Journal of Modeling in Engineering 22 (2024) 223-242

Journal of Modeling in Engineering

Semnan University

Journal homepage: https://modelling.semnan.ac.ir/

ISSN: 2783-2538

Research Article

Numerical and Analytical Modeling of Large Deflection with Local Indentation of Sandwich Beam Under Quasi-Static Transverse Loading

Mohammad Solooki [a,*]

[a] *Department of Mechanical Engineering, Bu Ali Sina University, Hammedan, Iran*

PAPER INFO

Paper history:

Received: 2024-01-30
Revised: 2024-05-14
Accepted: 2024-05-18

Keywords:

Sandwich structures;
Plastic deformation;
Analytical modeling;
Numerical analysis;
Local indentation.

ABSTRACT

By taking local indention effect and foam core strength into account in the overall deflection process, a novel theoretical model is investigated to predict the large deflection with local indentation of sandwich beam under quasi-static lateral loading. The theoretical and numerical models of lateral crushing force and total plastic energy are proposed and the theoretical results agree well with numerical and experimental results of previous researches. The results conclude that local indention phase plays an important role in initial collapse deflection of sandwich beam when maximum deflection is greater than face sheets thickness. In addition, the theoretical results with and without local indention phase of total plastic energy are compared and it shows that total plastic energy of sandwich beam will be overestimated if local indention phase is neglected. The present analytical model can predict the large deflection behavior with local indention of sandwich beam reasonably.

DOI: https://doi.org/10.22075/jme.2024.33135.2613

*** Corresponding author.**
E-mail address: mohammadsolooki459@gmail.com

How to cite this article:
Solooki, M. (2024). Numerical and Analytical Modeling of Large Deflection with Local Indentation of Sandwich Beam under Quasi-Static Transverse Loadin. Journal of Modeling in Engineering, 22(79), 223-242. doi: 10.22075/jme.2024.33135.2613

مقاله پژوهشی

مدل‌سازی عددی و تحلیلی انحراف بزرگ همراه با فرورفتگی موضعی تیر ساندویچی تحت بارگذاری عرضی شبه استاتیکی

محمد سلوکی [۱،*]

اطلاعات مقاله

دریافت مقاله: ۱۴۰۲/۱۱/۱۰
بازنگری مقاله: ۱۴۰۳/۰۲/۲۵
پذیرش مقاله: ۱۴۰۳/۰۲/۲۹

واژگان کلیدی:
سازه‌های ساندویچی،
تغییر شکل پلاستیک،
مدل‌سازی تحلیلی،
تحلیل عددی،
فرورفتگی موضعی.

چکیده

با درنظرگرفتن اثر فرورفتگی موضعی (محلی) و همچنین مقاومت هسته فوم روی روند کلی انحراف تیر ساندویچی، یک مدل تحلیلی و عددی جدید برای اندازه‌گیری تغییر شکل‌های بزرگ همراه با فرورفتگی موضعی یک تیر ساندویچی تحت بارگذاری عرضی شبه استاتیکی بررسی شده است. مدل‌های تحلیلی و عددی برای بررسی نیروی فشاری عرضی و انرژی پلاستیک کل ارائه شده است و نتایج تحلیلی با نتایج عددی مطابقت دارد. با بررسی و مقایسه نتایج مدل تحلیلی و عددی می‌توان نتیجه گرفت هنگامی‌که بیش‌ترین انحراف ساندویچ تیر از ضخامت لایه‌ها بیش‌تر باشد، فاز (مرحله) فرورفتگی موضعی نقش مهمی در انحراف فروپاشی اولیه ساندویچ تیر دارد. همچنین با بررسی نتایج مدل تحلیلی انرژی پلاستیکی کل با و بدون درنظرگرفتن فاز فرورفتگی موضعی مقایسه شده است و نشان می‌دهد که اگر فاز فرورفتگی موضعی در نظر گرفته نشود، کل انرژی پلاستیکی ساندویچ تیر بیش از حد مجاز خواهد شد. در مدل تحلیلی ارائه شده در این مقاله، رفتار انحراف با فرورفتگی موضعی تیر ساندویچی بررسی شده است.

DOI: https://doi.org/10.22075/jme.2024.33135.2613

۱- مقدمه

در دهه‌های اخیر، سازه‌های ساندویچی به‌دلیل وزن پایین، استحکام و سفتی بالا، به‌طور گسترده به‌عنوان جاذب‌های انرژی در سازه‌های هوافضا، صنایع خودرویی و ... استفاده شده است [۱]. ساندویچ تیرها از یک هسته فومی ضخیم و دو رویه نازک که به دو طرف هسته فوم چسبیده‌اند، تشکیل شده است. تغییر شکل و رفتار مکانیکی ساختاری سازه‌های ساندویچی به هندسه و خواص مکانیکی هسته فوم و رویه‌ها بستگی دارد. در بارگذاری عرضی تیرهای ساندویچی، رویه‌ها تحت نیروی فشاری عرضی و ممان خمشی و هسته فوم تحت نیروی برشی قرار دارد [۲]. با توجه به ایده‌های جدید در طراحی سازه ساندویچ تیرها، بسیاری از سازه‌های ساندویچی با هسته‌های مختلفی مورد بررسی قرار گرفته اند، مانند هسته فومی [۲-۱]، لانه-زنبوری [۵-۳]، مواد شبکه‌بندی [۷-۶]، ساختارهای موجدار[۹-۸]، ساختارهای پوسته‌ای [۱۲-۱۰]، مواد تابعی طبقه‌بندی[۲] [۱۳،۱۴]، و غیره. هسته‌های فومی دارای خواصی مانند وزن سبک، جذب انرژی بالا و ظرفیت ضد ضربه خوب می‌باشد. بنابراین، بررسی نیروی فشاری عرضی و ظرفیت جذب انرژی سازه‌های ساندویچی با هسته فوم که سبب ایجاد انحراف های بزرگ می‌شود، می‌تواند قابل توجه باشد. در سال‌های گذشته به صورت مدل‌های تحلیلی، عددی و تجربی، مدهای شکست و رفتار انحراف های بزرگ سازه‌های ساندویچی تحت بارگذاری‌های مختلف مورد

* پست الکترونیک نویسنده مسئول: mohammadsolooki459@gmail.com
۱. گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه بوعلی‌سینا، همدان، ایران

[2] Functionally Graded Material

استناد به این مقاله:
سلوکی، محمد. (۱۴۰۳). مدل‌سازی عددی و تحلیلی انحراف بزرگ همراه با فرورفتگی موضعی تیر ساندویچی تحت بارگذاری عرضی شبه استاتیکی. مدل سازی در مهندسی، ۲۲(۷۹)، ۲۴۲-۲۲۳. doi: 10.22075/jme.2024.33135.2613

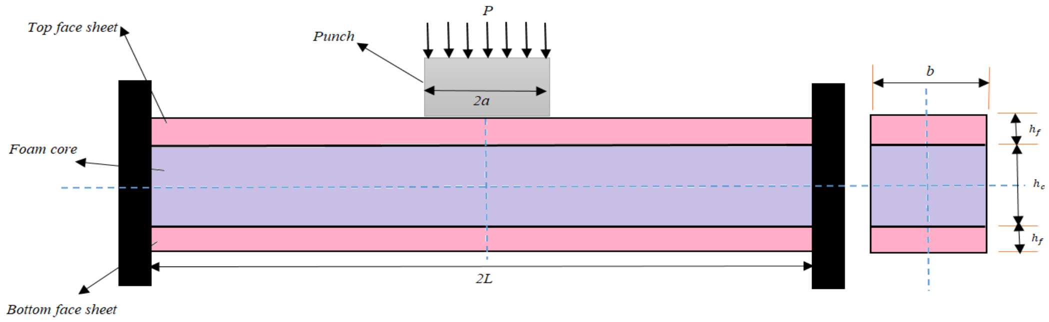
بررسی قرار گرفته است. مدهای شکست تیرهای ساندویچی عبارتند از : سطح تسلیم[3]، برش هسته[4] ، سطح چروکیده شده[5] و فرورفتگی[6] [۱۸-۱۵]. ژو[7] و همکاران [۱۹] یک مدل تئوری برای پیش بینی پاسخ های مکانیکی و انحراف مرکزی سازه های ساندویچی تحت بارگذاری ضربه‌ای بررسی کردند. انحراف و ظرفیت جذب انرژی سازه‌های ساندویچی به هندسه، نوع بارگذاری، چگالی نسبی هسته و استحکام سازه ساندویچی بستگی دارد [۲۲-۲،۲۰]. هم چنین بسیاری از محققان نظریه‌های جدیدی مرتبط با انحراف سازه‌های ساندویچی ارائه داده‌اند. براساس معیار تسلیم [۲۳،۲۴] یک مدل تحلیلی از تیر ساندویچی کاملا گیردار با استفاده از روش عامل پوسته‌ای[8] ارائه شد. هنگامی‌که انحراف ساندویچ تیر از ضخامت رویه‌ها بزرگ‌تر می شود، نیروی غشایی[9] نقش مهمی در تیر ساندویچی ایفا می‌کند [۲۲،۲۴]. کاستانی[10] و همکاران [۲۵] یک مدل تئوری هندسی غیرخطی برای یک سازه ساندویچی نامتقارن بررسی کردند و مدل تئوری با مدل های عددی مقایسه و به نتایج مطلوبی دست یافتند. هو[11] و همکاران [۲۸-۲۶] رفتار فرورفتگی و انحراف‌های بزرگ تیر ساندویچی سینماتیکی با هسته فوم نرم با درنظرگرفتن هندسه غیر خطی تیر ساندویچی بررسی کردند. مدل سینماتیکی ارائه شده یک مرجع برای پیش بینی رفتار فرورفتگی و انحراف های بزرگ تیر ساندویچی می باشد. فرورفتگی موضعی[12] (محلی) و استحکام هسته فوم دو عامل مهمی است که روی انحراف کلی تیر ساندویچی اثر دارد. محققان رفتار فرورفتگی به‌صورت تجربی [۱۵،۱۸] و به صورت مدل‌های تحلیلی [۱۷،۲۹] در گذشته بررسی کرده اند. تاگاریلی و فلک[13] [۲۴-۱۷،۱۸] یک مدل فرورفتگی موضعی با رویه‌های الاستیک و هسته فوم پلاستیک – کاملا الاستیک برای تیر ساندویچی بررسی کردند. سودن[14][۳۰] رفتار فرورفتگی موضعی برای تیرهای ساندویچی به‌صورت تجربی بررسی کرد. سودن در مدل تحلیلی خود تیر ساندویچی به‌صورت الاستیک که بر روی یک پایه پلاستیک کاملا صلب قرار دارد، در نظر گرفت. باستروم[15][۳۱] یک مدل تیر بر روی پایه پلاستیک پیشنهاد داد. براساس این مدل، میلر[16][۳۲] یک مدل شکست هنگامی‌که هسته فوم به‌صورت موضعی متلاشی و یک لولا پلاستیکی بر روی لایه بالا و لبه پانچ[17] تشکیل می‌شود، ارائه کرد. با این حال، مدل‌های تئوری فرورفتگی موضعی گذشته فقط براساس فرضیه انحراف‌های کوچک ارائه شده است، و این‌که انحراف پلاستیکی فقط با انحراف اولیه همراه با فرورفتگی موضعی ایجاد می‌شود. علاوه بر این در مدل‌های تحلیلی گذشته، انحراف تار خنثی که همیشه در روند کلی انحراف سازه‌های ساندویچی همراه است، نادیده گرفته شده است. هدف اصلی این پژوهش بررسی رفتار انحراف‌های بزرگ با فرورفتگی موضعی تیر ساندویچی کاملا گیردار که تحت بارگذاری عرضی شبه استاتیکی است، می‌باشد. با درنظرگرفتن اثر فرورفتگی موضعی و هم‌چنین مقاومت هسته فوم روی روند کلی انحراف تیر ساندویچی، یک مدل تحلیلی و عددی جدید برای اندازه‌گیری تغییر شکل‌های بزرگ همراه با فرورفتگی موضعی ارائه می‌شود.

۲- مدل تحلیلی

در این مقاله یک مدل تئوری برای پیش‌بینی انحراف بزرگ همراه با فرورفتگی موضعی تیر ساندویچی ارائه شده است. شکل(۱) یک تیر ساندویچی کاملا گیردار که شامل رویه بالا، هسته فوم و رویه پایین و تحت بارگذاری عرضی شبه استاتیکی است، را نشان می‌دهد. طول و پهنا تیر ساندویچی به ترتیب $2L$ و b می‌باشد. تیر ساندویچی به‌طور عرضی در وسط توسط نیروی P از طریق یک پانچ صاف به پهنا $2a$ بارگذاری شده است. ضخامت رویه‌ها و هسته فوم به ترتیب h_f و h_c می‌باشد. در مدل تحلیلی، رویه‌ها و هسته فوم به‌صورت ماده پلاستیک کاملا صلب که از معیار تسلیم پیروی می‌کند، درنظرگرفته شده است. در مدل تحلیلی نیروی فشاری عرضی و ظرفیت جذب انرژی مورد بررسی قرار می‌گیرد. خواص مکانیکی σ_f، τ_f، v_f، ρ_f و σ_c، τ_c، v_c، ρ_c، استحکام تسلیم، تنش برشی، نسبت پواسون و چگالی به ترتیب برای رویه‌ها و هسته فوم است. چگالی

[3] Face yielding
[4] Core shearing
[5] Face wrinkling
[6] Indentation
[7] Zho
[8] Membrane
[9] Membrane force
[10] Castanie
[11] Hu
[12] Local indentation
[13] Tagarielli & Fleck
[14] Soden
[15] Bostrom
[16] Miller
[17] Punch

متراکم بحرانی برای هسته فوم ε_D است.



