



Semnan University



Research Article

# Probabilistic Investigation of Cavitation Occurrence on Morning-Glory Spillways Using Numerical Modeling and Response Surface Method

Masoud Ghaffari <sup>a</sup>, Mahdi Azhdary Moghaddam <sup>b,\*</sup>, Gholamreza Azizian <sup>c</sup>, Mohsen Rashki <sup>d</sup>

<sup>a</sup> PhD Student, Civil Engineering Department, University of Sistan and Baluchestan, Zahedan, Iran

<sup>b</sup> Professor, Civil Engineering Department, University of Sistan and Baluchestan, Zahedan, Iran

<sup>c</sup> Associate Professor, Civil Engineering Department, University of Sistan and Baluchestan, Zahedan, Iran

<sup>d</sup> Assistant Professor, Architectural Engineering Department, University of Sistan and Baluchestan, Zahedan, Iran

## PAPER INFO

### Paper history:

Received: 24 June 2023

Revised: 21 February 2024

Accepted: 04 March 2024

### Keywords:

Morning-glory spillway,  
Cavitation reliability,  
Numerical modeling,  
Implicit/explicit limit  
state function,  
Response surface  
method.

## ABSTRACT

Estimating the cavitation damage to morning-glory spillways is quite important due to the uncertainties that affect cavitation (e.g., high velocity, negative flow pressure, etc.). This paper aims to develop the model uncertainties to address the reliability assessment of the cavitation damage to different points of the Haraz Dam morning-glory spillway in Iran. As an explicit limit state function was lacking to determine the cavitation reliability, 35 samples were produced based on the statistical features, probability distribution and inter-correlation of the uncertainties. Using the Latin Hypercube Simulation (LHS) method and Shapiro-Wilk Test, the cavitation response was found for them through the ANSYS Fluent-3D numerical model analyses, and the implicit LSF was created for 4 critical points on the morning-glory spillway. To do so, the Response Surface Method (RSM) was utilized to generate the explicit LSF and the reliability of the cavitation damage was estimated using the Monte Carlo and first and second order reliability methods. The obtained results show that P4, with  $pf > 80\%$ , is the most critical overflow point whereas the lowest RMSE is between SORM and MCS method.

DOI: <https://doi.org/10.22075/jme.2024.31043.2480>

© 2024 Published by Semnan University Press.

This is an open access article under the CC-BY 4.0 license. (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

\* Corresponding author.

E-mail address: [mazhdary@eng.usb.ac.ir](mailto:mazhdary@eng.usb.ac.ir)

### How to cite this article:

Ghaffari, M., Azhdary Moghaddam, M., Azizian, G., & Rashki, M. (2024). Probabilistic investigation of cavitation occurrence on Morning-Glory Spillways Using numerical modeling and Response Surface Method. *Journal of Modeling in Engineering*, 22(78), 201-216. doi: 10.22075/jme.2024.31043.2480

# بررسی احتمالاتی وقوع کاویتاسیون روی سرریز نیلوفری با کمک مدل سازی عددی و روش سطح پاسخ

مسعود غفاری<sup>۱</sup>، مهدی اژدری مقدم<sup>۲\*</sup>، غلامرضا عزیزیان<sup>۳</sup>، محسن راشکی<sup>۴</sup>

اطلاعات مقاله	چکیده
دریافت مقاله: ۱۴۰۲/۰۴/۰۳	تخمین آسیب کاویتاسیون بر روی سرریزهای نیلوفری به دلیل عدم قطعیت‌های مؤثر بر ایجاد خلأزایی مانند سرعت بالا و فشار منفی جریان دارای اهمیت زیادی می‌باشد. در این تحقیق ارزیابی قابلیت اطمینان آسیب کاویتاسیون بر روی نقاط مختلف سرریز نیلوفری سد هراز در کشور ایران با در نظر گرفتن عدم قطعیت‌های مدل بررسی شد. با توجه به عدم وجود تابع حالت حدی صریح در تعیین قابلیت اطمینان کاویتاسیون، ابتدا با استفاده از روش لاتین هایپر کیوب، ۳۵ شبیه‌سازی با کمک آزمون شاپیرو-ویلک بر مبنای مشخصات آماری و توزیع احتمالاتی عدم قطعیت‌ها با در نظر گرفتن همبستگی بین آن‌ها، تولید می‌شود و با انجام آنالیزهای مدل عددی ANSYS Fluent-3D پاسخ کاویتاسیون برای نمونه‌های تولیدی بدست می‌آید و تابع حالت حدی ضمنی برای ۴ نقطه بحرانی بر روی سرریز نیلوفری ایجاد می‌شود. برای تولید تابع حالت حدی صریح از روش سطح پاسخ استفاده شد و سپس با به کارگیری روش‌های مرتبه اول، مرتبه دوم قابلیت اطمینان و روش مونت کارلو، قابلیت اطمینان آسیب کاویتاسیون تخمین زده می‌شود. نتایج نشان می‌دهند که با استفاده از روش سطح پاسخ می‌توان احتمال خرابی کاویتاسیون بر روی سرریز نیلوفری را با خطای ناچیز و دقت قابل قبول تخمین زد.
بازنگری مقاله: ۱۴۰۲/۱۲/۰۲	
پذیرش مقاله: ۱۴۰۲/۱۲/۱۴	
<b>واژگان کلیدی:</b> سرریز نیلوفری، قابلیت اطمینان کاویتاسیون، مدل سازی عددی، تابع شرایط حدی ضمنی و صریح، روش سطح پاسخ.	

DOI: <https://doi.org/10.22075/jme.2024.31043.2480>

© 2024 Published by Semnan University Press.

This is an open access article under the CC-BY 4.0 license. (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

## ۱-مقدمه

سطح، تأثیر زیادی در شکل‌گیری کاویتاسیون در سرریزها دارد [۲]. ارتفاع زیاد سدها و در نتیجه افزایش سرعت جریان خطرات جدی بر روی سرریزها ایجاد می‌کند که این خطرات به آسیب کاویتاسیون منجر می‌شود [۳]. کاویتاسیون پدیده‌ای است که مایع در اثر عوامل استاتیکی یا دینامیکی با کاهش فشار تحت درجه حرارت ثابت، مخلوطی از هوا و بخار آب را تولید کرده و به تدریج حباب‌ها بزرگ می‌شوند، که این حباب‌ها اگر در محیطی با فشار زیاد

کاویتاسیون در سرریزها تحت تأثیر عدم قطعیت‌هایی مانند پارامترهای هیدرولیکی، بارگذاری‌ها، شرایط محیطی متغیر و نقص در ابعاد به دلیل مشکلات ساخت هستند. عدم قطعیت‌ها را می‌توان بر حسب تابع چگالی احتمال، فاصله اطمینان و یا گشتاورهای آماری مانند انحراف معیار و یا ضریب تغییرات پارامترهای تصادفی بیان نمود [۱]. عدم قطعیت‌های مهمی مانند سرعت جریان در کنار مقاومت بتن

\* استادیار، گروه مهندسی معماری، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان، ایران.

\* پست الکترونیک نویسنده مسئول: mazhdary@eng.usb.ac.ir

۱- دانشجوی دکتری، گروه مهندسی عمران، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان، ایران.

۲- استاد، گروه مهندسی عمران، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان، ایران.

۳- دانشیار، گروه مهندسی عمران، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان، ایران.

## استناد به این مقاله:

غفاری، مسعود، اژدری مقدم، مهدی، عزیزیان، غلامرضا، و راشکی، محسن. (۱۴۰۳). بررسی احتمالاتی وقوع کاویتاسیون روی سرریز نیلوفری با کمک مدل سازی عددی و روش سطح پاسخ. مدل سازی در مهندسی، ۲۲(۷۸)، ۲۰۱-۲۱۶. doi: 10.22075/jme.2024.31043.2480

وجود عدم قطعیت‌های مختلف عامل اصلی بالا بردن احتمال شکست در سیستم‌های مهندسی هیدرولیک است [۱۳]. در تحلیل عدم قطعیت‌ها، خروجی‌های سیستم به صورت تابعی از عدم قطعیت‌های موجود در مدل و پارامترهای تصادفی درگیر آن می‌باشد [۱۴]. در سال‌های اخیر آنالیزهای قابلیت اطمینان و روش‌های احتمالاتی کاربرد زیادی در مهندسی هیدرولیک پیدا کرده است [۱۵]. چندین روش کاربردی در طراحی هیدرولیکی در مراجع مختلفی گزارش شده است [۱۶]. بنابراین، ارزیابی احتمال اینکه یک سیستم مهندسی هیدرولیک تا چه حد براساس طراحی عمل کند، نیازمند انجام تحلیل عدم قطعیت و قابلیت اطمینان می‌باشد [۱]. کشتگر و همکاران [۱۷] در سال ۲۰۱۶ با روش سطح پاسخ مدلی جهت پیش‌بینی جریان رودخانه ساختند. آنها با توابع چند جمله‌ای مرتبه دوم تا پنجم توانستند جریان رودخانه را پیش‌بینی کنند و میزان خطای مدل آنها قابل قبول بود. بیاری و همکاران [۱۸] در سال ۲۰۲۱ به تخمین قابلیت اطمینان و احتمال خرابی سازه‌هایی که دارای تابع شرایط حدی با فرم صریح نبودند، پرداختند. آنها ابتدا تابع شرایط حدی به فرم ضمنی را با استفاده از شبیه‌سازی نمونه‌برداری لاتین هاپیر کیوب ایجاد کرده و سپس جهت دست یابی به تابع شرایط حدی به فرم صریح از روش سطح پاسخ استفاده نمودند. حسنعلی پور شهرآبادی و همکاران [۱۹] در سال ۲۰۲۱ با استفاده از روش قابلیت اطمینان مرتبه اول<sup>۳</sup> به بررسی وقوع کاپیتاسیون بر روی سرریز تنداب پرداختند. آنها با کمک مدل عددی Flow3D عملکرد هواده را جهت کنترل کاپیتاسیون بررسی نمودند. یانگ و همکاران [۲۰] در سال ۲۰۱۲ مطالعاتی در خصوص قابلیت اعتماد روی سدهای قوسی را انجام دادند. آنها با لحاظ نمودن عدم قطعیت دما مدل را در نرم‌افزار انسیس<sup>۴</sup> تحلیل کردند و با کمک روش سطح پاسخ، قابلیت اطمینان در پایداری و مقاومت سد قوسی را ارزیابی نمودند. حمید و همکاران [۲۱] در سال ۲۰۲۱ تحقیقاتی در خصوص بتن‌های مقاوم با روش سطح پاسخ مرتبه بالا انجام دادند. آنها با داشتن عدم قطعیت‌های مورد نظر توانستند با روش سطح پاسخ با مرتبه ۲ تا ۵ پیش‌بینی مقاومت بتن را انجام دهند. هان و همکاران [۲۲] در سال ۲۰۲۲ یک پیش‌بینی سریع در خصوص پایداری

قرار گیرند منفجر می‌شوند که اگر در نزدیکی سطح بتن اتفاق افتد، انفجار نامتقارن بوده و باعث تخریب بتن می‌شود [۴، ۵].

