Semnan University

Journal of Modeling in Engineering

Journal homepage: https://modelling.semnan.ac.ir/

ISSN: 2783-2538

Research Article

Designing an Incentive Mechanism to Reward Users for Advertising Content Usage Considering Network Effects

Alireza Baneshi [a], Mina Montazeri [b], Hamed Kebriaei [c,*]

[a] *MSc Student, School of Electrical and Computer Engineering, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran*
[b] *PhD Student, School of Electrical and Computer Engineering, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran*
[c] *Associate Professor, School of Electrical and Computer Engineering, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran*

PAPER INFO

Paper history:

Received: 23 March 2023
Revised: 09 March 2024
Accepted: 10 March 2024

Keywords:

Asymmetric information,
Contract theory,
Data rewarding,
Incentive compatibility,
Network effects.

ABSTRACT

Data rewarding is a novel business model that leads to an economic trend in mobile networks. In this scheme, the advertiser incentivizes users to watch ads and, in return, receive a reward in the form of mobile data. In this work, we model the interaction between an advertiser who has asymmetric information about users and users who are connected to each other under an underlying network, using the contract theory approach. Then, we obtain the necessary and sufficient conditions for an optimal and practical contract to motivate users to participate in the reward scheme and encourage them to declare their information truthfully. The formulation of this contract is a non-convex-constrained optimization problem. Using lemmas and propositions, we formulate the initial optimization problem that is challenging to solve as an optimization problem with convex constraints and prove that these two problems are equivalent to each other. Finally, with extensive numerical evaluations, we demonstrate the performance efficiency of the data rewarding scheme compared to benchmark schemes.

DOI: https://doi.org/10.22075/jme.2024.30215.2424

© 2024 Published by Semnan University Press.
This is an open access article under the CC-BY 4.0 license.(https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

*** Corresponding author.**
E-mail address: kebriaie@ut.ac.ir

How to cite this article:
Kebriaei, H., Baneshi, A., & Montazeri, M. (2024). Designing an incentive mechanism to reward users for advertising content usage considering network effects. Journal of Modeling in Engineering, 22(78), 259-273. doi: 10.22075/jme.2024.30215.2424

مقاله پژوهشی

طراحی مکانیزم تشویقی پاداش داده برای استفاده کاربران از محتوای تبلیغاتی با در نظر گرفتن اثرات شبکه

علیرضا بانشی[۱]، مینا منتظری[۲] ، حامد کبریائی[۳،*]

اطلاعات مقاله

دریافت مقاله: ۱۴۰۲/۰۱/۰۳
بازنگری مقاله: ۱۴۰۲/۱۲/۱۹
پذیرش مقاله: ۱۴۰۲/۱۲/۲۰

واژگان کلیدی:
اثرات شبکه،
اطلاعات نامتقارن،
پاداش داده،
سازگاری انگیزه،
نظریه قرارداد.

چکیده

پاداش داده یک مدل کسب و کار جدید است که منجر به یک روند اقتصادی در شبکه‌های تلفن‌همراه می‌شود. در این طرح، تبلیغ‌کننده به کاربران تلفن‌همراه انگیزه می‌دهد تا تبلیغات را تماشا و در عوض، پاداشی به صورت داده تلفن‌همراه دریافت کنند. در این کار تعامل بین تبلیغ‌کننده‌ای که از کاربران اطلاعات نامتقارن دارد، و کاربرانی که تحت یک شبکه زیربنایی با یکدیگر در ارتباط هستند را با استفاده از رویکرد نظریه قرارداد مدل‌سازی می‌کنیم. سپس، شرایط لازم و کافی برای یک قرارداد بهینه و عملی را بدست می‌آوریم، به طوریکه هم باعث ایجاد انگیزه در کاربران برای شرکت در طرح پاداش داده شود و هم آن‌ها را ترغیب به اعلام صادقانه اطلاعاتشان کند. فرمول‌بندی این قرارداد، به صورت یک مسئله بهینه‌سازی مقیدِ غیرمحدب می‌باشد. با استفاده از لم‌ها و گزاره‌هایی، مسئله بهینه‌سازی اولیه که حل آن چالش برانگیز است را به صورت یک مسئله بهینه‌سازی با قیود محدب فرمول‌بندی کرده و اثبات می‌کنیم که این دو مسئله دقیقا معادل یکدیگر هستند. در نهایت، با ارزیابی‌های عددی گسترده، کارایی عملکرد طرح پاداش داده را در مقایسه با طرح‌های معیار، نشان می‌دهیم.

DOI: https://doi.org/10.22075/jme.2024.30215.2424

© 2024 Published by Semnan University Press.
This is an open access article under the CC-BY 4.0 license.(https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

۱-مقدمه[۱]

با توجه به رشد چشم‌گیر حجم ترافیک، تخمین زده شده که درآمد جهانی خدمات تلفن‌همراه تقریباً به نقطه اشباع رسیده است[۱]. بدین منظور، اپراتورهای شبکه برای ایجاد جریان‌های درآمدی جدید و دستیابی به درآمد بیشتر، به دنبال قیمت‌گذاری نوآورانه‌تر داده‌ها در بازاریابی شبکه‌ای هستنددر این راستا، یکی از راه‌ها، دادن انعطاف پذیری بیشتر به کاربران و استخراج درآمدهای اضافی از شخص ثالث می‌باشد. از این رو، اپراتورهای شبکه برای بازارهای داده، طرح پاداش داده را پیشنهاد کردند. این طرح، به عنوان یک رویکرد تجاری امیدوارکننده، سود اپراتورهای شبکه را تضمین می‌کند [۲]، [۳]، [۴]. در طرح پاداش داده، کاربران تلفن‌همراه تبلیغات ارائه شده توسط اپراتورهای شبکه را تماشا می‌کنند و در قبال آن از تبلیغ‌کننده، پاداشی دریافت می‌کنند که این پاداش به صورت داده تلفن‌همراه می‌باشد [۵]. در طرح پاداش داده، کاربران مختار هستند که داده‌های پاداشی را در هر محتوای تلفن‌همراه که تمایل دارند مصرف کنند و تبلیغ‌کننده از نحوه مصرف داده‌های پاداشی به کاربران، سودی نمی‌برد و فقط از ارائه تبلیغات به آن‌ها سود می‌برد.

از طرفی، در دهه گذشته تحقیقات زیادی در مورد اقتصاد شبکه‌های اجتماعی و کسب درآمد از آن صورت گرفته و بسیاری از شرکت‌ها به دنبال این هستند که از تعاملات اجتماعی کاربران برای افزایش درآمد خود استفاده کنند. از

* پست الکترونیک نویسنده مسئول: kebriaie@ut.ac.ir
۱. دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشکدگان فنی، دانشگاه تهران
۲. دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشکدگان فنی، دانشگاه تهران
۳. دانشیار، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشکدگان فنی، دانشگاه تهران

استناد به این مقاله:
کبریائی، حامد، بانشی، علیرضا، و منتظری، مینا. (۱۴۰۳). طراحی مکانیزم تشویقی پاداش داده برای استفاده کاربران از محتوای تبلیغاتی با در نظر گرفتن اثرات شبکه. مدل سازی در مهندسی، ۲۲(۷۸)، ۲۵۹-۲۷۳. doi: 10.22075/jme.2024.30215.2424

آنجایی که در واقعیت، انتخاب دوستان و آشنایان بر تصمیم‌گیری‌های فرد اثرگذار است، شرکت‌ها می‌توانند از این اثرات شبکه بهره ببرند. با این‌حال یک مشکل عمده که در مورد استفاده از این اثرات شبکه وجود دارد، عدم قطعیت در مورد میزان ارزش‌گذاری کاربران است. ارزش‌گذاری، اغلب اطلاعات خصوصی کاربر است. به عنوان مثال، یک کاربر ممکن است از طریق تعاملاتی که با دوستان و آشنایانش دارد، از نظرات یا تجربیات آن‌ها در مورد خدمات خاصی آگاه شود، اما اینکه چقدر به نظرات آن‌ها اهمیت می‌دهد، همان میزان ارزش‌گذاری کاربر است و ازاطلاعات خصوصی کاربر می‌باشد.

بنابراین با سیستم پاداش داده‌ای روبه‌رو هستیم که کاربرانش بایکدیگر در تعامل و ارتباط هستند. در این سیستم، هدف تبلیغ‌کننده پیدا کردن تعادل بهینه بین درآمد تبلیغات و هزینه‌های مرتبط با آن است. رسیدن به این هدف بسیار چالش برانگیز بوده و وجود اطلاعات خصوصی کاربران، کار را پیچیده‌تر می‌کند [۶]. چرا که معمولا کاربران خودخواه می‌باشند و برای بدست آوردن منافع بیشتر، اطلاعات خصوصی خود را صادقانه در اختیار تبلیغ‌کننده قرار نمی‌دهند، که به آن عدم تقارن اطلاعاتی می‌گوییم [۷]. به عنوان مثال، در این طرح، کاربران می‌توانند ادعا کنند که تماشای تبلیغات برای آن‌ها خیلی هزینه دارد تا تبلیغ‌کننده را مجبور کنند پاداش بیشتری به آن‌ها بپردازد. از این رو، ترغیب کردن کاربران به افشای اطلاعات خصوصی خود، بسیار چالش برانگیز است.

بنابراین برای مقابله با چنین چالش‌هایی، نظریه قرارداد معرفی می‌شود. نظریه قرارداد، چارچوبی را برای طراحی مکانیزم تشویقی، تحت اطلاعات نامتقارن ارائه می‌دهد که در آن طراح، از اطلاعات خصوصی عوامل آگاه نیست [۸]. موارد قرارداد به گونه‌ای طراحی می‌شود که همه عوامل (در اینجا کاربران) هم ترغیب به شرکت در طرح می‌شوند و هم به طور صادقانه اطلاعات خصوصی خود را افشا می‌کنند و در عین حال سود طراح (در اینجا تبلیغ‌کننده) نیز به حداکثر می‌رسد [۷]، [۹]. باید توجه داشته باشیم که اگر اطلاعات واقعی کاربران در دسترس باشد، سیستم با حداکثر کارایی عمل می‌کند. در سیستم پاداش داده، ترمی که اثرات شبکه را مدل می‌کند، باعث ایجاد پیچیدگی مضاعف در مسئله می‌شود.