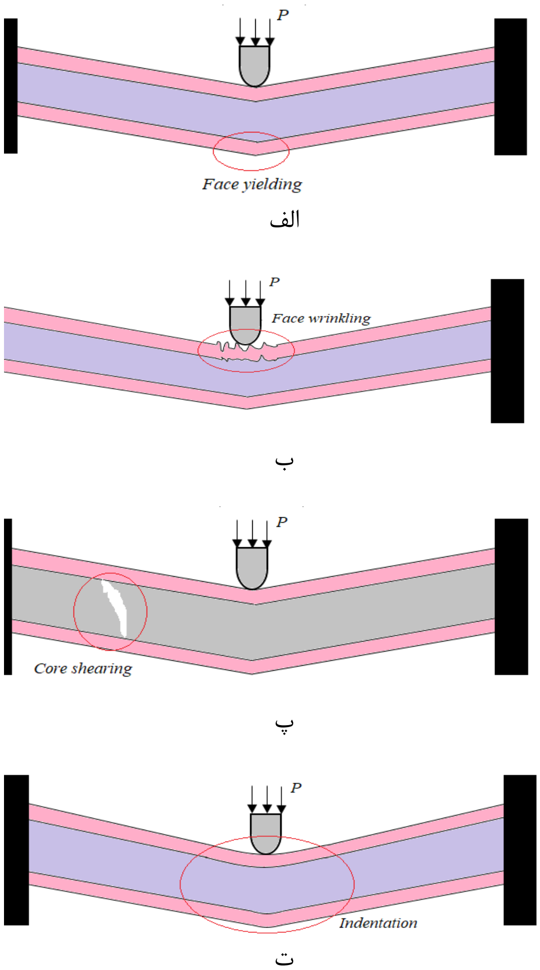
شکل ۱- تیر ساندویچی کاملا گیردار شامل رویه بالایی، هسته فوم و رویه پایینی تحت بارگذاری عرضی شبه‌استاتیکی توسط یک پانچ تخت.

۲-۱- مکانیزم فروپاشی پلاستیکی

مدهای متلاشی شدن اولیه تیر ساندویچی توسط تاگاریلی و فلک[۱۷،۱۸] بررسی شد. چهار مکانیزم اصلی فروپاشی پلاستیکی از جمله سطح تسلیم، سطح چروکیده شده، برش هسته و ترکیب خمش کلی و فرورفتگی موضعی در شکل(۲) نشان داده شده است. باید به این نکته توجه کرد که ضخامت هسته فوم تاثیر مستقیمی بر روی پاسخ انحراف مدهای تیر ساندویچی کاملا گیردار دارد. برای هسته فوم نازک، سطح تسلیم و سطح چروکیده شده از تیر ساندویچی به وجود می‌آید شکل(۲-الف) و (۲-ب)، در حالی‌که برای هسته فوم ضخیم، برش هسته و ترکیب خمش کلی و فرورفتگی موضعی شکل (۲-پ) و (۲-ت) به‌دست می‌آید. مدهای مختلف انحراف تیر ساندویچی توسط شرایط مرزی و مواد رویه‌ها و هسته فوم تعیین می‌شود. برای یک هسته ضخیم، با افزایش انحراف عرضی، نیروی غشایی (پوسته‌ای) نقش مهمی در انحراف تیر ساندویچی ایفا می‌کند، اما اثر نیروی برشی عرضی روی لایه‌ها کاهش می یابد [۲۰،۲۱،۳۳]. فرض بر این است که فروپاشی پلاستیکی تیر ساندویچی کاملا گیردار در فاز انحراف بزرگ، توسط نیروی غشایی و ممان خمشی اندازه گرفته می‌شود.

۲-۲- انحراف فرو رفتگی موضعی

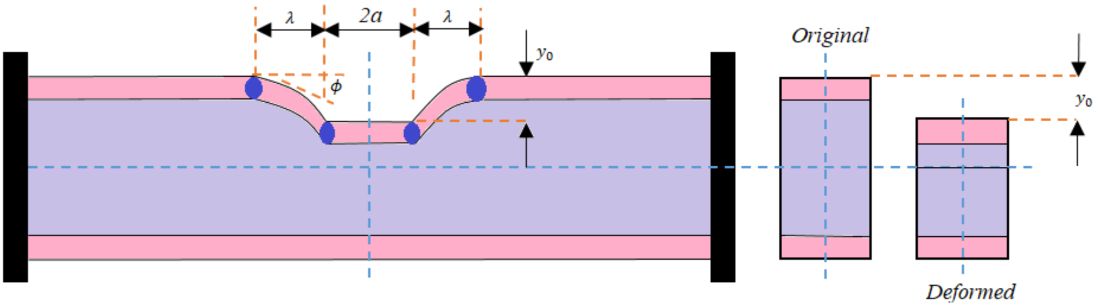
مدل تحلیلی فرورفتگی موضعی تیر ساندویچی تحت بارگذاری عرضی شبه استاتیکی توسط یک پانچ مسطح در شکل(۳) نشان داده شده است. مدل تحلیلی فرورفتگی موضعی در این مقاله براساس تئوری تیر بر روی پایه پلاستیکی[18] است[۳۱،۳۴]. انحراف فرورفتگی موضعی تیر ساندویچی با افزایش انحراف فرورفتگی مشخص شده است.



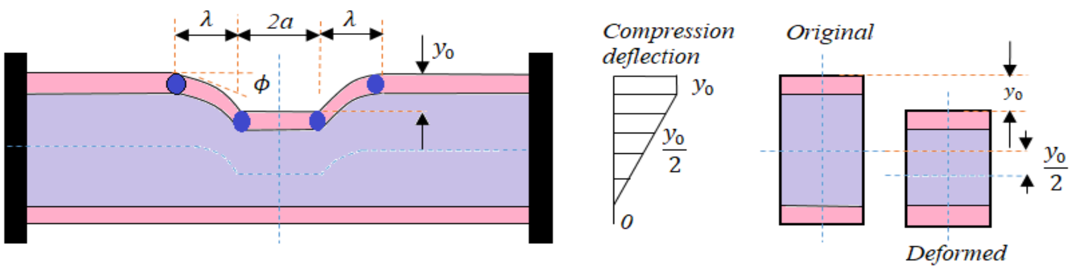
شکل۲- رفتار فروپاشی انحراف بزرگ تیر ساندویچی کاملا گیردار تحت بارگذاری عرضی شبه‌استاتیکی الف) سطح تسلیم ب) سطح چروکیده شده ج) برش هسته د) ترکیب خمش کلی و فرورفتگی موضعی.

[18] Beam on Foundation Plastic Model

در شکل های (۳-الف) و (۳-ب)، مدل‌های تحلیلی گذشته که از انحراف سطح یا تار خنثی صرف نظر شده با مدل تحلیلی در این مقاله که انحراف سطح خنثی را در روند کلی انحراف تیر ساندویچی قرار گرفته است، مقایسه شده است.



الف



ب

شکل۳- مدل تحلیلی فرورفتگی موضعی تیر ساندویچی الف) انحراف سطح خنثی نادیده گرفته شده ب) انحراف سطح خنثی درنظر گرفته شده.

فرضیات معادلات حاکم بر مدل تحلیلی به‌صورت زیر می باشد:

۱. انحراف فشردگی (فشاری) هسته فوم به‌طور خطی در جهت ضخامت تغییر می‌کند (شکل (۳-ب)). انحراف فشردگی بر روی لایه بالا y_0 است، بنابراین انحراف فشاری سطح خنثی برابر $\frac{y_0}{2}$ می‌باشد.

۲. تیر ساندویچی در جهت y فشرده می‌شود و در جهت x بدون کشش می‌باشد. هم‌چنین استحکام‌های برشی و فشاری هسته فوم مجزا از هم می‌باشد.

۳. جابجایی یا تغییر مکان بین سطح تماس رویه‌ها و هسته فوم پیوسته می‌باشد.

۴. تنش برشی بر روی لایه‌های بالا و پایین وجود ندارد.

۵. هندسه پانچ در مدل تحلیلی درنظرگرفته شده است.

$$\dot{x}(x,y) = 0 \qquad (۱)$$

$$\dot{y}(x,y) = \begin{cases} \dot{y}_0\left(1+\frac{a-\lambda}{\lambda}\right)\frac{y}{h_c}, & a \le x_1 \le a+\lambda \\ \frac{\dot{y}_0}{h_c}y, & -a \le x_1 \le a \\ \dot{y}_0\left(1+\frac{a+\lambda}{\lambda}\right)\frac{y}{h_c}, & -a-\lambda \le x_1 \le -a \end{cases} \qquad (۲)$$

که در معادله‌های (۱) و (۲)، $\dot{x}(x,y)$ و $\dot{y}(x,y)$ به ترتیب سرعت‌های محوری و عرضی، h_c ضخامت هسته فوم، λ نصف طول قسمت تغییر شکل‌یافته رویه بالایی که به اندازه $\dot{\phi}$ چرخش داشته است. عبارت‌های $y_0 = \lambda\phi$ و $\dot{y}_0 = \lambda\dot{\phi}$ به‌ترتیب انحراف فشاری (فشردگی عرضی) و سرعت بارگذاری پانچ در نقطه بارگذاری می‌باشد. در این مدل تحلیلی، جابجایی لولاهای پلاستیکی تیر ساندویچی تغییر شکل‌یافته، در نقاط مشخص شده شکل (۳-ب) نشان

داده شده است. این مد شامل لهیدگی هسته فوم در محدوده طولی $[-\lambda-a,\ \lambda+a]$ و تشکل چهار لولای پلاستیکی بر روی لایه بالایی می‌باشد. مقدار λ با مینیمم-سازی نیروی فروپاشی تحت شرایط ثابت به‌دست می آید[۲۰،۲۱،۲۴،۳۲]. طبق اصل کار مجازی، میزان نرخ کار خارجی برابر است با مجموع میزان اتلاف انرژی داخلی رویه بالا و هسته فوم. با استفاده از اصل کار مجازی خواهیم داشت:

$$P\lambda\dot{\phi} = 4M_P\dot{\phi} + 2N_P\dot{e} + \int_{\Omega}\sigma_c\dot{\varepsilon}_y dx + \int_{\Omega}\tau_c\dot{\gamma}_{xy}dx \quad (۳)$$

که در معادله (۳)، $N_P=\sigma_f h_f^2$ و $M_P=\sigma_f h_f^2/4$ به ترتیب ممان خمشی کاملا پلاستیک و نیروی غشایی کاملا پلاستیک بر واحد پهنا رویه بالایی می‌باشد. $\dot{e}$ نرخ کشش قسمت تغییر شکل‌یافته رویه بالایی است. نمادهای $\dot{\varepsilon}_y$ و $\dot{\gamma}_{xy}$ به‌ترتیب نرخ کرنش عرضی و نرخ کرنش برشی هسته فوم می‌باشد. ناحیه $\Omega=\Omega_1\cup\Omega_2\cup\Omega_3$، ناحیه انتگرال‌گیری هسته فوم است که $\Omega_1=[-a-\lambda,-a]\times[0,\ h_c]$، $\Omega_2=[-a,-a]\times[0,\ h_c]$ و $\Omega_3=[a,a+\lambda]\times[0,\ h_c]$ می‌باشد. طبق معادلات (۱) و (۲) نرخ کرنش $\dot{\varepsilon}_y$ هسته فوم در جهت y برابر است با:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{y}} = \frac{\partial \boldsymbol{y}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})}{\partial \boldsymbol{y}} = \begin{cases} \frac{\dot{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{0}}}{\boldsymbol{h}_{\boldsymbol{c}}}\left(\boldsymbol{1}+\frac{\boldsymbol{a}-\boldsymbol{\lambda}}{\boldsymbol{\lambda}}\right), & \boldsymbol{a}\le \boldsymbol{x}_{\boldsymbol{1}}\le \boldsymbol{a}+\boldsymbol{\lambda}\,;\ 0\le \boldsymbol{y}\le \boldsymbol{h}_{\boldsymbol{c}} \\ \frac{\dot{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{0}}}{\boldsymbol{h}_{\boldsymbol{c}}}, & -\boldsymbol{a}\le \boldsymbol{x}_{\boldsymbol{1}}\le \boldsymbol{a}\,;\ 0\le \boldsymbol{y}\le \boldsymbol{h}_{\boldsymbol{c}} \\ \frac{\dot{\boldsymbol{y}}_{\boldsymbol{0}}}{\boldsymbol{h}_{\boldsymbol{c}}}\left(\boldsymbol{1}+\frac{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{\lambda}}{\boldsymbol{\lambda}}\right), & -\boldsymbol{a}-\boldsymbol{\lambda}\le \boldsymbol{x}_{\boldsymbol{1}}\le -\boldsymbol{a}\,;\ 0\le \boldsymbol{y}\le \boldsymbol{h}_{\boldsymbol{c}} \end{cases} \quad (۴)$$

نرخ کرنش برشی $\dot{\gamma}_{xy}$ هسته فوم برابر است با:

$$\dot{\gamma}_{xy} = \frac{\partial y(x,y)}{\partial x}+\frac{\partial x(x,y)}{\partial y} = \begin{cases} -\frac{\dot{y}_0}{\lambda h_c}y, & a\le x_1\le a+\lambda\,;\ 0\le y\le h_c \\ 0 & -a\le x_1\le a\,;\ 0\le y\le h_c \\ \frac{\dot{y}_0}{\lambda h_c}y, & -a-\lambda\le x_1\le -a\,;\ 0\le y\le h_c \end{cases} \quad (۵)$$

$\dot{e}$ نرخ کشش قسمت تغییر شکل‌یافته رویه بالایی از معادله (۶) به‌دست می‌آید.

$$\dot{e}\cong\frac{y_0\dot{y}_0}{\lambda} \quad (۶)$$

در فرآیند فرورفتگی موضعی، تغییر شکل پلاستیکی رویه بالایی بر اثر گشتاور خمشی نیروی غشایی ایجاد می‌شود. دو روش برای رابطه مقداری بین ممان خمشی و نیروی غشایی وجود دارد:

۱. در روش اول فرض بر این است که ممان خمشی و نیروی غشایی مستقل از هم‌دیگر هستند و کل انرژی پلاستیک از جمع خطی این دو عبارت به‌دست می آید [۳۷،۳۸].