منوگران و همکاران [۶] در سال ۲۰۲۲ مطالعه‌ای بر روی آسیب‌های وارده به سرریزها انجام دادند. آنها با ساختن مدل‌های عددی و آزمایشگاهی جهت کنترل کاپیتاسیون، توانستند مقدار حداقل سرعت را جهت کنترل کاپیتاسیون محاسبه کنند. وان و همکاران [۷] در سال ۲۰۱۸ با کمک مدل‌های دینامیک سیالات محاسباتی<sup>۲</sup>، توانستند با پیش‌بینی عددی و تحلیل خطر، آسیب کاپیتاسیون را بر روی سرریزهای شوت با جریان سریع تحلیل نمایند. آنها نواحی که بر روی سطح بتن سرریز دارای پتانسیل بالای کاپیتاسیون بود را شناسایی کردند. فرودیا و همکاران [۲] در سال ۲۰۲۲ مطالعاتی در خصوص کاپیتاسیون سرریزها انجام دادند. آنها شاخص کاپیتاسیون را به عنوان مهم‌ترین فاکتور کاپیتاسیون در سرریزها برای زوایای مختلف سرریز بررسی نمودند. مظفری و همکاران [۸] در سال ۲۰۲۲ تحقیقاتی در مورد کنترل دبی در سرریزها با استفاده از مدل‌های دینامیک سیالات محاسباتی انجام دادند. آنها توانستند مقایسه خوبی بین مدل عددی و آزمایشگاهی داشته باشند و میانگین قدرمطلق خطا و ضریب رگرسیون را محاسبه نمایند که نتایج آنها دارای دقت قابل قبولی بود. کجائر و همکاران [۹] در سال ۲۰۲۰ با مدل ANSYS Fluent جریان آشفته بر روی سرریزهای شوت را بررسی نمودند. آنها توانستند همبستگی قابل قبولی بر روی پارامترهای مختلف خروجی‌های عددی و آزمایشگاهی بدست آورند.

هدف قابلیت اطمینان، فراهم نمودن رابطه‌ای جهت تخمین احتمال خرابی با کمک عدم قطعیت‌های مرتبط با سازه و بارهای وارده بر آن می‌باشد. تابع شرایط حدی، مرز بین سلامتی و خرابی را در سازه مشخص نموده و بسته به نوع مسائل قابلیت اطمینان و سازه مورد بررسی می‌تواند متفاوت باشد [۱۰]. پیش‌بینی و توصیف دقیق عملکرد پدیده‌های مخرب در سازه‌ها، نیازمند شناسایی منابع مختلف عدم قطعیت می‌باشد [۱۱]. عدم قطعیت‌ها در طراحی سیستم مهندسی هیدرولیک را می‌توان به چهار گروه هیدرولوژیکی، هیدرولیکی، سازه‌ای و اقتصادی تقسیم‌بندی نمود [۱۲].

<sup>۴</sup> ANSYS: ANalysis SYStems

<sup>۲</sup> Computational Fluid Dynamics (CFD)

<sup>۳</sup> First Order Reliability Method (FORM)

مقایسه شده است. همچنین معادلات و توابع شرایط حدی استخراج شده جهت تحقیقات بعدی، یکی دیگر از دستاوردهای این تحقیق می‌باشد.

## ۲- مواد و روش‌ها

### ۲-۱- روش‌های متداول ارزیابی قابلیت اطمینان

قابلیت اعتماد یک سازه توانایی سازه برای تکمیل و ارضا کردن اهداف طراحی برای یک دوره طرح یا عمر مفید مشخص شده می‌باشد. احتمال خرابی یک سازه، برابر با انتگرال تابع چگالی احتمال توأم متغیرهای تصادفی بر روی دامنه گسیختگی آن می‌باشد که بصورت رابطه (۱) تعریف می‌شود [۱۰].

$$P_f = P[g(X) \leq 0] \\ = \int \dots \int f_X(x_1, \dots, x_n) dx_1 \dots dx_n \quad (1)$$

که در آن  $(x_1, \dots, x_n)$  برداری شامل متغیرهای تصادفی (عدم قطعیت‌ها) است.  $f_X(x)$  تابع چگالی احتمال توأم متغیرهای تصادفی و  $g(X)$  تابع شرایط حدی می‌باشد. انتگرال گیری مستقیم از رابطه (۱) برای مسائلی با سه متغیر تصادفی و بیشتر کار سختی بوده و با افزایش ابعاد انتگرال به موازات پیچیدگی مسئله، غیرخطی بودن تابع شرایط حدی و غیرنرمال بودن تابع چگالی احتمال توأم  $f_X(x)$  کاری دشوار و گاهی غیرممکن است. به همین دلیل روش‌های مختلف دیگری به منظور ساده‌سازی روش محاسبه احتمال خرابی در حوزه قابلیت اطمینان گسترش داده شده است. دو روش کلی جهت ارزیابی قابلیت اطمینان و محاسبه احتمال خرابی وجود دارد.

### ۲-۱-۱- روش‌های مبتنی بر شاخص قابلیت اطمینان

شاخص قابلیت اطمینان  $(\beta)$  بر مبنای ناحیه سلامت و ناحیه خرابی به صورت نسبت میانگین  $(\mu)$  به انحراف معیار  $(\sigma)$  می‌باشد. تابع شرایط حدی  $(g(x))$  مطابق رابطه (۲) در نقطه میانگین برای محاسبه ممان‌های اول (میانگین) و ممان دوم (انحراف معیار) استخراج می‌شود.

$$g(X) \\ = g(\mu_X) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial g}{\partial X_i} (X_i - \mu X_i) \\ + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 g}{\partial X_i \partial X_j} COV(X_i, X_j) + \dots \quad (2)$$

در نهایت، احتمال خرابی سازه (احتمال مقادیر کمتر از صفر

سدهای سنگریزه‌ای شیب‌دار با کمک روش‌های قابلیت اطمینان و سطح پاسخ انجام دادند. آن‌ها فاکتورهای وابسته به زمان را جهت رسیدن به سطح ایمنی سدهای سنگریزه‌ای در نظر گرفتند و توانستند نواحی ایمن را مشخص نمایند. خجسته فر و همکاران [۲۳] در سال ۲۰۱۴ به این نتیجه رسیدند که روش‌های شبیه‌سازی نیاز به تعداد زیاد نمونه برای پوشش دادن توزیع احتمالاتی عدم قطعیت‌ها دارند. آن‌ها برای حل این مشکل روش سطح پاسخ در ترکیب با روش‌های شبیه‌سازی را پیشنهاد کردند.

شناخت جامع توابع حالت حدی مؤثر بر رفتار و عملکرد کاویتاسیون بر روی سرریزها در این تحقیق ضروری به نظر می‌رسد که در این تحقیق به ارزیابی آسیب کاویتاسیون بر روی سرریز نیلوفری سد هراز در کشور ایران با کمک روش سطح پاسخ و روش‌های عددی پرداخته شده است. مطالعات انجام شده در زمینه قابلیت اطمینان نشان می‌دهد که محققین به ارزیابی تعداد محدودی از عدم قطعیت‌ها پرداخته اند، در صورتی که در این تحقیق سعی شده تعداد بیشتری از پارامترهای عدم قطعیت (۶ پارامتر) جهت رسیدن به توابع حالت حدی استفاده گردد. در اکثر تحقیقات انجام گرفته مانند هان و همکاران [۲۲] و بیاری و همکاران [۱۸] ماتریس همبستگی بین عدم قطعیت‌ها از تحقیقات مشابه استفاده کردند، اما در این تحقیق بصورت خاص ماتریس همبستگی مابین عدم قطعیت‌ها با کمک روش آزمون شاپیرو-ویلک<sup>۵</sup> استخراج شده است. همچنین با توجه به ماهیت غیرخطی کاویتاسیون بر روی سرریزهای نیلوفری، تابع شرایط حدی دارای شکل صریح نمی‌باشد، از این رو دستیابی به این هدف کمتر مورد توجه محققین بوده است که در این تحقیق توابع مذکور استخراج شده است. برای ارزیابی قابلیت اطمینان با استفاده از شبیه‌سازی لاتین هابیر کیوب و انجام آنالیزهای مدل سه بعدی ANSYS Fluent تابع شرایط حدی به فرم ضمنی استخراج و در ادامه جهت دستیابی به تابع شرایط حدی به فرم صریح از روش‌های مرتبه اول و مرتبه دوم قابلیت اطمینان و روش شبیه‌سازی مونت کارلو احتمال خرابی کاویتاسیون برای ۴ نقطه بحرانی بر روی سرریز نیلوفری تخمین زده شده است. در نهایت مقادیر احتمال خرابی مابین روش‌های مذکور

<sup>5</sup> Shapiro Wilk Test

در این روش به صورت تعداد نقاط موجود در ناحیه خرابی ( $n_f$ ) به تعداد کل نقاط تولید شده بر اساس تابع چگالی احتمال متغیرها ( $N$ ) محاسبه می‌گردد. روش مونت کارلو امکان محاسبه مستقیم احتمال خرابی را برای هر گونه تابع شرایط حدی بدون انجام ساده‌سازی و بدون نیاز به مشتق-گیری از تابع را فراهم می‌سازد.