به این صورتکه مسئله، غیرمحدب و دارای متغیرهای تداخلی خواهد شد. طراحی و حل قرارداد برای این مسئله با قراردادهای دیگر کاربردها نظیر [۱۲]–[۱۰] متفاوت است.

۱-۱-پیشینه تحقیق

برخی از مراجع، بازارهایی را مورد بررسی قرار داده‌اند که ارائه خدمات، مبتنی بر هزینه یا مبتنی بر تبلیغات هستند. به طور مثال در [۱۳]، یک مدل جدید کسب درآمد از Wi-Fi پیشنهاد می‌کند. به این صورت که به کاربران تلفن‌همراه این امکان را می‌دهد که برای دسترسی به شبکه Wi-Fi مستقیماً هزینه آن را پرداخت یا تبلیغات را تماشا کنند. نویسندگان در این کار تعاملات بین عوامل را به عنوان یک بازی سه مرحله‌ای استکلبرگ فرموله کرده‌اند. در [۱۴]، یک مکانیزم درآمدزایی نوظهور برای توسعه‌دهندگان برنامه، به نام تبلیغات پاداش، ارائه می‌دهند که در آن مصرف کنندگان، در ازای دسترسی به محتوای ممتاز برنامه‌ها، تبلیغات را تماشا می‌کنند.

با این حال، مطالعات کمی در مورد طرح پاداش داده انجام شده است. در [۱۵]، یک نظرسنجی انجام شده است که نشان می‌دهد ۷۶٪ از پاسخ‌دهندگان، علاقه‌مند به تماشای تبلیغات در ازای دریافت داده تلفن‌همراه هستند. در [۱۶]، نویسندگان برای بررسی اثر مشوق‌های مالی در افزایش بینندگان و افزایش بازدید تبلیغات ، آزمایشی را انجام دادند که نشان می‌دهد مشوق‌ها واقعاً روی کاربران تاثیر مثبت دارد. اما در هر دو مرجع [۱۵] و [۱۶] استراتژی‌های تعادلی بین اجزای مختلف سیستم مانند اپراتورهای شبکه، تبلیغ‌کنندگان و کاربران تجزیه و تحلیل نشده است.

تا آنجا که می‌دانیم، تنها کارهای موجودی که ارتباط نزدیکی با کار ما دارد و به بررسی مدل اقتصادی پاداش داده و تجزیه تحلیل استراتژی تعادلی بین موجودیت‌های این مدل پرداخته است، [۱۷] و [۵] می‌باشند. در [۵]، نویسندگان با استفاده از قرارداد چند بعدی روابط بین تبلیغ‌کننده و کاربران، که اطلاعات خصوصی چند بعدی دارند، را مدل‌سازی کرده‌اند. در این کار با استفاده از ویژگی‌های ساختاری مسئله، قرارداد چند بعدی را به یک قرارداد یک بعدی تبدیل کرده و آن را بررسی می‌کنند. در [۱۷] تعاملات بین تبلیغ کننده و کاربران با بازی استکلبرگ مدل‌سازی شده است. طراحی بهینه پاداش داده نیز با استفاده از استقراء به عقب و تحت اطلاعات متقارن و کامل بدست آمده است.

در این مقالات، عدم تقارن اطلاعاتی و اثرات شبکه ناشی از تعاملات کاربران، برای حل مسئله در نظر گرفته نشده است. برای این منظور، با در نظر گرفتن قدرت اثر شبکه، به عنوان اطلاعات خصوصی کاربران، از نظریه قرارداد [۱۸]، که یک ابزار اقتصادی قدرتمند برای مدل‌سازی مکانیزم تشویقی تحت شرایط عدم تقارن اطلاعاتی است بهره گرفته‌ایم تا قرارداد بهینه را بدست آوریم. در نهایت، بهینه بودن قرارداد را به صورت تحلیلی تایید کرده و کارایی عملکرد طرح پاداش داده، در مقایسه با طرح‌های معیار ارزیابی و تأیید می‌شود.

۲-۱-مشارکت‌ها

هدف این مقاله، طراحی قراردادی بهینه برای مسئله پاداش داده می‌باشد. این قرارداد باید به گونه‌ای طراحی شود که در عین حال که سود تبلیغ‌کننده را بیشینه می‌کند، کاربران تلفن‌همراه را نیز ترغیب به تماشای تبلیغات، مشارکت در طرح و افشای صادقانه اطلاعات خصوصی‌شان کند. در این طرح، روابط و تعاملات بین کاربران نیز در نظر گرفته شده است. به این صورت که کاربران تحت یک شبکه زیربنایی بایکدیگر در ارتباط هستند و روی یکدیگر اثر می‌گذارند. این اثرگذاری، به عنوان "اثرات شبکه" شناخته می‌شود و میزان اهمیت دادن به آن، اطلاعات خصوصی کاربر را مشخص می‌کند. همچنین هر کاربر فقط از اطلاعات خصوصی خودش اطلاع دارد.

به طور کلی، مشارکت‌ها و نوآوری‌های اصلی این مقاله به شرح زیر خلاصه می‌شود:

- در این مقاله از نظریه قرارداد استفاده کرده‌ایم تا به مسئله پاداش داده تحت سناریو عدم تقارن اطلاعات واقعی، که در آن کاربران با یکدیگر تحت یک شبکه زیربنایی در ارتباط هستند، بپردازیم. با این مسئله، در حالت کلی و واقعی خود، که یک مسئله غیرمحدب است، روبه‌رو شده‌ایم. همچنین تا جایی که می‌دانیم، این اولین کاری است که طرح پاداش داده را با رویکرد نظریه قرارداد و با در نظر گرفتن اثرات شبکه، اطلاعات نامتقارن و در حالت غیرمحدب، مطالعه می‌کند.
- در این مقاله، بحث "تخصیص تقاضای تبلیغات" و "پرداخت پاداش تشویقی" را که به شکل یک مسئله بهینه‌سازی با تعداد بسیار زیادی قیود غیرمحدب مدل‌سازی می‌شود، به کمک لم‌ها و گزاره‌هایی، با مسئله‌ای ساده‌تر و دقیقا معادل با مسئله اولیه جایگزین می‌کنیم.
- شرایط لازم و کافی برای امکان پذیر و بهینه بودن قرارداد را استخراج کردیم. به طوریکه، به طور همزمان بیشینه کردن سود تبلیغ‌کننده، عقلانیت فردی[۲] (سودآوری مشارکت برای کاربران در طرح پاداش داده) و سازگاری انگیزه (افشای واقعی اطلاعات خصوصی) را تضمین می‌کند.

۲-مدل سیستم و فرمول‌بندی مسئله

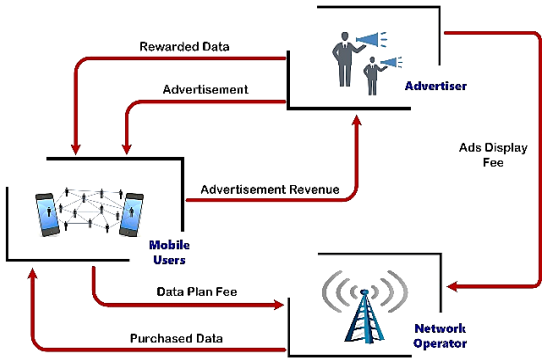
در این بخش، بازار طرح پاداش داده را شرح می‌دهیم. طرح پاداش داده از سه نهاد تشکیل شده است: تبلیغ‌کننده، اپراتور شبکه و مجموعه‌ای از کاربران $\mathrm{N} = \{1,2,\ldots,N\}$ که با تبلیغ‌کننده تعامل دارند. هر کاربر دارای اطلاعات خصوصی است که به آن "نوع" کاربر می‌گویند. نوع کاربر متعلق به مجموعه $\Gamma = \{\gamma^1,\gamma^2,\ldots,\gamma^M\}$ می‌باشد.

در این طرح، هر کاربر تبلیغات ارائه شده توسط تبلیغ‌کننده را تماشا می‌کند و در عوض، تبلیغ‌کننده یک پاداش تشویقی به کاربر ارائه می‌دهد تا کاربر تشویق شود تبلیغات بیشتری را تماشا کند. به این ترتیب تبلیغ‌کننده از ارائه تبلیغات درآمد کسب می‌کند. همچنین کاربر هزینه داده برای دسترسی به شبکه و تبلیغ‌کننده هزینه نمایش آگهی را به اپراتور شبکه می‌پردازند. طرح کلی این بازار در شکل (۱) نشان داده شده است. مدت زمان تبلیغات (تقاضای تبلیغات) برای کاربر j با نوع i را با $x_j^i \in [0,\infty)$ و پاداش تشویقی دریافت شده توسط کاربر j با نوع i را با R_j^i نشان می‌دهیم. حال، تابع سود کاربر j با نوع i را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$U_j(x_j^i, R_j^i, x_{-j}^l, \gamma^i) = S(x_j^i) - p\phi\left(x_j^i\right) + \theta R_j^i - C + \gamma^i x_j^i \sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{M} g_{jk}\lambda_k^l x_k^l. \quad (۱)$$

در رابطه (۱)، تقاضای تبلیغات سایر کاربران با نوع l به‌جز کاربر j را با $x_{-j}^l \equiv (x_1^l,\ldots,x_{j-1}^l,x_{j+1}^l,\ldots,x_N^l)$ نشان داده‌ایم، که در آن $l \in \mathrm{M} = \{1,2,\ldots,M\}$ می‌باشد.