۲. در روش دوم یک رابطه به نام معیار تسلیم ترکیب شده خمشی و غشایی بین ممان خمشی و نیروی غشایی وجود دارد[۲۱،۲۴،۳۹-۴۱]. کیو[19]و همکاران[۳۹] یک معیار تسلیم از سازه‌های ساندویچی با دو رویه نازک و محکم ولی هسته فوم ضخیم و ضعیف توسط تابع $|m|+|n|=1$ که $m=M/M_P$ و $n=N/N_P$ است، ارائه کردند. جونز[۳۳] یک معیار تسلیم ترکیب شده خمشی و غشایی دقیق در فضای (M,N) از رویه‌ها ارائه کرد، که می‌توان نوشت:

$$|m|+n^2=1 \quad (۷)$$

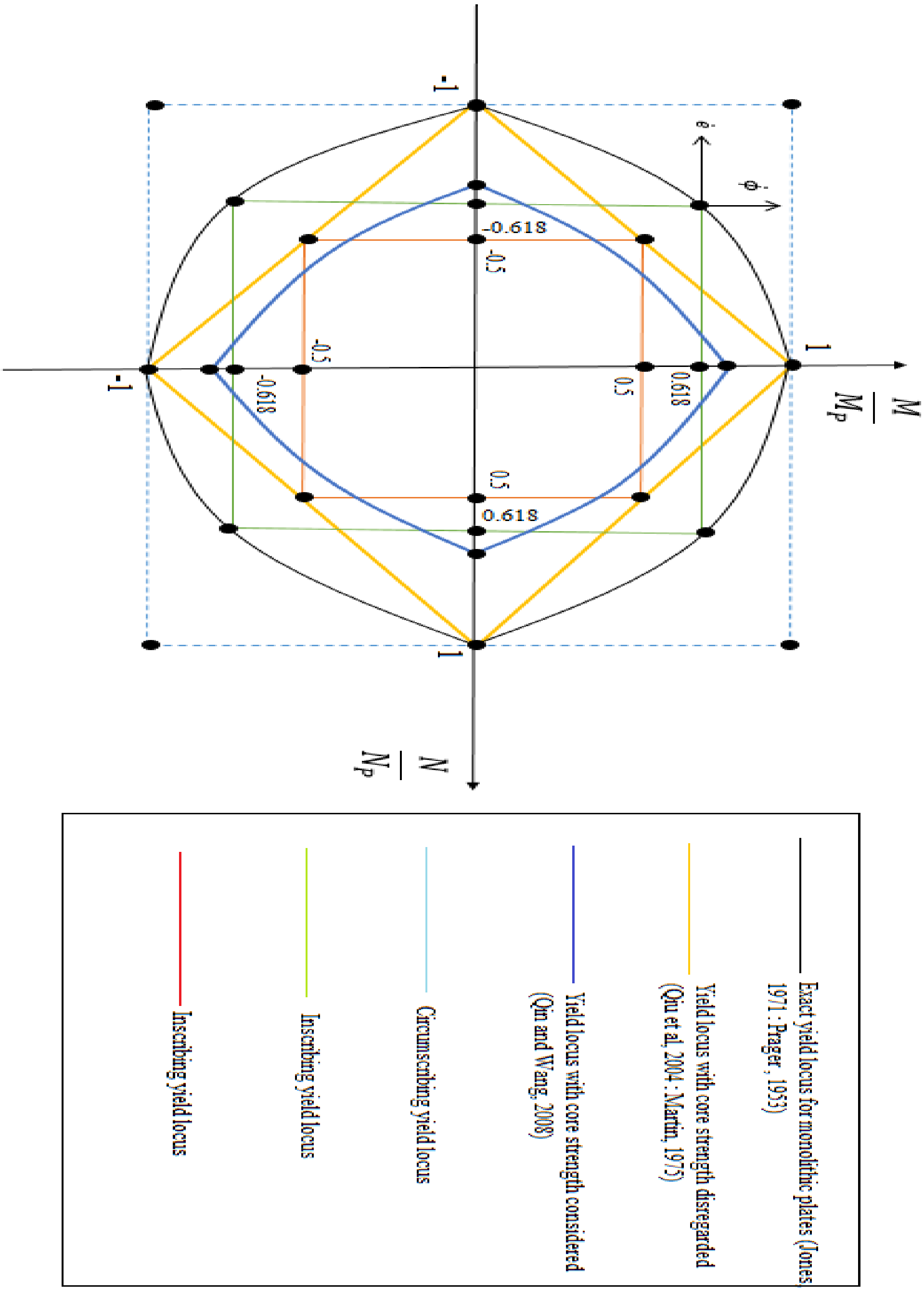
سطوح تسلیم پیوسته و ترکیبی ممان خمشی و نیروی غشایی در شکل (۴) نشان داده شده است. برای رویه‌ها از معیار تسلیم جونز در مدل تحلیلی استفاده شده است. با استفاده اصل جریان پلاستیسیته شدن خواهیم داشت :

$$\frac{N_P.\dot{e}}{M_P.2\dot{\phi}} = \frac{\dfrac{\partial\Pi(N/N_P,M/M_P)}{\partial(N/N_P)}}{\dfrac{\partial\Pi(N/N_P,M/M_P)}{\partial(M/M_P)}} = -\frac{dm}{dn} \quad (۸)$$

که در معادله (۸)، $\partial\Pi(N/N_P,M/M_P)$ تابع تسلیم می‌باشد. با جایگذاری $\dot{y}_0=\lambda\dot{\phi}$ و معادله (۶) داخل معادله‌های (۷) و (۸) از نیروی غشایی و ممان خمشی داریم:

$$\begin{cases} n=\frac{y_0}{h_f};\ m=\pm\left[1-\left(\frac{y_0}{h_f}\right)^2\right], & 0\le y_0\le h_f \\ n=1\,;\ m=0, & y_0\ge h_f \end{cases} \quad (۹)$$

[19] Qiu



شکل ۴- سطوح تسلیم پیوسته و ترکیبی ممان خمشی و نیروی غشایی.

نیروی خارجی با جای‌گذاری معادلات (۴) و (۶-۹) داخل معادله (۳) به‌دست می‌آید. بنابراین داریم:

$$P_I = \begin{cases} \frac{\sigma_f h_f^2}{\lambda}\left[1+(\frac{y_0}{h_f})^2\right]+\sigma_c(\lambda+2a)+\tau_c h_c, & 0\le y_0\le h_f \\ \frac{2\sigma_f h_f y_0}{\lambda}+\sigma_c(\lambda+2a)+\tau_c h_c, & y_0\ge h_f \end{cases} \quad (۱۰)$$

λ با قرار دادن $\partial P/\partial\lambda=0$ به‌دست می‌آید. به این صورت که:

$$\lambda = \begin{cases} h_f\sqrt{\frac{\sigma_f}{\sigma_c}\left[1+(\frac{y_0}{h_f})^2\right]}, & 0\le y_0\le h_f \\ h_f\sqrt{\frac{2\sigma_f}{\sigma_c}(\frac{y_0}{h_f})}, & y_0\ge h_f \end{cases} \quad (۱۱)$$

با جای‌گذاری معادله (۱۱) در معادله (۱۰) و قرار دادن $\tau_c=0$ نیروی خارجی برابر است با:

$$P_I = \begin{cases} 2h_f\sqrt{\sigma_f\sigma_c\left[1+(\frac{y_0}{h_f})^2\right]}+2\sigma_c a, & 0\le y_0\le h_f \\ 2h_f\sqrt{\sigma_f\sigma_c\left(\frac{y_0}{h_f}\right)}+2\sigma_c a, & y_0\ge h_f \end{cases} \quad (۱۲)$$

می‌توان نیروی حدی پلاستیکی P_c را به‌صورت زیربیان کرد:

$$P_c=\frac{4M_P}{L}=\frac{4\sigma_f h_f(h_f+h_c)+\sigma_c h_c^2}{L} \quad (۱۳)$$

که در معادله (۱۳)، $M_P=\sigma_f h_f\left(h_f+h_f\right)+\sigma_c h_c^2/4$ ممان خمشی حدی پلاستیکی تیر ساندویچی می‌باشد. براساس معادلات (۱۲) و (۱۳) نیروی عرضی بی‌بعد شده از فرورفتگی موضعی می‌توان به‌صورت زیر به‌دست آورد: (معادله ۱۴ در پیوست ۱)

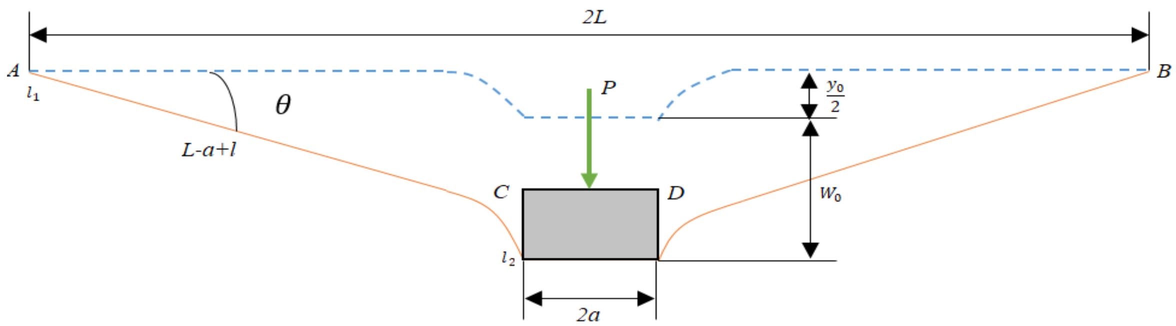
که در معادله (۱۴)، $P_I^*=P_I/P_c$، $\bar{\sigma}=\sigma_c/\sigma_f$، $\bar{h}=h_f/h_c$، $y_0^*=y_0/\left(2h_f+h_c\right)=y_0\bar{h}/h_f\left(1+2\bar{h}\right)$، $\bar{a}=a/L$، $\bar{c}=h_c/L$ می‌باشد. با توجه به معادله (۱۴) می‌توان نتیجه گرفت که هنگامی‌که انحراف ماکزیمم از ضخامت رویه بالایی h_f بیشتر می‌شود، نیروی غشایی اثر مهمی دارد. انرژی پلاستیکی جذب شده از تیر ساندویچی که از انحراف فرورفتگی موضعی به‌وجود می‌آید، به‌صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$E_I^*=\int_{y_0^*}P_I^*dy_0^* \quad (۱۵)$$

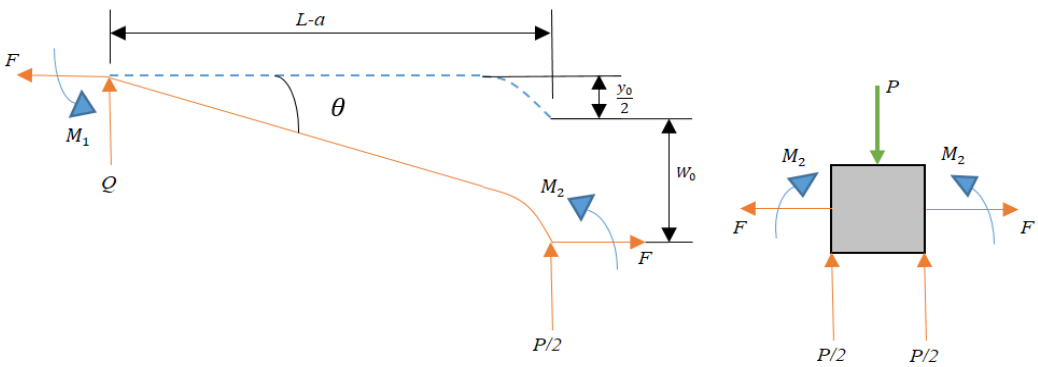
با جای‌گذاری معادله (۱۴) در معادله (۱۵)، انرژی پلاستیکی جذب شده را می‌توان به‌دست آورد. (معادله ۱۶ در پیوست ۱)

۲-۳- خمش کلی و انحراف فرورفتگی موضعی

انحراف ناشی از خمش کلی تیر ساندویچی هنگامی‌که نیرو خارجی با نیروی حدی پلاستیکی برابر می‌شود، ایجاد می گردد. میدان کلی انحراف سطح خنثی ساندویچ تیر در شکل (۵) نشان داده شده است. چون هندسه و شرایط مرزی تیر ساندویچی متقارن است، در نتیجه نیمی از تیر ساندویچی در این تحلیل بررسی شده است (شکل (۵-الف)).