## ۲-۲- قابلیت اطمینان مسائل با تابع شرایط حدی ضمنی

در مسائل مهندسی هیدرولیک همچون ارزیابی کاویتاسیون در سرریزها، شکل صریحی از توابع شرایط حدی در دسترس نیست. وجود پیچیدگی هندسی و تعداد المان‌ها از دلایل عدم دسترسی به شکل صریح تابع شرایط حدی می‌باشد. روش‌های گوناگونی از جمله روش سطح پاسخ برای ارزیابی قابلیت اطمینان این‌گونه مسائل ارائه شده است. اساس روش سطح پاسخ بر تقریب رابطه‌ای صریح برای تابع شرایط حدی که از متغیرهای تصادفی مورد نظر تشکیل شده است و استفاده از تکنیک‌های ارزیابی قابلیت اطمینان همچون قابلیت اطمینان مرتبه اول، قابلیت اطمینان مرتبه دوم و روش‌های شبیه‌سازی یا بهینه‌سازی می‌باشد. فرم تابع شرایط حدی تقریب زده شده (ضمنی) در این‌گونه مسائل به صورت رابطه (۵) است [۲۷].

$$G(x) = \text{Allowable Value} - y(x) \quad (5)$$

که Allowable Value مقدار مجاز پارامتر مورد نظر مسئله بوده که بر اساس مقادیر مجاز آیین‌نامه‌ای تعیین می‌شود و  $y(x)$  برابر تابع تقریب زده شده برای پارامتر مذکور می‌باشد. که برای تقریب فرم صریح  $G(x)$  می‌توان از روش‌هایی همچون روش سطح پاسخ استفاده نمود.

## ۲-۳- روش سطح پاسخ

روش‌های سطح پاسخ<sup>۷</sup> مجموعه‌ای از تکنیک‌های ریاضی و آماری به منظور انطباق داده‌های تجربی با مدل‌های چند جمله‌ای است. در این روش اثرگذاری متغیرها بر روی پاسخ و اثر بر هم‌کنش پارامترها به طور هم‌زمان مورد مطالعه قرار می‌گیرد و یک شیوه دنباله‌ای برای رسیدن به ناحیه بهینه است. مدل استفاده شده در روش سطح پاسخ، معادله درجه دوم کامل یا فرم کاهش یافته آن است. مدل درجه دوم می‌تواند به صورت معادله (۶) بیان شود [۲۸].

برای تابع شرایط حدی) با استفاده از رابطه (۳) قابل محاسبه است.

$$p_f = P[g(X) < 0] \approx \Phi\left(\frac{0 - \mu_g}{\sigma_g}\right) = \Phi(-\beta) \quad (3)$$

این روش‌ها در دو دسته کلی مرتبه اول قابلیت اطمینان و مرتبه دوم قابلیت اطمینان<sup>۶</sup> شناخته می‌شوند. نتایج حاصل از روش‌های مرتبه اول قابلیت اطمینان زمانی دقیق است که تابع شرایط حدی به حالت خطی نزدیک باشد. اما در بعضی مسائل تابع شرایط حدی دارای شکل غیرخطی بوده که برای غلبه بر این مشکل، روش‌های مرتبه دوم ارائه شده است. در روش‌های مرتبه دوم قابلیت اطمینان از تقریب مرتبه دوم تابع شرایط حدی در بسط تیلور جهت محاسبه شاخص قابلیت اطمینان استفاده می‌شود که اولین بار توسط فیسلر و همکاران [۲۴] در سال ۱۹۷۹ ارائه گردید. استفاده از بسط تیلور مرتبه دوم تابع شرایط حدی، شکل غیرخطی تابع را در نظر گرفته و نتایج حاصل از روش‌های مرتبه اول را بهبود می‌بخشد.

## ۲-۱-۲- روش‌های شبیه‌سازی جهت تخمین احتمال خرابی

پرکاربردترین و قدیمی‌ترین روش شبیه‌سازی جهت حل مسائل قابلیت اطمینان روش مونت کارلو می‌باشد که توسط متروپولیس و اولام [۲۵] در سال ۱۹۴۹ ارائه شده است. برخلاف قابلیت اطمینان مرتبه اول و مرتبه دوم که برای مسائل با توابع شرایط حدی صریح، متغیرهای تصادفی غیرنرمال و مسائل با چندین نقطه طراحی، جواب‌های تقریبی ارائه می‌دهند، روش مونت کارلو قادر به تخمین پاسخ مناسب با دقت بالا برای احتمال خرابی با توجه به تعداد شبیه‌سازی‌های مناسب می‌باشد. رابطه انتگرالی جهت محاسبه احتمال خرابی به روش مونت کارلو به صورت رابطه (۴) است [۲۶].

$$P_f = \int \dots \int I[g(x) < 0] f_x(x) dx \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I[g(x_i) < 0] \approx \frac{n_f}{N} \quad (4)$$

در رابطه (۴) مقدار تابع شمارنده ( $I$ ) برای نمونه‌های تولید شده در مرز ناحیه خرابی و داخل آن  $[g(x) \leq 0]$  برابر یک و برای نمونه‌های تولید شده در ناحیه ایمن  $[g(x) > 0]$  برابر با صفر است. بدین ترتیب احتمال خرابی

<sup>7</sup> Response Surface Method (RSM)

<sup>6</sup> Second Order Reliability Method (SORM)

مقدار احتمال (P-value) کمتر از مقدار خطا باشد فرض صفر رد می‌شود بنابراین این داده‌های نمونه از یک جامعه نرمال نمی‌باشند.

با فرض اینکه  $X_1, X_2, \dots, X_n$  مشاهدات از متغیر تصادفی  $X$  باشند، آن‌گاه آماره آزمون شاپیرو ویلک به صورت معادله (۹) تعریف می‌شود [۲۹].

$$W = \frac{(\sum_{i=1}^n a_i X_{(i)})^2}{\sum_{i=1}^n (X_{(i)} - \bar{X})^2} \quad (9)$$

بردار  $a_i$ ، به صورت معادله (۱۰) تعریف می‌شود.

$$(a_1, a_2, \dots, a_n) = \frac{m^T V^{-1}}{C} \quad (10)$$

که  $V$  ماتریس کوواریانس آماره‌های ترتیبی است. بردار  $C$  به صورت معادله (۱۱) تعریف می‌شود.

$$C = \|V^{-1}m\| = (m^T V^{-1} V^{-1} m)^{1/2} \quad (11)$$

بردار  $m$  مقدار امید ریاضی آماره‌های ترتیبی و  $\bar{X}$  میانگین مقادیر مشاهده شده از نمونه تصادفی است. تفاوت بین  $X_i$  و  $X_{(i)}$  بدین صورت است که اولی مقدار نمونه تصادفی و دومی آماره ترتیبی (مقادیر مرتب شده) متغیر تصادفی  $X$  هستند. مطابق جدول ۱ داده‌های مربوط به دما، سرعت و زبری مطلق در یک بازه عددی قرار دارند از این‌رو این عدم قطعیت‌ها از توزیع یکنواخت پیروی می‌کنند. تحلیل آماری مربوط به عدم قطعیت‌های چگالی آب، چگالی هوا و فشار بخار آب با استفاده از شکل و آزمون شاپیرو ویلک انجام شد که در جدول ۱ نشان داده شده است. با توجه به اینکه مقادیر احتمال (p-value) بزرگتر از خطای ۰/۰۵ می‌باشد، از این‌رو عدم قطعیت‌های مذکور از توزیع نرمال پیروی می‌کنند.

جدول ۱. پارامترهای آماری عدم قطعیت‌های مسئله

عدم قطعیت	نام	واحد	مقادیر شاپیرو ویلک		تابع توزیع	مقادیر آماری		نوع متغیر
			W	P-value		میانگین	انحراف معیار	
$X_1$	دما	C	$-30 \leq X_1 \leq -50$		یکنواخت	$\mu=9/54$	$\sigma=23/395$	وابسته
$X_2$	چگالی آب	kg/m <sup>3</sup>	0/9793	0/0705	نرمال	$\mu=996/58$	$\sigma=3/191$	وابسته
$X_3$	چگالی هوا	kg/m <sup>3</sup>	0/9818	0/1194	نرمال	$\mu=1/386$	$\sigma=0/166$	وابسته
$X_4$	فشار بخار	pa	0/9812	0/1039	نرمال	$\mu=2986/41$	$\sigma=766/36$	وابسته
$X_5$	سرعت	m/s	$0/04 \leq X_5 \leq 0.17$		یکنواخت	$\mu = 0/105$	$\sigma = 0/378$	مستقل
$X_6$	زبری مطلق	mm	$0.1 \leq X_6 \leq 20$		یکنواخت	$\mu = 10/016$	$\sigma = 5/82$	مستقل

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i X_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} X_i^2 + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k \beta_{ij} X_i X_j + \varepsilon \quad (6)$$

که  $\beta_0, \beta_i, \beta_{ii}, \beta_{ij}$  به ترتیب ضرایب ثابت، خطی، درجه دوم و اثر متقابل فاکتورها هستند.  $X_i$  و  $X_j$  متغیرهای مستقل کد شده هستند. نمادسازی ماتریس در معادله (۷) آمده است.

$$y = X\beta + \varepsilon \quad (7)$$

در رابطه فوق  $y$  بردار  $n \times 1$  از پاسخ‌ها و  $X$  بردار  $n \times p$  معرف متغیرهای مستقل،  $\beta$  بردار  $p \times 1$  از ضرایب رگرسیون و  $\varepsilon$  بردار  $n \times 1$  از خطاهای تصادفی است. تعیین پارامترهای  $\beta$  با استفاده از روش حداقل مربعات به دست می‌آید. مجموع مربعات باقیمانده ( $SS_E$ ) یا مقدار خطا به صورت رابطه (۸) تعریف می‌شود. که در این رابطه  $n$  تعداد مشاهدات،  $T$  تعداد ضرایب رگرسیون و  $e_i$  مقدار باقیمانده می‌باشد [۲۸].

$$SS_E = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (e_i)^2 = e^T e \quad (8)$$

## ۲-۴- عدم قطعیت‌های مسئله:

کاویتاسیون تابع عوامل مختلفی چون سرعت جریان، فشار جریان، زمان عملکرد، زبری سطح سرریز و خصوصیات سیال می‌باشد. مطابق جدول (۱) تعداد ۶ پارامتر مؤثر در کاویتاسیون، به عنوان عدم قطعیت‌های مدل انتخاب شدند. با استفاده از آزمون شاپیرو ویلک آنالیز واریانس و نرمال بودن توزیع داده‌ها برای عدم قطعیت‌ها بررسی گردید. در این آزمون، فرض صفر نمایانگر توزیع نرمال برای داده‌ها و فرض مقابل عدم نرمال بودن داده‌ها را نشان می‌دهد. اگر