[2] Individual Rationality (IR)



شکل ۱- چارچوب تعاملی برای طرح پاداش داده

$S(x_j^i)$ کل سود کاربر j با نوع i از استفاده از خدمات تلفن‌همراه را مدل می‌کند. پیرو [۱۹]، [۵]، این تابع را به صورت $S(x_j^i)=\theta[D+\tau\phi(x_j^i)]$ مدل می‌کنیم که در آن پارامتر $\theta>0$ ارزش‌گذاری یک واحد مصرف محتوا را نشان می‌دهد. پارامتر $D>0$ نشان‌دهنده مقدار داده خریداری شده از اپراتور شبکه می‌باشد. تابع صعودی $\phi(x_j^i)$ مقدار داده مورد استفاده برای تماشای تبلیغات توسط کاربر j با نوع i را نشان داده و τ یک ضریب مقیاس‌پذیری است. $p\phi(x_j^i)$ بی‌فایدگی ناشی از تماشای تبلیغات را نشان می‌دهد و ثابت p، میانگین بی‌فایدگی از تماشای تبلیغات برای کاربر است [۱۹]. عبارت $C>0$ نشان‌دهنده هزینه داده خریداری شده است. با الهام از [۲۰]، [۲۱]، عبارت $\gamma^i x_j^i \sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{M} g_{jk}\lambda_k^l x_k^l$ نشان‌دهنده مزایای ناشی از اثرات شبکه است. در این عبارت، g_{jk} قدرت کاربر k را برای تأثیرگذاری بر کاربر j را نشان می‌دهد. ما در نظر می‌گیریم که برای همه j و k، $g_{jk}\in[0,1]$ و برای همه j، $g_{jj}=0$.

$\gamma^i\in\Gamma, i\in\mathrm{M}$ پارامتری است که قدرت اثر شبکه را برای هر کاربر کنترل می‌کند. درواقع وزنی است که هر کاربر به میزان مشارکت همسایگان خود می‌دهد [۲۲]. به عبارت دیگر، همان میزان ارزش‌گذاری کاربر است.

نوع γ^i، اطلاعات خصوصی کاربر است (یعنی تبلیغ‌کننده و سایر کاربران آن را نمی‌دانند)، با این حال، تابع چگالی احتمال نوع هر کاربر برای تبلیغ‌کننده و سایر کاربران شناخته شده است [۲۵]-[۲۳]. به عبارتی، احتمال اینکه کاربر j متعلق به نوع i باشد را با λ_j^i نشان داده می‌شود و $\sum_{i=1}^{M}\lambda_j^i=1\ ,\ \forall j\in\mathrm{N}$ است.

توجه داشته باشید، از آنجا که هر کاربر در مورد میزان تقاضای تبلیغات همسایگان خود عدم اطمینان دارد، عبارت آخر در (۱) به صورت مقدار مورد انتظار x_{-j}^l ظاهر شده است.

همچنین بدون از دست دادن کلیت، در نظر گرفته شده که $\gamma^1>\gamma^2>\ldots>\gamma^M>0$ می‌باشد.

$\mathrm{G}=(\mathrm{V},\mathrm{E},\mathrm{G})$ نشان‌دهنده گراف ارتباطی کاربران در این سیستم است که با یکدیگر یک شبکه تشکیل داده‌اند. در اینجا، مجموعه گره $\mathrm{V}=\{1,2,\ldots,N\}$ مربوط به مجموعه کاربران و مجموعه یال‌ها $\mathrm{E}\subseteq\mathrm{V}\times\mathrm{V}$ مربوط به روابط آن‌ها است. G یک ماتریس مجاورت وزنی برای گراف $\mathrm{G}=(\mathrm{V},\mathrm{E})$ است. درایه jk ام از ماتریس مجاورت وزنی را با g_{jk} نشان داده‌ایم. معمولاً همه درایه‌های ماتریس مجاورت وزنی شناخته شده هستند [۲۲].

سود مورد انتظار تبلیغ‌کننده نیز به شرح زیر است [۱۷]:

$$\Pi(\mathbf{X},\mathbf{R})=\sum_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{M}\lambda_j^i\left[\sigma h\left(x_j^i\right)-qx_j^i-\theta R_j^i\right], \quad (۲)$$

در رابطه $\sigma h(x_j^i)$، درآمد تبلیغات از حجم تبلیغات مشاهده شده توسط کاربر j با نوع i را نشان می‌دهد. σ ضریب درآمد تبلیغات است. qx_j^i نشان‌دهنده هزینه‌ای است که باید به اپراتور شبکه برای تحویل تبلیغات کاربر j با نوع i پرداخت شود.

همچنین، $\mathbf{X}=\left[x_1^1,\ldots,x_1^M,x_N^1,\ldots,x_N^M\right]^{\cdot}$ و $\mathbf{R}=\left[R_1^1,\ldots,R_1^M,R_N^1,\ldots,R_N^M\right]^{\cdot}$ تعریف شده است.

۳-قرارداد بین تبلیغ‌کننده و کاربران

در این بخش، از نظریه قرارداد برای مدل‌سازی تعامل بین تبلیغ‌کننده و کاربران، تحت عدم تقارن اطلاعاتی استفاده می‌کنیم. تبلیغ‌کننده مجموعه‌ای از قراردادها را برای انواع کاربران ارائه می‌دهد. این قرارداد شامل مجموعه‌ای از «حجم تقاضای تبلیغات» و «داده پاداشی» به عنوان اقلام قرارداد است. کاربران در انتخاب مورد قرارداد آزاد هستند. این قرارداد باید به گونه‌ای طراحی شود که کاربران را تشویق به مشارکت و اطمینان حاصل کند که آن‌ها، مورد قرارداد طراحی شده برای نوع خود را انتخاب می‌کنند. به طور کلی، یک قرارداد تنها زمانی امکان پذیر است که هر کاربر فقط قرارداد طراحی شده برای نوع خود را انتخاب

کند. به طور خاص، می‌توانیم تضمین کنیم که قرارداد زمانی امکان پذیر است که قیود عقلانیت فردی و سازگاری انگیزه به طور همزمان برآورده شوند. در ادامه به تعریف این قیود می‌پردازیم.

تعریف ۱: اگر کاربر با انتخاب مورد قراردادی که برای نوع او طراحی شده است، به سودی غیرمنفی دست یابد، گفته می‌شود مکانیزم به صورت عقلانیت فردی (IR) است. یعنی:

$$U_j(x_j^i, R_j^i, x_{-j}^l, \gamma^i) \geq 0 \qquad \forall j \in \mathrm{N}\ ,\ \forall i \in \mathrm{M}\ .$$

تعریف ۲: اگر کاربر با انتخاب مورد قراردادی که برای نوع او طراحی شده است به جای سایر موارد قرارداد، به سودی برابر یا بالاتر دست یابد، گفته می‌شود مکانیزم سازگار با انگیزه (IC) است. یعنی:

$$U_j(x_j^i, R_j^i, x_{-j}^l, \gamma^i) \geq U_j(x_j^q, R_j^q, x_{-j}^l, \gamma^i)$$
$$\forall j \in \mathrm{N}\ ,\ \forall i, q \in \mathrm{M}\ ,\ i \neq q.$$

قیود IR تضمین می‌کند که کاربران برای مشارکت و پذیرش قرارداد، انگیزه دارند. قیود IC تضمین می‌کند که کاربران فقط می‌توانند با انتخاب مورد قراردادی که خاص نوع آن‌ها است، سود خود را به حداکثر برسانند. در واقع با این کار تشویق می‌شوند تا نوع خود را صادقانه اعلام کنند. حال اگر قرارداد این قیود را برآورده کند، قرارداد امکان‌پذیر است. همچنین، هدف تبلیغ‌کننده به حداکثر رساندن سود خود با توجه به قیود IR و IC است.

از این رو، قرارداد بهینه، حل مسئله بهینه‌سازی زیر است:

$$\max_{x_j^i, R_j^i} \ \Pi = \sum_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{M} \lambda_j^i \left[\sigma h\left(x_j^i\right) - q x_j^i - \theta R_j^i\right]$$

s.t.

$$U_j(x_j^i, R_j^i, x_{-j}^l, \gamma^i) \geq 0 \quad \forall j \in \mathrm{N}\ ,\ \forall i \in \mathrm{M}\ ,$$
$$U_j(x_j^i, R_j^i, x_{-j}^l, \gamma^i) \geq U_j(x_j^q, R_j^q, x_{-j}^l, \gamma^i)$$
$$\forall j \in \mathrm{N}\ ,\quad \forall i, q \in \mathrm{M}\ ,\quad i \neq q,$$
$$x_j^i \geq 0 \qquad \forall j \in \mathrm{N}\ , \forall i \in \mathrm{M}\ .$$

(۳)

بر اساس (۳)، با یک مسئله بهینه‌سازی غیرمحدب با دو متغیر بهینه‌سازی مواجه‌ایم که شامل NM تا قید IR و $NM(M-1)$ تا قیدIC است که همگی غیرمحدب می‌باشند. غیرمحدب بودن قیود مسئله، مشکلات و چالش‌هایی را به همراه دارد. از جمله اینکه ممکن است اصلا جواب امکان‌پذیری برای مسئله وجود نداشته باشد. از این رو، حل چنین مسئله‌ای کار ساده و سرراستی نیست.

بنابراین سعی می‌کنیم این قیود را با استفاده از لم‌هایی به صورت محدب بازنویسی کرده و همچنین نشان دهیم که حل بهینه مسئله، با این ساده‌سازی تغییری نمی‌کند.