الف



ب

شکل ۵- میدان انحراف کلی سطح خنثی: (الف) مدل انحراف عرضی کلی. (ب) تجزیه و تحلیل نیرو نصف تیر ساندویچی.

فرض می‌شود که ماکزیمم انحراف خمش کلی W_0 و کشیدگی کل نیمه سمت چپ ساندویچ تیر l می‌باشد (شکل (۵-ب)). انحراف فرورفتگی موضعی رویه بالا و سطح خنثی به‌ترتیب y_0 و $y_0/2$ (شکل (۳-ب))، بنابراین ماکزیمم انحراف کلی $W_0 + \frac{y_0}{2}$ می‌باشد. عبارت کشیدگی کل l به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$l = l_1 + l_2 \tag{۱۷}$$

که در معادله (۱۷)، l_1 و l_2 طول کشیده شده در دو انتهای نیمه سمت چپ ساندویچ تیر تحت نیروی غشایی است که در شکل (۵-الف) نشان داده شده است. کشیدگی کل در نیمه سمت چپ ساندویچ تیر به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$l \cong \frac{W_0^2}{2(L-a)} \tag{۱۸}$$

مقدار چرخش زاویه‌ای که در شکل (۵-الف) نشان داده شده است، می‌توان به‌صورت زیر محاسبه کرد:

$$\theta \cong \frac{W_0}{L-a} \tag{۱۹}$$

معادله تعادل ممان سطح خنثی تیر ساندویچی با فرورفتگی موضعی شکل (۵-ب) به‌صورت زیر می‌باشد:

$$2(M_1 + M_2) + F(2W_0 + y_0) - P(L-a) = 0 \tag{۲۰}$$

که در معادله (۲۰)، $F = N_1 = N_2 = N$ می‌باشد.

برای تیر ساندویچی معیارهای تسلیم مختلفی توسط محققان بررسی شده است [۲۰،۲۱،۲۳،۲۴]. معیار تسلیم تیر ساندویچی فشرده نشده، با در نظر گرفتن اثر نیروی غشایی (پوسته‌ای) هنگامی‌که انحراف به‌دست آمده از ضخامت تیر ساندویچی بزرگ‌تر باشد، همان طور که در شکل (۴) نشان داده شده است، بررسی شده است. برای سطح تسلیم می‌توان نوشت که:

(معادله ۲۱ در پیوست ۱)

که در معادله (۲۱)، $\bar{\sigma} = \sigma_c/\sigma_f$، $\bar{h} = h_f/h_c$، $m = M_1/M_P$، $n = N_1/N_P$ می‌باشد. ممان خمشی حدی پلاستیکی M_P و نیروی غشایی طولی پلاستیک N_P تیر ساندویچی فشرده نشده، به‌ترتیب $M_P = \sigma_f h_f (h_f + h_f) + \sigma_c h_c^2/4$، $N_P = 2\sigma_f bh_f + \sigma_c bh_c$ می‌باشد. معیار تسلیم تیر ساندویچی فشرده شده، با در نظر گرفتن اثر نیروی غشایی N_n و ممان خمشی M_m به‌صورت زیر بیان می‌شود:

(معادله ۲۲ در پیوست ۱)

که در معادله (۲۲)، $\bar{n} = N_2/N_P'$، $\bar{m} = M_2/M_P'$، و ε_c کرنش فشاری تیر ساندویچی فشرده‌شده می‌باشد. برای مرحله متراکم فشرده‌سازی هسته فوم، کرنش فشاری متوسط با کرنش متراکم بحرانی برابر است، یعنی $\varepsilon_c = \varepsilon_D$. هنگامی‌که $\varepsilon_c = 0$ باشد، معادله (۲۲) به معادله (۲۱) کاهش می‌یابد. ممان خمشی حدی پلاستیکی M_P' تیر ساندویچی فشرده شده به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$M_P' = \sigma_f bh_f \left(h_c' + h_f\right) + \frac{1}{4}\sigma_c' bh_c^{2'} \tag{۲۳}$$

که در معادله (۲۳)، $h_c' = h_c(1-\varepsilon_c)$ ، $\sigma_c' = \sigma_c/(1-\varepsilon_c)$ به‌ترتیب ضخامت و استحکام تسلیم طولی هسته فوم فشرده‌شده می‌باشد. نیروی غشایی(پوسته‌ای) پلاستیکی طولی N_P' تیر ساندویچی فشرده‌شده به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$N_P' = N_P = 2\sigma_f b\boldsymbol{h}_f + \sigma_c b\boldsymbol{h}_c \tag{۲۴}$$

با توجه به اصل جریان پلاستیک شدن از معیار تسلیم معادله (۲۱) برای تیر ساندویچی فشرده نشده، نرخ کرنش تعمیم یافته برای تیر ساندویچی فشرده نشده به‌صورت محاسبه می‌گردد:

(معادله ۲۵ در پیوست ۱)

به‌همین ترتیب، با توجه به اصل جریان پلاستیک شدن از معیار تسلیم معادله (۲۲) برای تیر ساندویچی فشرده‌شده، نرخ کرنش تعمیم یافته برای تیر ساندویچی فشرده‌شده به‌صورت محاسبه می‌گردد:

(معادله ۲۶ در پیوست ۱)

$$\frac{\dot{l}_2}{\dot{\theta}} = -\frac{dM_2}{dN_2} = \begin{cases} \frac{\bar{\sigma} + 2\bar{\boldsymbol{h}}}{2\bar{\sigma}} \boldsymbol{h}_c (1-\varepsilon_c)|\bar{n}|, \ 0 \le |\bar{n}| \le \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\sigma} + 2\bar{\boldsymbol{h}}} \\ \frac{\boldsymbol{h}_c}{2}\left[|\bar{n}|(\bar{\sigma} + 2\bar{\boldsymbol{h}}) - \bar{\sigma} + (1-\varepsilon_c)\right], \le 1 \end{cases} \tag{۲۶}$$

با ترکیب معادلات (۱۷)- (۱۹) و (۲۵)- (۲۶)، رابطه بی‌بعد شده بین انحراف کلی W_0 و نیروی محوری غشایی n تیر ساندویچی می‌توان به‌صورت زیر بیان کرد:

$$W_0^* = \begin{cases} \dfrac{(\bar\sigma+2\bar h)(2-\varepsilon_c)}{2\bar\sigma(1+2\bar h)}|n|, & 0\le |n| \le \dfrac{\bar\sigma}{\bar\sigma+2\bar h} \\ \dfrac{2(\bar\sigma+2\bar h)|n|+2(1-\bar\sigma)-\varepsilon_c}{2(1+2\bar h)}|n|, & \dfrac{\bar\sigma}{\bar\sigma+2\bar h}\le|n|\le 1\end{cases} \qquad (۲۷)$$

که در معادله (۲۷)، $W_0^*=W_0/\left(h_c+2h_f\right)$ می‌باشد. با ترکیب معادلات (۲۴)- (۲۰) و (۲۷) و هم‌چنین $m=M_1/M_P$، $n=N_1/N_P$، $\bar n=N_2/N_P^{'}$، $\bar m=M_2/M_P^{'}$ نیروی عرضی بی‌بعد شده به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

(معادله ۲۸ در پیوست ۱)

که در معادله (۲۸)، $W_0^*+y_0^*/2=\left(W_0^*+y_0^*/2\right)/\left(h_c+2h_f\right)$، $\bar a=a/L$ و $y_0^*=y_0/\left(h_c+2h_f\right)=\varepsilon_c/\left(1+2\bar h\right)$ می باشد. از معادله (۲۸) می‌توان فهمید که نیروی عرضی بی‌بعد شده به نرخ کرنش فشرده‌شده ε_c وابسته است. با جای‌گذاری $\varepsilon_c=0$، معادله (۲۸) به معادله زیر تغییر می کند:

$$P_{II}^* = \begin{cases} \dfrac{1}{1-\bar a}\left[1+\dfrac{\bar\sigma(1+2\bar h)^2}{4\bar h(1+4\bar h)\bar\sigma}W_0^{*2}\right], & 0\le W_0^*\le \dfrac{1}{1+2\bar h} \\ \dfrac{1}{1-\bar a}\cdot\dfrac{(1+2\bar h)\left[(1+2\bar h)(W_0^{*2}+1)+2(\bar\sigma-1)W_0^*\right]}{4\bar h(1+\bar h)+\bar\sigma}, & \dfrac{1}{1+2\bar h}\le W_0^*\le 1 \\ \dfrac{1}{1-\bar a}\cdot\dfrac{2(\bar\sigma+2\bar h)(1+2\bar h)}{4\bar h(1+\bar h)+\bar\sigma}W_0^*, & \ge 1 \end{cases} \qquad (۲۹)$$

هنگامی‌که ساندویچ تیر به یک تک لایه توپر و محکم تحت یک نیروی متمرکز $\left(\bar a\to 0\right)$ تبدیل شود، یعنی استحکام تسلیم رویه‌ها و هسته فوم با هم برابر باشند ($\left(\sigma_f=\sigma_c\left(\bar\sigma=1\right)\right)$، معادله (۲۹) به‌عبارت زیر تقلیل می‌یابد:

$$P_{II}^* = \begin{cases} W_0^{*2}+1, & 0\le W_0^*\le 1 \\ 2W_0^*, & W_0^*\ge 1\end{cases} \qquad (۳۰)$$

معادله (۳۰)، با نتیجه به دست آمده توسط جونز [۳۳] سازگار است. کل انحراف سطح خنثی ساندویچ تیر، $W_T^{'}=y_0/2+W_0$ شکل (۵) می‌باشد. کل انحراف پانچ، $W_T=y_0+W_0$ است. ماکزیمم کل انحراف پانچ، W_T در شکل (۶) نشان داده شده است و عبارت مینیمم کل انحراف بی‌بعد شده W_T^* به‌صورت زیر بیان می‌شود:

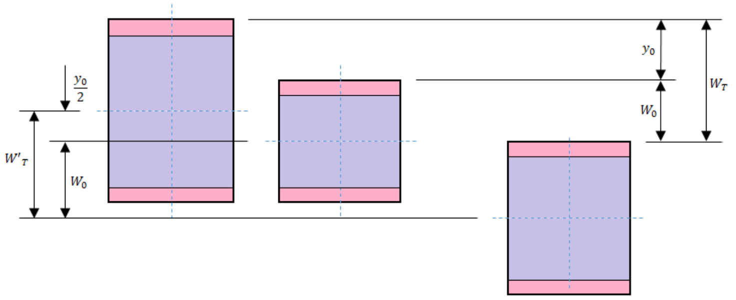
$$\boldsymbol{W_T^*} = \frac{\boldsymbol{W_T}}{(\boldsymbol{h_c}+\boldsymbol{2h_f}) = \frac{(\boldsymbol{y_0}+\boldsymbol{W_0})}{(\boldsymbol{h_c}+\boldsymbol{2h_f})=\boldsymbol{y_0^*}+\boldsymbol{W_0^*}}} \qquad (۳۱)$$

مطابق معادلات (۱۴)، (۲۸) و (۳۱) کل انحراف بی‌بعد شده W_T^* می‌توان محاسبه کرد.