همبستگی‌ها به طور قابل توجهی بر پیش‌بینی نهایی پاسخ‌های مورد نظر در سرریز تأثیر می‌گذارد. ماتریس همبستگی مابین عدم قطعیت‌های وابسته مطابق رابطه (۱۲) استخراج شد.

$$\begin{bmatrix} 1 & \text{cor}(x1, x2) & \text{cor}(x1, x3) & \text{cor}(x1, x4) \\ \text{cor}(x2, x1) & 1 & \text{cor}(x2, x3) & \text{cor}(x2, x4) \\ \text{cor}(x3, x1) & \text{cor}(x3, x2) & 1 & \text{cor}(x3, x4) \\ \text{cor}(x4, x1) & \text{cor}(x4, x2) & \text{cor}(x4, x3) & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -0.933 & -0.911 & 0.985 \\ -0.933 & 1 & 0.894 & 0.729 \\ -0.911 & 0.894 & 1 & 0.942 \\ 0.985 & 0.729 & 0.942 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

کنار معادلات پیوستگی و مومنتم، معادله سطح آزاد برای دو سیال مخلوط<sup>۱</sup> وجود دارد. در روش VOF برای هر جزء سلول یک معادله دیفرانسیل حل می‌شود که در نهایت مقدار جزء حجم سیال در هر سلول تعیین می‌گردد. حل معادلات جریان برای دبی ورودی ۶۴۰ متر مکعب بر ثانیه انجام گردید. جریان پس از گذشت ۶۰۰ ثانیه دائمی گردید که در این تحقیق حل معادلات جریان برای ۸۵۰ ثانیه انجام شد. در شکل (۱) نتایج کانتر فازهای آب (حجم قرمز رنگ) و هوا (حجم آبی رنگ) مشخص می‌کند که در دبی ۶۴۰ متر مکعب بر ثانیه، نسبت ارتفاع تیغه آب روی تاج (H) به شعاع تاج (R) بزرگتر از ۱ می‌باشد، بنابراین مطابق نمودارهای تجربی واگنر<sup>۲</sup> کنترل جریان بصورت خروجی می‌باشد و قسمت‌های تاج، شفت قائم و زانویی تقریباً مستغرق می‌باشند. شکل (۲) که مربوط به کانتر سرعت می‌باشد، بیشترین سرعت در پایین‌ترین نقطه زانویی که نزدیک به رنگ قرمز است، اتفاق می‌افتد و سرعت در آن ناحیه بیش از ۳۰ متر بر ثانیه می‌باشد.

#### ۲-۵-۱- صحت سنجی نتایج مدل سازی عددی

برای صحت سنجی نتایج مدل عددی با نتایج مدل آزمایشگاهی سرریز نیلوفری هراز مقایسه شده است. جهت تعیین مقدار خطا از پارامتر جذر میانگین خطای مطلق بدون بعد<sup>۳</sup> مطابق رابطه (۱۴) پارامتر نرمال سازی انحراف جذر میانگین مربعات<sup>۴</sup> مطابق رابطه (۱۵) و پارامتر  $\Delta$  مطابق رابطه (۱۶) استفاده می‌شود [۳۲]. جدول ۲ مقادیر پارامترهای خطاها را بین نتایج سرعت و فشار استاتیکی مدل عددی Fluent و نتایج آزمایشگاهی در قسمت‌های مختلف سرریز نشان می‌دهد.

با توجه به اینکه در مسائل مهندسی هیدرولیک عدم قطعیت‌ها در هر لحظه از زمان و در هر موقعیتی از مکان دارای شرایط و مقادیر خاص خود می‌باشند. بنابراین همبستگی بین متغیرها در پاسخ‌های کویتاسیون دشوار و دارای اهمیت می‌باشد چرا که مفروضات مربوط به این

#### ۲-۵- مدل سازی عددی و تحلیل جریان سرریز

در این تحقیق ارزیابی قابلیت اطمینان کویتاسیون بر روی سرریز نیلوفری سد هراز در ایران صورت می‌گیرد. سد هراز با ارتفاع ۱۵۰ متر بر روی رودخانه هراز به فاصله ۲۰ کیلومتری جنوب شهر آمل در دست اجرا است. مدل هیدرولیکی سرریز نیلوفری در سال ۲۰۱۸ در آزمایشگاه تحقیقات منابع آب ایران ساخته شده است. مدل سازی عددی با کمک ANSYS Fluent انجام شد. گام مهم برای حل مسائل Fluent تحلیل معادلات بقاء (پیوستگی، مومنتم و انرژی) است که در هر تکرار برای رسیدن به همگرایی و حل مسئله لازم است این معادلات چندین بار بصورت مکرر حل شوند [۳۰]. قوانین حاکم بر جریان یک سیال تراکم ناپذیر لزج توسط رابطه (۱۳) بیان می‌شود. این رابطه که به نام معادله ناویه-استوکس میانگین گیری شده رینولدز شناخته می‌شود، بیانگر پایداری جرم و مومنتم به بیان ریاضی می‌باشد [۳۱].

$$\rho \frac{\partial U_i}{\partial t} + \rho U_i \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (2\mu S_{ij} - \rho \overline{u'_j u'_i}) \quad (13)$$

در رابطه فوق، کمیت  $\overline{u'_j u'_i}$  تانسور تنش‌های رینولدز،  $U_i$  سرعت،  $X_i$  مختصات،  $t$  زمان،  $P$  فشار،  $\rho$  دانسیته،  $\mu$  ویسکوزیته دینامیکی و  $S_{ij}$  تانسور نرخ تغییر کرنش می‌باشد.

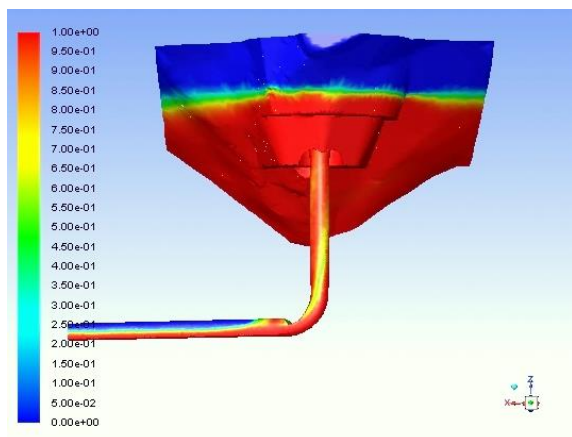
جهت شبیه سازی دقیق جریان آشفته در این تحقیق از مدل k-ε محسوس استفاده می‌شود. در مدل k-ε محسوس حل دو معادله انتقال به صورت جداگانه باعث می‌شود که سرعت اغتشاش و طول مشخصه به صورت مجزا تعیین شود. در

<sup>3</sup> Mean Absolute Error Root (MAER)

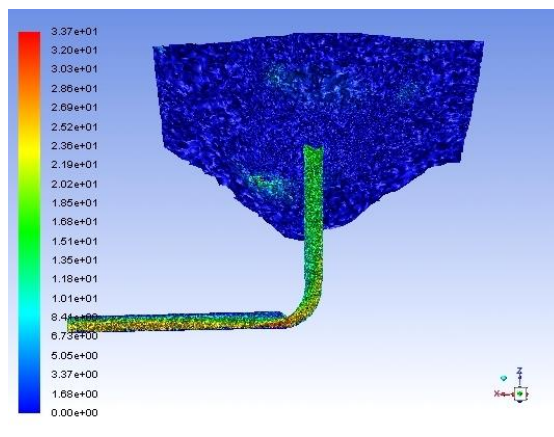
<sup>4</sup> Normalized Root Mean Square Deviation (NRMSE)

<sup>1</sup> Volume of Fluid (VOF)

<sup>2</sup> Wagner Diagram



شکل ۲) کانتور فاز آب و هوا



شکل ۱) کانتور سرعت جریان

جدول ۲. مقادیر میانگین خطای بین نتایج مدل عددی و آزمایشگاهی

اعتبارسنجی	سرعت روی تاج سرریز	فشار استاتیک روی قسمت اوجی	فشار استاتیک بر روی شفت عمودی	فشار استاتیک بالای زانو	فشار استاتیک در تونل افقی	سرعت در تونل افقی	
تعداد نقاط	۲۲	۱۴	۸	۹	۶	۶	
خطا	MAER	۴/۰۹۷	۰/۲۸۲۲	۰/۱۹۰۵۷	۰/۲۵۱۸	۰/۱۱۰۸	۲/۷۶۲
	NRMSE	۴/۹۴۴	۰/۳۲۹۶	۰/۲۳۴۲	۰/۳۰۹۲	۰/۱۹۹	۳/۱۳۱
	Δ	۳/۸۱۳	۰/۲۸۰۷	۰/۱۸۷۹	۰/۲۵۱۷	۰/۱۱۱۴	۲/۶۷۸

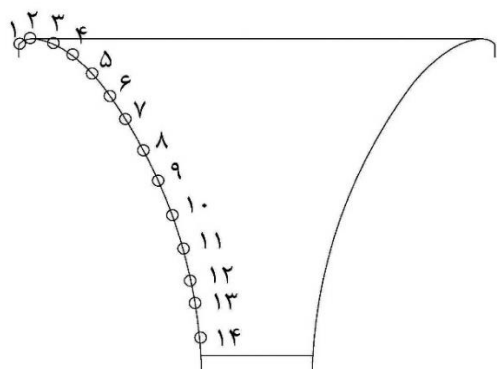
محاسبه سرعت می‌باشد بیشترین میانگین خطای محاسبه شده مربوط به سرعت روی تاج سرریز با مقدار ۴/۹۴٪ می‌باشد که نشان دهنده دقت بالای مدل عددی است. به صورت منتخب شکل (۳) موقعیت ۱۴ نقطه روی قسمت اوجی و شکل (۴) نمودار نتایج فشار استاتیکی (متر) بین مدل عددی و آزمایشگاهی در قسمت اوجی سرریز را نشان می‌دهد. مطابق شکل بیشترین مقدار خطا ۰/۳۳٪ بدست آمده است.

$$MAER = \frac{|C_e - C_a|}{C_e} \times 100 \quad (14)$$

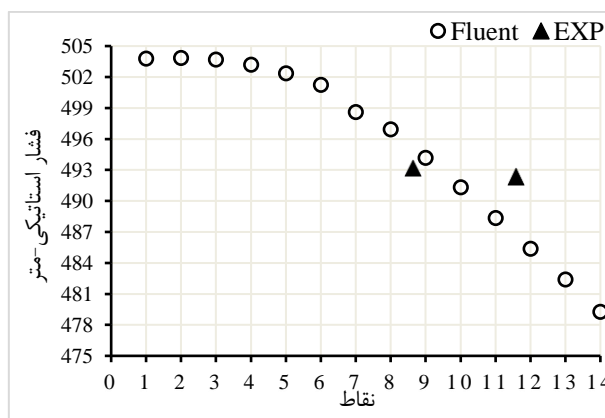
$$NRMSE = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - Y_i)^2}}{\bar{Y}} \quad (15)$$

$$\Delta = \left| \frac{\sum (X_i - Y_i)}{\sum Y_i} \right| \times 100 \quad (16)$$

مطابق جدول خطای مقادیر فشار استاتیکی در مقایسه با سرعت ناچیز می‌باشند که ناشی از آشفته بودن جریان در



شکل ۴) موقعیت ۱۴ نقطه در قسمت اوجی سرریز



شکل ۳) نتایج فشار استاتیکی (متر) بین مدل عددی و آزمایشگاهی در قسمت اوجی سرریز



## ۳- نتایج و بحث

جهت تولید داده های ورودی برای آنالیزهای عددی با شناسایی تعداد ۶ عدم قطعیت برای مسئله به کمک روش طراحی مرکب مرکزی<sup>۱</sup>، تعداد ۳۵ مدل با استفاده از شبیه سازی LHS تولید می شود.

