکیه‌گاه گیردار، $۹/۶\%$ کاهش یافت.
- ۲- اثر استحکام هسته روی پروفایل نهایی رویه بالایی، با افزایش ۷۷% استحکام هسته، انحراف نهایی تیر ساندویچی افزایش یافته و مشاهده شده است که با حرکت از تکیه‌گاه آزاد به تکیه‌گاه گیردار، انحراف نهایی رویه بالایی $۲/۰۱\%$ کاهش یافته است.
- ۳- اثر نرخ جرم روی پروفایل نهایی رویه بالایی، با افزایش ۷۵% نرخ جرم، انحراف نهایی تیر ساندویچی افزایش یافته و مشاهده شده است که با حرکت از تکیه‌گاه آزاد به تکیه‌گاه گیردار، انحراف نهایی رویه بالایی $۱/۴۶\%$ کاهش یافته است.
- ۴- اثر پهناهای مختلف ضربه‌زننده β روی پروفایل نهایی رویه بالایی، با افزایش پهناهای مختلف ضربه‌زننده از $۰/۱$ به $۰/۰۵$ انحراف نهایی تیر ساندویچی کاهش یافته و مشاهده شده است که با حرکت از تکیه‌گاه آزاد به تکیه‌گاه گیردار، انحراف نهایی رویه بالایی $۳/۳۲\%$ کاهش یافته است.

Symbols	Symbols	Symbols
q_c نیرو بر واحد طول هسته	$R_N(x, t)$ تابع باقی‌مانده	t_1 زمان پایان حالت گذرا
Y_c تنش تسلیم هسته	$\alpha = \frac{K_0}{M_0}$ انرژی جنبشی	λ_1 موقعیت جابجایی یال پلاستیکی A
b_f عرض تیر ساندویچی	$\gamma = \frac{\xi}{h_f}$ استحکام هسته	θ_1 زاویه جزء AB حول یال پلاستیکی A
ρ_f چگالی بر واحد طول رویه بالایی	$\zeta = \frac{G}{(\rho_f + \rho_b)L}$ نرخ جرم	θ_I نرخ زاویه جزء AB حول یال پلاستیکی A
ρ_b چگالی بر واحد طول رویه پایینی	S ناحیه تغییر شکل یافته	t_{II} زمان پایان حالت مدل
m_f چگالی رویه بالایی	\bar{m} نسبت جرم	θ_{II} زاویه جزء AB در پایان حالت مدل
m_b چگالی رویه پایینی	$\bar{W}_f = \frac{W_f}{h_f}$ انحراف نهایی رویه بالایی	E_f مدول الاستیک رویه بالایی
m_c چگالی هسته	$\xi = 2\left(\frac{M_0}{q_c}\right)^{1/2}$ طول مشخصه	I_b ممان اینرسی رویه پایینی
h_f ضخامت رویه بالایی	K_0 انرژی ورودی	W_b جابجایی عرضی رویه پایینی
h_b ضخامت رویه پایینی	$\bar{\rho}$ نسبت چگالی	\dot{W}_b شتاب عرضی رویه پایینی
h_c ضخامت هسته	\emptyset پارامتر ماده	$H(x, t)$ تابع ضربه
Y_b تنش تسلیم رویه بالایی و پایینی	$\beta = \frac{b}{L}$ پهناهای ضربه‌زننده	W_n تابع اساسی
$2b$ عرض ضربه‌زننده	$\bar{x} = \frac{x}{L}$ فاصله بی‌بعد شده	T_n تابع مجهول
G جرم ضربه‌زننده	σ_{bmax} تنش ماکزیمم رویه پایینی	δ_{nj} دلتای کرونگر
V_0 سرعت اولیه ضربه‌زننده	\dot{W}_0 شتاب عرضی اولیه	W_f جابجایی عرضی رویه بالایی
λ طول ناحیه تغییر شکل پلاستیکی	θ شتاب زاویه‌ای	W_0 سرعت جابجایی عرضی اولیه
V_{in} سرعت تماس رویه بالایی و ضربه‌زننده	L طول تیر	\dot{W}_f سرعت جابجایی عرضی رویه بالایی
M_0 گشتاور تغییر شکل پلاستیکی	$\dot{\lambda}$ سرعت جابجایی یال‌های پلاستیکی	θ نرخ تغییرات زاویه
t_0 زمان اولیه		\dot{W}_f شتاب عرضی رویه بالایی
λ_0 طول اولیه ناحیه پلاستیکی		Y تنش تسلیم
		$K(\xi)$ انحنا رویه