انرژی پلاستیکی جذب شده ناشی از انحراف خمش کلی می توان به‌صورت زیر محاسبه کرد:

$$E_{II}^* = \int_{W_0^*} P_{II}^* dW_0^* \qquad (۳۲)$$

با جایگذاری معادله (۲۸) در (۳۲) انرژی پلاستیکی جذب شده محاسبه می‌شود



شکل ۶- انحراف فرورفتگی موضعی y_0 ، انحراف کلی خمشی W_0 و انحراف کلی $W_T=y_0+W_0$ رویی بالایی است. انحراف فرورفتگی موضعی $y_0/2$ ، انحراف خمشی کلی W_0 و انحراف کلی $W'_T=y_0/2+W_0$ سطح خنثی است.

$$E_{II}^* = \begin{cases} \frac{1}{2(1-\bar{a})}\left[\frac{4\bar{\sigma}(1+2\bar{h})}{(2-\varepsilon_c)[4\bar{h}(1+\bar{h})+\bar{\sigma}]}\left[\frac{1}{3}(1+2\bar{h})W_0^{*3}+\frac{1}{2}\varepsilon_c W_0^*\right]+\left(2-\frac{(\bar{\sigma}+4\bar{h})}{4\bar{h}(1+\bar{h})+\bar{\sigma}}\right)W_0^*\right], & 0\le W_0^*\le \frac{2-\varepsilon_c}{2(1+2\bar{h})} \\ \frac{4(1+2\bar{h})^2 W_0^{*3}+12(\bar{\sigma}-1+\varepsilon_c)(1+2\bar{h})W_0^{*2}+\left(9{\varepsilon_c}^2-12[2(1+\bar{h})-\bar{\sigma}]\varepsilon_c+12(1+2\bar{h})^2\right)W_0^*}{12(1-\bar{a})[4\bar{h}(1+\bar{h})+\bar{\sigma}]} & \\ +\frac{(2-\varepsilon_c)(-2{\varepsilon_c}^2+5\varepsilon_c-4\bar{\sigma}\varepsilon_c+2\bar{\sigma}-2)}{12(1+2\bar{h})(1-\bar{a})[4\bar{h}(1+\bar{h})+\bar{\sigma}]}, & \frac{2-\varepsilon_c}{2(1+2\bar{h})}\le W_0^*\le 1-\frac{\varepsilon_c}{2(1+2\bar{h})} \\ \frac{(\bar{\sigma}+2\bar{h})(1+2\bar{h})}{(1-\bar{a})[4\bar{h}(1+\bar{h})+\bar{\sigma}]}\left[W_0^{*2}-\frac{(2+4\bar{h}-\varepsilon_c)^2}{4(1+2\bar{h})^2}\right]+ & \\ \frac{(2+4\bar{h}-\varepsilon_c)^2(6\bar{\sigma}+5\varepsilon_c+4\bar{h}-4)+(2+4\bar{h}-\varepsilon_c)\left(9{\varepsilon_c}^2-12[2(1+\bar{h})-\bar{\sigma}]\varepsilon_c+12(1+2\bar{h})^2\right)}{24(1+2\bar{h})(1-\bar{a})[4\bar{h}(1+\bar{h})+\bar{\sigma}]} & \\ +\frac{(2-\varepsilon_c)(-2{\varepsilon_c}^2+5\varepsilon_c-4\bar{\sigma}\varepsilon_c+2\bar{\sigma}-2)}{12(1+2\bar{h})(1-\bar{a})[4\bar{h}(1+\bar{h})+\bar{\sigma}]}, & W_0^*\ge 1-\frac{\varepsilon_c}{2(1+2\bar{h})} \end{cases}$$

(۳۳)

هنگامی‌که ساندویچ تیر به یک تک لایه توپر و محکم تحت یک نیروی متمرکز $\left(\bar{a}\to 0\right)$ تبدیل شود، یعنی استحکام تسلیم رویه‌ها و هسته فوم با هم برابر باشند ($\sigma_f=\sigma_c\left(\bar{\sigma}=1\right)$)، معادله (۳۳) به‌عبارت زیر تقلیل می‌یابد:

$$E_{II}^* = \begin{cases} \frac{1}{3}W_0^{*3}+W_0^*, & 0\le W_0^*\le 1 \\ W_0^{*2}+\frac{1}{3}, & W_0^*\ge 1 \end{cases} \qquad (۳۴)$$

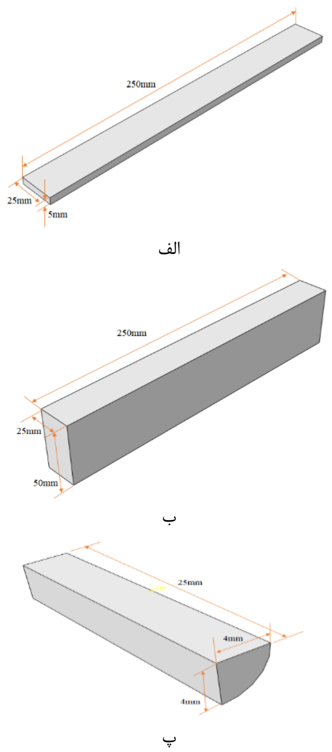
معادله (۳۴)، با نتیجه به‌دست آمده توسط جونز [۳۳] سازگار است. مطابق معادلات (۱۵) و (۳۲) کل انرژی پلاستیکی جذب شده E_T^* تیر ساندویچی به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$E_T^*=E_I^*+E_{II}^*=\int_{y_0^*}P_I^*dy_0^* + \int_{W_0^*}P_{II}^*dW_0^* \qquad (۳۵)$$

۳- شبیه سازی عددی

برای بررسی مدل حاضر در این پژوهش، از روش شبیه‌سازی عددی با نرم‌افزار آباکوس[1] برای بررسی انحراف و فرورفتگی موضعی تیر ساندویچی که تحت بار عرضی قرار می‌گیرد، استفاده شده است. تیر ساندویچی مورد بررسی در این پژوهش از جنس تیر فوم آلومینیومی بوده که دارای تکیه‌گاه دوسرگیردار می‌باشد. نیرو از طریق یک پانچ که تمام عرض تیر را دربر می‌گیرد، به ساندویچ وارد می‌شود. ابعاد و خواص مکانیکی پانچ و تیر ساندویچی به‌صورت زیر می‌باشد:

چون هندسه و شرایط مرزی تیر ساندویچی متقارن است بنابراین، نصف تیر ساندویچی طراحی و شبیه‌سازی شده است. برای مدل‌سازی پانچ در محیط آباکوس یک چهارم دایره به شعاع 4mm رسم کرده و به اندازه 25mm بعد طولی داده شده است. برای مدل‌سازی رویه‌ها و هسته به‌ترتیب یک مستطیل به ابعاد $25\text{mm}\times 5\text{mm}$ و $25\text{mm}\times 50\text{mm}$ رسم کرده و سپس به اندازه 250mm بعد طولی داده شده است (شکل (۷)).

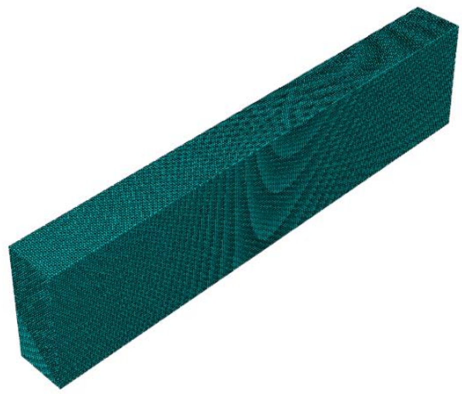


شکل۷- مدل الف) رویه‌ها ب) هسته فوم پ) پانچ

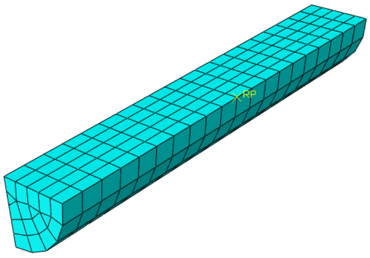
[1] Abaqus

جنس رویه‌ها از یک جنس آلومینیوم با خواص مکانیکی $E_f = 80\ \text{GPa}$، $\sigma_f = 80\ \text{MPa}$، $\nu_f = 0.3$ و $\rho_f = 2700\,\text{kg/m}^3$ می‌باشد. تئوری جریان سخت شدن ایزوتروپیک مبتنی بر معیار تسلیم فون میزز استفاده شده است[۳۸]. جنس هسته از نوع فوم آلومینیوم (Crushable foam) با خواص مکانیکی $E_c = 1\ \text{GPa}$، $\sigma_c = 3\ \text{MPa}$، $\nu_c = 0.3$، $\rho_c = 2700\,\text{kg/m}^3$ و $\varepsilon_D = 0.5$ است. برای توصیف رفتار فوم آلومینیوم[۲۱] از مدل دشپند و فلک[1] [۴۵] استفاده شده است. بین پانچ و رویه بالایی هیچ تماس لغزشی مماسی وجود ندارد. چون ضربه‌زننده یک جسم صلب می‌باشد، المان‌بندی خاصی مد نظر نیست. و دارای یک المان یکنواخت مستطیلی می‌باشد. ضربه‌زننده در کل 304 المان چهار نقطه‌ای به‌صورت R3D4 می‌باشد. برای مدل‌سازی تیر ساندویچی از المان هشت نقطه‌ایی بلوک خطی با استفاده از روش انتگرال‌گیری کاهش‌یافته یا در آباکوس به‌صورت C3D8R استفاده شده است. تعداد المان‌ها ۱۶۰۰۰ المان و در جهت طولی به ترتیب ۷ و ۵۰ المان در جهت ضخامت برای هسته و رویه‌ها می‌باشد (شکل (۸)). مطابق تحقیقات انجام شده توسط هو[2]و همکارانش [۴۴-۳۶،۴۲]، تیر المان محدود دو بعدی برای حل کامل همگرایی این مدل موثر است.

الف



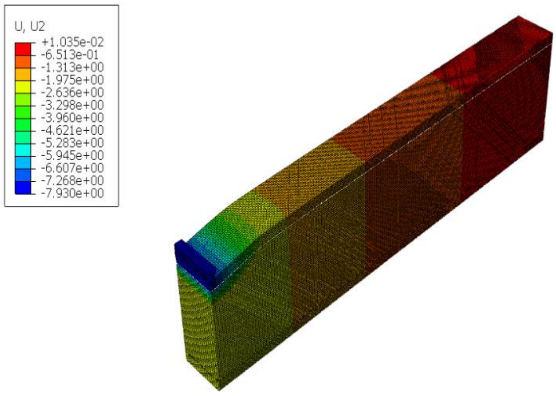
ب



پ

شکل ۸- المان‌بندی الف) رویه‌ها ب)هسته فوم پ) پانچ

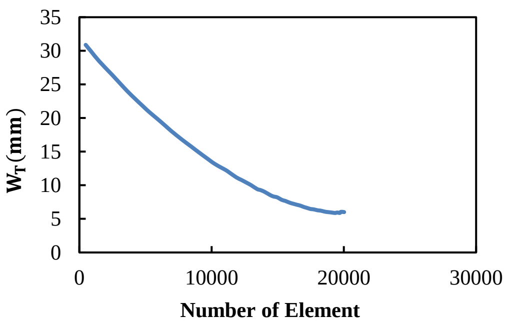
در این مدل از شرط مرزی ENCASTRE در ابتدای و انتهای تیر و محدود کردن حرکت پانچ در جهت Y (U2) استفاده شده است. و همچنین یک شرط اعمال نیرو برای اعمال به پانچ و ساندویچ در نظر گرفته شده است. در شکل (۹) کانتور انحراف ساندویچ تیر نشان داده شده است.



شکل ۹. توزیع کرنش پلاستیک معادل نهایی تیر ساندویچی.

۳-۱- بررسی همگرایی مش‌بندی

در شکل (۱۰) همگرایی انحراف نهایی تیر ساندویچی برحسب تعداد المان‌ها بررسی شده است. با توجه به نمودار، مشاهده می شود که با افزایش المان‌بندی (افزایش تعداد المان‌ها) انحراف نهایی ساندویچ تیر کاهش می‌یابد.