لم ۱: اگر قیود IC برقرار و $\gamma^1 > \gamma^2 > \ldots > \gamma^M > 0$ باشد، آنگاه قیود IR در (۳) می‌توانند جایگذاری شوند با:

$$U_j(x_j^M, R_j^M, x_{-j}^l, \gamma^M) = 0 \quad \forall j \in \mathrm{N}\ .$$

اثبات:

با توجه به قیود IC می‌توانیم بنویسیم: $U_j(x_j^i, R_j^i, x_{-j}^l, \gamma^i) \geq U_j(x_j^M, R_j^M, x_{-j}^l, \gamma^i)$، به طور خاص یعنی:

$$U_j(x_j^i, R_j^i, x_{-j}^l, \gamma^i) \geq \theta\left[D + \tau\phi\left(x_j^M\right)\right] - p\phi\left(x_j^M\right) + \theta R_j^M - C + \gamma^i x_j^M \sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{M} g_{jk}\lambda_k^l x_k^l.$$

با استفاده از اینکه برای $j \in \mathrm{N}$ ، $\gamma^i \geq \gamma^M$ می‌باشد، بدست می‌آید که:

$$U_j(x_j^i, R_j^i, x_{-j}^l, \gamma^i) \geq \theta\left[D + \tau\phi\left(x_j^M\right)\right] - p\phi\left(x_j^M\right) + \theta R_j^M - C + \gamma^M x_j^M \sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{M} g_{jk}\lambda_k^l x_k^l.$$

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که $U_j(x_j^i, R_j^i, x_{-j}^l, \gamma^i) \geq U_j(x_j^M, R_j^M, x_{-j}^l, \gamma^M)$ است. علاوه بر این، ثابت می‌کند که قیود IR برای نوع M الزام‌آور (فعال) است، یعنی $U_j(x_j^M, R_j^M, x_{-j}^l, \gamma^M) = 0$. در غیر این صورت، می‌توانیم θR_j^i را برای $i \in \mathrm{M}$ به اندازه $\varepsilon > 0$ کاهش دهیم، درحالیکه تمام قیود مسئله بهینه‌سازی (۳) را حفظ کند و در عین حال سود تبلیغ‌کننده نیز افزایش یابد. از لم ۱ می‌توان نتیجه گرفت که اگر قید IR در پایین‌ترین نوع برای کاربر الزام‌آور باشد، به طور خودکار سایر انواع نیز تحت قیود IR قرار می‌گیرند.

در ادامه قیود IC را با لم‌های زیر ساده کرده و شرایط لازم و کافی برای این قیود را بدست می‌آوریم.

لم ۲: تحت قیود IC، اگر $\gamma^i > \gamma^q$ باشد، آنگاه $x_j^i \geq x_j^q, \forall j \in \mathrm{N}\ , \forall i, q \in \mathrm{M}\ ,\ i \neq q$ است. (شرط یکنواختی)

اثبات:

از قید IC برای کاربر j با نوع i با استفاده از تعریف ۲ داریم:

$$.U_j(x_j^i,R_j^i,x_{-j}^l,\gamma^i)\geq U_j(x_j^q,R_j^q,x_{-j}^l,\gamma^i)$$

با جایگذاری تابع سود کاربر از رابطه (۱) در آن بدست می‌آوریم:

$$\theta\left[D+\tau\phi\left(x_j^i\right)\right]-p\phi\left(x_j^i\right)+R_j^i \qquad (۴)$$
$$-C+\gamma^i x_j^i\sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{M}g_{jk}\lambda_k^l x_k^l\geq$$
$$\theta\left[D+\tau\phi\left(x_j^q\right)\right]-p\phi\left(x_j^q\right)+R_j^q$$
$$-C+\gamma^i x_j^q\sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{M}g_{jk}\lambda_k^l x_k^l.$$

همچنین از قید IC برای کاربر j با نوع q داریم: $U_j(x_j^q,R_j^q,x_{-j}^l,\gamma^q)\geq U_j(x_j^i,R_j^i,x_{-j}^l,\gamma^q)$. با جایگذاری تابع سود کاربر از رابطه (۱) در این رابطه بدست می‌آید که:

$$\theta\left[D+\tau\phi\left(x_j^q\right)\right]-p\phi\left(x_j^q\right)+R_j^q \qquad (۵)$$
$$-C+\gamma^q x_j^q\sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{M}g_{jk}\lambda_k^l x_k^l\geq$$
$$\theta\left[D+\tau\phi\left(x_j^i\right)\right]-p\phi\left(x_j^i\right)+R_j^i$$
$$-C+\gamma^q x_j^i\sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{M}g_{jk}\lambda_k^l x_k^l.$$

با جمع کردن ناتساوی‌های **(۴)** و **(۵)** بدست می‌آید که:

$$\left(\gamma^i-\gamma^q\right)\left(x_j^i-x_j^q\right)\geq 0.$$

بنابراین، اگر $\gamma^i>\gamma^q$ باشد، می‌توان نتیجه گرفت که $x_j^i\geq x_j^q$ است.

لم ۲ بیانگر این است که، هرچه نوع کاربر بالاتر باشد، حجم تقاضای تبلیغات در قرارداد او نیز بیشتر است.

در ادامه برای بیان لم‌های بعدی، به تعاریف "قید انگیزشی رو به بالا محلی[۳]" و "قید انگیزشی رو به پایین محلی[۴]" نیاز داریم.

تعریف ۳: قید انگیزشی رو به بالای محلی (LUIC): اگر قید IC را برای نوع i و نوع $i+1$بنویسیم، به تعریف $LUIC(\gamma^i,\gamma^{i+1})$ می‌رسیم، یعنی:

$$U_j(x_j^i,R_j^i,x_{-j}^l,\gamma^i)\geq U_j(x_j^{i+1},R_j^{i+1},x_{-j}^l,\gamma^i),$$
$$\forall j\in \mathrm{N}\ ,\forall i\in\{1,2,\ldots,M-1\}$$

تعریف ۴: قید انگیزشی رو به بالای محلی (LDIC): اگر قید IC را برای نوع i و نوع $i-1$بنویسیم، به تعریف $LDIC(\gamma^i,\gamma^{i-1})$ می‌رسیم، یعنی:

$$U_j(x_j^i,R_j^i,x_{-j}^l,\gamma^i)\geq U_j(x_j^{i-1},R_j^{i-1},x_{-j}^l,\gamma^i),$$
$$\forall j\in \mathrm{N}\ ,\forall i\in\{2,3,\ldots,M\}$$

لم ۳: قیود IC را می‌توان با در نظر گرفتن شرط یکنواختی با قیود LUIC و LDIC جایگزین کرد.

اثبات:

برای اثبات این لم، کافی است دو رابطه زیر را اثبات کنیم.

1) *If*

$$U_j(x_j^i,R_j^i,x_{-j}^l,\gamma^i)\geq U_j(x_j^{i+1},R_j^{i+1},x_{-j}^l,\gamma^i),$$
$$\forall j\in \mathrm{N}\ ,\forall i\in\{1,2,\ldots,M-1\}$$

then

$$U_j(x_j^i,R_j^i,x_{-j}^l,\gamma^i)\geq U_j(x_j^q,R_j^q,x_{-j}^l,\gamma^i),$$
$$\forall j\in \mathrm{N}\ ,\forall i,q\in\{1,2,\ldots,M-1\},and\ \ q>i, \qquad (۶)$$

2) *If*

$$U_j(x_j^i,R_j^i,x_{-j}^l,\gamma^i)\geq U_j(x_j^{i-1},R_j^{i-1},x_{-j}^l,\gamma^i),$$
$$\forall j\in \mathrm{N}\ ,\forall i\in\{2,3,\ldots,M\}$$

then

$$U_j(x_j^i,R_j^i,x_{-j}^l,\gamma^i)\geq U_j(x_j^q,R_j^q,x_{-j}^l,\gamma^i),$$
$$\forall j\in \mathrm{N}\ ,\forall i,q\in\{2,3,\ldots,M\},and\ \ q<i. \qquad (۷)$$

ابتدا (۶) را ثابت می‌کنیم. به کمک رابطه (۱)، تابع سود کاربر j با نوع $i+1$ و نوع $i+2$ را در $LUIC(\gamma^{i+1},\gamma^{i+2})$ جایگذاری کرده و بدست می‌آوریم که:

$$\theta\left[D+\tau\phi\left(x_j^{i+1}\right)\right]-p\phi\left(x_j^{i+1}\right)+\theta R_j^{i+1} \qquad (۸)$$
$$-C+\gamma^{i+1}x_j^{i+1}\sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{M}g_{jk}\lambda_k^l x_k^l\geq$$
$$\theta\left[D+\tau\phi\left(x_j^{i+2}\right)\right]-p\phi\left(x_j^{i+2}\right)+\theta R_j^{i+2}$$
$$-C+\gamma^{i+1}x_j^{i+2}\sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{M}g_{jk}\lambda_k^l x_k^l.$$

[3] Local Upward Incentive Constraint (LUIC)

[4] Local Downward Incentive Constraint (LDIC)

از لم ۲ می‌دانیم که برای $j \in \mathrm{N}$ ، $\gamma^i > \gamma^{i+1} > \gamma^{i+2}$ و $x_j^i \geq x_j^{i+1} \geq x_j^{i+2}$ می‌باشد. بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$\left(\sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{M} g_{jk}\lambda_k^l x_k^l\right)\left(\gamma^i - \gamma^{i+1}\right)\left(x_j^{i+1} - x_j^{i+2}\right) \geq 0. \quad (۹)$$

با جمع کردن ناتساوی‌های (۸) و (۹) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} &\theta\left[D + \tau\phi\left(x_j^{i+1}\right)\right] - p\phi\left(x_j^{i+1}\right) + \theta R_j^{i+1} \quad (۱۰)\\ &-C + \gamma^i x_j^{i+1}\sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{M} g_{jk}\lambda_k^l x_k^l \geq \\ &\theta\left[D + \tau\phi\left(x_j^{i+2}\right)\right] - p\phi\left(x_j^{i+2}\right) + \theta R_j^{i+2} \\ &-C + \gamma^i x_j^{i+2}\sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{M} g_{jk}\lambda_k^l x_k^l, \end{aligned}$$

به طوریکه رابطه (۱۰) معادل است با:

$$U_j(x_j^{i+1}, R_j^{i+1}, x_{-j}^l, \gamma^i) \geq U_j(x_j^{i+2}, R_j^{i+2}, x_{-j}^l, \gamma^i). \quad (۱۱)$$

با ترکیب کردن رابطه (۱۱) و $U_j(x_j^i, R_j^i, x_{-j}^l, \gamma^i) \geq U_j(x_j^{i+1}, R_j^{i+1}, x_{-j}^l, \gamma^i)$، بدست می‌آید که $U_j(x_j^i, R_j^i, x_{-j}^l, \gamma^i) \geq U_j(x_j^{i+2}, R_j^{i+2}, x_{-j}^l, \gamma^i)$است. به همین ترتیب برای انواع بالاتر نیز اثبات می‌شود.