اگر عدم قطعیت های مربوط به آسیب کاویتاسیون  $X = (X_1, X_2, X_3, \dots, X_6)$  باشند در آن صورت بردار میانگین  $\ln \mu_X = (\ln \mu_{X_1}, \ln \mu_{X_2}, \dots, \ln \mu_{X_6})$ ، بردار انحراف معیار  $\sigma_{\ln X} = (\sigma_{\ln X_1}, \sigma_{\ln X_2}, \dots, \sigma_{\ln X_6})$ ، ماتریس کواریانس  $\sigma_{JK} = \text{Cov}(X_J, X_K)$  باشد و ماتریس  $Z$  یک ماتریس با ابعاد  $35 \times 6$  تولید شده به روش LHS باشد در آن صورت برای تولید متغیرهای تصادفی چند متغیره وابسته از رابطه (۱۷) استفاده می شود.

$$Y = \ln \mu_X + \tilde{L}Z \quad (17)$$

در رابطه فوق  $\tilde{L}$  ماتریس پایین مثلثی متناظر با ماتریس کواریانس می باشد.

با تولید ماتریس  $35 \times 6$  جهت آسیب کاویتاسیون با استفاده از شبیه سازی LHS، تعداد ۳۵ آنالیز عددی توسط سیستم پردازش ابررایانه انجام گردید.

## ۳-۱- قابلیت اطمینان سرریز بر مبنای آسیب کاویتاسیون

یکی از معیارهای اصلی برای ارزیابی سطح عملکرد سرریزها، کنترل شاخص کاویتاسیون در هنگام سیلاب های با دوره بازگشت زیاد است، به نحوی که بر مبنای آن می توان تابع حالت حدی کاویتاسیون را به صورت رابطه (۱۸) تعریف کرد.

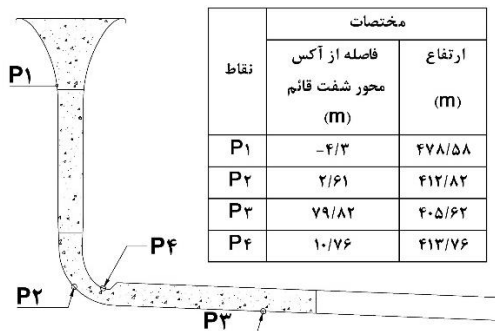
$$G_{\text{Cavitation}}(X) = \text{Cavitation Index}_{\text{critical}} - \text{Cavitation}(X) \quad (18)$$

که  $\text{Cavitation Index}_{\text{critical}}$  مقدار حدی شاخص کاویتاسیون بر مبنای آیین نامه ها و  $\text{Cavitation}(X)$  تابع کاویتاسیون بر مبنای متغیرهای تصادفی پایه (عدم

قطعیت ها) است. اما بین مقدار شاخص کاویتاسیون و عدم قطعیت ها معمولاً رابطه ای صریح و مشخص وجود ندارد. لذا جهت دستیابی به رابطه مشخص از تکنیک های شبیه سازی استفاده می شود. تکنیک های شبیه سازی اگرچه از جنبه ارزیابی دقیق قابلیت اطمینان سازه مطلوب می باشند، اما کاربرد آن برای سازه های واقعی با تعداد زیاد متغیر تصادفی به تلاش گسترده محاسباتی نیازمند می باشد. کاربرد روش سطح پاسخ در مسائل مربوط به قابلیت اطمینان که معمولاً به تلاش محاسباتی زیادی نیاز است، باعث می شود که با سرعت بالا و صرف زمان بسیار کمتری پاسخ های کاویتاسیون و احتمال خرابی پیش بینی شوند.

## ۳-۲- پیش بینی پاسخ های کاویتاسیون

در این تحقیق با انجام کل آنالیزها و بررسی روی ۴۶ نقطه سرریز نیلوفری، در نهایت ۴ نقطه بحرانی انتخاب شدند. شکل (۵) مختصات و موقعیت این نقاط را در دو بعد سرریز نشان می دهد.



شکل (۵) موقعیت ۴ نقطه بحرانی بر روی سرریز نیلوفری هراز

در این تحقیق جهت ارزیابی قابلیت اطمینان در نهایت توابع پاسخ کاویتاسیون بر روی نقاط بحرانی سرریز استخراج گردید. رابطه (۱۹) تابع پاسخ R1 به صورت خطی، رابطه (۲۰) تابع پاسخ R2 بصورت معادله برهم کنش بین فاکتورها و روابط (۲۱) و (۲۲) توابع پاسخ R3 و R4 به صورت مدل مرتبه دوم می باشند.

$$R1 = (-16 + 0.0049 X1 + 0.015X2 - 0.076X3 - 0.00006X4 + 20.9X5 + 0.014X6) \quad (19)$$

$$R2 = (707.69 + 0.05 * X1 - 0.71 * X2 - 651.87 * X3 + 0.033 * X4 + 686.6 * X5 + 7.58 * X6 - 5.22E - 5 * X1 * X2 + 0.03 * X * X3 - 7.31E - 6 * X1 * X4 - 0.07 * X1 * X5 - 2.72E - 3 * X1 * X6 + 0.65 * X2 * X3 - 3.27E - 5 * X2 * X4 - 0.72 * X2 * X5 - 7.18E - 3 * X2 * X6 - 1.11E - 3 * X3 * X4 + 20.62 * X3 * X5 - 0.35 * X3 * X6 + 7.59E - 4 * X4 * X5 + 3.38E - 5 * X4X6 + 0.02 * X5 * X6) \quad (20)$$

<sup>۱</sup> Central Composite Design (CCD)

$$\begin{aligned}
 R3 = & (12449.5 - (1.7 * X1) - (24.95 * X2) + (98.37 * X3) + (0.03 * X4) - (1438.47 * X5) - (8.73 * X6) \\
 & + (0.002 * X1 * X2) - (0.1 * X1 * X3) - (0.000004 * X1 * X4) + (0.21 * X1 * X5) \\
 & + (0.0008 * X1 * X6) - (0.08 * X2 * X3) - (0.00003 * X2 * X4) + (1.4 * X2 * X5) \\
 & + (0.009 * X2 * X6) - (0.0006 * X3 * X4) + (14.6 * X3 * X5) - (0.01 * X3 * X6) \\
 & - (0.004 * X4 * X5) - (0.00002 * X4 * X6) + (0.32 * X5 * X6) - (0.00001 * (X1)^2) \\
 & + (0.01 * (X2)^2) - (5.8 * (X3)^2) + (0.0005 * (X4)^2) + (80 * (X5)^2) - (0.001 \\
 & * (X6)^2)
 \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned}
 R4 = & (-8412.4 + 1.72 * X1 + 16.75 * X2 + 43.16 * X3 - 0.012 * X4 + 433.3 * X5 + 1.36 * X6 - 1.75E - 3 \\
 & * X1 * X2 + 0.01 * X1 * X3 + 1.02E - 5 * X1 * X4 - 0.12 * X1 * X5 - 3.35E - 5 * X1 \\
 & * X6 - 0.04 * X2 * X3 + 1.09E - 5 * X2 * X4 - 0.42 * X2 * X5 - 1.42E - 3 * X2 * X6 \\
 & + 1.8E - 3 * X3 * X4 - 12.8 * X3 * X5 + 0.02 * X3 * X6 + 6.2E - 4 * X4 * X5 - 4.53E \\
 & - 6 * X4 * X6 + 0.05 * X5 * X6 + 2.58E - 5 * (X1)^2 - 8.3E - 3 * (X2)^2 - 1.07 * (X3)^2 \\
 & - 1.36E - 4 * (X4)^2 + 35.97 * (X5)^2 + 1.044E - 3 * (X6)^2)
 \end{aligned} \quad (22)$$

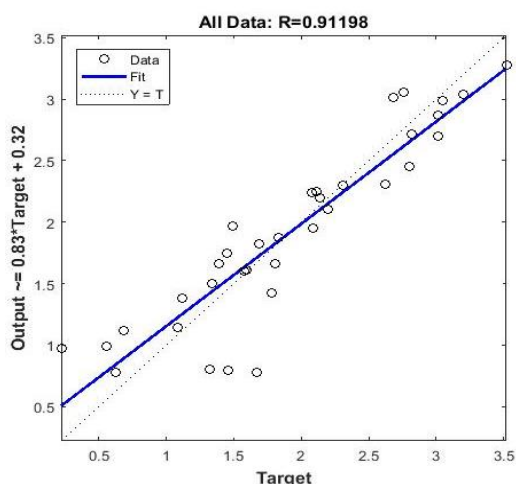
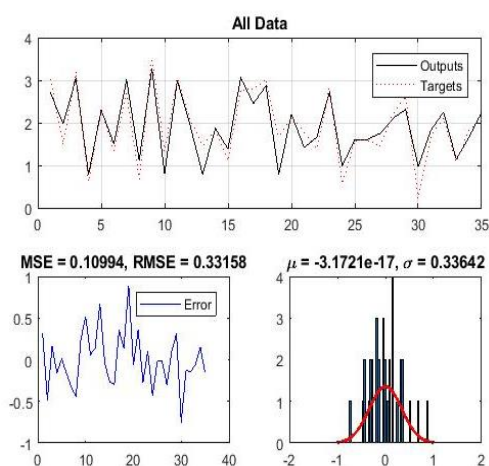
در این روابط  $y_{obs}$  مقدار حاصل از آنالیز عددی،  $\bar{y}_{obs}$  میانگین مقادیر حاصل از آنالیزهای عددی،  $y_{est}$  مقدار پیش‌بینی شده و  $\bar{y}_{obs}$  میانگین مقادیر پیش‌بینی شده است. به صورت منتخب برای پاسخ‌های R1 و R4. در شکل‌های (۶) و (۷) نمودار همبستگی بین داده‌های هدف و خروجی حاصل از مدل Fluent و داده‌های خروجی یا پیش‌بینی شده برای ۳۵ شبیه‌سازی، مقادیر میانگین مربعات خطا، جذر میانگین مربعات خطا، هیستوگرام و مقادیر میانگین و انحراف استاندارد خطا برای شاخص کایتاسیون نشان داده شده است.