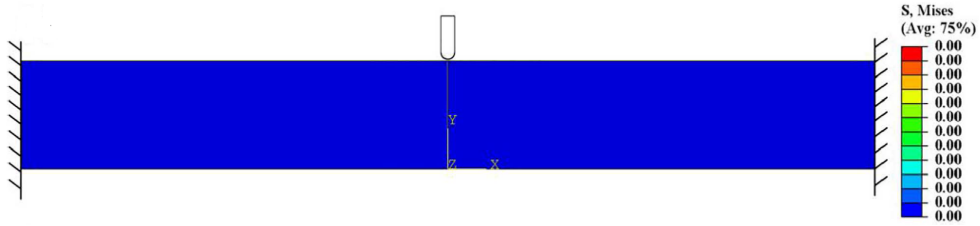


شکل ۱۰- همگرایی انحراف نهایی تیر ساندویچی برحسب تعداد

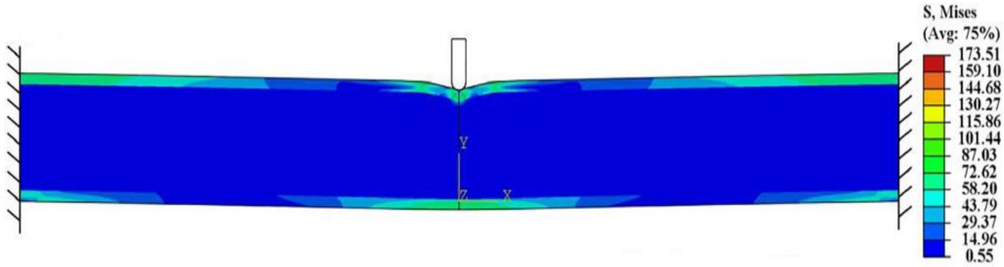
[1] Deshpande – Fleck

[2] Hu

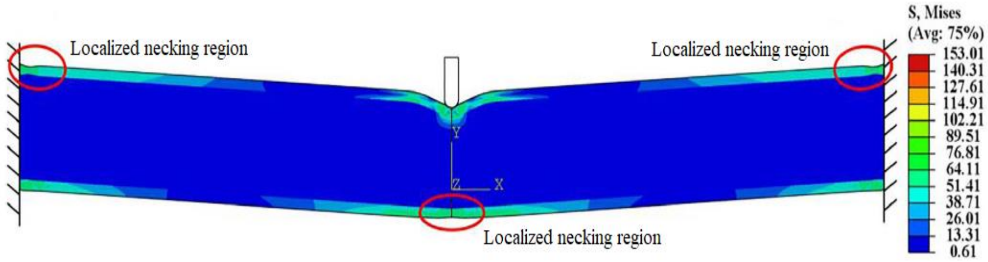
المان‌ها



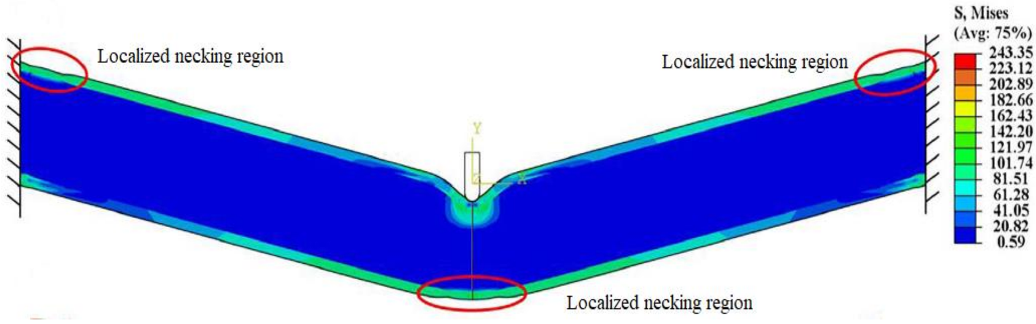
الف



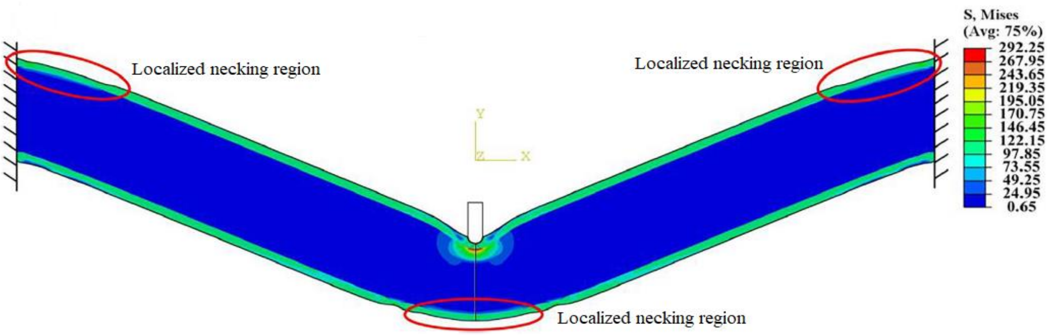
ب



پ



ت



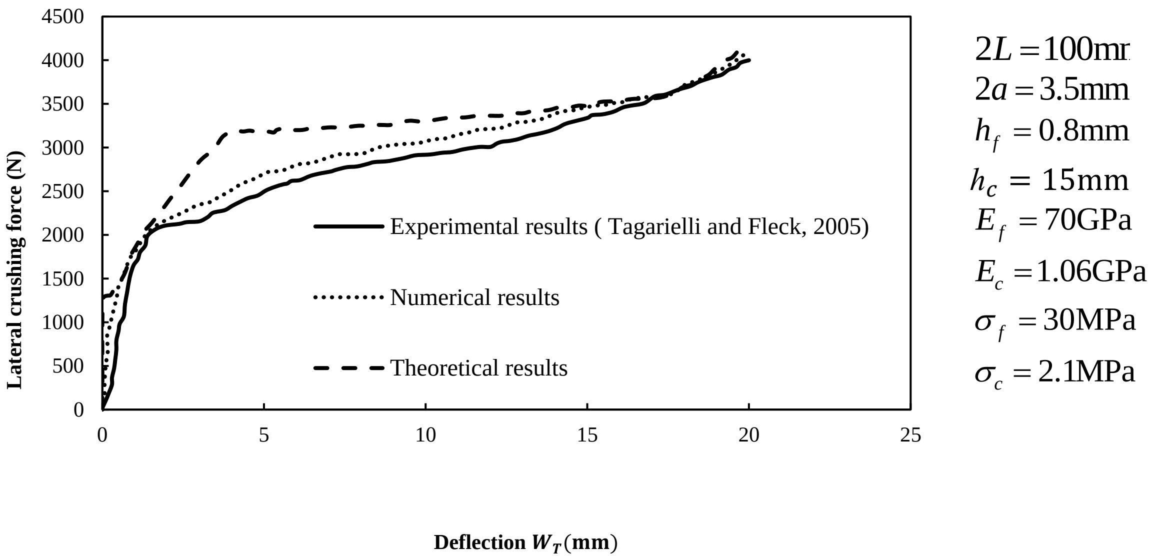
ه

شکل ۱۱- نتایج شبیه‌سازی به‌دست آمده از فرآیند انحراف همراه با فرورفتگی موضعی تیر ساندویچی دوسرگیردار تحت بارگذاری عرضی.

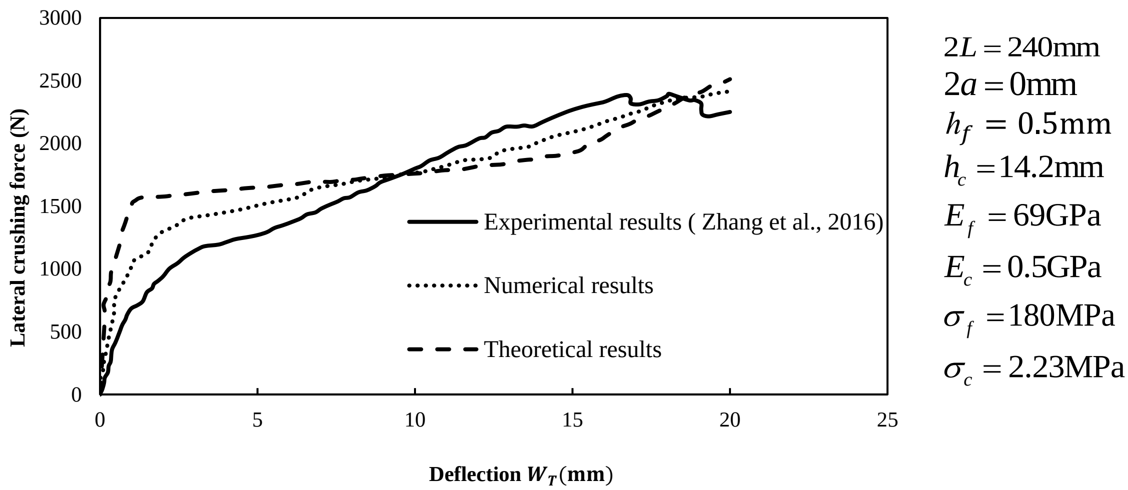
۴- نتایج و بحث

نتایج شبیه‌سازی به‌دست آمده از فرآیند انحراف همراه با فرورفتگی موضعی تیر ساندویچی دوسرگیردار تحت بارگذاری عرضی ($\bar{a}=0$ ، $\bar{c}=0.2$ ، $\bar{h}=0.1$ ، $\bar{\sigma}=0.1$) در شکل (۱۱) نشان داده شده است. رفتار انحراف تیر ساندویچی تحت بارگذاری عرضی شامل دو مرحله است:

۱- مرحله فرورفتگی موضعی (شکل (۱۱-ب)، (۱۱-پ)).
۲- مرحله ترکیب‌شده (شامل خمش کلی و فرورفتگی موضعی) (شکل (۱۱-ت)، (۱۱-ه)).
نتایج شبیه‌سازی فرآیند انحراف ساندویچ تیر تطابق خوبی با نتایج به‌دست آمده توسط تاگاریلی و همکارانش [۱۷] و تاگاریلی و فلک [۱۸] که در شکل (۲) نشان داده شده است، دارد. توجه به این نکته مهم است که پدیده گلویی شدن موضعی در انتهای ثابت و مرکز رویه‌ها در طول مرحله ترکیب‌شده (شامل خمش کلی و فرورفتگی موضعی) همان-طور که در شکل (۱۱-پ)، (۱۱-ه) نشان داده شده است، وجود دارد. که دلیل آن این است که نیروی غشایی در افزایش فرآیند انحراف ساندویچ تیر نقش مهمی دارد. بنابراین درستی فرضیه‌ها اثبات می‌شود که:
۱- فعل و انفعالی بین ممان خمشی و نیروی غشایی در مرحله تغییر شکل اولیه وجود دارد.
۲- نیروی غشایی در طول مرحله خمش کلی وجود دارد.



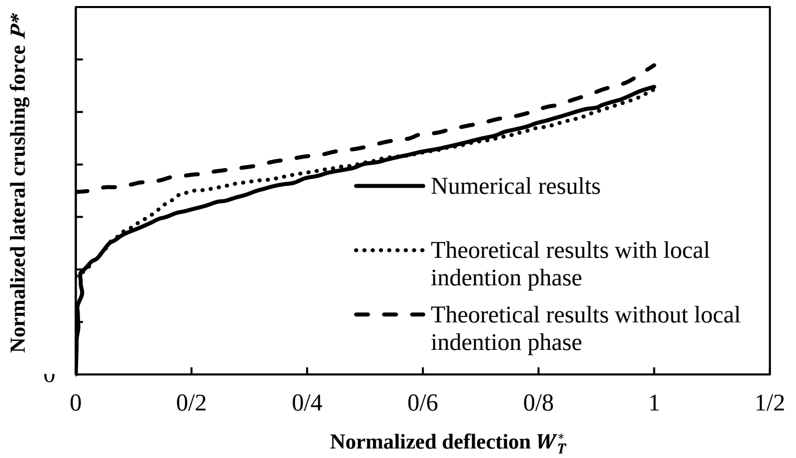
الف



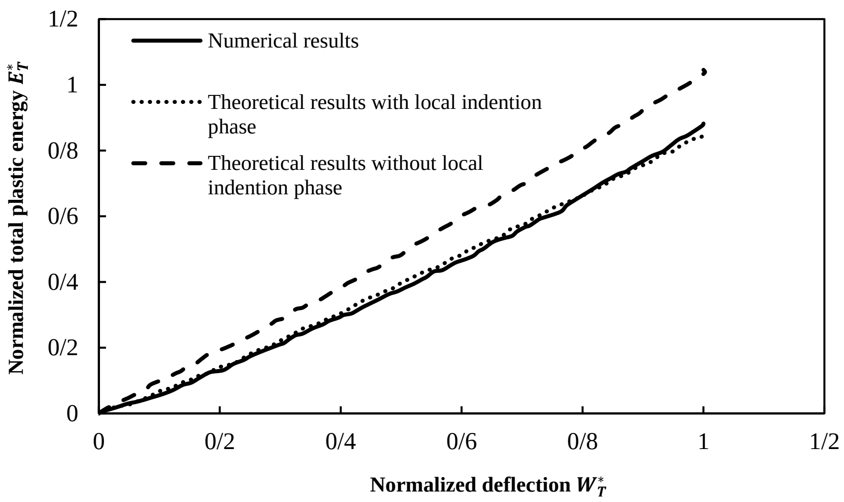
ب

شکل ۱۲- مقایسه نتایج تحلیلی و عددی با نتایج تجربی برای نیروی لهیدگی عرضی الف) نتایج تجربی به‌دست آمده توسط تاگاریلی و فلک[۱۸] ($\bar{a} = 0.035$ $\bar{h} = 0.05$, $\bar{c} = 0.3$, و $\bar{\sigma} = 0.07$) ب) نتایج تجربی به‌دست آمده توسط ژانگ و همکارانش[۴۶] ($\bar{a} = 0$ $\bar{h} = 0.035$, $\bar{c} = 0.118$ و $\bar{\sigma} = 0.012$).

رابطه بین انحراف کل W_T و نیروی لهیدگی پلاستیکی عرضی P با معادلات (۱۴)، (۲۸) و (۳۱) بیان می‌شود. نیروی لهیدگی پلاستیکی عرضی P به پارامترهای هندسی $\bar{a}$ ، $\bar{c}$ ، $\bar{h}$ و پارامترهای خواصی $\bar{\sigma}$ ، ε_c وابسته است. در شکل (۱۲) نتایج مدل تحلیلی و عددی با نتایج آزمایشگاهی گذشته برای انحراف همراه با فرورفتگی موضعی تیر ساندویچی کاملا گیردار تحت بارگذاری عرضی شبه استاتیکی بررسی و مقایسه شده است. نتایج مدل تحلیلی تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی توسط تاگاریلی و فلک[۱۸] ($\bar{a}=0.035$، $\bar{c}=0.3$، $\bar{h}=0.05$ و $\bar{\sigma}=0.07$) و ژانگ[1] و همکارانش[۴۶] ($\bar{a}=0$، $\bar{c}=0.118$، $\bar{h}=0.035$ و $\bar{\sigma}=0.012$) دارد، که به‌ترتیب در شکل (۱۲-الف) و (۱۲-ب) نشان داده شده است.