بنابراین، می‌توانیم (۶) را ثابت کنیم. همچنین می‌توانیم (۷) را مطابق با (۶) اثبات کنیم. از این رو، اثبات لم ۳ کامل می‌شود.

لم ۳ شرایط کافی را برای قیود IC نشان می‌دهد، به این معنی که قیود IC را می‌توان با قیود LUIC و LDIC جایگزین کرد. لم های بعدی ساده سازی‌های بیشتری را در مورد قیود LUIC و LDIC اعمال می‌کنند.

لم ۴: اگر قید $LUIC(\gamma^i, \gamma^{i+1})$ الزام‌آور باشد، آنگاه قید $LDIC(\gamma^i, \gamma^{i-1})$ برقرار است، یعنی:

If

$$U_j(x_j^i, R_j^i, x_{-j}^l, \gamma^i) = U_j(x_j^{i+1}, R_j^{i+1}, x_{-j}^l, \gamma^i)$$
$$\forall j \in \mathrm{N}\ , \forall i \in \{1, 2, \ldots, M-1\}$$

then

$$LDIC\left(\gamma^i, \gamma^{i-1}\right) \forall i \in \{2, 3, \ldots, M\}. \quad (۱۲)$$

اثبات:

قید $LUIC(\gamma^i, \gamma^{i+1})$ در حالت تساوی (الزام‌آور) به صورت زیر می‌شود:

$$U_j(x_j^i, R_j^i, x_{-j}^l, \gamma^i) = U_j(x_j^{i+1}, R_j^{i+1}, x_{-j}^l, \gamma^i)$$
$$\forall j \in \mathrm{N}\ , \forall i \in \{1, 2, \ldots, M-1\} \quad (۱۳)$$

حال با استفاده از رابطه (۱) و جایگذاری آن در (۱۳) داریم:

$$\begin{aligned} &\theta\left[D + \tau\phi\left(x_j^i\right)\right] - p\phi\left(x_j^i\right) + \theta R_j^i \quad (۱۴)\\ &-C + \gamma^i x_j^i \sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{M} g_{jk}\lambda_k^l x_k^l = \\ &\theta\left[D + \tau\phi\left(x_j^{i+1}\right)\right] - p\phi\left(x_j^{i+1}\right) + \theta R_j^{i+1} \\ &-C + \gamma^i x_j^{i+1}\sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{M} g_{jk}\lambda_k^l x_k^l. \end{aligned}$$

سپس، با جایگذاری تابع سود کاربر j با نوع iو نوع $i+1$ از رابطه (۱) در قید $LDIC(\gamma^{i+1}, \gamma^i)$ داریم:

$$\begin{aligned} &\theta\left[D + \tau\phi\left(x_j^{i+1}\right)\right] - p\phi\left(x_j^{i+1}\right) + \theta R_j^{i+1} \quad (۱۵)\\ &-C + \gamma^{i+1} x_j^{i+1}\sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{M} g_{jk}\lambda_k^l x_k^l \geq \\ &\theta\left[D + \tau\phi\left(x_j^{i}\right)\right] - p\phi\left(x_j^{i}\right) + \theta R_j^{i} \\ &-C + \gamma^{i+1} x_j^{i}\sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{M} g_{jk}\lambda_k^l x_k^l. \end{aligned}$$

حال، از رابطه (۱۴) و باتوجه به اینکه $\gamma^i > \gamma^{i+1}$ و $x_j^i \geq x_j^{i+1}$ است، بدست می‌آید که:

$$\begin{aligned} &\theta\left[D + \tau\phi\left(x_j^{i+1}\right)\right] - p\phi\left(x_j^{i+1}\right) + \theta R_j^{i+1} - C \\ &-\theta\left[D + \tau\phi\left(x_j^{i}\right)\right] + p\phi\left(x_j^{i}\right) - \theta R_j^{i} + C \\ &= \gamma^i\left(x_j^i - x_j^{i+1}\right)\sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{M} g_{jk}\lambda_k^l x_k^l \\ &\geq \gamma^{i+1}\left(x_j^i - x_j^{i+1}\right)\sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{M} g_{jk}\lambda_k^l x_k^l. \end{aligned} \quad (۱۶)$$

با مرتب کردن مجدد عبارت‌ها در (۱۶)، ناتساوی موردنظر را در (۱۴) به دست می‌آوریم. بنابراین، (۱۲) ثابت می‌شود.

لم ۵: در حل بهینه، قید $LUIC(\gamma^i, \gamma^{i+1})$ الزام‌آور است، یعنی:

$$U_j(x_j^i, R_j^i, x_{-j}^l, \gamma^i) = U_j(x_j^{i+1}, R_j^{i+1}, x_{-j}^l, \gamma^i)$$
$$\forall j \in \mathrm{N}\ , \forall i \in \{1, 2, \ldots, M-1\} \quad (۱۷)$$

اثبات:

با نوشتن قید $LUIC(\gamma^i,\gamma^{i+1})$ و جایگذاری تابع سود کاربر از رابطه (۱) در آن داریم:

$$\theta\left[D+\tau\phi\left(x_j^i\right)\right]-p\phi\left(x_j^i\right)+\theta R_j^i -C+\gamma^i x_j^i\sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{M}g_{jk}\lambda_k^l x_k^l \geq \theta\left[D+\tau\phi\left(x_j^{i+1}\right)\right]-p\phi\left(x_j^{i+1}\right)+\theta R_j^{i+1} -C+\gamma^i x_j^{i+1}\sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{M}g_{jk}\lambda_k^l x_k^l,$$

(۱۸)

به‌طوریکه می‌توانیم بنویسیم:

$$\theta R_j^i \geq (\tau\theta-p)\left(\phi\left(x_j^{i+1}\right)-\phi\left(x_j^i\right)\right) +\theta R_j^{i+1}+\gamma^i\left(x_j^{i+1}-x_j^i\right)\sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{M}g_{jk}\lambda_k^l x_k^l.$$

(۱۹)

همانطور که در لم ۱ به دست آمد، در حل بهینه، سود هر کاربر برای کمترین نوع (γ^M) صفر است. بنابراین، در حل بهینه، تبلیغ‌کننده می‌تواند R_j^M را به کمک رابطه زیر تنظیم کند.

$$\theta R_j^M=-\theta\left[D+\tau\phi\left(x_j^M\right)\right]+p\phi\left(x_j^M\right) +C-\gamma^M x_j^M\sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{M}g_{jk}\lambda_k^l x_k^l.$$

حال با توجه به R_j^M، برای $i=M-1$ در (۱۹)، تبلیغ‌کننده ارزش پاداش داده را تا حدی کاهش می‌دهد تا علامت تساوی در(۱۹) حفظ شود. به همین ترتیب، با توجه به R_j^{M-1}، برای $i=M-2$ در (۱۹)، تبلیغ‌کننده ارزش پاداش داده را تا حدی کاهش می‌دهد تا علامت تساوی در (۱۹) برقرار شود. بنابراین به همین صورت، در حل بهینه، تبلیغ‌کننده ارزش پاداش داده را تا حدی کاهش می‌دهد تا علامت تساوی در ناتساوی (۱۹) برای $i\in\{1,2,\ldots,M-1\}$ حفظ شود. به این ترتیب، قید $LUIC(\gamma^i,\gamma^{i+1})$ برای $i\in\{1,2,\ldots,M-1\}$ الزام‌آور هستند و (۱۷) اثبات می‌شود.

از لم‌های ۳، ۴ و ۵، می‌توان نتیجه گرفت که در قرارداد بهینه، قیود IC در صورتی تضمین می‌شوند که شرایط

$$U_j(x_j^i,R_j^i,x_{-j}^l,\gamma^i)=U_j(x_j^{i+1},R_j^{i+1},x_{-j}^l,\gamma^i)$$
$$\forall j\in \mathrm{N}\ ,\ \forall i\in\{1,2,\ldots,M-1\}$$

برآورده شود. این بدان معناست که سود کاربر با نوع $i,(i=1,2,\ldots,M-1)$ از انتخاب مورد قرارداد مربوط به نوع خودش، برابر با حالتی است که مورد قراردادی از نوع $i+1$ توسط او انتخاب شود.

حال، می‌توانیم از لم ۵ استفاده کنیم تا، $NM(M-1)$ تا قید ناتساوی IC را با $N(M-1)$ قید ساده‌تر که به صورت تساوی می‌باشد، جایگزین کنیم.

به این ترتیب، با استفاده از ساده‌سازی‌های انجام شده در لم‌های ۱ تا ۵، می‌توان مسئله بهینه‌سازی (۳) را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\max_{x_j^i,R_j^i}\quad \Pi=\sum_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{M}\lambda_j^i\left[\sigma h\left(x_j^i\right)-qx_j^i-\theta R_j^i\right]$$

s.t.

$$U_j(x_j^M,R_j^M,x_{-j}^l,\gamma^M)=0 \qquad \forall j\in \mathrm{N},$$
$$U_j(x_j^i,R_j^i,x_{-j}^l,\gamma^i)=U_j(x_j^{i+1},R_j^{i+1},x_{-j}^l,\gamma^i)$$
$$\forall j\in \mathrm{N}\ ,\quad \forall i\in\{1,2,\ldots,M-1\},$$
$$x_j^1\geq x_j^2\geq\ldots\geq x_j^M\geq 0 \qquad \forall j\in \mathrm{N}.$$

(۲۰)

مسئله بهینه‌سازی (۲۰)، دقیقا معادل مسئله بهینه‌سازی (۳) است. در (۲۰) نسبت به (۳)، قیود ساده‌تر شده و تعداد آن‌ها بسیار کاهش پیدا کرده است. با اینحال، همچنان قیود مسئله، غیرمحدب می‌باشند و با دو متغیر بهینه‌سازی روبه‌رو هستیم. در ادامه با استفاده از یک گزاره، این چالش‌ها نیز برطرف شده است. درواقع به کمک این گزاره وابستگی تابع هدف را به R_j^i از بین برده و قیود را ساده کرده و وارد تابع هدف می‌کنیم.