برای ارزیابی دقت روش سطح پاسخ از سه معیار میانگین مربعات خطا<sup>۱</sup>، ضریب همبستگی (R) و جذر میانگین مربعات خطا<sup>۲</sup> استفاده شد. که به ترتیب با استفاده از روابط (۲۳) تا (۲۵) محاسبه می‌شوند (۳۳).

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^n ((y_{est})_i - (y_{obs})_i)^2}{n} \quad (23)$$

$$R = \frac{\sum_{i=1}^n ((y_{obs})_i - (\bar{y}_{obs})) \times ((y_{est})_i - (\bar{y}_{est}))}{\sqrt{\sum_{i=1}^n ((y_{obs})_i - (\bar{y}_{obs}))^2 \sum_{i=1}^n ((y_{est})_i - (\bar{y}_{est}))^2}} \quad (24)$$

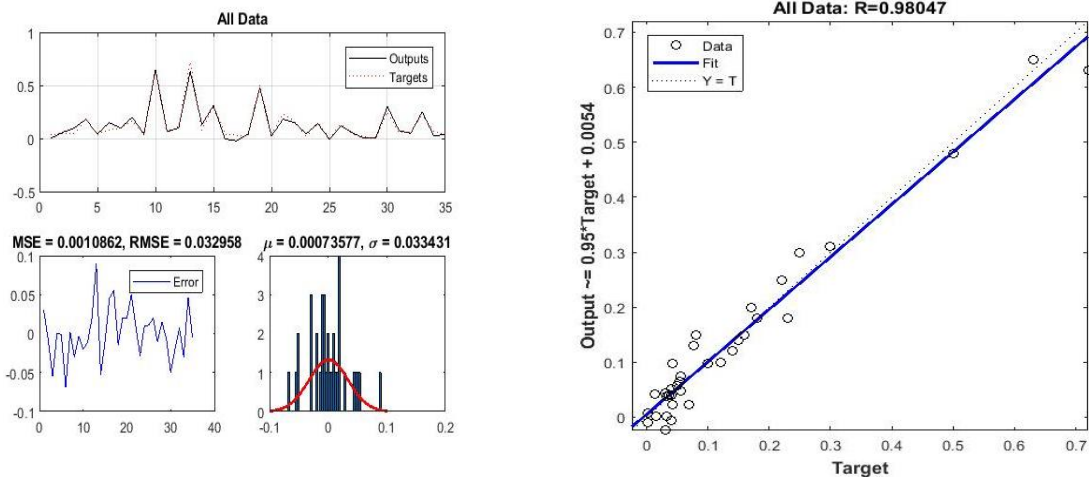
$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n ((y_{est})_i - (y_{obs})_i)^2}{n}} \quad (25)$$



شکل ۶) نمودار همبستگی بین داده‌های هدف و خروجی، مقادیر خطا و هیستوگرام خطا برای پاسخ R1

<sup>2</sup> Root Mean Square Error (RMSE)

<sup>1</sup> Mean Squared Error (MSE)



شکل ۷) نمودار همبستگی بین داده‌های هدف و خروجی، مقادیر خطا و هیستوگرام خطا برای پاسخ R4

مقادیر شاخص کاویتاسیون با مقادیر بحرانی ( $\sigma_{cr}$ )، در آن نقاط مقایسه می‌گردد. در هر مقطع که  $\sigma \leq \sigma_{cr}$  شود، خطر آسیب و فرسایش در آن محدوده وجود دارد. مبنای شاخص کاویتاسیون مطابق استاندارد USBR به صورت معادله (۲۶) معرفی می‌شود [۳۴].

جدول ۳. مقادیر ضریب رگرسیون، خطای جذر میانگین مربعات و میانگین مربعات

پاسخ کاویتاسیون	ضریب همبستگی	جذرمیانگین مربعات خطا	میانگین مربعات خطا
R1	۰/۹۱۱۹۸	۰/۳۳۱۶	۰/۱۰۹۹
R2	۰/۹۶۴۹۵	۰/۰۷۸۰	۰/۰۰۶۱
R3	۰/۹۸۴۵۹	۰/۰۳۴۵	۰/۰۰۱۲
R4	۰/۹۸۰۴۷	۰/۰۳۳۰	۰/۰۰۱۱

در جدول ۳ مقادیر ضریب همبستگی، میانگین مربعات خطا و جذر میانگین مربعات خطا مابین نتایج مدل عددی و پیش‌بینی برای ۴ پاسخ استخراج شد. با توجه به ضریب همبستگی بالای ۰/۹ و مقادیر کوچک میانگین مربعات خطا و جذر میانگین مربعات خطا، می‌توان نتیجه گرفت که روش سطح پاسخ با دقت مناسب آسیب کاویتاسیون را می‌تواند پیش‌بینی کند. همچنین مقادیر ضریب همبستگی این نکته را نمایان می‌کند که ضریب همبستگی برای پاسخ‌هایی که از معادله مرتبه دوم بدست آمده بالاتر از پاسخ‌ها با معادلات خطی هستند. بنابراین توابع پاسخ مرتبه دوم پیش‌بینی بهتری از آسیب کاویتاسیون در سرریزها را نسبت به توابع خطی دارند.

### ۳-۳- ارزیابی قابلیت اطمینان سرریز نیلوفری در برابر کاویتاسیون

$$\sigma = \frac{P_0 - P_V}{0.5\rho V^2} \begin{cases} \text{بدون آسیب} \rightarrow \sigma > 0.2 \text{ اگر} \\ \text{آسیب ناچیز و نیاز به هواده} \rightarrow 0.1 \leq \sigma \leq 0.2 \text{ اگر} \\ \text{آسیب زیاد و طراحی مجدد} \rightarrow \sigma < 0.1 \text{ if} \end{cases} \quad (26)$$

بصورت رابطه (۲۷) می‌باشد.

$$G_{\text{Cavitation}}(X) = \text{Cavitation}(X) - \text{Cavitation Index}_{\text{critical}} \quad (27)$$

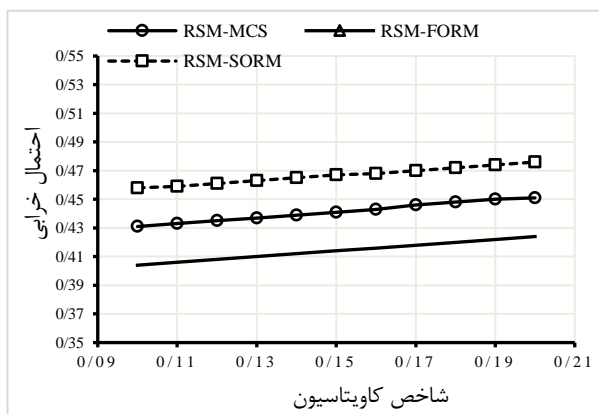
برای ارزیابی قابلیت اطمینان سرریزها بر مبنای شاخص کاویتاسیون ابتدا تابع شرایط حدی به ازای مقادیر مختلف حدی کاویتاسیون ( $\text{Cavitation Index}_{\text{critical}}$ ) با استفاده از رابطه (۲۷) تخمین زده شده و سپس احتمال

در معادله بالا  $P_0$  فشار موضعی در نقطه مورد نظر،  $P_V$  فشار بخار آب،  $V$  سرعت موضعی و  $\rho$  نیز جرم مخصوص سیال است.

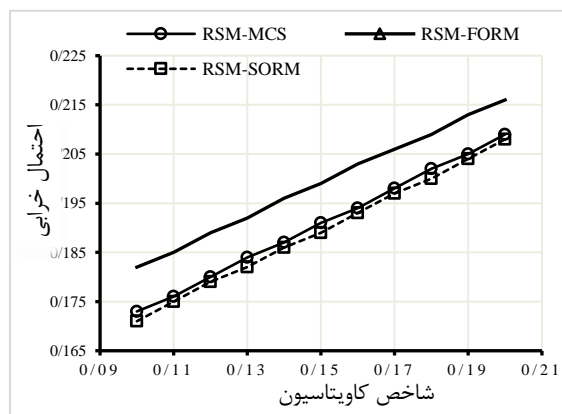
با توجه به رابطه (۱۸) هرچه قدر مقدار شاخص کاویتاسیون حاصل از پیش‌بینی بزرگتر از مقدار شاخص کاویتاسیون بحرانی باشد خطر آسیب کمتر خواهد شد. از اینرو تابع حالت حدی صریح جهت ارزیابی کاویتاسیون در سرریزها

بحرانی دارای شیب صعودی هستند، درصد شیب نمودارها برای نقاط P1 و P2 قابل توجه هستند. که نشان دهنده این است که احتمال خرابی کلی سرریز ناشی از کاویتاسیون و خرابی جزئی که با نصب هواده برطرف می شود زیاد می باشد. به عبارت دیگر در نقاط P1 و P2 با نصب هواده می توان تا حدود زیادی از خرابی سطح سرریز ناشی از کاویتاسیون جلوگیری کرد. بررسی نمودارهای احتمالاتی مربوط به نقاط P3 و P4 نشان می دهد که احتمال خرابی کاویتاسیون به ازای مقدار بحرانی ۰/۱ و مقدار بحرانی ۰/۲ ناچیز است. بدین معنی که احتمال خرابی در این نقاط با ایجاد هواده یا بدون هواده تقریباً یکسان است. بخصوص در نقطه P4 احتمال خرابی ناشی از کاویتاسیون بالای ۰/۹۰ خواهد بود.