الف



ب

شکل ۱۳- مقایسه نتایج تحلیلی با نتایج عددی برای رفتار انحراف بزرگ با $\bar{c}=0.2$، $\bar{h}=0.1$ و $\bar{\sigma}=0.1$ تحت بارگذاری عرضی توسط پانچ ($\bar{a}=0$) الف) نیروی لهیدگی عرضی بی‌بعد شده P^* ب) کل انرژی پلاستیکی بی‌بعد شده E_T^*.

در شکل (۱۳) مدل تحلیلی با نتایج شبیه‌سازی برای رفتار انحراف ساندویچ تیر با شرایط $\bar{a}=0$، $\bar{c}=0.2$، $\bar{h}=0.1$ ، $\bar{\sigma}=0.1$ بررسی و مقایسه شده است. با توجه به شکل (۱۳) می‌توان نتیجه گرفت که مدل تحلیلی با درنظرگرفتن اثر فرورفتگی موضعی تطابق خوبی با نتایج عددی دارد. نتایج مدل تحلیلی بدون درنظرگرفتن اثر فرورفتگی موضعی از نتایج عددی و مرحله درنظرگرفتن فرورفتگی موضعی بزرگ‌تر است. در نتیجه فرورفتگی موضعی نقش مهمی در

[1] Zhang

انحراف ساندویچ تیر دارد. اگر در مدل تحلیلی اثر فرورفتگی موضعی روی کل انحراف درنظرگرفته نشود، نیروی لهیدگی پلاستیکی عرضی ساندویچ تیر ممکن است بیش از حد مجاز شود.

هنگامی‌که $0 \le W_T^* \le 0.23$ و $W_T^* \ge 0.23$ باشد، انحراف ساندویچ تیر به‌ترتیب در مرحله فرورفتگی موضعی و مرحله خمش کلی قرار دارد. نتایج تحلیلی نیروی لهیدگی پلاستیکی عرضی در $W_T^* = 0.23$ یک نقطه تبدیل از مرحله فرورفتگی موضعی به مرحله خمش کلی است، که از نتایج عددی بزرگ‌تر می باشد. دلیل این امر این است که در مدل تحلیلی مرحله فرورفتگی موضعی از مرحله خمش کلی مستقل است، ولی هر دو مرحله از نظر نتایج عددی به هم‌دیگر پیوسته می‌باشد. رابطه بین انحراف بی بعد شده W_T^* و کل انرژی پلاستیکی بی‌بعد شده E_T^* با معادلات (۱۶)، (۳۱)، (۳۳) بیان می‌شود، که در شکل (۱۳-ب) نشان داده شده است. در شکل (۱۳) نتایج تحلیلی با درنظرگرفتن اثر فرورفتگی موضعی تطابق خوبی با نتایج عددی دارد. نتایج مدل تحلیلی بدون درنظرگرفتن اثر فرورفتگی موضعی از نتایج عددی و مرحله درنظرگرفتن فرورفتگی موضعی بزرگ‌تر است. اگر در مدل تحلیلی اثر فرورفتگی موضعی روی کل انحراف درنظرگرفته نشود، انرژی پلاستیکی کل ساندویچ تیر ممکن است بیش از حد مجاز شود.

۵- نتیجه گیری

با درنظرگرفتن اثر فرورفتگی موضعی (محلی) و هم‌چنین مقاومت هسته فوم روی روند کلی انحراف تیر ساندویچی، یک مدل تحلیلی و عددی جدید برای اندازه‌گیری تغییر شکل‌های بزرگ همراه با فرورفتگی موضعی یک تیر ساندویچی تحت بارگذاری عرضی شبه استاتیکی بررسی شده است. با توجه به نتایج به‌دست آمده می‌توان نتیجه گرفت که هنگامی‌که انحراف ساندویچ تیر از ضخامت رویه‌ها بزرگ‌تر می‌شود، مرحله فرورفتگی موضعی نقش مهمی روی انحراف فروپاشی اولیه ساندویچ تیر دارد. نتایج مدل تحلیلی با نتایج شبیه‌سازی عددی و نتایج تجربی گذشته تطابق خوبی دارد. در نتیجه می‌توان گفت که مدل تحلیلی ارائه شده در این پژوهش می‌تواند رفتار انحراف ساندویچ تیر همراه با فرورفتگی عرضی به طور منطقی پیش‌بینی کند. هم‌چنین انرژی پلاستیکی کل ساندویچ تیر بدون‌نظرگرفتن مرحله فرورفتگی موضعی، در حالت تحلیلی بیش‌تر از حالت شبیه‌سازی عددی است.

پیوست ۱

$$P_I^* = \begin{cases} \dfrac{2\bar{c}\sqrt{\bar{\sigma}}\sqrt{\bar{h}^2 + \left[(1+2\bar{h})y_0^*\right]^2} + 2\bar{a}\bar{\sigma}}{\bar{c}^2\left[4\bar{h} + \left(1+\bar{h}\right) + \bar{\sigma}\right]}, & 0 \le y_0^* \le \dfrac{\bar{h}}{1+2\bar{h}} \\[2ex] \dfrac{2\bar{c}\sqrt{\bar{h}\bar{\sigma}}\sqrt{2(1+2\bar{h})y_0^*} + 2\bar{a}\bar{\sigma}}{\bar{c}^2\left[4\bar{h} + \left(1+\bar{h}\right) + \bar{\sigma}\right]}, & y_0^* \ge \dfrac{\bar{h}}{1+2\bar{h}} \end{cases} \qquad (۱۴)$$

$$E_I^* = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{\bar{\sigma}}y_0^*\sqrt{\bar{h}^2 + \left[(1+2\bar{h})y_0^*\right]^2}}{\bar{c}\left[4\bar{h} + \left(1+\bar{h}\right) + \bar{\sigma}\right]} + \dfrac{2\bar{a}\bar{\sigma}y_0^*}{\bar{c}^2\left[4\bar{h} + \left(1+\bar{h}\right) + \bar{\sigma}\right]} \\ + \dfrac{\sqrt{\bar{\sigma}}\bar{h}^2\, ln\left[\frac{1+2\bar{h}}{\bar{h}}y_0^* + \frac{1}{\bar{h}}\sqrt{\bar{h}^2 + \left[(1+2\bar{h})y_0^*\right]^2}\right]}{\bar{c}(1+2\bar{h})\left[4\bar{h} + \left(1+\bar{h}\right) + \bar{\sigma}\right]}, & 0 \le y_0^* \le \dfrac{\bar{h}}{1+2\bar{h}} \\[2ex] \dfrac{\bar{c}\sqrt{2\bar{\sigma}\left(1+2\bar{h}\right)}\left[\sqrt{\frac{\bar{h}}{y_0^*}} - \sqrt{1+2\bar{h}}\right] + 2\bar{a}\bar{\sigma}\left(y_0^* - \frac{\bar{h}}{1+2\bar{h}}\right)}{\bar{c}^2\left[4\bar{h} + \left(1+\bar{h}\right) + \bar{\sigma}\right]} \\ + \dfrac{\sqrt{\bar{\sigma}}\bar{c}\bar{h}^2\left[\sqrt{2} + ln\left(1+\sqrt{2}\right)\right] + 2\bar{a}\sqrt{\bar{\sigma}\bar{h}}}{\bar{c}^2\left(1+2\bar{h}\right)\left[4\bar{h} + \left(1+\bar{h}\right) + \bar{\sigma}\right]}, & y_0^* \ge \dfrac{\bar{h}}{1+2\bar{h}} \end{cases} \qquad (۱۶)$$

$$\begin{cases} |\bar{m}| + \dfrac{\left(\bar{\sigma}+2\bar{h}\right)^2}{4\bar{\sigma}\bar{h}+\left(1+\bar{h}\right)+\bar{\sigma}^2}\bar{n}^2 = 1, & 0 \le |\bar{n}| \le \dfrac{\bar{\sigma}}{\bar{\sigma}+2\bar{h}} \\ |\bar{m}| + \dfrac{\left[\left(\bar{\sigma}+2\bar{h}\right)|\bar{n}| + (1-\bar{\sigma})\right]^2 - \left(1-2\bar{h}\right)^2}{4\bar{h}+\left(1+\bar{h}\right)+\bar{\sigma}} = 0, & \dfrac{\bar{\sigma}}{\bar{\sigma}+2\bar{h}} \le |\bar{n}| \le 1 \end{cases} \tag{۲۱}$$

$$\begin{cases} |\bar{m}| + \dfrac{(1-\varepsilon_c)\left(\bar{\sigma}+2\bar{h}\right)^2}{4\bar{\sigma}\bar{h}+\left(1-\varepsilon_c+\bar{h}\right)+(1-\varepsilon_c)\bar{\sigma}^2}\bar{n}^2 = 1, & 0 \le |\bar{n}| \le \dfrac{\bar{\sigma}}{\bar{\sigma}+2\bar{h}} \\ |\bar{m}| + \dfrac{(|\bar{n}|-1)\left(\bar{\sigma}+2\bar{h}\right)\left[\left(\bar{\sigma}+2\bar{h}\right)|\bar{n}| + 2\bar{h} - \bar{\sigma} + 2(1-\varepsilon_c)\right]}{4\bar{h}+\left(1-\varepsilon_c+\bar{h}\right)+\bar{\sigma}(1-\varepsilon_c)} = 0, & \dfrac{\bar{\sigma}}{\bar{\sigma}+2\bar{h}} \le |\bar{n}| \le 1 \end{cases} \tag{۲۲}$$

$$\frac{\dot{l}_1}{\dot{\theta}} = -\frac{dM_1}{dN_1} = \begin{cases} \dfrac{\bar{\sigma}+2\bar{h}}{2\bar{\sigma}} h_c |n|, & 0 \le |n| \le \dfrac{\bar{\sigma}}{\bar{\sigma}+2\bar{h}} \\ \dfrac{h_c}{2}\left[|n|\left(\bar{\sigma}+2\bar{h}\right) - \bar{\sigma} + 1\right], & \dfrac{\bar{\sigma}}{\bar{\sigma}+2\bar{h}} \le |n| \le 1 \end{cases} \tag{۲۵}$$

$$\frac{\dot{l}_2}{\dot{\theta}} = -\frac{dM_2}{dN_2} = \begin{cases} \dfrac{\bar{\sigma}+2\bar{h}}{2\bar{\sigma}} h_c (1-\varepsilon_c)|\bar{n}|, & 0 \le |\bar{n}| \le \dfrac{\bar{\sigma}}{\bar{\sigma}+2\bar{h}} \\ \dfrac{h_c}{2}\left[|\bar{n}|\left(\bar{\sigma}+2\bar{h}\right) - \bar{\sigma} + (1-\varepsilon_c)\right], & \dfrac{\bar{\sigma}}{\bar{\sigma}+2\bar{h}} \le |\bar{n}| \le 1 \end{cases} \tag{۲۶}$$

$$\begin{aligned} P_{II}^* &= \begin{cases} \dfrac{1}{2(1-\bar{a})}\left[2 - \dfrac{\left(\bar{\sigma}+4\bar{h}\right)}{4\bar{h}\left(1+4\bar{h}\right)\bar{\sigma}} + \dfrac{4\bar{\sigma}\left(1+2\bar{h}\right)}{(2-\varepsilon_c)\left[4\bar{h}\left(1+4\bar{h}\right)\bar{\sigma}\right]}\left[\left(1+2\bar{h}\right)W_0^{*2} + \varepsilon_c W_0^*\right]\right], & 0 \le W_0^* \le \dfrac{2-\varepsilon_c}{2\left(1+2\bar{h}\right)} \\ \dfrac{1}{1-\bar{a}} \cdot \dfrac{\left(1+2\bar{h}\right)W_0^{*2} + 2(\bar{\sigma}-1+\varepsilon_c)\left(1+2\bar{h}\right)W_0^* + \left(\frac{3}{4}{\varepsilon_c}^2 - \left[2\left(1+\bar{h}\right)-\bar{\sigma}\right]\varepsilon_c + \left(1+2\bar{h}\right)^2\right)}{4\bar{h}\left(1+\bar{h}\right)+\bar{\sigma}}, & \dfrac{2-\varepsilon_c}{2\left(1+2\bar{h}\right)} \le W_0^* \le 1 - \dfrac{\varepsilon_c}{2\left(1+2\bar{h}\right)} \\ \dfrac{1}{1-\bar{a}} \cdot \dfrac{2\left(\bar{\sigma}+2\bar{h}\right)\left(1+2\bar{h}\right)}{4\bar{h}\left(1+\bar{h}\right)+\bar{\sigma}}\left(W_0^* + \dfrac{\varepsilon_c}{2\left(1+2\bar{h}\right)}\right), & W_0^* \ge 1 - \dfrac{\varepsilon_c}{2\left(1+2\bar{h}\right)} \end{cases} \end{aligned} \tag{۲۸}$$