گزاره ۱: حل بهینه برای مسئله بهینه‌سازی (۲۰)، مانند حل مسئله بهینه‌سازی زیر است.

$$\max_{x_j^i}\quad \sum_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{M}\left\{\lambda_j^i\left[\sigma h\left(x_j^i\right)-qx_j^i-p\phi\left(x_j^i\right)-C +\theta\left[D+\tau\phi\left(x_j^i\right)\right]\right]+Z_j^i\,x_j^i\sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{M}g_{jk}\lambda_k^l x_k^l\right\}$$

s.t.

$$x_j^1\geq x_j^2\geq\ldots\geq x_j^M\geq 0 \qquad \forall j\in \mathrm{N}.$$

(۲۱)

اثبات:

ابتدا، با گسترش دادن قیود اول و دوم مسئله(۲۰)، یک فرم بسته از R_j^i مطابق زیر، بدست می‌آید:

$$R_j^i = \frac{1}{\theta}\left(f_j\left(x_j^M, x_{-j}^l, \gamma^M\right) + \sum_i^M w_j^i \right) \qquad (۲۲)$$
$$\forall j \in \mathrm{N}, \quad \forall i \in \{1,2,\ldots,M-1\},$$

به‌طوریکه در رابطه (۲۲) ، برای $j \in \mathrm{N}$ داریم:

$$w_j^i = \begin{cases} f_j\left(x_j^i, x_{-j}^l, \gamma^i\right) - f_j\left(x_j^{i+1}, x_{-j}^l, \gamma^i\right) \\ \qquad \forall i \in \{1,2,\ldots,M-1\}, \\ 0 \qquad\qquad\qquad for\ i = M, \end{cases}$$

و

$$f_j\left(x_j^i, x_{-j}^l, \gamma^i\right) = -\theta\left[D + \tau\phi\left(x_j^i\right)\right] + p\phi\left(x_j^i\right) + C - \gamma^i x_j^i \sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{M} g_{jk}\lambda_k^l x_k^l.$$

سپس رابطه (۲۲) را در تابع هدف مسئله بهینه‌سازی (۲۰) جایگذاری می‌کنیم. به این ترتیب توانسته‌ایم، وابستگی $\Pi(\mathbf{X},\mathbf{R})$ را به $\mathbf{R}$ حذف کرده و آن را فقط وابسته به $\mathbf{X}$ بنویسیم. به طور خاص داریم:

$$\Pi = \sum_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{M}\left\{\lambda_j^i\left[\sigma h\left(x_j^i\right) - qx_j^i + \theta D - C + (\theta\tau - p)\phi\left(x_j^i\right)\right] + Z_j^i x_j^i \sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{M} g_{jk}\lambda_k^l x_k^l\right\}, \qquad (۲۳)$$

به طوریکه در رابطه (۲۳)، برای $j \in \mathrm{N}$ داریم:

$$Z_j^i = \begin{cases} \gamma^i \sum_{k=1}^{i}\lambda_j^k - \gamma^{i-1}\sum_{k=1}^{i-1}\lambda_j^k & \forall i \in \{2,3,\ldots,M\}, \\ \gamma^1\lambda_j^1 & for\ i = 1. \end{cases} \qquad (۲۴)$$

بنابراین، به مسئله بهینه‌سازی (۲۱) می‌رسیم و اثبات کامل می‌شود.

به این ترتیب، به مسئله بهینه‌سازی (۲۱) می رسیم که دقیقا معادل با مسئله بهینه‌سازی (۳) است. با این تفاوت که قیود مسئله بسیار ساده و تعداد آن کم شده است. این قیود خطی می‌باشند و مواجه با آن راحت‌تر است. همچنین، تعداد متغیر بهینه‌سازی مسئله نیز کاهش پیدا کرده و مسئله فقط دارای یک متغیر بهینه‌سازی است. تابع هدف مسئله نیز در حالت کلی خود و به صورت غیرمحدب می‌باشد.

حال می‌توانیم، با استفاده از الگوریتم‌هایی که برای مسائل غیرمحدب با قیود محدب وجود دارد، مسئله بهینه‌سازی (۲۱) را حل کرده و $\mathbf{X}$ را بدست آوریم و در ادامه به کمک رابطه (۲۲)، می‌توان $\mathbf{R}$ را محاسبه کرد.

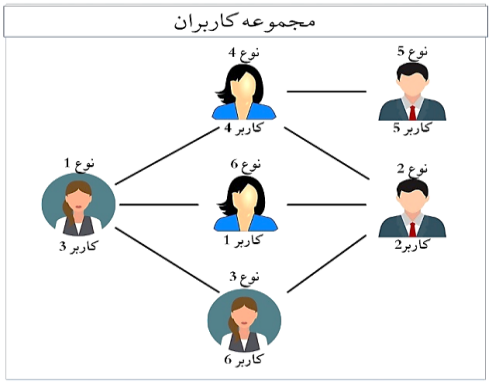
بنابراین، جفت مقدار "تقاضای تبلیغات ، پاداش تشویقی" برای هر کاربر با هر نوع، محاسبه می‌شود. بدین ترتیب، موارد قرارداد برای هر کاربر بدست می‌آید.

۴-شبیه‌سازی

در این بخش می‌خواهیم طرح پاداش داده را برای کاربرانی که بایکدیگر تحت یک شبکه در ارتباط هستند شبیه‌سازی کرده و برای هرکاربر، قراردادی تنظیم و طراحی کنیم. هر مورد این قرارداد شامل مقدار زمان تبلیغات (برحسب زمان) و مقدار داده پاداشی (برحسب مگابایت) می‌باشد. موارد این قرارداد براساس نوع کاربر طراحی شده است. کاربران آزاد هستند که هر یک از این موارد را انتخاب کنند. همچنین، این را مدنظر داریم که کاربران افراد استراتژیک و منطقی هستند. به این معنی که، تصمیماتی در جهت بیشینه کردن سود خود می‌گیرند.

با این تفاسیر، در این بخش، معیارهای عملکردی قرارداد طراحی شده در طرح پاداش داده را از طریق شبیه‌سازی‌های عددی گسترده ارزیابی می‌کنیم و طرح پیشنهادی را با طرح‌های معیار دیگر موجود در ادبیات موضوع مقایسه خواهیم کرد.

برای شروع شبیه‌سازی، ما ۶ کاربر $(N = 6)$را در نظر می‌گیریم که با توپولوژی نشان داده شده در شکل (۲) با یکدیگر در ارتباط هستند.



شکل ۲- گراف نحوه ارتباط ۶ کاربر با یکدیگر در پلتفرم طرح پاداش داده شبیه‌سازی شده

در این گراف، همانطور که مشاهده می‌کنید اگر کاربر k و j بایکدیگر درارتباط باشند، آنگاه $g_{jk}=0.1$ و در غیر اینصورت، $g_{jk}=0$ می‌باشد [۲۲].

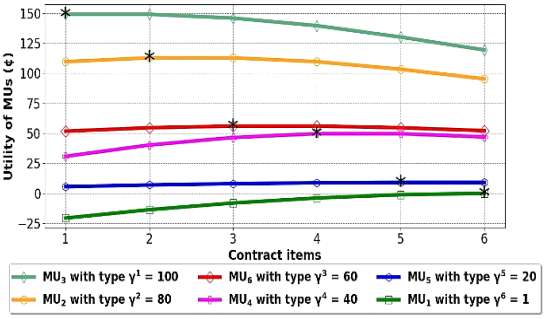
همچنین در نظر گرفته‌ایم که هر قرارداد شامل ۶ مورد است به این معنی که ۶ نوع مختلف کاربر در طرح وجود دارد، یعنی $M=6$. نوع γ^i از مجموعه $\{100,80,60,40,20,1\}$ ¢ / $(\text{Min})^2$ انتخاب شده است. به دنبال اکثر کارهای موجود در طراحی قرارداد، مانند [۵]، چگالی احتمال نوع γ را به صورت یکنواخت فرض می‌کنیم، یعنی $\lambda_j^i=1/M$ پارامترهای دیگر سیستم به صورتی که در جدول ۱ نشان داده شده است تنظیم می‌شوند، مگر اینکه خلاف آن ذکر شده باشد.

در تنظیمات شبیه‌سازی خود، فرم خطی $\phi(x)$ را در نظر گرفته‌ایم، یعنی $\phi(x)=x$ [5]. همچنین $h(x)$ را به شکل $bx-\frac{a}{2}x^2$ در نظر گرفته‌ایم که در آن $a=0.3$ و $b=1$ می‌باشد [۲۲] و [۲۵].

جدول ۱- پارامترهای پلتفرم طرح داده شبیه‌سازی شده

پارامتر	مقدار
τ	35
C	1250 ¢
D	**1000 MB**
σ	**400¢/MB**
p	120 ¢ / MB
θ	**1.1¢/MB**
q	**50¢/Min**

در ابتدا برقراری قیود IR و IC را بررسی می‌کنیم. همانطور که در شکل (۳) نشان داده شده است، سود کاربران با انواع مختلف را هنگام انتخاب موارد مختلف قرارداد مقایسه کرده‌ایم. با این کار، امکان‌پذیری قرارداد پیشنهادی تحت عدم تقارن اطلاعاتی را تایید می‌کنیم.