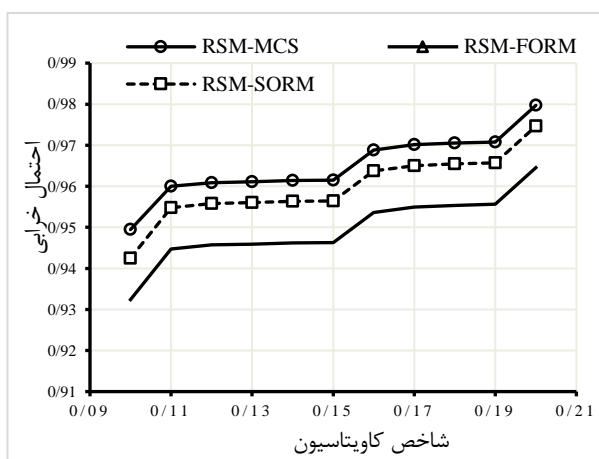
خرابی سرریز با استفاده از روش های قابلیت اطمینان محاسبه می شود. روش مورد استفاده برای تخمین قابلیت اطمینان آسیب کاویتاسیون، استفاده از روش های مرتبه اول، مرتبه دوم قابلیت اطمینان و مونت کارلو در ترکیب با روش سطح پاسخ است (RSM-FORM، RSM-MCS، RSM-SORM). بنابراین با استفاده از رابطه (۲۷) تابع حالت حدی را به فرم صریح درآورده و سپس با استفاده از روش های قابلیت اطمینان مذکور، احتمال خرابی کاویتاسیون بر روی نقاط مختلف سرریز محاسبه می شود. نمودارهای احتمال آسیب کاویتاسیون به ازای مقادیر مختلف حدی شاخص کاویتاسیون (۰/۱ تا ۰/۲) برای نقاط P1 الی P4 در شکل (۸) الی (۱۱) ترسیم شده است. مطابق شکل، نمودارهای احتمالاتی با افزایش شاخص کاویتاسیون



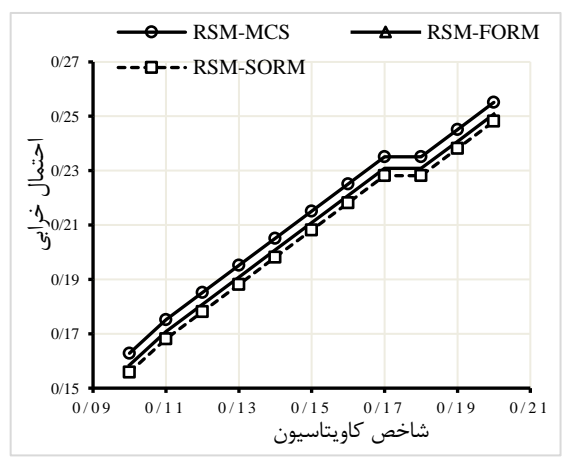
شکل ۹) نمودار احتمال تخریب کاویتاسیون به ازای مقادیر مختلف شاخص کاویتاسیون در نقطه P2



شکل ۸) نمودار احتمال تخریب کاویتاسیون به ازای مقادیر مختلف شاخص کاویتاسیون در نقطه P1



شکل ۱۱) نمودار احتمال تخریب کاویتاسیون به ازای مقادیر مختلف شاخص کاویتاسیون در نقطه P4



شکل ۱۰) نمودار احتمال تخریب کاویتاسیون به ازای مقادیر مختلف شاخص کاویتاسیون در نقطه P3

می‌شود. مطابق جدول ۴ بیشترین احتمال سلامت سرریز در نقطه P3 با مقدار ۰.۸۴٪ و کمترین مقدار سلامت سرریز در نقطه P4 با ۰.۵٪ می‌باشد.

در جدول ۴ مقادیر احتمال خرابی به ازای مقادیر شاخص کاویتاسیون بحرانی برای نقاط مورد نظر حاصل از روش های قابلیت اطمینان آورده شده است. همچنین مقادیر احتمال سلامت سرریز نیلوفری در نقاط مد نظر مشاهده

جدول ۴. مقادیر احتمال خرابی بر روی ۴ نقطه سرریز

نقاط	روش اعتبارسنجی	P <sub>F</sub> for C <sub>v</sub> =0.1	P <sub>F</sub> for C <sub>v</sub> =0.2	P <sub>SAFE</sub>
P1	RSM-FORM	0/182345	0/216896	0/783104
	RSM-SORM	0/171877	0/208093	0/791907
	RSM-MCS	0/173265	0/209316	0/790684
P2	RSM-FORM	0/404428	0/424129	0/575871
	RSM-SORM	0/458025	0/476158	0/523842
	RSM-MCS	0/431293	0/451989	0/548011
P3	RSM-FORM	0/158497	0/158511	0/841489
	RSM-SORM	0/155824	0/155838	0/844162
	RSM-MCS	0/162822	0/162829	0/837171
P4	RSM-FORM	0/932395	0/932441	0/067559
	RSM-SORM	0/942497	0/942543	0/057457
	RSM-MCS	0/94945	0/947615	0/052385

اطمینان و روش مونت کارلو می‌باشد. به عبارت دیگر نتایج ارزیابی مرتبه دوم قابلیت اطمینان و روش شبیه‌سازی مونت کارلو<sup>۱</sup> نزدیک به هم دیگر می‌باشند. بنابراین دقت روش مرتبه دوم در مقایسه با روش مرتبه اول قابلیت اطمینان بیشتر می‌باشد.

اگرچه مقدار خطای حاصل از نمودارهای احتمال کاویتاسیون به روش مونت کارلو قابل صرفه نظر کردن می‌باشد، اما سنجش مقایسه ممکن است باز هم دارای خطای ناچیزی باشد، زیرا زمانی می‌توان به یک مقایسه دقیق دست یافت که تعداد آنالیزهای عددی Fluent برابر با تعداد نمونه‌های تولید شده از روش مونت کارلو باشد، که در عمل انجام این تعداد آنالیز سنگین شاید امری غیرممکن باشد ولیکن در این تحقیق با ۳۵ شبیه‌سازی (کمترین تعداد شبیه‌سازی ممکن برای ۶ عدم قطعیت به روش طراحی مرکب مرکزی) با تلاش محاسباتی بسیار کمتر و در کمترین زمان، پاسخها پیش‌بینی شده و با استفاده از

جدول ۵. خطای جذر میانگین مربعات ایجاد شده مابین روش‌های قابلیت اطمینان در ترکیب با روش سطح پاسخ

نقاط	FORM-SORM	FORM-MCS	SORM-MCS
<b>P1</b>	۰/۰۱۱۲	<b>0/0104</b>	<b>0/0013</b>
<b>P2</b>	۰/۰۵۲۸	<b>0/0275</b>	<b>0/0025</b>
<b>P3</b>	۰/۰۱۰۳	<b>0/0043</b>	<b>0/0070</b>
<b>P4</b>	۰/۰۱۰۱	<b>0/0153</b>	<b>0/0052</b>

برای تعیین خطای ایجاد شده در منحنی‌های احتمال آسیب کاویتاسیون، مقادیر جذر میانگین مربعات خطاهای ایجاد شده به ازای مقادیر مختلف حالت حدی مابین روش‌های مرتبه اول، مرتبه دوم قابلیت اطمینان و مونت کارلو در ترکیب با روش سطح پاسخ در جدول ۵ آورده شده است. مطابق جدول ۵ مقادیر خطای جذر میانگین مربعات مابین روش‌های قابلیت اطمینان بر مبنای روش سطح پاسخ، ناچیز می‌باشند. همچنین کمترین خطای جذر میانگین مربعات در نتایج مابین روش مرتبه دوم قابلیت

<sup>1</sup> Monte Carlo method (MCM)

صریح برای نقاط مورد نظر سرریز استخراج شد. در ادامه با به کارگیری روش‌های مرتبه اول، مرتبه دوم قابلیت اطمینان و روش مونت کارلو در ترکیب با روش سطح پاسخ، احتمال خرابی ناشی از آسیب کاویتاسیون به ازای مقادیر مختلف حدی شاخص کاویتاسیون تخمین زده می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که در نقاط P1 و P2 احتمال خرابی به ازای مقدار حدی ۰.۱ تا ۰.۲ اختلاف زیادی دارد که با استناد به آیین‌نامه USBR مشخص است که فاصله بین آسیب جدی (تخریب) و آسیب کم، زیاد است. به عبارتی نصب هواده در نقاط P1 و P2 تا حدود زیادی می‌تواند از آسیب کاویتاسیون جلوگیری کند. در مقابل شیب نمودارهای احتمالاتی نقاط P3 و P4 ناچیز است، که نشان‌دهنده بحرانی بودن این دو نقطه است. بیشترین احتمال خرابی شامل نقطه P4 با بیش از ۹۰٪ می‌باشد. همچنین جهت ارزیابی منحنی‌های احتمال آسیب کاویتاسیون، مقادیر خطای جذر میانگین مربع‌ها<sup>۱</sup> مابین روش‌های مرتبه اول، مرتبه دوم قابلیت اطمینان و مونت کارلو در ترکیب با روش سطح پاسخ استخراج شد، که نشان می‌دهد مقادیر احتمالاتی روش مرتبه دوم قابلیت اطمینان و روش شبیه‌سازی مونت کارلو بسیار نزدیک بهم می‌باشند. بنابراین دقت روش مرتبه دوم در مقایسه با روش مرتبه اول قابلیت اطمینان بیشتر می‌باشد.

#### ۵- تاییدیه اخلاقی

نویسندگان تایید می‌نمایند در ایده، طراحی، اجرا، تجزیه-تحلیل و تالیف مقاله با یکدیگر همکاری داشته‌اند و اعلام می‌دارند دست‌نوشته حاضر برداشت مستقیم از نوشته‌های چاپ شده یا در حال چاپ دیگر تحقیقات نمی‌باشد و این مقاله به زبان انگلیسی یا فارسی در مجله داخلی یا خارجی به چاپ نرسیده است و یا تحت بررسی نمی‌باشد.

#### ۶- تعارض منافع

هیچگونه تعارض منافی بین نویسندگان مقاله وجود ندارد.

#### ۷- منابع مالی

کلیه منابع مالی این مقاله توسط نویسندگان تامین شده است.