Symbols

M_P ممان خمشی کاملا پلاستیک

N_P نیروی پوسته‌ای (غشایی) کاملا پلاستیک

$\dot{\varepsilon}_y$ نرخ کرنش عرضی

$\dot{\gamma}_{xy}$ نرخ کرنش برشی

$\dot{e}$ نرخ کشش قسمت تغییر شکل یافته رویه بالایی

Ω ناحیه انتگرال‌گیری هسته

Symbols

$2L$ طول تیر ساندویچی

b پهنا تیر ساندویچی

P نیرو

$2a$ پهنا پانچ

h_f ضخامت رویه‌ها

h_c ضخامت هسته

$m = M/M_P$ نیروی عرضی ممانی

$n = N/N_P$ نیروی محوری غشایی

$\partial\Pi$ تابع تسلیم

P_c نیروی حدی پلاستیکی

E_I^* انرژی پلاستیکی جذب شده

W_0 ماکزیمم انحراف خمشی

l کشیدگی کل تیر ساندویچی

θ چرخش زاویه‌ای

$M_P^{'}$ ممان خمشی حدی پلاستیکی

$N_P^{'}$ نیروی غشایی طولی پلاستیکی

ε_c کرنش فشاری

$W_T^{'}$ کل انحراف سطح خنثی تیر ساندویچی

W_T^* کل انحراف بی‌بعد شده

E_{II}^* انرژی پلاستیکی جذب شده ناشی از انحراف

E_T^* کل انرژی جذب شده بی‌بعد شده

$\bar{a}$ پهنا بی‌بعد شده

$\bar{h}$ نسبت ضخامت‌ها

σ_f استحکام تسلیم رویه‌ها

τ_f تنش برشی رویه‌ها

ν_f نسبت پواسون رویه‌ها

ρ_f چگالی رویه‌ها

σ_c استحکام تسلیم هسته

τ_c تنش برشی هسته

ν_c نسبت پواسون هسته

ρ_c چگالی هسته

ε_D چگالی متراکم بحرانی هسته

y_0 انحراف فشردگی رویه بالایی

$\dot{x}(x,y)$ سرعت محوری

$\dot{y}(x,y)$ سرعت عرضی

λ نصف طول تغییر شکل‌یافته رویه بالایی

$\dot{\phi}$ زاویه چرخش

مدول یانگ هسته E_c

مدول یانگ رویه‌ها E_f

$\bar{c}$ ضخامت بی‌بعد شده

مراجع

[1] M.F. Ashby, A.G. Evans, N.A. Fleck, L.J. Gibson, J.W. Hutchinson, and H.N.C. Wadley. "Metal foam: a design guide. " *Washington: Butterworth*, (2000).

[2] M.T. Tilbrook, V.S. Deshpande, and N.A. Fleck. "The impulsive response of sandwich beams: analytical and numerical investigation of regimes of behavior. " *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, no. 54 (2006): 2242–2280.

[3] S.Q. Li, X. Li, Z.H. Wang, G.Y. Wu, G.X. Lu, and L.M. Zhao. "Finite element analysis of sandwich panels with stepwise graded aluminum honeycomb cores under blast loading. " *Composite Part A*, no. 80 (2016): 1–12.

[4] Z.W. Zhou, Z.H. Wang, L.M. Zhao, and X.F. Shu. "Experimental investigation on the yield behavior of Nomex honeycombs under combined shear-compression. " *Latin American Journal of Solids and Structures*, no. 9 (2012): 515–530.

[5] T. Jin, Z.W. Zhou, Z.H. Wang, G.Y. Wu, and X.F. Shu. "Experimental study on the effects of specimen in-plane size on the mechanical behavior of aluminum hexagonal honeycombs." *Material Science Engineering A*, no. 635 (2015): 23–35.

[6] H.J. Rathbun, F.W. Zok, S.A. Waltner, C. Mercer, A.G. Evans, and D.T. Queheillalt. "Structural performance of metallic sandwich beams with hollow truss cores. " *Acta Materialia,* no. 54 (2006): 5509–5518.

[7] P.W. Zhang, Z.H. Wang, and L.M. Zhao. "Dynamic crushing behavior of open-cell aluminum foam with negative Poisson's ratio. "*Journal of Applied Physics A*, no. 123 (2017): 311-321.

[8] Z.F. Liu, W.Q. Hao, J.M. Xie, J.S. Lu, R. Huang, and Z.H. Wang. "Axial-impact buckling modes and energy absorption properties of thin-walled corrugated tubes with sinusoidal patterns." *Thin Walled Structures*, no. 94 (2015): 410–423.

[9] C. Kılıçaslan, İ.K. Odacı, and M. Güden. "Single- and double-layer aluminum corrugated core sandwiches under quasi-static and dynamic loadings." *Journal of Sandwich Structures and Material*, no. 18 (2016): 667–692.

[10] S.Q. Li, G.X. Lu, Z.H. Wang, L.M. Zhao, and G.Y. Wu. "Finite element simulation of metallic cylindrical sandwich shells with graded aluminum tubular cores subjected to internal blast loading." *International Journal of Mechanical Sciences*, no. 96 (2015): 1–12.

[11] H.W. Yang, J.X. Hu, L, Xu, and G.Y. Lu. "Peripheral deformation and buckling of stainless steel hemispherical shells compressed by a flat plate." *Latin American Journal of Solids and Structures*, no. 13 (2016): 257–271.

[12] P.W. Zhang, X. Li, T. Jin, Z.H. Wang, and L.M. Zhao. "Dynamic response of circular metallic sandwich panels under projectile impact. " *Journal of Sandwich Structures and Material*, no. 19 (2016): 572–594.

[13] J.J. Zhang, Z.H. Wang, and L.M. Zhao. "Dynamic response of functionally graded cellular materials based on the Voronoi model. " *Composite Part B,* no. 85 (2016): 176–187.

[14] S.Q. Li, X. Li, Z.H. Wang, G.Y. Wu, G..X Lu, and L.M. Zhao. "Sandwich panels with layered graded aluminum honeycomb cores under blast loading. " *Composite Structures*, no. 173 (2017): 242–254.

[15] T.M. McCormack, R. Miller, O. Kesler, and L.J. Gibson. "Failure of sandwich beams with metallic foam cores. " *International Journal of Solids Structures*, no. 38 (2001): 4901–4920.

[16] J.L. Yu, E.H. Wang, J.R. Li and Z.J. Zheng. "Static and low-velocity impact behavior of sandwich beams with closed-cell aluminum-foam core in three-point bending." *International Journal of Impact Engineering*, no. 35 (2008): 885–894.

[17] V.L. Tagarielli, N.A. Fleck and V.S. Deshpande. "Collapse of clamped and simply supported composite sandwich beams in three-point bending." *Composite Part B*, no. 35 (2004): 523–534.

[18] V.L. Tagarielli, and N.A. Fleck. "A comparison of the structural response of clamped and simply supported sandwich beams with aluminum faces and a metal foam core. " *Journal of Applied Physics A*, no. 72 (2005): 408-417.

[19] F. Zhu, Z.H. Wang, G.X. Lu, and L.M. Zhao. "Analytical investigation and optimal design of sandwich panels subjected to shock loading." *Material Design*, no. 30 (2009): 91–100.

[20] L. Jing, Z.H. Wang and L.M. Zhao. "An approximate theoretical analysis for clamped cylindrical sandwich shells with metallic foam cores subjected to impulsive loading." *Composite Part B*, no. 60 (2014):150–157.

[21] R.W. Mao, G.X. Lu, Z.H. Wang, G.X. Lu, and L.M. Zhao. "Large deflection behavior of circular sandwich plates with metal foam-core. " *European Journal Mechanics A/Solids*, no. 55 (2016): 57–66.

[22] Z.H. Wang, L. Jing, J.G. Ning, and L.M. Zhao. "The structural response of clamped sandwich beams subjected to impact loading." *Composite Structures*, no. 93 (2011): 1300–1308.

[23] Q. Qin, and T.J. Wang. "An analytical solution for the large deflections of a slender sandwich beam with a metallic foam core under transverse loading by a flat punch." *Composite Structures*, no. 88 (2008): 509–518.

[24] F. Zhu, Z.H. Wang, G. Lu, and G. Nurick. "Some theoretical considerations on the dynamic response of sandwich structures under impulsive loading." *International Journal of Impact Engineering*, no. 37 (2010): 625–637.

[25] B. Castanié, J.J. Barrau, and J.P. Jaouen. "Theoretical and experimental analysis of asymmetric sandwich structures." *Composite Structures*, no. 55 (2002): 295–306.

[26] H. Hu, S. Belouettar, M. Potier-Ferry, E.M. Daya, and A. Makradi. "Multi-scale nonlinear modelling of sandwich structures using the Arlequin method." *Composite Structures*, no. 92 (2010): 515–522.

[27] H. Hu, S. Belouettar, M. Potier-Ferry, A. Makradi and Y. Koutsawa. "Assessment of various kinematic models for instability analysis of sandwich beams." *Engineering Structures*, no. 33 (2011): 572–579.

[28] H. Hu, S. Belouettar, M. Potier-Ferry and A. Makradi. "A novel finite element for global and local buckling analysis of sandwich beams." *Composite Structures*, no. 90 (2009): 270–278.

[29] H. Bart-Smith, J.W. Hutchinson, and A.G. Evans." Measurement and analysis of the structural performance of cellular metal sandwich construction. " *International Journal of Mechanical Sciences*, no. 43 (2001): 1945–1963.

[30] P.D. Soden. "Indentation of composite sandwich beams." *Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, no. 31 (1996): 353–360.

[31] P.O. Bostrom. "Collapse modes of a rigid-plastic beam on a rigid-plastic foundation." *International Journal of Mechanical Sciences*, no. 17 (1975): 73– 84.

[32] R.E. Miller. "A continuum plasticity model for the constitutive and indentation behavior of foamed metals." *International Journal of Mechanical Sciences*, no. 42 (2000): 729–754.

[33] N. Jones. "Structural impact." 2nd ed. Cambridge: Cambridge University, (2011).

[34] T. Wierzbicki and M.S. Hoo Fatt. "Impact response of a string-on-plastic foundation." *International Journal of Impact Engineering*, no. 12 (1992): 21–36.

[35] V. Rubino, V.S. Deshpande and N.A. Fleck. "The three-point bending of Y-frame and corrugated core sandwich beams." *International Journal of Mechanical Sciences*, no. 52 (2010): 485–494.

[36] H. Hu, S. Belouettar, M. Potier-Ferry and E.M. Daya. "Review and assessment of various theories for modeling sandwich composites." *Composites Structures*, no. 84 (2008): 282–292.

[37] W.Q. Hao, J.M. Xie, F.H. Wang, Z.F. Liu and Z.H. Wang. "Analytical model of thin walled corrugated tubes with sinusoidal patterns under axial impacting." *International Journal of Mechanical Sciences*, no. 128 (2017): 1–16.

[38] W.Q. Hao, J.M. Xie and F.H. Wang. "Theoretical prediction of the progressive buckling and energy absorption of the sinusoidal corrugated tube subjected to axial crushing." *Computer Structures*, no. 191 (2017): 12–21.

[39] X. Qiu, V.S. Deshpande and N.A. Fleck. "Dynamic response of a clamped circular sandwich plate subject to shock loading." *Journal of Applied Mechanics*, no. 71 (2004): 637–645.

[40] Z.W. Zhou, Z.H. Wang, L.M. Zhao and X.F. Shu. "Loading rate effect on yield surface of aluminum alloy foams. " *Material Science Engineering A*, no. 543 (2012): 193–199.

[41] Z.W. Zhou, Z.H. Wang, L.M. Zhao and X.F. Shu. "Uniaxial and biaxial failure behaviors of aluminum alloy foams." *Composite Part B*, no. 61 (2014): 340–349.

[42] K. Yu, H. Hu, H. Tang, G. Giunta, M. Potier-Ferry and S. Belouettar. "A novel two dimensional finite elements to study the instability phenomena of sandwich plates." *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, no. 283 (2015): 1117–1137.

[43] Q. Huang, Y. Liu, H. Hu, Q. Shao, K. Yu and G. Giunta. "A Fourier-related double scale analysis on the instability phenomena of sandwich plates." *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, no. 318 (2017): 270–295.

[44] Y. Liu, K. Yu, H. Hu, S. Belouettar, M. Potier-Ferry and N. Damil. "A new Fourier related double scale analysis for instability phenomena in sandwich structures. " *International Journal of Solids Structures*, no. 49 (2012): 3077–3088.

[45] V.S. Deshpande and N.A. Fleck. "Isotropic constitutive models for metallic foams." *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, no. 48 (2000): 1253–1283.

[46] J.X. Zhang, Q.H. Qin, X.H. Han and W.L. Ai. "The initial plastic failure of fully clamped geometrical asymmetric metal foam core sandwich beams." *Composite Part B*, no. 87 (2016): 233–244.