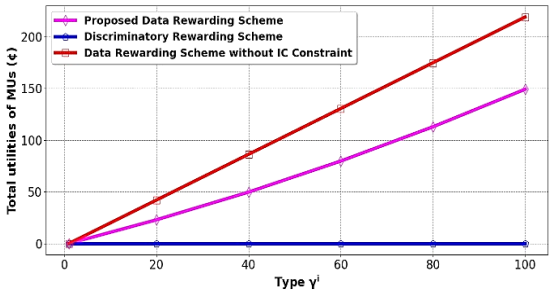


شکل ۳- سود کاربران با توجه به انواع اعلام شده

از شکل (۳)، مشاهده می‌کنیم که سود کاربر زمانی به حداکثر مقدار می‌رسد که مورد قراردادی را که دقیقاً برای نوع خودش طراحی شده است انتخاب کند (حداکثر مقدار سود هر کاربر را با ستاره روی نمودار سود آن نشان داده‌ایم). به‌این‌ترتیب او را ترغیب کرده‌ایم که اطلاعات خصوصی خود را به طور صادقانه فاش کند. بنابراین، نشان داده می‌شود که قیود IC برآورده شده‌اند. علاوه بر این، می‌توانیم ببینیم که هرکاربر، در این حالتی که مورد قرارداد مربوط به نوع خودش را انتخاب می‌کند، سودی غیرمنفی به دست آورده که قیود IR را تضمین می‌کند. پس این‌گونه به آن‌ها انگیزه می‌دهیم که تمایل به شرکت در طرح را داشته باشند. به طور خاص، مشاهده می‌کنیم که سود کاربری که نوع آن $\gamma^M=1$ است، همانطور که در لم ۱ تأیید شده‌است، صفر است.

۴-۱-مقایسه با طرح‌های معیار

در این قسمت، عملکرد طرح پاداش داده پیشنهادی را با سایر طرح‌های معیار مقایسه می‌کنیم. طرح‌های معیاری که در این کار بررسی می‌شوند، طرح پاداش داده تبعیض‌آمیز و طرح پاداش داده بدون در نظر گرفتن قیود IC هستند [۲۶]. طرح پاداش داده تبعیض آمیز، از قرارداد بهینه تحت تقارن اطلاعاتی به دست می‌آید، یعنی تبلیغ‌کننده از انواع کاربران آگاه است. از نظر تئوری، این حالت منجر به نتیجه مطلوب از نظر سود تبلیغ‌کننده می‌شود و به عنوان یک حد بالایی عمل می‌کند. در طرح پاداش داده بدون در نظر گرفتن قیود IC ، تبلیغ‌کننده نوع هر کاربر را نمی‌داند و به صورت ساده‌لوحانه‌ای و به اشتباه فرض می‌کند که کاربر قرارداد را بر اساس نوع واقعی خود انتخاب می‌کند. با این حال، کاربر به عنوان یک عامل استراتژیک و منطقی، ممکن است قرارداد دیگری را برای کسب سود بیشتر انتخاب کند. عملکرد این سه طرح در شکل (۴) نشان داده شده است،



شکل ۴- سود کاربر ۲ برای انواع مختلف تحت طرح‌های مختلف

که به عنوان نمونه، سود کاربر ۲ [۵] را برای انواع مختلف تحت طرح‌های مختلف نشان می‌دهد.

شکل (۴) نشان می‌دهد $U_2(x_2^6, R_2^6, x_{-2}^l, \gamma^6) = 0$ می‌باشد که با لم ۱ مطابقت دارد.

همانطور که در شکل (۴) نشان داده شده است، در طرح پاداش داده تبعیض آمیز که در آن طراحی قرارداد با اطلاعات کامل انجام می شود، تبلیغ‌کننده با به حداقل رساندن سود کاربر، سود خود را به حداکثر می‌رساند، بنابراین سود صفر را به کاربر اختصاص می‌دهد. در طرح پاداش داده بدون در نظر گرفتن قیود IC، کاربر نوع خود را به گونه‌ای اعلام می‌کند که با فریب دادن تبلیغ‌کننده، سودمندی خود را به حداکثر برساند. به همین دلیل، همانطور که در شکل (۴) نشان داده شده است، کاربر نسبت به سایر طرح‌ها به سود بالاتری دست می‌یابد. همچنین فریب تبلیغ‌کننده و گزارش نادرست نوع توسط کاربر باعث می‌شود که مجموع سود کاربران به حداکثر مقدار خود برسد و تبلیغ‌کننده نسبت به سایر طرح‌ها سود کمتری کسب کند (جدول ۲).

از سوی دیگر، در طرح پاداش داده تبعیض‌آمیز، مجموع سود کاربران در پایین‌ترین حالت ممکن، یعنی صفر باقی می‌مانند و تبلیغ‌کننده بیشترین سود را در مقایسه با سایر طرح‌ها به دست می‌آورد (جدول ۲).

جدول ۲- سود تبلیغ‌کننده و مجموع سود کاربران تحت طرح‌های مختلف

طرح	سود تبلیغ‌کننده (¢)	مجموع سود کاربران (¢)
طرح پاداش داده پیشنهادی	962.68	376.63
طرح پاداش داده تبعیض آمیز	1437.20	0
طرح پاداش داده بدون درنظر گرفتن قیود IC	877.32	580.23

حال، عملکرد سیستم را زمانی که کاربری به سیستم اضافه می‌شود، بررسی می‌کنیم. زمانی که یک کاربر جدید به سیستم اضافه می‌شود، عملکرد سیستم بسته به اینکه کاربر جدید، با کدام کاربران ارتباط برقرار می‌کند متفاوت است. این بدان معنی است که کاربر جدید اضافه شده می‌تواند با کاربرهای مختلفی ارتباط برقرار کند و باتوجه به اینکه با چه تعداد کاربر و چه کاربرانی در ارتباط است، عملکرد سیستم متفاوت است که در ادامه آن را بررسی می‌کنیم.

همانطور که انتظار می‌رود و در شکل (۵) مشاهده می‌کنیم، اگر یک کاربر به سیستم با همان توپولوژی، اضافه شود، سود تبلیغ‌کننده و مجموع سود کاربران افزایش می‌یابد، صرف‌نظر از اینکه کاربر اضافه شده با چند کاربر ارتباط برقرار می‌کند. همچنین، از شکل (۵)، متوجه می‌شویم که هر چه تعداد اتصال‌هایی که کاربر جدید ایجاد می‌کند بیشتر باشد، سود تبلیغ‌کننده و مجموع سود کاربران افزایش می‌یابد. دلیل آن مزایای ناشی از اثرات شبکه است که آن را با عبارت $\gamma^i x_j^i \sum_{k=1}^{N}\sum_{l=1}^{M} g_{jk}\lambda_k^l x_k^l$ نشان داده‌ایم. افزایش تعداد ارتباطات جدید کاربر، این ترم را بزرگتر می‌کند و مجموع سود کاربران را افزایش می‌دهد. این را به وضوح در شکل (5a) مشاهده می‌کنیم. از سوی دیگر، تبلیغ‌کننده تمایلی به دادن پاداش بیشتر و اضافی ندارد، زیرا کاربر از طریق مزایای ناشی از اثرات شبکه، سود می‌برد. به این ترتیب سود تبلیغ‌کننده نیز افزایش می‌یابد. در نتیجه، ارتباط بیشتر بین کاربران برای تبلیغ‌کننده و کاربران سودمند است.

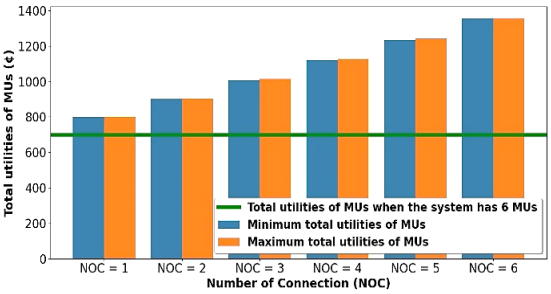
در ادامه عملکرد سیستم را در حالتی که کاربر جدید با کاربرهای مختلف تحت سه اتصال ارتباط برقرار می‌کند بررسی می‌کنیم[۶]. در اینجا به تعریف "مرکزیت درجه[۷]" برای توضیح این قسمت نیاز داریم که در ادامه به طور مختصر آن را شرح می‌دهیم.

مرکزیت درجه نشان‌دهنده تعداد روابط مستقیم یک موجودیت در شبکه است. یک گره با مرکزیت درجه بالا به عنوان یک کاربر فعال در نظر گرفته می‌شود که اغلب نقش یک اتصال‌دهنده را در شبکه ایفا می‌کند [۲۷].

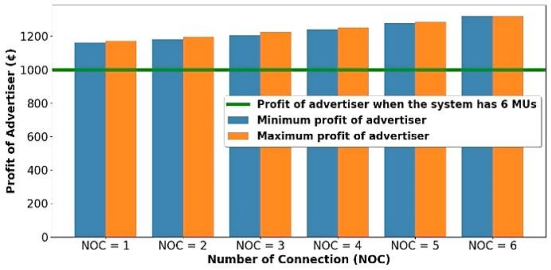
[۵] برای مثال، کاربر ۲ را بررسی کرده‌ایم. نتایج بیان شده برای دیگر کاربران نیز صادق است.

[۶] برای مثال، سه اتصال را بررسی می‌کنیم. نتایج بیان شده برای تعداد اتصالات دیگر نیز صادق است.

[7] Degree Centrality (DC)

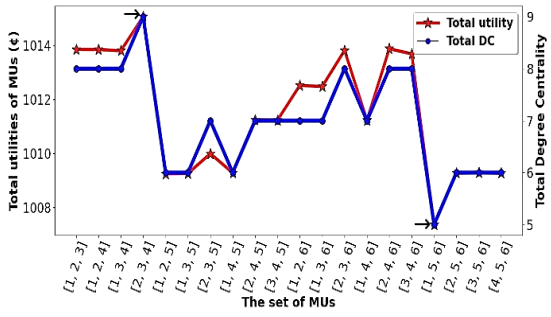


شکل ۵a- مجموع سود کاربران

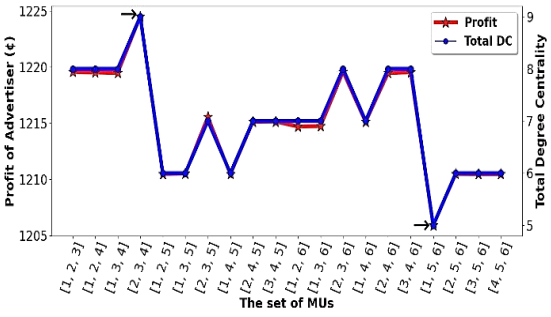


شکل ۵b- سود تبلیغ‌کننده

شکل ۵- عملکرد سیستم زمانی که یک کاربر به سیستم اضافه می‌شود و با تعداد اتصالات مختلف با سایر کاربران ارتباط برقرار می‌کند



شکل ۶a- مجموع سود کاربران



شکل ۶b- سود تبلیغ‌کننده

شکل ۶- عملکرد سیستم زمانی که کاربر جدید تحت سه اتصال با کاربران مختلف ارتباط برقرار می کند

همانطور که در شکل (۶) نشان داده شده است، سود تبلیغ‌کننده و مجموع سود کاربران، با توجه به اینکه کاربر جدید با کدام مجموعه از کاربران ارتباط داشته باشد، متفاوت است. هنگامی که کاربر جدید با کاربرهای ۲ ، ۳ و ۴ ارتباط برقرار می‌کند، هم سود تبلیغ‌کننده و هم مجموع سود کاربران دارای حداکثر مقدار خود هستند.