روش سطح پاسخ در ترکیب با روش‌های مرتبه اول و دوم قابلیت اطمینان و روش مونت کارلو قابلیت اطمینان و احتمال آسیب کاویتاسیون بر روی نقاط مورد نظر سرریز تخمین زده شد.

#### ۴- نتیجه‌گیری

در این تحقیق ارزیابی قابلیت اطمینان آسیب کاویتاسیون بر روی ۴ نقطه بحرانی سرریز نیلوفری هراز با در نظر گرفتن عدم قطعیت‌های شناختی مورد بررسی قرار گرفته است. عدم قطعیت‌های این مدل شامل چگالی آب، چگالی هوا و فشار بخار آب به عنوان عدم قطعیت‌های وابسته به دما، و سرعت ورودی و مقدار زبری مطلق سطح به عنوان عدم قطعیت مستقل در نظر گرفته شد. با کمک Ansys Fluent مدل سازی عددی سرریز بصورت سه بعدی انجام شد و نتایج عددی با نتایج آزمایشگاهی مقایسه و صحت سنجی شد که درصد خطای MAER، NRMSE و  $\Delta$  کمتر از ۵٪ بدست آمد. در این مدل جهت آنالیز عدم قطعیت با روش آزمون شاپیرو-ویلک تحلیل آماری و ماتریس همبستگی برای عدم قطعیت‌ها استخراج شد.

با تولید ۳۵ شبیه‌سازی عددی با روش LHS، آنالیزها انجام و سپس با استفاده از روش سطح پاسخ، پاسخ‌های آسیب کاویتاسیون بر روی ۴ نقطه بحرانی پیش‌بینی شد. که تابع پاسخ R1 بصورت خطی، تابع پاسخ R2 بصورت معادله بر هم‌کنش بین فاکتورها و توابع پاسخ R3 و R4 بصورت مدل مرتبه دوم می‌باشند.

برای ارزیابی دقت روش سطح پاسخ، معیارهای ضریب همبستگی، میانگین مربعات خطا و جذرمیانگین مربعات خطا مابین داده‌های استخراج شده از مدل عددی Fluent و روش سطح پاسخ محاسبه شد که دارای دقت بالایی هستند. همچنین پیش‌بینی توابع مرتبه دوم به مراتب دقیق‌تر از پیش‌بینی توابع خطی می‌باشند.

با توجه به اینکه بین مقدار شاخص کاویتاسیون و عدم قطعیت‌ها معمولاً رابطه‌ای صریح و مشخص وجود ندارد، لذا با انجام آنالیزهای مدل عددی رابطه ضمنی مابین آنها ایجاد می‌شود. سپس با کمک روش سطح پاسخ تابع حالت حدی

<sup>1</sup> Root Mean Square Error (RMSE)

## مراجع

- [1] A.H. Ang, and W.H. Tang. *Probability Concepts in Engineering: Emphasis on Applications to Civil and Environmental Engineering*. 2nd ed. New York: John Wiley & Sons, 2007.
- [2] I. Ansys. *ANSYS Fluent User's Guide*, Release 19.0. Canonsburg, PA: Ansys Inc., 2018.
- [3] M.A. Bayari, N. Shabakhty, and E. Izadi Zaman Abadi. "Estimating Collapse Risk and Reliability of Concrete Moment Frame Structure Using Response Surface Method and Hybrid of Artificial Neural Network with Particle Swarm Optimization Algorithm." *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O: Journal of Risk and Reliability* 235, no. 6 (2021): 1072–89.
- [4] R. Boes, and W. Hager. "Hydraulic Design of Stepped Spillways." *Journal of Hydraulic Engineering* 129, no. 9 (2003): 671–79.
- [5] H. Chanson. "Hydraulics of Aerated Flows: Qui Pro Quo?" *Journal of Hydraulic Research* 51, no. 3 (2013): 223–43.
- [6] J. Deng, D. Gu, X. Li, and Z.Q. Yue. "Structural Reliability Analysis for Implicit Performance Functions Using Artificial Neural Network." *Structural Safety* 1 (2005): 25–48.
- [7] H.T. Falvey. *Cavitation in Chutes and Spillways*. Denver, CO: U.S. Department of the Interior, Bureau of Reclamation, 1990.
- [8] C. Fattor, J. Bacchiega, C. Zhang, and H. Tang. "Design Conditions for Morning-Glory Spillways: Application to Potrerillos Dam Spillway." In *Advances in Water Resources and Hydraulic Engineering*, edited by Changkuan Zhang and Hongwu Tang, 2123–28. Berlin: Springer, 2009.
- [9] B. Fiessler, H.J. Neumann, and R. Rackwitz. "Quadratic Limit States in Structural Reliability." *Journal of the Engineering Mechanics Division* 105, no. 4 (1979): 661–76.
- [10] A. Foroudi, and R. Barati. "Experimental Study of Cavitation Index in an Ogee Spillway by Considering Convergence Angle of Sidewalls." *Water Supply* 22, no. 6 (2022): 5729–38.
- [11] G.S. Ghahfarokhi, P.H.A.J.M. Van Gelder, and J.K. Vrijling. "Probabilistic Description of Scour Hole Downstream of Flip Bucket Spillway of Large Dams." In *Proceedings of the ANCOLD International Conference on Dams and Water for the Future*, Gold Coast, Australia, October 22–25, 2008.
- [12] E. González-Estrada, J. Villaseñor, and R. Acosta-Pech. "Shapiro-Wilk Test for Multivariate Skew-Normality." *Computational Statistics* 37, no. 4 (2022): 1985–2001.
- [13] A. Haldar, ed. "Recent developments in reliability-based civil engineering." (2006).
- [14] M.M. Hameed, M.K. AlOmar, W.J. Baniya, and M.A. AlSaadi. "Prediction of High-Strength Concrete: High-Order Response Surface Methodology Modeling Approach." *Engineering with Computers* 38, Suppl 2 (2021): 1655–68.
- [15] Z. Han, C. JianKang, K.Q. Jian, P. Liang, and H. Huibao. "A Fast Prediction Method for Stability Safety and Reliability of Reservoir Bank Rock Slopes Based on Deformation Monitoring Data." *Frontiers in Earth Science* 10 (2022).
- [16] A. Hasanlipour Shahrabadi, and M. Azhdary Moghaddam. "Probabilistic Investigation of Cavitation Occurrence in Chute Spillway Based on the Results of Flow-3D Numerical Modeling." *Iranian Water Researches Journal* 15, no. 1 (2021): 1–12.
- [17] B. Keshtegar, M.F. Allawi, H.A. Afan, and A. El-Shafie. "Optimized river stream-flow forecasting model utilizing high-order response surface method." *Water Resources Management* 30 (2016): 3899–3914.
- [18] E. Khojastehfar, S.B. Beheshti-Aval, M.R. Zolfaghari, and K. Nasrollahzade. "Collapse Fragility Curve Development Using Monte Carlo Simulation and Artificial Neural Network." *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O: Journal of Risk and Reliability* 228, no. 3 (2014): 301–12.
- [19] Ö. Kocaer, and A. Yazar. "Experimental and Numerical Investigation of Flow Over Ogee Spillway." *Water Resources Management* 34, no. 13 (2020): 3949–65.
- [20] T. Manogaran, M.R.R. Mohd Arif Zainol, M.K.A. Wahab, M.S. Abdul Aziz, and N.M. Zahari. "Assessment of Flow Characteristics Along the Hydraulic Physical Model of a Dam Spillway." *Journal of Civil Engineering, Science and Technology* 13, no. 1 (2022): 69–79.

- [21] J. Matos, C.K. Novakoski, R. Ferla, M.G. Marques, M. Dai Prá, A.V.B. Canellas, and E.D. Teixeira. "Extreme Pressures and Risk of Cavitation in Steeply Sloping Stepped Spillways of Large Dams." *Water* 14, no. 3 (2022): 306.
- [22] R.E. Melchers, and A. Beck. *Structural Reliability Analysis and Prediction*. 3rd ed. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2018.
- [23] N. Metropolis, and S. Ulam. "The Monte Carlo Method." *Journal of the American Statistical Association* 44, no. 247 (1949): 335–41.
- [24] S. Mozaffari, E. Amini, H. Mehdipour, and M. Neshat. "Flow Discharge Prediction Study Using a CFD-Based Numerical Model and Gene Expression Programming." *Water* 14, no. 4 (2022): 650.
- [25] R.H. Myers, D.C. Montgomery, and C.M. Anderson-Cook. *Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments*. 5th ed. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2016.
- [26] S.A.A. Salehi Neyshabouri, and M. Ehsani. "Numerical Investigation of the Effect of Changes in the Height of the Vertical Shaft on the Formation of Cavitation in the Elbow of Morning Glory Spillway." *Iranian Dam and Hydroelectric Powerplant* 2, no. 5 (2015): 13–23.
- [27] Y.K. Tung, and L.W. Mays. "Risk Analysis for Hydraulic Design." *Journal of the Hydraulics Division* 106, no. 5 (1980): 893–913.
- [28] B. Uğurhan, J.W. Baker, and G.G. Deierlein. "Uncertainty Estimation in Seismic Collapse Assessment of Modern Reinforced Concrete Moment Frame Buildings." In *Proceedings of the 10th National Conference in Earthquake Engineering*, Anchorage, Alaska, July 21–25, 2014.
- [29] W. Wan, B. Liu, and A. Raza. "Numerical Prediction and Risk Analysis of Hydraulic Cavitation Damage in a High-Speed-Flow Spillway." *Shock and Vibration* (2018).
- [30] M. Yang, Q.X. Wu, and J. Lu. "Reliability Analysis of Arch Dam Considering Temperature Change Field." *Applied Mechanics and Materials* 226–28 (2012): 1332–37.
- [31] B.C. Yen, and Y.K. Tung, eds. *Reliability and Uncertainty Analyses in Hydraulic Design*. Littleton, CO: Water Resources Publications, 1993.
- [32] B.C. Yen, S.T. Cheng, and C.S. Melching, eds. *First-Order Reliability Analysis: Stochastic and Risk Analysis in Hydraulic Engineering*. Littleton, CO: Water Resources Publications, 1986.
- [33] C. Zhang, and H. Tang, eds. *Advances in Water Resources and Hydraulic Engineering*. Berlin: Springer, 2009.
- [34] M. Zhao, W. Zhang, and Y. Liu. "Monte Carlo Simulation in Hydraulic Engineering Risk Assessment." *Water Resources Management* 22, no. 2 (2008): 157–78. <https://doi.org/10.1007/s11269-007-9157-1>.