مراجع

- [1] K. Marguerre. "The optimum buckling load of a flexibly supported plate composed of two sheets joined by a light weight filler under longitudinal compression." *Deutsche Vierteljahrsschrift für und Giests Geschichte*, (1944): DVL (ZWB UM1360/2).
- [2] J.R. Vinson. "Sandwich structures." *Applied Mechanics Reviews*, no. 58 (2001): 201-214.
- [3] S. Abrate. "Impact on laminated composite materials." *Applied Mechanics Reviews*, no. 44 (1991): 155-190.
- [4] T. Anderson and E. Madenci. "Experimental investigation of low- velocity impact characteristics of sandwich composites." *Composite Structure*, no. 50 (2000): 239-247.
- [5] Y. Mu, G. Yao, and H. Luo. "Effect of cell shape anisotropy on the compressive behavior of closed-cell aluminum foams." *Materials & Design* 31, no. 3 (2010): 1567-1569.
- [6] K. Mohan, T.H. Yip, S. Idapalapati, and Z. Chen. "Impact response of aluminum foam core sandwich structures." *Materials Science and Engineering: A* 529 (2011): 94-101.
- [7] U. I. Invanza, I. Sridhar and S. Rajendra. "Impact modeling of foam cored sandwich plates with ductile or brittle faceplates." *Composite Structures*, no. 94 (2013): 94-231.
- [8] E. U. Ashiysh, H.H. Luo, W.G. Long and X. Han. "Dynamic response of clamped sandwich beam with aluminum alloy foam core subjected to impact loading." *Composite Structures*, no. 46 (2014): 94-231.
- [9] S. Feli and M. Ranjbaran. "Vertical impact analysis in sandwich structures with consideration of different energy absorption mechanisms." *Modern Defense Science and Technology*, no. 23 (2017): 33-43.
- [10] X. B. Harprite, Z.K. Cao, G.C. Yao, H.J. Luo and G.Y. Zu. "Performance of aluminum foam–steel panel sandwich composites subjected to blast loading." *Materials and Design*, no. 47 (2013): 483-488.
- [11] S. D. Sbolarty, S.R. Nutt and X. Wenchen. "Compression and low-velocity impact behavior of aluminum syntactic foam." *Materials Science & Engineering A*, no. 578 (2013): 222-229.
- [12] A.G. Hanssen, Y. Girard, L. Olausson, T. Bested, M. Lang Seth, "A Numerical Model for Bird Strike of Aluminum Foam-based Sandwich Panels." *International Journal of Impact Engineering*, no. 7 (2006): 1127-1144.
- [13] H. Zhao, I. Elnasri and Y. Girad. "Perforation of Aluminium Foam Core Sandwich Panels under Impact Loading an Experimental Study." *International Journal of Impact Engineering*, no. 7 (2007): 1246-1257.
- [14] A. Mosavizadeh, H. Hosseini and M. Kamalvand. "Investigating the Effect of Transverse Reinforcements on Flat and Curved Steel Sheets under Free Fall Impact." *Scientific Journal of Aerospace Mechanics*, no. 4 (2019): 39-59.
- [15] H. Hatami and B. Fatollahi. "Theoretical and Numerical Investigation and Comparison of the Effect of Inertia on the Collapse Behavior of Single Cell and Two Cell Mesh Absorbers under Shock Loading." *Amir Kabir Mechanical Engineering Journal*, no. 5 (2016): 999-1014.
- [16] H. Hatami. " Experimental and Analytical Investigation of Bending and Impact Properties of Steel and Concrete Composite Beams with High Performance." *Scientific and Research Journal of Mechanics of Structures and Fluids*, no. 6 (2023): 99-111.
- [17] M .Arefi and F. Najafitabar. "Buckling and free vibration analyses of a sandwich beam made of a soft core with FG-GNPs reinforced composite face-sheets using Ritz Method." *Thin-Walled Structures*, no. 158 (2021): 107-200.
- [18] M. Arefi and A. Zenkour. "Influence of microlength-scale parameters and inhomogeneities on the bending, free vibration and wave propagation analyses of a FG Timoshenko's sandwich piezoelectric microbeam." *Journal of Sandwich Structures and Material*, no. 1 (2017): 1-28.
- [19] M.T. Tilbrook, V.S. Deshpande and N.A. Fleck. "The impulsive response of sandwich beams: Analytical and numerical investigation of regimes of behavior." *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, no. 58 (2006): 2242-2280.
- [20] R.M. Mcmeeking, A.V. Spuskanyuk, M.Y. He, V.S. Deshpande, N.A. Fleck and A.G. Evans. "An analytic model for the response to water blast of unsupported metallic sandwich panels." *International Journal of Solids Structures*, no. 45 (2008): 478-496.
- [21] M.T. Tilbrook, V.S. Deshpande and N.A. Fleck. "The impulsive response of sandwich beams: Analytical and numerical investigation of regimes of behavior." *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, no. 54 (2006): 2242-2280.

- [22] T.X. Yu and W.J. Stronge. "Large deflections of a rigid-plastic beam-on-foundation from impact. " *International Journal of Impact Engineering*, no. 9 (1990): 115-126.
- [23] T.G. Zhang, W.J. Stronge and Yu TX. "Dynamic deformation of rigid-plastic beams for general impulsive loading: a phenomenological model. " *International Journal of Impact Engineering*, no. 16 (1995): 535-562.
- [24] V.S. Deshpande and N.A. Fleck. "Isotropic constitutive models for metallic foams. " *J Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, no. 48 (2000): 1253-1283.
- [25] L.J. Gibson and M.F. Ashby. "Cellular solids: structure and properties. " *2nd ed. Cambridge, UK: Cambridge University Press*. 1997.
- [26] Li. Hua and Hu. Liu. "Clamped sandwich beams with thick weak cores from central impact: A theoretical study. " *Composite Structures*, no. 169 (2017): 21-28.