همانطور که در شکل (۶) به وضوح نشان داده شده است، اتصال به مجموعه کاربرهایی که دارای مجموع مرکزیت درجه بالاتری هستند، سود تبلیغ‌کننده و مجموع سود کاربران را بهبود می‌بخشد. به این ترتیب با توجه به شکل (۲) در می‌یابیم که کاربران ۲ ، ۳ و ۴ همگی دارای مرکزیت درجه برابر با ۳ هستند و بالاترین مرکزیت درجه را دارند، بنابراین مجموعه این کاربران، بالاترین مجموع مرکزیت درجه را تشکیل می‌دهند که اتصال به این مجموعه کاربران بیشترین سود را برای تبلیغ‌کننده و کاربران دارد.

از طرفی، مرکزیت درجه کاربران ۱، ۵ و ۶ به ترتیب ۱، ۲ و ۲ است که کمترین مرکزیت درجه هستند. بنابراین، مجموعه این کاربران کمترین مجموع مرکزیت درجه را تشکیل می‌دهند و اتصال به مجموعه آن‌ها کمترین سود را برای تبلیغ‌کننده و کاربران در پی خواهد داشت.

۵-نتیجه‌گیری

در این کار، برای طرح پاداش داده که در آن کاربران با یکدیگر در تعامل هستند، قراردادی طراحی کرده‌ایم که کاربران را با انگیزه‌های اقتصادی مناسب، در این طرح درگیر کند. به طور خاص، چارچوب نظریه قرارداد را برای مدل کردن تعاملات بین تبلیغ‌کننده و کاربران تحت عدم تقارن اطلاعاتی اعمال کرده‌ایم. این تعاملات به صورت یک مسئله بهینه‌سازی مدل می‌شود و قراردادهای بهینه از حل این مسئله بهینه‌سازی بدست می‌آید. سپس شرایط لازم و کافی برای امکان پذیر و بهینه بودن قرارداد را استخراج کرده‌ایم. ما با استفاده از اعمال ریاضی و ساده‌سازی‌هایی، مسئله بهینه‌سازی اولیه که حل آن چالش برانگیز و دارای قیود غیرمحدب بود را به صورت یک مسئله بهینه‌سازی بسیار ساده‌تر با قیود محدب بازنویسی کردیم و نشان دادیم که این دو مسئله دقیقا معادل یکدیگر هستند. همچنین شبیه‌سازی‌های گسترده‌ای را برای نشان دادن کارایی عملکرد طرح پاداش داده در مقایسه با طرح‌های معیار انجام دادیم. پیشنهاد بری ادامه این کار میتواند رویکرد حل غیرمتمرکز مسئله بهینه سازی به دلیل وجود شبکه ارتباطی بین کاربرن می‌باشد. به این ترتیب که پس از بدست آوردن مسئله بهینه سازی معادل ساده شده، کاربران صرفا بر اساس تبادل اطلاعات از طریق شبکه گرافی و بدون نیاز به سیستم مرکزی که نیاز به دسترسی به توابع هدف همه کاربران دارد به حل مسئله بهینه سازی دست یابند.

مراجع

[1] Analytics, Strategy. Worldwide cellular user forecasts 2018-2023. Tech. Rep, 2018.

[2] T. Dimitriou, and Antonis Michalas. "Incentivizing participation in crowd-sensing applications through fair and private bitcoin rewards." *IEEE Access* 10 (2022): 129004-129018.

[3] Q. Cheng, H. Shan, W. Zhuang, T.Q. Quek, Z. Zhang, and F. Hou. "When virtual network operator meets e-commerce platform: Advertising via data reward." *IEEE Transactions on Mobile Computing* 22, no. 12 (2022): 7370 - 7386.

[4] C. He, T.H. Luan, N. Cheng, G. Wei, Z. Su, and Y. Liu. "Federated Learning based Vehicular Threat Sharing: A Multi-Dimensional Contract Incentive Approach." *In 2023 IEEE 98th Vehicular Technology Conference* (VTC2023-Fall), pp. 1-5. IEEE, 2023.

[5] Z. Xiong, J. Kang, D. Niyato, P. Wang, H. Vincent Poor, and S. Xie. "A multi-dimensional contract approach for data rewarding in mobile networks." *IEEE Transactions on Wireless Communications* 19, no. 9 (2020): 5779-5793.

[6] J. Nie, J. Luo, Z. Xiong, D. Niyato, P. Wang, and M. Guizani. "An incentive mechanism design for socially aware crowdsensing services with incomplete information." *IEEE Communications Magazine* 57, no. 4 (2019): 74-80.

[7] P. Bolton, and M. Dewatripont. *Contract theory*. MIT press, 2004.

[8] T. Roughgarden. "Algorithmic game theory." *Communications of the ACM* 53, no. 7 (2010): 78-86.

[9] Y. Zhang, M. Pan, L. Song, Z. Dawy, and Z. Han. "A survey of contract theory-based incentive mechanism design in wireless networks." *IEEE Wireless Communications* 24, no. 3 (2017): 80-85.

[10] Y. Liu, M. Tian, Y. Chen, Z. Xiong, C. Leung, and C. Miao. "A contract theory based incentive mechanism for federated learning." *In Federated and Transfer Learning*, pp. 117-137. Cham: Springer International Publishing, 2022.

[11] M. Diamanti, P. Charatsaris, E.E. Tsiropoulou, and S. Papavassiliou. "Incentive mechanism and resource allocation for edge-fog networks driven by multi-dimensional contract and game theories." *IEEE Open Journal of the Communications Society* 3 (2022): 435-452.

[12] M. Wu, D. Ye, J. Ding, Y. Guo, R. Yu, and M. Pan. "Incentivizing differentially private federated learning: A multidimensional contract approach." *IEEE Internet of Things Journal* 8, no. 13 (2021): 10639-10651.

[13] H. Yu, M.H. Cheung, L. Gao, and J. Huang. "Public Wi-Fi monetization via advertising." *IEEE/ACM Transactions on Networking* 25, no. 4 (2017): 2110-2121.

[14] H. Guo, X. Zhao, L. Hao, and D. Liu. "Economic analysis of reward advertising." *Production and Operations Management* 28, no. 10 (2019): 2413-2430.

[15] P. Bangera, S. Hasan, and S. Gorinsky. "An advertising revenue model for access ISPs." *In 2017 IEEE Symposium on Computers and Communications (ISCC)*, pp. 582-589. IEEE, 2017.

[16] S. Sen, G. Burtch, A. Gupta, and R. Rill. "Incentive design for ad-sponsored content: Results from a randomized trial." *In 2017 IEEE Conference on Computer Communications Workshops (INFOCOM WKSHPS)*, pp. 826-831. IEEE, 2017.

[17] H. Yu, E. Wei, and R.A. Berry. "Monetizing mobile data via data rewards." *IEEE Journal on Selected Areas in Communications* 38, no. 4 (2020): 782-792.

[18] J. Kang, Z. Xiong, D. Niyato, S. Xie, and J. Zhang. "Incentive mechanism for reliable federated learning: A joint optimization approach to combining reputation and contract theory." *IEEE Internet of Things Journal* 6, no. 6 (2019): 10700-10714.

[19] H. Yu, E. Wei, and R.A. Berry. "A business model analysis of mobile data rewards." *In IEEE INFOCOM 2019-IEEE Conference on Computer Communications*, pp. 2098-2106. IEEE, 2019.

[20] J. Nie, J. Luo, Z. Xiong, D. Niyato, and P. Wang. "A stackelberg game approach toward socially-aware incentive mechanisms for mobile crowdsensing." *IEEE Transactions on Wireless Communications* 18, no. 1 (2018): 724-738.

[21] D. Easley, and J. Kleinberg. Networks, crowds, and markets: Reasoning about a highly connected world. Vol. 1. Cambridge: Cambridge university press, 2010.

[22] A. Jadbabaie, and A. Kakhbod. "Optimal contracting in networks." *Journal of Economic Theory* 183 (2019): 1094-1153.

[23] Y. Zhang, L. Song, W. Saad, Z. Dawy, and Z. Han. "Contract-based incentive mechanisms for device-to-device communications in cellular networks." *IEEE Journal on Selected Areas in Communications* 33, no. 10 (2015): 2144-2155.

[24] F. Bloch, and N. Quérou. "Pricing in social networks." *Games and Economic Behavior* 80 (2013): 243-261.

[25] O. Candogan, K. Bimpikis, and A. Ozdaglar. "Optimal pricing in networks with externalities." *Operations Research* 60, no. 4 (2012): 883-905.

[26] M. Montazeri, H. Kebriaei, B.N. Araabi, and D. Niyato. "Optimal mechanism design in the sponsored content service market." *IEEE Communications Letters* 25, no. 9 (2021): 3051-3054.

[27] A. Majeed, and I. Rauf. "Graph theory: A comprehensive survey about graph theory applications in computer science and social networks." *Inventions* 5, no. 1 (2020): 10.